

SEPARACJA FINANSOWYCH SZEREGÓW CZASOWYCH Z WYKORZYSTANIEM DEKORELACJI Z OPÓŹNIENIAMI

Ryszard Szupiluk  <https://orcid.org/0000-0002-4416-7131>

Paweł Rubach  <https://orcid.org/0000-0001-5487-609X>

Kolegium Analiz Ekonomicznych

Szkoła Główna Handlowa w Warszawie

e-mail: ryszard.szupiluk@sgh.waw.pl; pawel.rubach@sgh.waw.pl

Streszczenie: W niniejszym artykule przedstawiono separację finansowych szeregów czasowych za pomocą algorytmów bazujących na procedurze dekorelacji. Wykorzystano do tego algorytmy SOBI oraz AMUSE, które przetestowano i porównano dla rzeczywistych danych rynkowych. Przedstawiono także dyskusję kwestii teoretycznych oraz etodologicznych związanych z algorytmami separacji. Badanie przeprowadzono z wykorzystaniem indeksów giełdowych WIG20 oraz SP500.

Słowa kluczowe: separacja szeregów czasowych, dekorelacja z opóźnieniami, SOBI, AMUSE

JEL classification: C32, C63

WPROWADZENIE

Ślepa separacja sygnałów (ang. Blind Signal Separation – BSS), zwana także ślepa separacją źródeł, to problem odtworzenia zmieszanych i zaszumionych sygnałów źródłowych [Cichocki, Amari 2002], [Common, Jutten 2010]. Przy czym, zarówno sygnały źródłowe jak i system mieszający są *a priori* nieznane, dostępne są wyłącznie dane zmieszane. Badania problemu BSS zaowocowały wieloma metodami, które obecnie można rozważać jako samodzielne techniki dekompozycji, reprezentacji lub transformacji danych. Można tu wymienić m.in.: analizę składowych niezależnych, analizę składowych rzadkich, analizę składowych gładkich oraz algorytmy wieloetapowej dekorelacji takie jak SOBI lub AMUSE. W pewnych sytuacjach do rozwiązań ślepej separacji można zaliczyć także takie metody jak analiza składowych głównych i nieujemna faktoryzacja

<https://doi.org/10.22630/MIBE.2019.20.4.28>

macierzy. W ramach każdej z ww. metod istnieje wiele różnych algorytmów je realizujących [Szupiluk 2013].

W praktycznych zadaniach, podejściem możliwym a często wskazanym, jest stosowanie kilku różnych metod w celu wzajemnej weryfikacji uzyskanych wyników. Zakłada się bowiem, że poszukiwane sygnały charakteryzują się pewną fizyczną odrębnością niezwiązaną z jedną charakterystyką matematyczną. Wybór danej metody warunkowany jest naturą konkretnego problemu, poczynionych założeń *a priori* oraz intuicją oraz preferencjami danego badacza. W przypadku finansowych szeregów czasowych możliwa jest eksploracja ich struktury czasowej co umożliwi zastosowanie algorytmów separacji bazujących na statystykach drugiego rzędu (ang. Second Order Statistics). Otwiera to możliwość zastosowań w zagadnieniach estymacji trendów, eliminacji szumów, modelowania ryzyka oraz konstrukcji portfeli inwestycyjnych.

Można jednak zauważyć, że mimo licznych zastosowań metod BSS w różnych zagadnieniach nauki i techniki ich obecność na gruncie ekonomii i finansów jest stosunkowo skromna. Jednym z powodów tego stanu rzeczy może być mała ilość badań łączących szeregi finansowe z konkretnymi metodami separacji. W szczególności istotne są indywidualne właściwości algorytmów, które mogą być znacząco różne nawet w przypadku algorytmów bazujących na tych samych kryteriach. O ile w przypadkach technicznych lub medycznych owa słaba separacja może być łatwa do zauważenia (np. słyszymy, że rekonstruowany sygnał akustyczny jest poprawny lub nie) a w efekcie skłaniać do korekty parametrów lub zmiany metody, to w przypadku danych finansowych po separacji mamy do czynienia z reguły z pewną bazą komponentów analitycznych, dla których jakość separacji trudno bezpośrednio ocenić.

W niniejszym artykule przeprowadzono badania mające na celu zweryfikowanie w jakim stopniu rzeczywiste finansowe szeregi czasowe mogą być separowane i w jaki sposób zestaw podstawowych parametrów algorytmów wpływa na jakość separacji. W badaniach wykorzystano standardowy algorytm SOBI oraz algorytm AMUSE [Belouchrani, Abed-Maraim, Cardoso, Moulines 1997], [Szupiluk, Cichocki 2001].

ŚLEPA SEPARACJA SYGNAŁÓW

W problemie ślepej separacji zarówno system jak i sygnały źródłowe są nieznanne zaś identyfikacja odbywa się tylko na podstawie zmieszanych danych. W związku z tym, rozwiązanie problemu ślepej separacji sygnałów wymaga przyjęcia pewnych założeń i określenia modelu generującego. Istnieje wiele możliwych modeli generujących m.in. liniowe i nieliniowe, statyczne i dynamiczne [Cichocki, Amari 2002]. Najbardziej typowym jest statyczny model liniowy, dla którego istnieją liczne efektywne rozwiązania [Cardoso, Souloumiac 1996], [Szupiluk 2013]. Ma on postać

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t), \quad (1)$$

gdzie $\mathbf{A} \in R^{(m \times n)}$ oznacza macierz mieszającą o liniowo niezależnych kolumnach, $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ oznacza wektor obserwowanych sygnałów zmieszanych, $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_n]^T$ oznacza wektor poszukiwanych sygnałów źródłowych. W problemie BSS dąży się do odtworzenia sygnałów źródłowych \mathbf{s} przyjmując zwykle liniowy system separujący, określony przez macierz \mathbf{W} , postaci

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{W}\mathbf{x}(t) = \mathbf{W}\mathbf{A}\mathbf{s}(t), \quad (2)$$

gdzie $\mathbf{W} = \mathbf{A}^+$ jest macierzą pseudoodwrotną do \mathbf{A} . Za satysfakcjonujące przyjmuje się rozwiązanie postaci

$$\mathbf{y} = \mathbf{P}\mathbf{D}\mathbf{s}, \quad (3)$$

gdzie: \mathbf{P} – to macierz permutacji określająca kolejność estymowanych sygnałów, \mathbf{D} – diagonalna macierz skalująca. Oznacza to, że estymowane sygnały źródłowe mogą być przeskalowaną oraz uporządkowaną w innej kolejności „wersją” sygnałów \mathbf{s} . Dla uproszczenia zakładamy dalej, $m = n$ oraz $E\{\mathbf{s}\} = \mathbf{0}$, gdzie $E\{\}$ oznacza wartość oczekiwaną. W efekcie cały problem separacji dla modelu (1) sprowadza się do poszukiwania takiej macierzy \mathbf{W} , że zachodzi

$$\mathbf{W}\mathbf{A} = \mathbf{P}\mathbf{D} = \mathbf{G}, \quad (4)$$

gdzie \mathbf{G} oznacza globalną macierz permutacji. Rozwiązanie tak postawionego problemu może wymagać dodatkowych założeń związanych ze specyfiką danego rozwiązania.

SEPARACJA ZA POMOCĄ WIELU MACIERZY KOWARIACJI

Ślepa separacja sygnałów na bazie statystyk drugiego rzędu (BSS SOS) jest zasadniczo możliwa dla sygnałów posiadających strukturę czasową (kolejność obserwacji jest istotna) nie będących jednocześnie białymi szumami. Należy założyć także, że sygnały źródłowe są statystycznie niezależne (w następnym rozdziale omówiono bardziej szczegółowo kwestię tych założeń). W podejściu BSS SOS wymagane jest zwykle użycie wielu macierzy korelacji z opóźnieniami w postaci

$$\mathbf{R}_{xx}(p) = E\{\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^T(t-p)\} \quad (5)$$

gdzie p oznacza rząd opóźnienia [Molgedey, Schuster 1994].

W przypadku diagonalizacji wielu macierzy kowariancji, wyróżnić można dwa zasadnicze podejścia. Pierwszy sposób to znalezienie transformacji jednocześnie diagonalizującej (na tyle na ile to jest możliwe) wszystkie macierze kowariancji. Można to sformułować jako poszukiwanie takiej macierzy ortogonal-

nej U , że dla zestawu L macierzy $M_i \in R^{m \times m}$ (np. macierzy kowariancji) zachodzi

$$M_i = UD_iU^T + \varepsilon_i, \quad (6)$$

gdzie D_i oznacza macierze diagonalne, ε_i jest błędem dekompozycji (6). Problem wspólnej diagonalizacji można sprowadzić do zagadnienia minimalizacji funkcji celu postaci

$$J(U, D_i) = \sum_{i=1}^L \|M_i - UD_iU^T\|_F^2. \quad (7)$$

Sposoby wyznaczania takich macierzy opisano m.in. w [Cardoso, Souloumiac 1996]. Reprezentantem tej klasy rozwiązań jest algorytm SOBI [Belouchrani, Abed-Maraim, Cardoso, Moulines 1997].

Algorytm SOBI

Podstawowa wersja algorytmu SOBI zakłada wykorzystanie czterech macierzy kowariancji. Ma ona następującą postać.

1. Dokonywana jest dekokorelacja danych za pomocą transformacji liniowej $z(t) = Qx(t)$, gdzie $Q = A^{-1/2}U^T$ jest macierzą otrzymaną z dekompozycji względem wartości własnych macierzy kowariancji $R_{xx}(0) = UAU^T$, gdzie $U = R^{m \times m}$ jest macierzą ortogonalną wektorów własnych zaś $A = \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_m\}$ jest diagonalną macierzą wartości własnych.
2. Dla zdekorelowanych danych $z(t)$ obliczane są macierze kowariancji $R_{zz}(p_i)$ dla różnych $i = 1, \dots, K$.
3. Znajdowana jest wspólna macierz diagonalizująca U taka, że zachodzi

$$R_{zz}(p_i) = UD_iU^T, \quad (8)$$

gdzie $\{D_i\}$ jest zbiorem macierzy diagonalnych.

4. Macierz separująca przyjmowana jest w postaci $W = U^TQ$.

Algorytm AMUSE

Alternatywnym podejściem w stosunku do łącznej diagonalizacji, jest technika sekwencyjna. Przewagą tego podejścia jest prostota implementacji algorytmów, niewymagająca dodatkowych procedur numerycznych łącznie diagonalizujących macierze. Przykładem takiej metody jest algorytm AMUSE [Szupiluk, Cichocki 2001], [Tong, Soon, Huang, Liu 1991]. Podejście to polega na dokonaniu kolejnych dekokorelacji dla przynajmniej dwóch macierzy kowariancji, zwykle są to macierze z $p = \{0, 1\}$. Ta dwukrokowa wersja oznacza jednak

rygorystyczne zawężenie skutecznej separacji do modelu liniowego. Bardziej elastyczną metodę można uzyskać wprowadzając większą liczbę opóźnień. Algorytm AMUSE w standardowej wersji ma następującą postać.

1. Przyjmuje się $\mathbf{z}(t) = \mathbf{x}(t)$, $p = 0$.
2. Obliczana jest macierz $\mathbf{R}_{zz}(p)$
3. Dokonywany jest rozkład względem wartości osobliwych (SVD) macierzy $\mathbf{R}_{zz}(p)$

$$\mathbf{R}_{zz}(p) = \mathbf{U}_p \boldsymbol{\Sigma}_p \mathbf{V}_p^T, \quad (9)$$

gdzie $\mathbf{U} \in R^{m \times m}$ oraz $\mathbf{V} \in R^{m \times m}$ są macierzami ortogonalnymi, zaś $\boldsymbol{\Sigma} = \text{diag}\{\sigma_1, \dots, \sigma_m\}$ jest diagonalną macierzą wartości osobliwych.

Możliwe jest także wykorzystanie w tym kroku rozkładu względem wartości własnych postaci $0.5(\mathbf{R}_{zz}(p) + \mathbf{R}_{zz}^T(p)) = \mathbf{U} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{U}^T$.

4. Wykonywana jest transformacja przy danym opóźnieniu

$$\mathbf{y}(t) = \boldsymbol{\Sigma}_p^{-1/2} \mathbf{U}_p^T \mathbf{z}(t). \quad (10)$$

5. Przyjmując $\mathbf{z}(t) = \mathbf{y}(t)$, $p = p + 1$ i powtarzane są punkty 2-4 aż do założonego punktu zatrzymania.

Efekt działania algorytmu AMUSE dla $p = 0$ oraz $p = 1$ można przedstawić w postaci następujących równań

$$\mathbf{U}_1^T \mathbf{D} \boldsymbol{\Sigma}_0^{-1/2} \mathbf{U}_0^T \mathbf{A} \mathbf{R}_{ss}(p_1) \mathbf{A}^T \mathbf{U}_0 \boldsymbol{\Sigma}_0^{-1/2} \mathbf{U}_1 = \mathbf{D}_1, \quad (11)$$

$$\mathbf{U}_1^T \mathbf{D} \boldsymbol{\Sigma}_0^{-1/2} \mathbf{U}_0^T \mathbf{A} \mathbf{R}_{ss}(p_2) \mathbf{A}^T \mathbf{U}_0 \boldsymbol{\Sigma}_0^{-1/2} \mathbf{U}_1 = \mathbf{D}_2, \quad (12)$$

gdzie \mathbf{D}_1 oraz \mathbf{D}_2 oznaczają pewne macierze diagonalne.

Z równań (11) oraz (12) wynika, że dla danych separowanych odtwarzana jest struktura statystyczna sygnałów źródłowych, przy czym proces separacji wiąże się z diagonalizacją zestawu macierzy kowariancji, gdzie za macierz separującą można przyjąć $\mathbf{W} = \mathbf{U}_1^T \boldsymbol{\Sigma}_0^{-1/2} \mathbf{U}_0^T$. Zauważmy, że w takim przypadku efektywna separacja wiąże się z czysto algebraiczną operacją diagonalizacji macierzy, której skuteczność jest w praktyce niezależna od wartości macierzy mieszającej \mathbf{A} . W efekcie, znacząco odróżnia to działanie algorytmu AMUSE od działania algorytmu SOBI, w którym proces diagonalizacji związany jest z zadaniem optymalizacyjnym – mimo ideowych podobieństw związanych z diagonalizacją wielu macierzy kowariancji. Algorytm AMUSE może być modyfikowany dla przypadków korelacji nieliniowych oraz filtrowanych macierzy kowariancji [Szupiluk, Ząbkowski, Soboń 2016].

SEPARACJA FINANSOWYCH SZEREGÓW CZASOWYCH - ASPEKTY METODYCZNE

Separacja finansowych szeregów czasowych czyni wskazanym dokonanie pewnej dyskusji metodycznej obejmującej zarówno kwestie procesu separacji jak i aspektu związanego ze specyfiką danych finansowych. Przede wszystkim należy określić jakie dane będą separowane w odniesieniu do danych instrumentów finansowych. Wiąże się z tym także aspekt wyboru metody separacji. W przypadku bezpośrednich wartości instrumentu (ceny) mamy zwykle do czynienia z danymi niestacjonarnymi zawierającymi trendy. Choć przy odpowiedniej interpretacji możliwe jest zastosowanie algorytmów dekorelacji w takiej sytuacji, to ten przypadek wydaje się zasadniczo adekwatny dla metod separacji takich jak nieujemna faktoryzacja macierzy [Szupiluk, Rubach 2018]. Dlatego algorytmy omawiane w niniejszym artykule zastosowane zostaną do danych w postaci logarymicznych stóp zwrotu.

Przyjmuje się, że skuteczna separacja sygnałów na bazie dekorelacji wg statystyk drugiego rzędu wymaga aby sygnały źródłowe były wzajemnie statystycznie niezależne lub przynajmniej nieskorelowane oraz miały różne funkcje autokorelacji, nie powinny być także białymi szumami [Cichocki, Amari 2002]. W praktyce jednak owe założenia, podobnie jak założenia o liniowym systemie mieszającym należy traktować jako model i założenia robocze. Ich spełnienie (lub niespełnienie) nie musi przesądzać o skutecznej separacji w danym przypadku. Służą one głównie do teoretycznego wyprowadzenia algorytmu separacji i nie przesądzają ani nie określają rzeczywistej natury zjawiska. Należy tu wspomnieć o stosunkowo dużej tolerancji przyjętego modelu w stosunku do rzeczywistego systemu. Co więcej, w praktycznych sytuacjach, najczęściej nie ma możliwości weryfikacji tych założeń, gdyż odnoszą się one do ukrytych komponentów (sygnały źródłowe), które dopiero są poszukiwane. Dlatego często dopiero na podstawie otrzymanych wyników można stwierdzić, czy dane podejście było skuteczne.

Jednak w przypadku danych technicznych takich jak np. sygnały mowy dość łatwo jest ocenić skuteczność separacji to w przypadku danych finansowych otrzymane sygnały źródłowe można rozważać najczęściej jako zbiór pewnych komponentów analitycznych. Ich bezpośrednia interpretacja jest związana z metodą ich uzyskania. Jeżeli jednak podobne wyniki uzyskano za pomocą różnych metod, w szczególności bazujących na odmiennych kryteriach matematycznych, to mamy silną podstawę do traktowania otrzymanych sygnałów źródłowych jako komponentów odrębnych w pewien fizyczny sposób.

Należy także zauważyć, iż mimo intensywnych badań, wysoce efektywne rozwiązania dostępne są w zasadzie tylko dla liniowego i statycznego systemu mieszającego. Metody rozwiązań dla innych modeli są najczęściej różnymi rozwinięciami lub modyfikacjami modelu liniowego.

W stosowanych algorytmach eksplorowana jest struktura czasowa szeregów czasowych, dla której adekwatny może być także opis w ujęciu procesów stochastycznych. Jednak, ze względu na algorytmiczny i instrumentalny charakter rozwiązań, wygodniejszym jest ujęcie w kategoriach zmiennych losowych opóźnianych oraz charakterystyk z nimi związanych takich jak macierze kowariancji z opóźnieniami.

EKSPERYMENT PRAKTYCZNY

W niniejszej części przeprowadzono badania możliwości separacji rzeczywistych szeregów czasowych. Wykorzystano w tym celu indeksy giełdowe WIG20 oraz SP500 z lat 2000-2006 (dziennie stopy zwrotu). Jest to okres sprzed kryzysu finansowego, w którym panowały stosunkowo stabilne relacje ekonomiczne między poszczególnymi rynkami.. Interesować nas będzie głównie sama możliwość dokonania separacji. Oznacza to jednocześnie weryfikację założeń metodycznych, opisanych w poprzednim rozdziale, co w konsekwencji dostarcza także informacji o charakterystyce statystycznej badanych szeregów czasowych. Ponieważ jednak niniejsza praca ma charakter głównie metodyczny nie będziemy dokonywać interpretacji ekonomicznej otrzymanych wyników.

System mieszający jest symulowany jako liniowa transformacja określona przez macierz mieszającą A o danym współczynniku uwarunkowania (rozumianym jako stosunek największej wartości osobliwej macierzy A do najmniejszej). Jakość separacji mierzona jest współczynnikiem wykonania postaci:

$$PI = \frac{1}{m(m-1)} \sum_{i=1}^m \left\{ \left(\frac{\sum_{k=1}^m |g_{ik}|}{\max_j |g_{ij}|} - 1 \right) + \left(\frac{\sum_{k=1}^m |g_{ki}|}{\max_j |g_{ji}|} - 1 \right) \right\}, \quad (13)$$

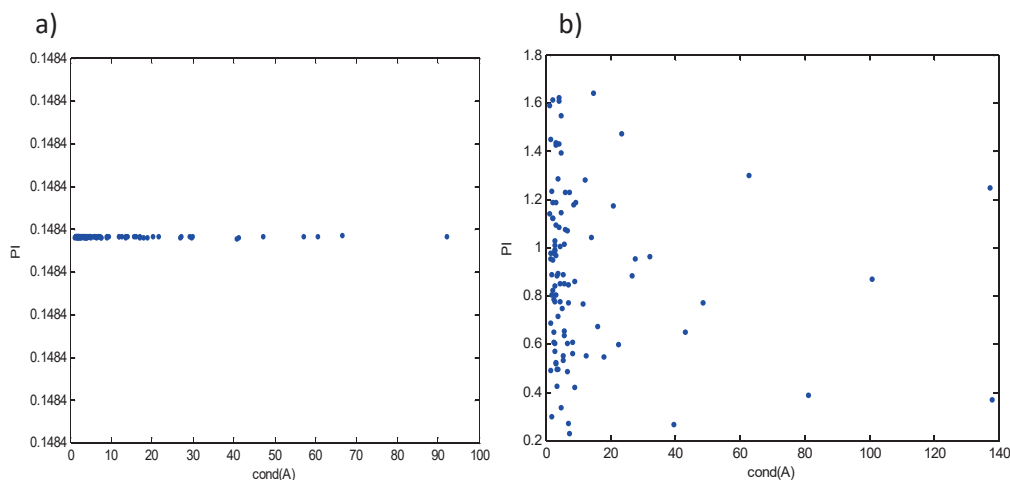
gdzie g_{ij} jest elementem globalnej macierzy permutacji $G = WA = PD$.

Współczynnik PI pozwala określić jak „daleko” jesteśmy od „idealnej” globalnej macierzy permutacji. W przypadku efektywnej separacji w każdej kolumnie oraz każdym wierszu macierzy powinna się znajdować jedna niezerowa wartość. Oznacza to, że sygnały separowane mogą się różnić co do skali (mogą być także odwrócone) oraz kolejności, natomiast są wiernie odtworzone co do kształtu. Na bazie doświadczeń praktycznych można uznać, że wielkości PI poniżej 0,2 oznaczają dobrą jakość separacji.

W pierwszej kolejności sprawdzono analizę wpływu systemu mieszającego na jakość separacji dla algorytmów AMUSE oraz SOBI. Na rysunku 1. widać zależność PI od wartości współczynnika uwarunkowania macierzy mieszającej ($\text{cond}(A)$). W przypadku algorytmu AMUSE w zasadzie nie ma znaczenia wartość $\text{cond}(A)$, natomiast algorytm SOBI jest silnie od tego współczynnika zależny. W przypadku sygnałów finansowych o ograniczonej możliwości wizualnej kontroli jakości separacji mogą to być kluczowe różnice przesądzające o wyborze metody

separacji. Także pod względem jakości separacji algorytm AMUSE jest efektywniejszym rozwiązaniem w tym przypadku. Algorytmy zostały w tym przykładzie użyte ze swoimi domyślnymi parametrami dla algorytmu SOBI są to cztery macierze kowariancji z opóźnieniami, natomiast w przypadku AMUSE dwie.

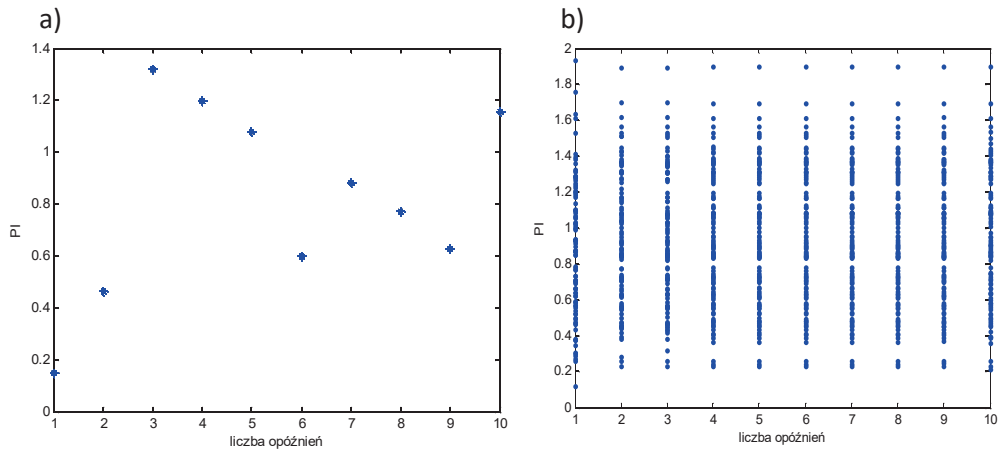
Rysunek 1. Zależność jakości separacji PI od współczynnika uwarunkowania macierzy mieszającej A dla algorytmu AMUSE a) oraz dla algorytmu SOBI b)



Źródło: opracowanie własne

Kolejne badanie poświęcono wpływowi liczby użytych opóźnień (tj. użytych macierzy kowariancji z opóźnieniami) na jakość separacji. Badania przeprowadzono dla stu losowych macierzy mieszających przy każdej wartości opóźnień. W przypadku AMUSE te wartości się pokrywają dla danych opóźnień. Należy mieć na uwadze, że w każdym przypadku dokonywana jest także zwykła dekorrelacja ($p = 0$). W przypadku algorytmu AMUSE najlepsze wyniki otrzymano przy użyciu jednego opóźnienia (oprócz zerowego), rysunek 2a).

Rysunek 2. Zależność jakości separacji od liczby opóźnień dla algorytmu AMUSE a) oraz SOBI b)

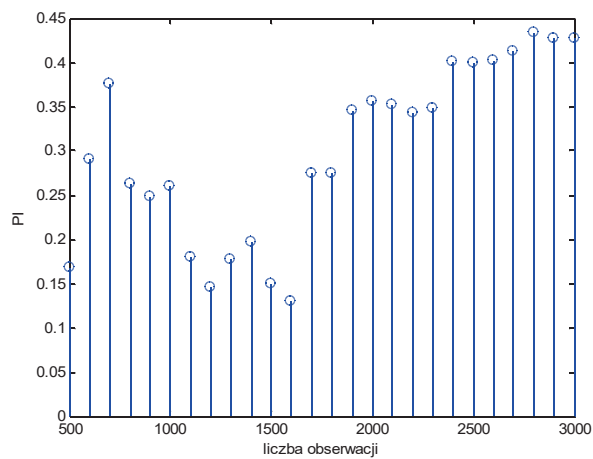


Źródło: opracowanie własne

Natomiast w przypadku algorytmu SOBI przy każdej liczbie opóźnień widać duży rozrzut wyników związany z losowanymi przy danym opóźnieniu macierzami mieszającymi.

Ostatnie badanie poświęcono wpływowi liczby użytych obserwacji na jakość separacji. Badanie to ograniczono do algorytmu AMUSE. Wyniki prezentuje rysunek 3.

Rysunek 3. Zależność jakości separacji od liczby użytych obserwacji



Źródło: opracowanie własne

Jak widać najlepsze wyniki osiągnięto dla 1600 obserwacji, zaś bardziej ogólnie można mówić o stosunkowo dobrej separacji w przedziale ok. 1000 - 1600 obserwacji.

Na zakończenie warto wskazać także wniosek ogólny jaki wynika z przeprowadzonych badań. Otóż, z samego faktu separowalności indeksów WIG oraz SP500 algorytmami SOBI oraz AMUSE wynika, że posiadają one różne funkcje autokorelacji a w szczególności nie są białymi szumami. Oczywiście owe wnioski odnoszą się do badanego okresu.

PODSUMOWANIE

Celem niniejszego artykułu było zbadanie możliwości separacji rzeczywistych, finansowych szeregów czasowych za pomocą algorytmów bazujących na procedurze dekorelacji. W badaniach wykorzystano dwa popularne podejścia jakimi są algorytm SOBI oraz AMUSE. Przeprowadzone badania koncentrowały się na dwóch aspektach. Przede wszystkim chciano otrzymać odpowiedź na pytanie, czy zmieszane w warunkach symulowanych finansowe szeregi czasowe dają się separować. Wyniki przeprowadzonych badań wskazują, że tak. Drugim aspektem było porównanie samych algorytmów wielokrotnej dekorelacji. W tym przypadku podejście sekwencyjne reprezentowane przez algorytm AMUSE okazało się skuteczniejsze od metody jednoczesnej dekorelacji stosowanej w algorytmie SOBI. Mimo dużej popularności algorytmu SOBI w piśmiennictwie technicznym, przeprowadzone wyżej badania dość wyraźnie przemawiają na korzyść algorytmu AMUSE w zakresie jakości separacji, jej jednoznaczności a także prostoty numerycznej – przynajmniej w przypadku separacji indeksów WIG20 oraz SP500. Należy także podkreślić, że autorzy nie podejmują się dokonywania szerszych uogólnień wykraczających poza zakres przeprowadzonych badań. Jednak znaczenie relacji między głównymi indeksami Polski oraz USA jest na tyle duże, że zdaniem autorów uzasadnia to przyjęty zakres zainteresowań. W związku z intencją autorów do dalszych badań związków między WIG20 a SP500, w szczególności badań o charakterze bardziej ekonomicznym na bazie niniejszych prac, zostanie wybrany algorytm AMUSE.

BIBLIOGRAFIA

- Belouchrani A., Abed-Meraim K., Cardoso J.-F., Moulines E. (1997) A Blind Source Separation Technique Using Second Order Statistics. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 45(2), 434-444.
- Cardoso J.-F., Souloumiac A. (1996) Jacobi Angles for Simultaneous Diagonalization. *SIAM Journal Mat. Anal. Appl.*, 17(1), 161-164.
- Cichocki A., Amari S. (2002) *Adaptive Blind Signal and Image Processing*. John Wiley, Chichester.

- Comon P., Jutten Ch. (2010) Handbook of Blind Source Separation, Independent Component Analysis and Applications. Academic Press.
- Molgedey L., Schuster H. G. (1994) Separation of a Mixture of Independent Signals Using Time Delayed Correlations. *Physical Review Letters*, 72, 3634-3636.
- Szupiluk R. (2013) Dekompozycje wielowymiarowe w agregacji predykcyjnych modeli data mining. Oficyna Wydawnicza Szkoły Głównej Handlowej w Warszawie.
- Szupiluk R., Ząbkowski T., Soboń T. (2016) Analysis of Financial Time Series Morphology with AMUSE Algorithm and Its Extensions. *Acta Physica A*, 129(5), 1018-1022.
- Szupiluk R., Cichocki A. (2001) Ślepa separacji sygnałów przy wykorzystaniu statystyk drugiego rzędu. XXIV IC-SPETO, Ustroń, Polska, 485-488.
- Szupiluk R., Rubach P. (2018) Filtracja finansowych szeregów czasowych metodami nieujemnej faktoryzacji macierzy. *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych*, 19(3), 284-292.
- Tong L., Soon V., Huang Y. F., and Liu R. (1991) Indeterminacy and Identifiability of Blind Identification. *IEEE Trans. CAS*, 38, 499-509.

SEPARATION OF FINANCIAL TIME SERIES USING THE DECORRELATION WITH DELAYS

Abstract: In this paper, we present the separation of financial time series using algorithms based on the decorrelation procedure. The SOBI and AMUSE algorithms are used, tested and compared on real stock market data. We also present a discussion of theoretical and methodological issues related to the application of separation algorithms. The study is carried out using the WIG20 and SP500 stock indices.

Keywords: separation of financial time-series, decorrelation with delays, SOBI, AMUSE

JEL classification: C32, C63