

CZYNNIKI ZRÓŻNICOWANIA WYNAGRODZEŃ ORAZ POPYTU NA PRACĘ W WOJEWÓDZTWACH

Roman Kosmański  <https://orcid.org/0000-0002-9557-6357>

Instytut Gospodarki

Akademia Nauk Stosowanych im. Jana Amosa Komeńskiego w Lesznie
e-mail: roman.kosmański@ansleszno.pl

Streszczenie: Praca ma na celu rozpoznanie empirycznych determinantów zróżnicowania popytu na pracę oraz wynagrodzeń w województwach w oparciu o teorię neoklasyczną. Cechą tej teorii jest przekonanie o doskonałej elastyczności cen i wynagrodzeń, zawsze sprowadzającej rynki do stanów równowagi. Uzyskane w pracy wyniki ujawniły, że neoklasyczne założenie o doskonałej elastyczności, charakterystyczne dla teoretycznych modeli neoklasycznych, nie jest gwarantowane. Województwa o wysokich wartościach współczynników elastyczności są jednocześnie województwami o wysokich stopach bezrobocia. Charakterystyczne dla teorii neoklasycznej automatyczne wyrównywanie się regionalnych dysproporcji, prawdopodobnie także nie wystąpi w przyszłości.

Słowa kluczowe: wzrost gospodarczy, wynagrodzenia, elastyczność, modele neoklasyczne

JEL classification: C02, C51, C53, O47

WPROWADZENIE

W Polsce występują znaczne dysproporcje rozwojowe pomiędzy województwami. Dzieje się tak, ponieważ w obszarach zurbanizowanych jest więcej szans na korzystanie ze zgromadzonego kapitału rzeczowego, wiedzy oraz sąsiedztwa innych inwestycji. Przekłada się to na wyższą efektywność realizowanych przedsięwzięć prowadząc do jeszcze większych dysproporcji regionalnych. Wspomnianą zależność można także odnieść do rynków pracy, wobec czego społeczeństwa stoją przed koniecznością dokonywania wyboru pomiędzy efektywnie działającym rynkiem pracy, lecz będącym źródłem większej rozpiętości wynagrodzeń, a ograniczeniem dysproporcji wynagrodzeń, jednak niekiedy kosztem

<https://doi.org/10.22630/MIBE.2025.26.2.5>



wyższego poziomu bezrobocia. Sprawne działanie neoklasycznych rynków uwarunkowane jest ich elastycznością, w kontekście rynków pracy przede wszystkim elastycznością wynagrodzeń. Skutkiem braku dostatecznej elastyczności mogą być zaburzenia w funkcjonowaniu rynku przekładające się na wzrost poziomu bezrobocia [Kwiatkowski 2002, s. 101], [Krugman 1994, s. 23-43].

W badaniach procesów gospodarczych realizowanych z wykorzystaniem metod ilościowych rozróżnia się szereg modeli matematycznych opisujących procesy wzrostu gospodarczego m.in. modele keynesowskie, neoklasyczne, modele wzrostu egzogenicznego, endogenicznego, jak również modele nowej geografii ekonomicznej. Przykładami modeli nawiązujących do teorii Keynesa są prace Harroda [1939] i Domara [1946]. Modele te zalicza się do grupy modeli krótkookresowych. Podwaliny pod nowoczesną, neoklasyczną teorię wzrostu gospodarczego stworzyły prace Solowa [1956] i Swana [1956], zmieniając sposób myślenia o ilościowych procesach wzrostu gospodarczego. Przykładami takich modeli mogą być prace Diamonda [1965], Uzawy [1965]. Modele te ukazują, że o długofalowej stopie wzrostu gospodarki decydują nie tylko nakłady kapitału, charakteryzujące jest malejąca krańcowa produktywność, lecz także siły determinujące ich produktywność. Stało się to przyczynkiem do rozwoju endogenicznych teorii, w ramach których wzrost produktywności czynników wytwórczych nie jest egzogeniczny, ale jest modelowany, czyli wyjaśniany przez model. W literaturze znane są liczne próby endogenizacji procesów wzrostu gospodarczego związane z pracami Arrowa [1962], Kaldora i in. [1962], Nelsona i Phelps'a [1966]. Jednak dynamiczny rozwój tej klasy modeli dały prace [Romer, 1990], [Grossman i in. 1991], [Aghion i in. 1992], [Mankiw i in. 1992].

Celem pracy jest rozpoznanie empirycznych determinantów zróżnicowania zatrudnienia oraz wynagrodzeń w województwach w oparciu o modele wzrostu gospodarczego. Zastosowanie w badaniu teorii neoklasycznej pozwoli empirycznie zweryfikować teoretyczne założenie o doskonałej elastyczności neoklasycznych mechanizmów sprowadzających zawsze gospodarkę do stanów równowagi. Dla realizacji celu badania wykorzystano neoklasyczną teorię wzrostu gospodarczego, którą rozbudowano o elementy endogeniczne w celu wyjaśnienia długofalowej dynamiki wynagrodzeń.

METODA BADANIA

Procesy produkcyjne w każdym z województw opisuje neoklasyczna funkcja produkcji typu Cobba-Douglasa z postępowaniem technologicznym w sensie Hicksa, dana wzorem¹:

¹ Dwuczynnikowa funkcja produkcji $F : R_+^2 \rightarrow R_+^1$ spełnia warunki neoklasycznej funkcji, jeżeli jest rosnąca, wklęsła, dodatnio jednorodna stopnia pierwszego i spełnia warunki Inady. Postęp technologiczny jest neutralny w sensie Hicksa, gdy funkcja produkcji spełnia warunek: $Y_i(t) = F_i(A_i(t), K_i(t), L_i(t)) = A_i K_i^{\alpha_i}(t) L_i^{1-\alpha_i}(t)$.

$$Y_i(t) = F_i(A_i(t), K_i(t), L_i(t)) = A_i(t)K_i^{\alpha_i}(t)L_i^{1-\alpha_i}(t), \quad \alpha_i \in (0, 1), \quad (1)$$

gdzie: $Y_i(t)$ – PKB wytwarzany w gospodarce i -tego województwa w momencie t ; $K_i(t)$ – nakłady kapitału rzeczowego zgromadzonego w i -tym województwie w momencie t ; $L_i(t)$ – zasoby pracy w i -tym województwie w momencie t ; $A_i(t)$ – zasoby dostępnej i wykorzystywanej w procesach produkcyjnych wiedzy w i -tym województwie; α_i – elastyczność produkcji ze względu na zgromadzone zasoby kapitału rzeczowego w i -tym województwie w momencie t ; $(1 - \alpha_i)$ – elastyczność PKB za względu na zasoby osób pracujących w i -tym województwie; t – oznacza dane liczbowe dla roku 2022 pochodzących z Banku Danych Lokalnych Głównego Urzędu Statystycznego.

Przedsiębiorstwa na neoklasycznym rynku kierują się zasadą maksymalizacji zysku oznaczającą opłacanie czynników produkcji według ich produktów krańcowych. Elastyczność produkcji ze względu na zasoby kapitału rzeczowego i pracy można wyznaczyć z warunków koniecznych maksymalizacji zysku przez typowe przedsiębiorstwo [Kosmowski, 2023, s. 59]:

$$\Pi_i(K_i(t), L_i(t)) = \{A_i K_i^{\alpha_i}(t) L_i^{1-\alpha_i}(t) - r K_i(t) - w_i(t) L_i(t)\} \rightarrow \max, \quad (2)$$

gdzie: $w_i(t)$ – przeciętne wynagrodzenie w gospodarce i -tego województwa w momencie t ; r – stopa procentowa obowiązująca w Polsce.

Warunek maksymalizacji równania (2) ze względu na zmienną L_i określa:

$$\frac{d \Pi_i(A_i K_i^{\alpha_i}(t) L_i^{1-\alpha_i}(t))}{d L_i(t)} = (1 - \alpha_i) A_i K_i^{\alpha_i}(t) L_i^{-\alpha_i}(t) - w_i(t) = 0 \quad (3)$$

Współczynniki elastyczności PKB ze względu na liczbę osób pracujących równe są udziałowi wynagrodzenia pracy w PKB w i -tym województwie w momencie t :

$$(1 - \alpha_i) = \frac{w_i(t)}{A_i K_i^{\alpha_i}(t) L_i^{1-\alpha_i}(t)} = \frac{w_i(t) L_i(t)}{K_i^{\alpha_i}(t) A_i L_i^{1-\alpha_i}(t)} = \frac{w_i(t) L_i(t)}{Y_i(t)}, \quad (4)$$

po przekształceniach:

$$\alpha_i = 1 - \frac{w_i(t) L_i(t)}{Y_i(t)}. \quad (5)$$

Zasoby wiedzy zgromadzonej w i -tym województwie w momencie t wyznaczono ze wzoru (1) na podstawie zależności:

$$A_i(t) = \frac{y_i(t)}{k_i^{\alpha_i}(t)}. \quad (6)$$

O zasobach wiedzy ukształtowanych w momencie początkowym $A_i(t) > 0$, zakłada się, że rosną według stopy postępu w sensie Hicksa [Hicks, 1963].

Popyt na pracę zgłaszany przez typowe przedsiębiorstwo działające na neoklasycznym rynku jest określany przez rozmiary zatrudnienia maksymalizujące zyski przedsiębiorstwa (Tokarski, 2011, s. 390), stąd na mocy równania (3) oraz z faktu, że:

$$\frac{d^2 \Pi_i(A_i(t)K_i(t)L_i(t))}{dL_i^2(t)} = -\alpha_i(1 - \alpha_i)A_i(t)K_i^{\alpha_i}(t)L_i^{-\alpha_i-1}(t) < 0 \quad (7)$$

wyznaczono funkcję popytu na pracę zgłaszanego przez typowe przedsiębiorstwo działające w neoklasycznej gospodarce. Ponieważ warunek (3) spełniony jest dla każdego $L_i > 0$, definiuje on rozmiary popytu na pracę w zależności od wysokości wynagrodzenia. Równanie (3) po przekształceniach zapisano w postaci:

$$L_i(t) = (1 - \alpha_i)A_i^{\frac{1}{\alpha_i}}(t)w_i^{-\frac{1}{\alpha_i}}(t)K_i(t). \quad (8)$$

Równanie (8) opisuje kształtowanie się popytu na pracę w zależności od wysokości wynagrodzeń, zasobów kapitału rzeczowego oraz zasobów wiedzy zgromadzonych w gospodarce i -tego województwa w danym momencie. Współczynniki elastyczności liczby osób pracujących ze względu na poziomy wynagrodzeń, zasoby kapitału rzeczowego oraz zasoby wiedzy są równe potęgde przy odpowiedniej zmiennej objaśniającej²: $\varepsilon_{i(w_i)}^{L_i}(t) = -\frac{1}{\alpha_i}$ elastyczność popytu na pracę ze względu na poziom wynagrodzeń, $\varepsilon_{i(A_i)}^{L_i}(t) = \frac{1}{\alpha_i}$ elastyczność popytu na pracę ze względu na zasób wiedzy, $\varepsilon_{i(K_i)}^{L_i}(t) = 1$ elastyczność popytu na pracę ze względu na zasób kapitału rzeczowego w gospodarce i -tego województwa.

Funkcja opisująca procesy produkcji w i -tym województwie w postaci intensywnej dana jest wzorem³:

$$y_i(t) = A_i(t)k_i^{\alpha_i}(t), \quad (9)$$

gdzie: $y_i(t)$ – PKB w przeliczeniu na osobę pracującą w i -tym województwie w momencie t ; $k_i(t)$ – kapitał rzeczowy w przeliczeniu na osobę pracującą w i -tym województwie w momencie t .

W wyniku przekształcenia równania (3) i (9) wyznaczono funkcję wynagrodzeń:

$$w_i(t) = (1 - \alpha_i)y_i(t). \quad (10)$$

Pracodawcy, kierując się zasadą maksymalizacji zysku, są skłonni zaoferować pracobiorcą wynagrodzenia w postaci części wydajności pracy mierzonej $y_i(t)$. Poziom wynagrodzeń będzie uzależniony od wydajności pracy oraz $(1 - \alpha_i)$ charakterystycznego dla każdego z województw.

² Elastyczność każdej funkcji można policzyć według wzoru: $E(Y/X) = f'(X) \cdot \frac{X}{f(X)}$. Dla

funkcji potęgowej: $E(Y/X) = (A \cdot X^b)' \cdot \frac{X}{A \cdot X^b} = \frac{Ab \cdot X^{b-1} \cdot X}{A \cdot X^b} = b$.

³ Równanie produkcji zapisane w postaci intensywnej otrzymano w wyniku przeliczenia zmiennych wyrażonych w równaniu (1) na osobę pracującą.

Tabela 1. Parametry modeli opisujących kształtowanie się popytu na pracę w województwach

Parametry	DŚ	KP	LB	LS	ŁD	MP	MZ	OP
α_i	0,589	0,505	0,407	0,518	0,526	0,508	0,639	0,511
$1/\alpha_i$	1,697	1,981	2,457	1,930	1,902	1,969	1,564	1,956
$1 - \alpha_i$	0,411	0,495	0,593	0,482	0,474	0,492	0,361	0,489
$A_i(t)$	115,5	278,3	773,7	221,1	225,4	302,9	68,8	237,4
Parametry	PK	PL	ŚL	PM	ŚK	WM	WP	ZP
α_i	0,502	0,465	0,550	0,576	0,433	0,477	0,598	0,503
$1/\alpha_i$	1,992	2,150	1,819	1,737	2,310	2,096	1,672	1,986
$1 - \alpha_i$	0,498	0,535	0,450	0,424	0,567	0,523	0,402	0,497
$A_i(t)$	260,7	409,0	186,0	136,5	597,7	346,6	99,0	258,8

Oznaczenia: DŚ – woj. dolnośląskie, KP – kujawsko-pomorskie, LB – lubelskie, LS – lubuskie, ŁD – łódzkie, MP – małopolskie, MZ – mazowieckie, OP – opolskie, PK – podkarpackie, PL – podlaskie, ŚL – śląskie, PM – pomorskie, ŚK – świętokrzyskie, WM – warmińsko-mazurskie, WP – wielkopolskie, ZP – zachodniopomorskie.

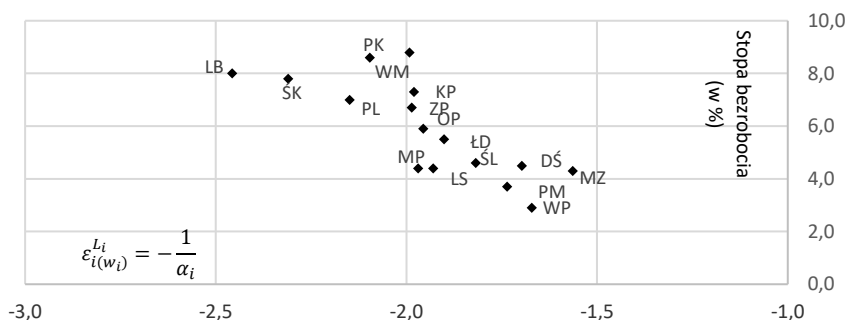
Źródło: opracowanie własne na podstawie wzorów (5) i (6)

Tabela 1 prezentuje estymowane parametry funkcji (8) do (10) opisujących kształtowanie się produkcji, wynagrodzeń oraz popytu na pracę w województwach. Parametry α_i oraz $A_i(t)$ zostały oszacowane na podstawie wzorów (5)-(6). Kształtowanie się popytu na pracę w zależności od poziomów wynagrodzeń, zasobów wiedzy, oraz zasobów kapitału rzeczowego zgromadzonych w województwach opisuje funkcja popytu na pracę (8), która jest funkcją potęgową, zatem jej parametry są jednocześnie elastycznościami liczby osób pracujących względem wskazanych zmiennych.

Wartości współczynników podanych w tabeli 1 uzupełniają naszą wiedzę o specyfice procesów gospodarczych i społecznych zachodzących w województwach, są także źródłem wiedzy o przyczynach nierówności regionalnych. Ponieważ miary elastyczności pokazują, o ile procent obniży się popyt na pracę w danym województwie, kiedy wynagrodzenia wzrosną o jeden procent, uwagę zwracają wysokie wartości współczynników $\varepsilon_{i(w_i)}^{L_i}(t)$ w województwach lubelskim, świętokrzyskim, podlaskim. W tych województwach jednoprocenowy wzrost wynagrodzeń będzie skutkował spadkiem liczby osób pracujących o więcej niż dwa procent. W województwie lubelskim jednoprocenowy wzrost wynagrodzeń będzie skutkował spadkiem popytu na pracę zgłaszanego przez przedsiębiorstwa o 2,457%. Podobnie należy interpretować wrażliwość (elastyczność) liczby osób pracujących ze względu na zasoby zgromadzonej wiedzy w województwach – z tą różnicą, że zależność ta ma charakter dodatni. Wzrost zasobów wiedzy w województwach przełoży się na silny wzrost popytu na pracę. Województwa te będą silnie wrażliwe na negatywne wstrząsy technologiczne.

Rysunek 1 pozwala zaobserwować zależności występujące pomiędzy stopami bezrobocia w województwach oraz wartościami współczynników elastyczności $\varepsilon_{i(w_i)}^{L_i}(t)$. Wartości współczynników przedstawiono w tabeli 1⁴. Wysokim ujemnym wartościom współczynników elastyczności liczby osób pracujących względem poziomów wynagrodzeń odpowiadają wysokie stopy bezrobocia. Z taką sytuacją mamy do czynienia m.in. w województwach lubelskim, świętokrzyskim, podlaskim, podkarpackim. W teoretycznej gospodarce neoklasycznej naturalną reakcją ze strony pracodawców jest spadek wynagrodzeń i wzrost popytu na pracę, zwłaszcza w gospodarkach województw o wysokich ujemnych wartościach współczynników elastyczności.

Rysunek 1. Stopa bezrobocia a elastyczność liczby osób pracujących względem wynagrodzeń



Źródło: opracowanie własne. Oznaczenia jak tab. 1

Prób tłumaczenia przyczyn występowania relatywnie wysokiego bezrobocia przy jednoczesnej sptywności wynagrodzeń w dół wielu badaczy doszukuje się w teorii płacy efektywnościowej, której fundamentalnym założeniem jest istnienie dodatniej zależności pomiędzy poziomami wynagrodzeń, a wydajnością pracy pracowników [Westley i in. 2006], [Bellante 1994, s. 21-33], [McConnell i in. 2006]. W sytuacji nadwyżki siły roboczej ponad popyt na pracę, pracodawcy w obawie przed pogorszeniem się wydajności pracy już zatrudnionych pracowników, nie obniżają wynagrodzeń. Skutkiem utrzymywania wynagrodzeń na poziomie wyższym od poziomu równowagi jest bezrobocie przymusowe.

Stany ustalone w neoklasycznych modelach

Neoklasyczne modele opisujące procesy gospodarcze zachodzące w długim horyzoncie czasu wykazują tendencję do zbieżności gospodarek przez nie opisywanych do stanów ustalonych, nazywanych także stanami stacjonarnymi. Są to stany gospodarek, w których inwestycje w kapitał rzeczowy zrównują się

⁴ Współczynnik elastyczności liczby osób pracujących ze względu na poziomy wynagrodzeń w województwach zgodnie z równaniem (8) przyjmują wartości ujemne.

z inwestycjami odtworzeniowymi niezbędnymi do utrzymania zasobów kapitału rzeczowego na stałym poziomie. Zmienne takie jak PKB, kapitał rzeczowy w przeliczeniu na osobę pracującą, ale także wynagrodzenia przyjmują określone wartości i dalej rozwijają się według stopy akumulacji wiedzy.

W długim horyzoncie czasu procesy akumulacji kapitału rzeczowego w przeliczeniu na osobę pracującą opisuje równanie [Malaga i in. 2007]:

$$\frac{dk_i(t)}{dt} = s_{k_i} A_i(t) k_i^{\alpha_i}(t) - (n_i + \rho) k_i(t) \quad (11)$$

gdzie: ρ – wskaźnik deprecjacji kapitału rzeczowego⁵; s_{k_i} – stopa inwestycji w i -tym województwie w momencie t , dana wzorem: $s_{k_i} = \frac{I_i(t)}{Y_i(t)}$; $I_i(t)$ – strumień inwestycji w kapitał rzeczowy w i -tym województwie w momencie t ; n_i – egzogeniczna stopa wzrostu liczby osób pracujących w gospodarce i -tego województwa, zależna od działania czynników demograficznych lub innych pozostających poza modelem; $(n_i + \rho)$ – suma wskaźników deprecjacji kapitału rzeczowego i stopy wzrostu liczby osób pracujących określana mianem inwestycji restytucyjnych lub odtworzeniowych; α_i – elastyczność produkcji ze względu na zgromadzone zasoby kapitału rzeczowego w i -tym województwie wyznaczono na podstawie wzoru (5), a jej oszacowania prezentuje tabela 1.

Tabela 2. Stopy inwestycji w kapitał rzeczowy oraz inwestycji odtworzeniowych

Parametry	DŚ	KP	LB	LS	ŁD	MP	MZ	OP
s_{k_i}	0,145	0,139	0,155	0,154	0,131	0,142	0,150	0,158
$(n_i + \rho)$	0,049	0,048	0,046	0,048	0,046	0,052	0,053	0,046
Parametry	PK	PL	ŚL	PM	ŚK	WM	WP	ZP
s_{k_i}	0,163	0,186	0,136	0,117	0,131	0,164	0,140	0,178
$(n_i + \rho)$	0,049	0,047	0,053	0,047	0,045	0,047	0,051	0,047

Źródło: opracowanie własne. Oznaczenia jak tab. 1

Tabela 3 przedstawia parametry równania (11). Stopy inwestycji w kapitał rzeczowy zdefiniowano jako udział inwestycji w i -tym województwie w PKB tego województwa. Najwyższe poziomy stóp inwestycji w roku 2022 wystąpiły w województwie podlaskim oraz zachodniopomorski. Najmniej w akumulację kapitału rzeczowego inwestowano w województwie pomorskim, dla którego parametr ten ukształtował się na poziomie 0,117, inwestycje stanowiły zaledwie 11,7% PKB tego województwa. Województwa, w których realna stopa deprecjacji kapitału rzeczowego $(n_i + \rho)$ była wyższa niż 5%, to województwa o dodatniej stopie wzrostu liczby osób pracujących i zaliczymy do nich mazowieckie, śląskie, małopolskie oraz wielkopolskie. W pozostałych województwach stopa liczby osób pracujących była ujemna.

⁵ Z uwagi na trudności z szacowaniem współczynników deprecjacji kapitału rzeczowego, w badaniu przyjęto arbitralnie ich wartość na poziomie 5%.

Rozwiązując równanie (11) ze względu na zmienną $k_i(t)$ otrzymano wartości kapitału rzeczowego w przeliczeniu na osobę pracującą w stanach ustalonych:

$$k_i^*(t) = \left(\frac{A_i s k_i}{(n_i + \rho)} \right)^{\frac{1}{1-\alpha_i}}, \quad (12)$$

gdzie: k_i^* – wartość kapitału rzeczowego w stanie ustalonym w i -tym województwie.

W wyniku wstawienia równania (12) do równania (10) otrzymano formułę określającą poziomy wynagrodzeń w stanach ustalonych:

$$w_i^* = (1 - \alpha_i) A_i^{\frac{1}{1-\alpha_i}} s k_i^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}} (n_i + \rho)^{-\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}, \quad (13)$$

gdzie: w_i^* – przeciętne wynagrodzenie w gospodarce i -tego województwa znajdującego się w stanie ustalonym.

Tabela 3. Rozkład wynagrodzeń w zł dla roku 2022 oraz w stanach ustalonych

Parametr y	DŚ	KP	LB	LS	ŁD	MP	MZ	OP
w_i	6945,0	5888,6	5909,6	6014,4	6210,7	6824,7	7913,1	6134,2
w_i^*	16182,6	22365,6	23438,3	16732,6	27424,3	18229,7	31847,6	15092,8
w_i^*/w_i	2,33	3,80	3,97	2,78	4,42	2,67	4,02	2,46
Parametr y	PK	PL	ŚL	PM	ŚK	WM	WP	ZP
w_i	5662,5	6012,9	6696,8	6727,6	5782,6	5674,9	6019,7	6169,9
w_i^*	7654,6	19521,3	8523,2	15136,0	21758,9	18410,8	22661,3	33396,7
w_i^*/w_i	1,35	3,25	1,27	2,25	3,76	3,24	3,76	5,41

Źródło: opracowanie własne na podstawie równania (13). Oznaczenia jak tab. 1

W roku 2022 najwyższe poziomy wynagrodzeń zanotowano w województwie mazowieckim. Relatywnie wysokie były wynagrodzenia w dolnośląskim, pomorskim i śląskim, natomiast najniższe w podkarpackim i warmińsko-mazurskim. Relacja wynagrodzeń w roku 2022 do wysokości wynagrodzeń jakie ukształtują się w odległej przyszłości, pozwala sformułować przypuszczenie o braku konwergencji wynagrodzeń w przyszłości.

W literaturze podejmowane są liczne dyskusje o możliwych przyczynach różnicowania wynagrodzeń pomiędzy krajami lub regionami. Wyniki badań w tym zakresie są niejednoznaczne, a stosowane narzędzia i metody badania np. wpływu wymiany handlowej na procesy gospodarcze wywołują wiele dyskusji wśród badaczy [Cornia i in. 2001, s. 17-18]. Procesy takie często prowadzą do wzrostu poziomów wynagrodzeń wśród specjalistów w gospodarkach krajów wyżej rozwiniętych gospodarczo, przyczyniając się do wzrostu rozpiętości dochodowych [Kremer i in. 2006, s. 6-11]. Efektem może być też wzrost bezrobocia w niektórych sektorach gospodarki. Zróżnicowanie poziomów wynagrodzeń w województwach

pozostaje również przedmiotem badań w Polsce, czego przykładem jest praca [Mowczan i in. 2022].

Po zlogarytmowaniu równania (13) wyznaczono ścieżkę czasową zmian wynagrodzeń w gospodarce i -tego województwa znajdującego się w stanie ustalonym:

$$\ln w_i^*(t) = (1 - \alpha_i) \left(\frac{1}{1 - \alpha_i} \ln A_i(t) + \frac{\alpha_i}{1 - \alpha_i} \ln(s_{k_i}) - \frac{\alpha_i}{1 - \alpha_i} \ln(n_i + \rho) \right) \quad (14)$$

Ponieważ w stanie ustalonym stopa inwestycji w kapitał rzeczowy zrównuje się z inwestycjami odtworzeniowymi, wynagrodzenia rosną w tempie wyznaczonym przez zmienną $A_i(t)$:

$$\frac{\dot{w}^*(t)}{w^*(t)} = A_i(t), \quad (15)$$

gdzie: $\frac{\dot{w}^*(t)}{w^*(t)}$ – stopy wzrostu wynagrodzeń w gospodarkach województw znajdujących się w stanie ustalonym⁶.

W modelu neoklasycznym w długim horyzoncie czasu dynamika wynagrodzeń za pracę jest opisywana przez równanie (13) lub w postaci zlogarytmowanej (14). Ponieważ w modelach neoklasycznych standardowo zakłada się stałość parametrów w długim okresie, wyjaśnienie długofalowego tempa zmian wynagrodzeń w województwach, sprowadza się do określenia czynników determinujących dynamikę zmian zasobów wiedzy (15).

W prowadzonym badaniu dla określenia dynamiki zmian zasobów wiedzy w gospodarkach województw wykorzystano model Karla Shella [Shell 1967] oraz jego modyfikację przedstawioną w książce [Chiang 1999, s. 267]. Model czyni akumulację wiedzy zależną od ilości środków przeznaczanych na działalność badawczą oraz edukację. Zmienna $A_i(t)$, oznaczająca zasób wiedzy w gospodarce i -tego województwa, ma określony schemat zmian:

$$\dot{A}_i(t) = \sigma s_{A_i}(t) A_i(t) - \rho A_i(t), \quad (16)$$

gdzie: σ – współczynnik skuteczności wydatków w tworzeniu nowej wiedzy, arbitralnie ustalono na 0,9; $s_{A_i}(t)$ – część produkcji przeznaczana na tworzenie nowej wiedzy $s_{A_i}(t) = \frac{I_{A_i}(t)}{Y_i(t)}$ w i -tym województwie w momencie t ; $I_{A_i}(t)$ – suma wydatków na szkolnictwo wyższe, działalność badawczo-rozwojową oraz wydatki na oświatę z budżetów gmin i miast na prawach powiatu w i -tym województwie w momencie t ; ρ – jest stopą zaniku wiedzy⁷.

⁶ Zapis w ogólnej postaci: $\frac{\dot{x}(t)}{x(t)} \equiv \frac{dx}{dt} \equiv \frac{dx(t)}{dt}$ oznacza pierwszą pochodną zmiennej x ze względu na czas t , i interpretujemy jako przyrost wartości tej zmiennej w momencie t dla $t \in [0; +\infty)$.

⁷ Ze względu na trudności z oszacowaniem stopy zaniku wiedzy, w przykładzie przyjęto arbitralnie jej wartość na poziomie 2%.

Dzieląc równanie (16) przez zmienną $A_i(t)$ otrzymano stopy wzrostu zasobów wiedzy:

$$\frac{\dot{A}_i(t)}{A_i(t)} = \sigma s_{A_i}(t) - \rho. \quad (17)$$

Dopóki w gospodarce i -tego województwa $\sigma s_{A_i}(t) - \rho > 0$, gospodarka będzie rozwijała się, a wynagrodzenia będą rosły.

Tabela 4. Parametry równania dynamiki akumulacji zasobów wiedzy w województwach

Parametry	DŚ	KP	LB	LS	ŁD	MP	MZ	OP
$\dot{A}_i(t)/A_i(t)$	0,023	0,025	0,034	0,021	0,022	0,040	0,026	0,025
Parametry	PK	PL	ŚL	PM	ŚK	WM	WP	ZP
$\dot{A}_i(t)/A_i(t)$	0,034	0,031	0,031	0,022	0,023	0,030	0,021	0,022

Źródło: opracowanie własne na podstawie równania (17)

W tabeli 6. podano stopy wzrostu zasobów wiedzy w województwach wyznaczone według równania (17). Najwyższe wartości stóp wzrostu wiedzy, w konsekwencji także wynagrodzeń, występują w województwie małopolskim na poziomie 4% rocznie, następnie w województwach lubelskim i podkarpackim.

W wielu badaniach czynnikiem przyczyniającym się do powstawiania różnicowania poziomów wynagrodzeń w społeczeństwach pozostaje postęp technologiczny, sprzyja on bardziej dynamicznemu wzrostowi wynagrodzeń pracowników o wysokich kwalifikacjach, prowadząc do większej rozpiętości wynagrodzeń [Gottschalk i in. 1997], [Katz 1999], [Acemoglu 2002], [Green i in. 2003], [Acemoglu 2003]. Wyniki niektórych badań dowodzą, że wzrost zasobów wiedzy zgromadzonej w kraju lub regionie może ograniczyć rozpiętość wynagrodzeń [Cornia i in. 2001].

PODSUMOWANIE

Przeprowadzone w artykule badania ujawniły, że w niektórych województwach występują wysokie stopy bezrobocia przy jednoczesnej wysokiej ujemnej elastyczności zatrudnienia ze względu na poziomy wynagrodzeń $\varepsilon_{i(w_i)}^{L_i}(t)$. Występujące nierównowagi na rynku pracy w teorii neoklasycznej mogą być wynikiem niedostatecznej elastyczności wynagrodzeń, braku mobilności siły roboczej lub działania związków zawodowych oraz instytucji [Kwiatkowski, 2002], [Parente i in. 2000], [Acemoglu i in. 2007] zaburzających sprawne funkcjonowanie rynków.

W modelach neoklasycznych, ze względu na malejącą krańcową produktywność czynników wytwórczych trwały wzrost gospodarczy i wzrost wynagrodzeń możliwy jest tak długo, jak długo gromadzona jest w gospodarce nowa wiedza tworząca innowacje zwiększające produktywność czynników wytwórczych. Dla zrozumienia mechanizmu oddziaływania innowacji na tempo wzrostu produkcji

i wynagrodzeń konieczne jest sięgnięcie do modeli endogenicznych, wtedy możliwe staje się oddziaływanie na procesy gospodarcze nie tylko za pomocą stopy inwestycji w kapitał rzeczowy ale także na długofalowe tempo wzrostu gospodarek [Temple, 2003]. W stanie ustalonym gospodarki rozwijają się według stopy wzrostu wiedzy wykorzystywanej w procesach produkcyjnych. W małych i średnich gospodarkach podstawowym źródłem wiedzy jest jej transfer z zagranicy. W wielu gospodarkach transfer wiedzy wyjaśnia większą część postępu technologicznego [Keller, 2004]. Ważną rolę także odgrywa własna działalność badawczo-rozwojowa, która może okazać się niezbędna do udanego transferu wiedzy z zagranicy, a przynajmniej w nim pomocna [Griffith i in. 2004]. Wyniki badań nad kształtowaniem się stopy wzrostu zasobów wiedzy w województwach, podane w tabeli 6, dowodzą o dużym znaczeniu inwestycji w szeroko rozumianą naukę dla długofalowego wzrostu gospodarek, którego tempo zdeterminowane jest wysokością wydatków na tworzenie nowej wiedzy. Otrzymane wartości wynagrodzeń, jakie ukształtują się w stanach ustalonych wyznaczonych za pomocą modeli neoklasycznych, uprawniają do przyjęcia założenia o małym prawdopodobieństwie wyrównywania się poziomów wynagrodzeń pomiędzy województwami w przyszłości. Czynnikiem zmniejszającym różnicowanie wynagrodzeń może być migracja pracowników do dużych, efektywnych ośrodków, gdzie większa część pracowników znajduje zatrudnienie w nowoczesnych sektorach, gdzie wstępują efekty skali i pojawia się szansa na zmniejszanie się dyspersji wynagrodzeń [Piketty 2006], [Kuznets 1955].

BIBLIOGRAFIA

- Acemoglu D. (2002) Directed Technical Change. *Review of Economic Studies*, (69)4, 781-809. <https://doi.org/10.1111/1467-937X.00226>
- Acemoglu D. (2003) Cross-country Inequality Trends. *Economic Journal*, 113(485), F121-F149. <https://doi.org/10.1111/1468-0297.00100>
- Acemoglu D., Anràs P., Helpman E. (2007) Contracts and Technology Adoption. *American Economic Review*, 97(3), 916-943.
- Adamczyk A., Tokarski T., Włodarczyk R. (2009) Przestrzenne różnicowanie płac w Polsce. *Gospodarka Narodowa*, 9, 87-108.
- Aghion P., Howitt P. (1992) A Model of Growth through Creative Destruction. *Econometrica*, (60)2, 323-351.
- Arrow K. (1962) The Economic Implications of Learning by Doing. *Review of Economic Studies*, 29(3), 155-173.
- Bellante D. (1994) Sticky Wages, Efficiency Wages, and Market Processes. *Review of Austrian Economics*, 8, 21-33. <https://doi.org/10.1007/BF01102315>
- Chiang A. (1999) *Elements of Dynamic Optimization*. Waveland Press.
- Cornia G. A., Court J. (2001) *Inequality, Growth and Poverty in the Era of Liberalization and Globalization*. UNU World Institute for Development Economics Research, United Nations University, Helsinki.

- Domar E. D. (1946) Capital Expansion, Rate of Growth, and Employment. *Econometrica*, 14(2), 137-147.
- Diamond P. (1965) National Debt in a Neoclassical Growth Model. *American Economic Review*, 55(5), 1126-1150.
- Gottschalk P., Smeeding T. M. (1997) Cross-National Comparison of Earnings and Income Inequality. *Journal of Economic Literature*, (35)2, 633-687.
- Green F., Felstead A., Gallie D. (2003) Computers and the Changing Skill-Intensity of Jobs. *Applied Economics*, 35(14), 1561-1576.
- Griffith R., Redding S., Reenen J. (2004) Mapping the Two Faces of R&D: Productivity Growth in a Panel of OECD Industries. *The Review of Economics and Statistics*, Massachusetts Institute of Technology Press, 86(4), 883-895.
- Grossman G. M., Helpman E. (1991) Quality Ladders in the Theory of Growth. *The Review of Economic Studies*, (58)1, 43-61.
- Harrod R. F. (1939) An Essay in Dynamic Theory. *Economic Journal*, 49(193), 14-33.
- Kaldor N., Mirrlees J. A. (1962).. A New Model of Economic Growth. *The Review of Economic Studies*, 29(3), 174-192.
- Katz L. D. (1999) Changes in the Wage Structure and Earnings Inequality. [w]: Ashenfelter O., Card D. *Handbook of Labor Economics*. Elsevier, (26)3A, Amsterdam.
- Keller W. (2004) International Technology Diffusion. *Journal of Economic Literature*, (42)3, 752-782.
- Kosmalski R. (2023) Równość czy efektywność. Wpływ polityki spójności na procesy wzrostu gospodarczego w województwach. *Gospodarka Narodowa*. The Polish Journal of Economics, 316(4), 54-71. <https://doi.org/10.33119/GN/174278>
- Kremer M., Masking E. (2006) Globalization and Inequality. Working Paper 2008-0087, Weatherhead Center for International Affairs, Harvard University, Cambridge MA.
- Krugman P. (1991) Increasing Returns and Economic Geography. *Journal of Political Economy*, 99(3), s. 483-499.
- Krugman P. (1994) Past and Prospective Causes of High Unemployment. *Economic Review*, 79(4), 23-43.
- Kwiatkowski E. (2002) Bezrobocie. Podstawy teoretyczne. Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Kuznets S. (1955) Economic Growth and Income Inequality. *The American Economic Review*, 45(1), 1-28.
- Malaga K., Kliber P. (2007) Konwergencja i nierówności regionalne w Polsce w świetle neoklasycznych modeli wzrostu. Wydawnictwo AE, Poznań.
- Mankiw N. G., Romer D., Weil D. N. (1992) A Contribution to the Empirics of Economic Growth, *The Quarterly Journal of Economics*, 107(2), 407-437.
- McConnell, C.R., Brue, S.L., Macpherson, D.A. (2006) *Contemporary Labor Economics*, Seventh Edition. McGraw-Hill Irwin, New York.
- Mowczan D., Sztadynger J. (2022) The Relationship between Wage Differentiation and Productivity in Polish Regions. *Gospodarka Narodowa*, 312(4), 60-73. <https://doi.org/10.33119/GN/154835>
- Nelson R., Phelps E. (1966) Investment in Humans, Technological Diffusion, and Economic Growth. *The American Economic Review*, 56(1/2), 69-75.
- Parente S., Prescott E. (2000) *Barriers to Riches*. The Massachusetts Institute of Technology Press, Cambridge.

- Piketty T. (2006) *The Kuznets' Curve, Yesterday and Tomorrow*. [w:] Banerjee A., Benabou R., Mookherjee D. (red.). *Understanding Poverty*. Oxford University Press, 21. <https://doi.org/10.1093/0195305191.003.0004>
- Romer P. M. (1990) Endogenous Technological Change. *Journal of Political Economy*, 98(5), 71-102. <https://doi.org/10.1086/261725>
- Shell K. (1966) Toward A Theory of Inventive Activity and Capital Accumulation. *The American Economic Review*, 56(1/2), 62-68.
- Solow R. M. (1956) A Contribution to the Theory of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economic*, 70(1), 65-94.
- Swan T. W. (1956) Economic Growth and Capital Accumulation. *Economic Record*, (32)2, 334-361.
- Temple J. (2003) The Long-Run Implications of Growth Theories. *Journal of Economic Surveys*, 17(3), 497-510. <https://doi.org/10.1111/1467-6419.00202>
- Tokarski T. (2011) *Ekonomia matematyczna. Matematyczne modele wzrostu gospodarczego*. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne S. A.
- Uzawa H. (1965) Optimal Technical Change in an Aggregative Model of Economic Growth. *International Economic Review*, 6, 18-31. <https://doi.org/10.2307/2525621>
- Westley Ch., Schmidt B. H. (2006) Efficiency Wages: A Critical Assessment. *Journal of Social, Political, and Economic Studies*, 31(2), 163-174.

FACTORS DIVERSITY OF WAGES AND LABOUR DEMAND IN VOIVODESHIPS

Abstract: The aim of the paper is to identify the empirical determinants of the differentiation of labor demand and wages in voivodeships based on neoclassical theory. Its characteristic feature is the belief in perfect flexibility of prices and wages, which always brings markets to equilibrium states. The results obtained, revealed that the neoclassical assumption of perfect elasticity, characteristic of theoretical neoclassical models, is not guaranteed. Voivodeships with high values of elasticity coefficients are also voivodeships with high unemployment rates. The automatic leveling of regional disparities, characteristic of neoclassical theory, will probably not occur in the future either.

Keywords: economic growth, wages, elasticity, neoclassical models

JEL classification: C02, C51, C53, O47