

O PROBLEMACH STOSOWALNOŚCI MIERNIKÓW SYNTETYCZNYCH DO PORZĄDKOWANIA OBIEKTÓW

Zbigniew Binderman  <https://orcid.org/0000-0003-2917-4381>

Bolesław Borkowski  <https://orcid.org/0000-0001-6073-6173>

Instytut Ekonomii i Finansów

Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie

e-mail: zbigniew_binderman@sggw.edu.pl; boleslaw_borkowski@sggw.edu.pl

Wiesław Szczesny  <https://orcid.org/0000-0002-8083-4624>

Instytut Informatyki Technicznej

Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie

e-mail: wieslaw_szczesny@sggw.edu.pl

Rafał Zbyrowski  <https://orcid.org/0000-0001-8499-8899>

Katedra Metod Ilościowych, Uniwersytet Warszawski

e-mail: rzbyrowski@wz.uw.edu.pl

Streszczenie: Problem budowy stabilnego wskaźnika syntetycznego służącego do porządkowania obiektów opisanych za pomocą wielu wskaźników cząstkowych był i jest przedmiotem rozważań autorów. W naszych badaniach dążyliśmy do konstrukcji miernika, który byłby mało wrażliwy na dane wejściowe, do wyników, które nie zależałyby od sposobu normalizacji zmiennych, wyboru miary odległości (podobieństwa) i doboru cech. Nasze doświadczenie jest zgodne z wynikami prac wybitnego statystyka amerykańskiego L. Breimana. Pojedynczy klasyfikator (miernik syntetyczny) może być daleki od optymalnego, natomiast kombinacje wielu dają klasyfikator bliski optymalnemu i stabilny. Niestety w przypadku zastosowania „słabych” klasyfikatorów, w wyniku kombinacji można otrzymać klasyfikator jeszcze gorszy. W pracy przedstawiliśmy na praktycznym przykładzie gospodarstw rolniczych w krajach UE objętych badaniem FADN, konsekwencje wyboru wskaźnika syntetycznego przeznaczonego do porządkowania obiektów opisanych wieloma cechami.

Keywords: miernik syntetyczny, porządkowanie liniowe obiektów, klasyfikacja, wagi

JEL classification: C1, G2

WSTĘP

Podstawowym celem wielowymiarowej analizy danych jest dokonanie grupowania i porządkowanie obiektów (jednostek) będących elementami wielowymiarowej przestrzeni cech. Do klasyfikacji i grupowania stosowanych jest wiele metod [Binderman, Borkowski, Szczesny 2018, 2020; Hellwig 1968; Kukuła 2000; Młodak 2006; Gatnar, Walesiak 2009; Zeliaś 2000].

Z naszych dotychczasowych prac wynika, że nie ma jednego uniwersalnego klasyfikatora, dlatego zalecamy stosowanie mierników będących funkcją różnych klasyfikatorów. W naszych badaniach dążyliśmy do konstrukcji miernika, który byłby mało wrażliwy na dane wejściowe, do wyników, które nie zależałyby od sposobu normalizacji zmiennych, wyboru miary odległości (podobieństwa), doboru cech i miernika syntetycznego.

Czytając prace z zakresy taksonomii, zauważyliśmy, że w wielu z nich uzyskuje się rezultaty, które są wynikiem zastosowania jednego doboru cech, jednego sposobu normalizacji zmiennych i jednego klasyfikatora. Skłoniło nas to podjęcia próby konstrukcji nowych mierników, jak również do poprawy używanych mierników. W tych konstrukcjach „wypadkowego” miernika syntetycznego, staraliśmy się wykorzystać głównie różne sposoby normalizacji cech, różne miary podobieństwa i różne „pojedyncze” mierniki syntetyczne. Rozważane mierniki, miały charakter funkcji użyteczności w warunkach niedosytu. Podobne podejście zaprezentowali autorzy w swoich pracach poświęconych analizie struktur [Binderman, Borkowski, Szczesny 2008, 2012, 2013, 2018a; Borkowski i in. 2020].

Taksonomiczny miernik rozwoju zaproponowany został przez Zdzisława Hellwiga w pracy [Hellwig 1968]. Zastosowanie tego miernika pozwala na przeprowadzenie porządkowania regionów, a następnie ich grupowania. Wartości taksonomicznego miernika rozwoju stanowią wypadkową poziomu zmiennych, dotyczących różnych aspektów badanego zjawiska i pozwalają na jego syntetyczny opis. Zaproponowany wówczas miernik wykorzystywał jeden wzorec oraz standaryzację zmiennych.

Nasze doświadczenia są zgodne z wynikami prac wybitnego statystyka amerykańskiego L. Breimana. Jak podaje L. Breiman w pracy [Breiman 1994] pojedynczy klasyfikator (miernik syntetyczny) może być daleki od optymalnego, natomiast kombinacje wielu dają klasyfikator bliski optymalnemu i stabilny. Niestety w przypadku zastosowania „słabych” klasyfikatorów, w wyniku kombinacji można otrzymać klasyfikator jeszcze gorszy [Breiman 1996, 1998].

Rozważając problemy ze statystycznej analizy danych należy dążyć, aby rozważane zagadnienia były poprawnie postawione. W naukach ekonomicznych zagadnienie poprawnie postawione jest różnie rozumiane [Binderman 2015]. Według określeń podanych w serii prac D.M. Jacksona [Jackson 1970, 1969, 1969a] zagadnienie jest poprawnie postawione, jeżeli:

- w wyniku zastosowanego algorytmu otrzymujemy jeden wynik,

- otrzymana klasyfikacja (uporządkowanie) jest stabilna. (tj. otrzymana klasyfikacja nie może być „rażąco odmienna” od klasyfikacji otrzymanych przy małych zmianach dokonanych w danych wejściowych),
- użyty algorytm musi być niezmienniczy względem permutacji, zarówno zmiennych i nazw obiektów, które mają być klasyfikowane. Oznacza to, że algorytm musi być niezależny od etykietowania zmiennych i obiektów,
- użyty algorytm musi być niezależny od skali. Oznacza to, że algorytm musi być niezmienniczy przez mnożenie macierzy podobieństwa, przez stałą dodatnią, różną od zera.

Warunki te są wyraźnie nie wystarczające, ponieważ pomijają całkowicie problem nierozwiązanych kwestii adekwatności konfiguracji poszczególnych klas w stosunku do szczegółowych związków między obiektami, czy do szczególnych potrzeb.

Do porządkowania obiektów stosowanych jest wiele metod. Najczęściej stosowane metody to:

1. Metody bezwzorcowe

- Metoda sum (np. metoda unitaryzacji zerowanej),
- Metoda średnich rang,
- Metody wykorzystujące wykresy radarowe wektorów.

2. Metody wzorcowe

- Metody wykorzystujące jeden wzorec (metoda Hellwiga),
- Metody wykorzystujące dwa lub więcej wzorców (metoda TOPSIS)

Metody wykorzystujące dwa wzorce stosowane były przez wielu autorów (poza metodą TOPSIS, głównie przez A. Binderman i autorów niniejszej pracy: [Binderman A. 2006, 2007, 2001; Binderman, Borkowski, Szczesny 2008, 2015, 2018; Borkowski i in. 2020; Binderman Z. 2010]. Przykład metody wykorzystującej trzy wzorce został podany w pracy autorów [Binderman, Borkowski, Szczesny 2020].

Do mierników „bezwzorcowych” zalicza się mierniki tworzone w oparciu o interpretacje geometryczne. Przykładem takich mierników są tzw. **radarowe mierniki** indukowane przez *s*-normy (*por.*[Borkowski, Wiliński, Szczesny, Binderman Z. 2020; Binderman Z. 2011]). Miary te, jako mierniki bez wzorców, wykorzystują pola wykresów radarowych, indukowanych przez wektory wierszowe macierzy obserwacji zawierającej dane po unormowaniu.

W naszej pracy rolę miernika rozwoju spełnia miernik syntetyczny, zbudowany z mierników wzorcowych jedno i dwuwzorcowych, jak również z miernika bez wzorca. Syntetyczny miernik umożliwił liniowe uporządkowanie rozważanych obiektów i ich podział na klasy.

Przeprowadzona w pracy procedura badawcza składała się z siedmiu, następujących etapów:

1. Dobór zmiennych diagnostycznych.
2. Określenie wag wybranych zmiennych.
3. Normalizacja zmiennych.
4. Przekształcenie destymulant w stymulanty.
5. Obliczenie wypadkowego miernika syntetycznego, jako miernika rozwoju.
6. Wizualizacja otrzymanych wartości wskaźnika syntetycznego.
7. Interpretacja otrzymanych wyników.

Doboru zmiennych diagnostycznych dokonano w oparciu o kryteria ocen merytoryczno-formalnych własności zmiennych oraz kryteria wartości informacyjnej zmiennych. Procedurę wyznaczania wag wybranych zmiennych diagnostycznych, przeprowadzono w dwóch wariantach. W wariacie pierwszym, ustalono, że wybrane zmienne mają podobny wpływ na badane zjawisko, tj. w obliczeniach przyjęto, że zmienne mają identyczne wagi. W drugim wariacie, wybór wag został oparty o współczynniki korelacji i miary rozproszenia. Normalizacja zmiennych polegała na zastosowaniu metody unitaryzacji zerowanej oraz standaryzacji [Kukuła 2000; Zeliaś 2000].

OPIS ZASTOSOWANYCH METOD PORZĄDKOWANIA OBIEKTÓW.

W dalszej części bez straty ogólności rozważań założymy, że dane zjawisko jest opisane przez zmienne będące stymulantami. Osiągnąć to można np. poprzez zmianę zwrotu osi współrzędnych określającej położenie destymulant oraz przez odpowiednie przekształcenie nominant.

Rozważmy teraz problem polegający na porządkowaniu $m \in \mathbb{N}$ obiektów $\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \dots, \mathbf{Q}_m$ opisanych za pomocą $n \in \mathbb{N}$ zmiennych (cech). Niech wektor $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})$, $i=1, 2, \dots, m$, opisuje i -ty obiekt \mathbf{Q}_i . To jest

$$\mathbf{x}_i \sim \mathbf{Q}_i, \quad i=1, 2, \dots, m.$$

Jeżeli $x_{ik} > x_{jk}$ ($x_{ik} \geq x_{jk}$) dla $k=1, 2, \dots, n$, to pisać będziemy $\mathbf{x}_i > \mathbf{x}_j$, ($\mathbf{x}_i \geq \mathbf{x}_j$), gdzie $i, j \in [1, m]$. Jeżeli $\mathbf{x}_i > \mathbf{x}_j$ i $\mathbf{x}_i \neq \mathbf{x}_j$ to naturalnym jest nazywać obiekt \mathbf{x}_i (\mathbf{Q}_i) lepszym (czyli wyżej ocenianym) od obiektu \mathbf{x}_j (\mathbf{Q}_j). Oznacza to, że żadna ze składowych wektora \mathbf{x}_i nie jest mniejsza od odpowiednich składowych wektora \mathbf{x}_j , a przynajmniej jedna z nich ma wartość większą, tj. istnieje takie $k \in [1, n]$, że $x_{ik} > x_{jk}$.

Przyjmijmy ponadto następujące oznaczenia:

$$x_{m+1,k} \stackrel{\text{def}}{=} \max_{1 \leq i \leq m} x_{ik}, \quad x_{0,k} \stackrel{\text{def}}{=} \min_{1 \leq i \leq m} x_{ik}$$

$$\mathbf{x}_0 := (x_{0,1}, x_{0,2}, \dots, x_{0,n}) \sim \mathbf{Q}_0, \quad \mathbf{x}_{m+1} := (x_{m+1,1}, x_{m+1,2}, \dots, x_{m+1,n}) \sim \mathbf{Q}_{m+1}.$$

Oczywistym jest, że tak określone obiekty \mathbf{x}_0 , \mathbf{x}_{m+1} (być może fikcyjne) są nie lepsze, nie gorsze od pozostałych $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m$, tj.

$$\mathbf{x}_{m+1} \geq \mathbf{x}_i \text{ oraz } \mathbf{x}_i \geq \mathbf{x}_0 \text{ dla każdego } i = 1, \dots, m.$$

W przypadku gdy obiekty \mathbf{x}_0 i \mathbf{x}_{m+1} są różne od rozważanych obiektów $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m$, to obiekty te spełniają rolę **obektu najlepszego**, **obektu najgorszego**, odpowiednio i będą traktowane w ramach tej pracy, jako **wzorcy**. Otrzymano w ten sposób $m+2$ obiektów $\mathbf{Q}_0, \mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \dots, \mathbf{Q}_m, \mathbf{Q}_{m+1}$ z których każdy opisany został przez n cech X_1, X_2, \dots, X_n . Wartości przyjętych zmiennych diagnostycznych dla rozważanych m obiektów, utworzyły macierz

$$\mathbf{X} := [x_{ij}]_{i \times j}, \quad i=1, 2, \dots, m, j=1, \dots, n,$$

o wymiarach $m \times n$. W macierzy tej wiersze reprezentują obiekty, natomiast kolumny, uporządkowany zestaw zmiennych tych obiektów.

Na podstawie wartości przyjętych zmiennych diagnostycznych, dla m obiektów stworzono wyżej dwa stałe (statyczne), hipotetyczne obiekty: minimalny \mathbf{Q}_0 oraz maksymalny \mathbf{Q}_{m+1} , opisane odpowiednio za pomocą najmniej i najbardziej korzystnego zestawu wartości cech. Obiekty te będą więc reprezentowane przez wektory wzorcowe \mathbf{x}_0 oraz \mathbf{x}_{m+1} o n składowych każdy. Uwzględniając te obiekty (czyli wstawiając do macierzy \mathbf{X} obserwacji, wektory \mathbf{x}_0 i \mathbf{x}_{m+1} , jako wiersz $m+1$ i $m+2$, odpowiednio) otrzymujemy macierz dołączoną \mathbf{X}^* .

Wygodnie jest w dalszej części rozważań rozpatrywać zbiór m obiektów, jako zbiór opisany przez znormalizowaną macierz obserwacji \mathbf{U} o wymiarach $m \times n$, *indukowaną przez macierz \mathbf{X} oraz macierz indukowaną przez macierz dołączoną \mathbf{X}^* o wymiarach $(m+2) \times n$ (czyli np. po dokonaniu standaryzacji lub unitaryzacji zerowanej poszczególnych kolumn macierzy \mathbf{X} oraz analogicznie znormalizowanych tych dwu dodatkowych wierszy dołożonych odpowiadających \mathbf{x}_0 i \mathbf{x}_{m+1} , odpowiednio). Taką znormalizowaną, dołączoną macierz, przez analogię do \mathbf{X}^* , oznaczać będziemy symbolem*

$$\mathbf{U}^* = [u_{ij}]_{i \times j}, \quad i=1, 2, \dots, m, 0, m+1; j=1, \dots, n.$$

W dalszej części rozważań znormalizowane wektory wierszowe \mathbf{x}_0 i \mathbf{x}_{m+1} oznaczać będziemy przez

$$\mathbf{u}_0 \text{ i } \mathbf{u}_{m+1},$$

odpowiednio.

Niech d oznacza dowolną metrykę Minkowskiego:

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \left[\sum_{j=1}^n |x_j - y_j|^p \right]^{\frac{1}{p}}, \quad \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n), \mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in \mathfrak{R}^n, \quad 1 \leq p < \infty.$$

W polskiej literaturze, do porządkowania i klasyfikacji obiektów wykorzystuje się następujące wzory mierników syntetycznych (por. np. [Hellwig 1968; Młodak 2006]):

1. Miernik wzorcowy Z. Hellwiga

$$m(\mathbf{u}_i) = 1 - \frac{d_i}{\bar{d} + 2\sigma(D)}, \quad i=0,1,\dots,m,m+1.$$

gdzie D oznacza dodatkową kolumnę, która w każdym wierszu ma wartość równa odległości Minkowskiego dla parametru $p=2$, od wzorca pozytywnego \mathbf{u}_{m+1} , a \bar{d} oraz $\sigma(D)$ oznaczają, odpowiednio średnią i odchylenie standardowe z kolumny D dla wierszy $i=1,\dots,m$.

2. Bezwzorcowy miernik m określony wzorem :

$$m(\mathbf{u}_i) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m u_{ij}, \quad i=0,1,\dots,m,m+1; j=1,2,\dots,n,$$

znany, jako miernik obiektu M . Cieślak (K. Kukuły), gdzie macierz $\mathbf{U}=[u_{ij}]_{m \times n}$ powstała poprzez normalizację macierzy obserwacji \mathbf{X} , nazywaną unitaryzacją zerowaną (por. [Cieślak 1974, 1993; Kukuła K. 2000]). Natomiast w przypadku, gdy zastosujemy, jako normalizację podstawową przekształcenie ilorazowe (czyli podzielenie przez średnią kolumnową z każdej kolumny macierzy \mathbf{X}), to wskaźnik określony tym wzorem występuje pod nazwą miernika Pluty [Pluta 1976].

3. Miernik wykorzystujący dwa wzorce TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution) [Hwang, Yoon 1981]:

$$m(\mathbf{u}_i) = \frac{d(\mathbf{u}_0, \mathbf{u}_i)}{d(\mathbf{u}_0, \mathbf{u}_i) + d(\mathbf{u}_{m+1}, \mathbf{u}_i)}, \quad i=1,2,\dots,m;$$

gdzie d oznacza tu metrykę Euklidesa (metryka Minkowskiego z $p=2$).

Rekomendujemy aby do porządkowania i grupowania obiektów wykorzystywać jednocześnie dwa wzorce „najgorszy”- \mathbf{Q}_0 i „najlepszy” \mathbf{Q}_{m+1} , jak również funkcje użyteczności w warunkach niedosytu. Wyniki naszych dotychczasowych badań i A. Binderman [Binderman A. 2006, 2007], wyraźnie wskazują, że wykorzystywanie tylko jednego wzorca może doprowadzić do takiej sytuacji, że obiekt uznany za najlepszy według jednej metody, może okazać się najgorszy, według drugiej metody.

Warto podkreślić, że mierniki syntetyczne pozwalają zarówno uporządkować rozważane obiekty, jak również dokonać ich grupowania według zadanych przez użytkownika progów.

Dużą klasę mierników syntetycznych wykorzystywanych w badaniach naukowych i praktyce gospodarczej można wyrazić jako odległość od jednego lub dwu wzorców. Jeśli symbolem d oznaczmy miarę odległości między obiektami, symbolami \mathbf{u}_{min} , \mathbf{u}_{max} wektory opisujące, odpowiednio obiekt *najgorszy* i *najlepszy* {w naszym przypadku $\mathbf{u}_{min}=\mathbf{u}_0$, $\mathbf{u}_{max}=\mathbf{u}_{m+1}$ }, charakteryzowane za pomocą cech będących stymulantami, to dla $\mathbf{x} \in [\mathbf{u}_{min}, \mathbf{u}_{max}]$ znane z literatury są następujące mierniki syntetyczne [Hellwig 1968; Kukuła 2000; Binderman A. 2006, 2007; Hwang, Yoon 1981]:

$$M_1(\mathbf{u}) = \frac{d(\mathbf{u}_{min}, \mathbf{u})}{d(\mathbf{u}_{min}, \mathbf{u}_{max})},$$

$$M_2(\mathbf{u}) = 1 - \frac{d(\mathbf{u}_{max}, \mathbf{u})}{d(\mathbf{u}_{min}, \mathbf{u}_{max})},$$

$$M_3(\mathbf{u}) = \frac{M_1(\mathbf{u})+M_2(\mathbf{u})}{2} = \frac{1}{2} + \frac{d(\mathbf{u}_{min}, \mathbf{u})-d(\mathbf{u}_{max}, \mathbf{u})}{2d(\mathbf{u}_{min}, \mathbf{u}_{max})},$$

$$M_4(\mathbf{u}) = \sqrt{M_1(\mathbf{u})M_2(\mathbf{u})}$$

$$M_5(\mathbf{u}) = \frac{M_1(\mathbf{u})}{1+M_1(\mathbf{u})-M_2(\mathbf{u})} = \frac{d(\mathbf{u}_{min}, \mathbf{u})}{d(\mathbf{u}_{min}, \mathbf{u})+d(\mathbf{u}_{max}, \mathbf{u})}.$$

Mierniki M_1 i M_2 wykorzystują w zasadzie tylko jeden wzorzec, natomiast mierniki M_3 , M_4 , M_5 , wykorzystują dwa wzorce. Mierniki te można potraktować jako narzędzia rozwiązywania wielokryterialnych problemów decyzyjnych. Mierniki M_1 i M_2 wykorzystują jedno kryterium natomiast M_3 , M_4 , M_5 wykorzystują dwa kryteria.

Podane wyżej mierniki są znormalizowane tj.

$$0 \leq M_k(\mathbf{u}) \leq 1 \text{ dla } \mathbf{u} \in \langle \mathbf{u}_0, \mathbf{u}_{m+1} \rangle \text{ dla } k=1,2,\dots,5.$$

Zauważmy ponadto, że:

$$M_k(\mathbf{u}_0) = 0, M_k(\mathbf{u}_{m+1}) = 1.$$

W pracy [Hellwiga 1968] podany miernik obiektów przy zastosowaniu standaryzacji cech, wykorzystuje obiekt najlepszy \mathbf{u}_{max} i miernik M_2 . Miernik M_5 związany jest z metodą TOPSIS [Hwang, Yoon 1981]. Metodę TOPSIS można zakwalifikować do metod rankingowych służących do podejmowania decyzji wielokryterialnych. Metodami tego typu są również znane metody SAW (*Simple Additive Weighting*) oraz AHP (*Analytical Hierarchy Process*).

W szeregu prac m.in. [Binderman A. 2006, 2007, 2011] podano teorie i zastosowania miernika M_3 (M_4) w ocenie regionalnego zróżnicowania rolnictwa w Polsce, pokazano, że stosowanie metod opartych tylko na jednym wzorcu, w wielu przypadkach prowadzi do otrzymania błędnych wyników, które nie spełniają warunków poprawności, według Jacksona, zobacz również [Kukuła, Luty 2017].

WYNIKI ANALIZY DANYCH

Aby zilustrować problem budowy stabilnego wskaźnika syntetycznego służącego do porządkowania obiektów opisanych za pomocą wielu wskaźników cząstkowych wykorzystaliśmy dane z lat 2004-2019 dotyczące efektywności gospodarstw w krajach UE specjalizujących się w uprawach polowych. Jako cel przyjęliśmy uporządkowanie krajów UE pod względem efektywności oraz zmiany poziomu efektywności w tej zbiorowości krajów w badanym okresie. Jako zestaw zmiennych do oceny efektywności gospodarowania w kraju UE przyjęto następujący (według autorskiego wyboru) zestaw:

- X1 – wartość produkcji roślinnej na 1 ha UR (SE136)),
- X2 – wartość dodana bruto w zł (SE410)),
- X3 – wartość dodana brutto na jednostkę produkcji roślinnej (SE410 / SE135),
- X4 – powierzchnia UR (SE026),
- X5 – czas pracy na jednostkę powierzchni (SE011))/ (SE026),
- X6 – udział pracy na pozostałą działalność zarobkową w ogółem nakładów pracy (%) (Share of OGA work /AWU (SE022),
- X7 – maszyny, urządzenia i środki transportu (SE455),
- X8 – nawozy w zł (SE295),
- X9 – środki ochrony roślin w zł (SE300),
- X10 – dopłaty do produkcji roślinnej (SE (610) + (611) +(612) + (613) +(631),
- X11 – amortyzacja w zł (SE360),
- X12 – wielkość ekonomiczna (SE005).

Zmienne X5, X6 i X11 to destymulanty, a pozostałe zmienne to stymulanty.

Dane zostały znormalizowane dwoma najbardziej popularnymi sposobami, a mianowicie przy wykorzystaniu formuły unitaryzacji zerowanej oraz standaryzacji. Wykorzystaliśmy dwa zestawy wag $v1$ oraz $v2$: czyli wagi jednakowe oraz wagi wykorzystujące macierz korelacji pomiędzy zmiennymi X1-X12 i miary rozproszenia tych zmiennych po unormowaniu. Jako wskaźniki syntetyczne przyjęto te najbardziej popularne: W1 i W2 oraz WS1 i WS2, to średnia lub średnia ważona w wierszu macierzy danych znormalizowanych odpowiednio przy wykorzystaniu unitaryzacji zerowanej i standaryzacji, W3 i W6 oraz WS3 i WS6, to wskaźniki wykorzystujące wzorzec negatywny oraz odpowiednio wagi $v1$ i $v2$ oraz normalizację (unitaryzację zerowaną i standaryzację). Analogicznie W4 i W7 oraz WS4 i WS7 to wskaźniki wykorzystujące wzorzec pozytywny. Natomiast W5 i W8 oraz WS5 i WS8 to wskaźniki wykorzystujące dwa wzorce (metoda TOPSIS). W ten sposób mamy 16 możliwych rankingów w każdym roku z badanego okresu. Można też dokonać podziału krajów na grupy pod względem efektywności tego sektora w poszczególnych krajach UE.

Wyniki przeprowadzonych obliczeń wskazują, że rankingi są nawet znacząco różniące się w zależności od użytego wskaźnika syntetycznego. W tabeli 2 przedstawiono jak wyglądają rankingi w roku 2019. Natomiast podobieństwo tych rankingów mierzone wartością wskaźnika podobieństwa dwu wektorów, który liczy się takim samym wzorem jak współczynnik korelacji zamieszczono w górnym trójkącie tabeli 1. Ponadto w tabeli 1 w dolnym trójkącie zamieszczono współczynniki korelacji pomiędzy wartościami 17 wskaźników syntetycznych w całym badanym okresie 2004-2019.

Tabela 1. Współczynniki korelacji pomiędzy wartościami wskaźników 17 wskaźników syntetycznych w okresie 2004-2019 (dolny lewy trójkąt tabeli) oraz współczynniki korelacji pomiędzy rangami wartości tych wskaźników w roku 2019 (górną trójkąt tabeli)

	W1	W2	W3	W4	W5	W6	W7	W8	WS1	WS2	WS3	WS4	WS5	WS6	WS7	WS8	W _{sr}
W1		0.973	0.792	0.984	0.985	0.752	0.979	0.984	0.931	0.859	0.689	0.932	0.913	0.832	0.851	0.907	0.974
W2	0.984		0.824	0.952	0.982	0.812	0.987	0.983	0.861	0.792	0.607	0.875	0.832	0.735	0.806	0.822	0.924
W3	0.927	0.930		0.739	0.859	0.978	0.778	0.86	0.698	0.538	0.725	0.645	0.722	0.585	0.518	0.707	0.759
W4	0.981	0.960	0.841		0.958	0.701	0.956	0.957	0.956	0.913	0.694	0.968	0.935	0.885	0.905	0.932	0.98
W5	0.995	0.986	0.939	0.974		0.823	0.973	0.999	0.88	0.792	0.657	0.878	0.87	0.772	0.788	0.863	0.939
W6	0.876	0.920	0.971	0.787	0.896		0.758	0.825	0.647	0.488	0.692	0.609	0.661	0.521	0.478	0.639	0.717
W7	0.971	0.975	0.839	0.990	0.969	0.813		0.974	0.874	0.813	0.604	0.895	0.845	0.747	0.837	0.836	0.932
W8	0.995	0.986	0.938	0.974	1.000	0.896	0.969		0.882	0.791	0.661	0.879	0.871	0.771	0.786	0.861	0.94
WS1	0.940	0.881	0.821	0.944	0.926	0.709	0.909	0.926		0.945	0.817	0.977	0.987	0.947	0.914	0.978	0.982
WS2	0.894	0.837	0.732	0.922	0.876	0.619	0.895	0.876	0.979		0.668	0.968	0.921	0.96	0.983	0.921	0.911
WS3	0.814	0.737	0.817	0.758	0.804	0.684	0.705	0.804	0.901	0.832		0.722	0.861	0.773	0.591	0.851	0.781
WS4	0.923	0.875	0.745	0.963	0.911	0.652	0.939	0.911	0.976	0.976	0.807		0.949	0.938	0.959	0.938	0.966
WS5	0.922	0.862	0.812	0.926	0.914	0.700	0.890	0.914	0.991	0.962	0.925	0.970			0.877	0.994	0.97
WS6	0.827	0.745	0.756	0.804	0.806	0.616	0.753	0.806	0.929	0.918	0.945	0.863	0.935		0.91	0.955	0.907
WS7	0.857	0.814	0.646	0.918	0.843	0.555	0.904	0.843	0.937	0.975	0.733	0.980	0.927	0.828		0.875	0.891
WS8	0.921	0.861	0.812	0.925	0.913	0.700	0.888	0.912	0.990	0.961	0.925	0.969	0.999	0.935	0.925		0.961
W _{sr}	0.986	0.957	0.893	0.979	0.981	0.820	0.964	0.981	0.979	0.947	0.863	0.964	0.970	0.885	0.914	0.969	

Źródło: opracowanie własne

Łatwo można sprawdzić (np. sumując wiersze macierzy korelacji powstałych z tych dwu trójkątnych z tabeli 1), że zarówno w przypadku rankingów, w 2019 roku jak i wartości 17 wskaźników, w całym okresie najbardziej podobnym do innych jest wskaźnik W_{sr} . Wskaźnik utworzony, jako średnia arytmetyczna z wartości pozostałych 16-tu wskaźników, po ich unormowaniu przy użyciu techniki zwanej unitaryzacją zerowaną. W przypadku takiego zestawu nie przypadkowo nieznacznie gorszym reprezentantem (rozważając podobieństwo do innych) jest wskaźnik W1. Między innymi w literaturze przedmiotu w przypadku, gdy nie ma wskazań eksperckich dotyczących wag rekomenduje się zazwyczaj używanie wskaźników

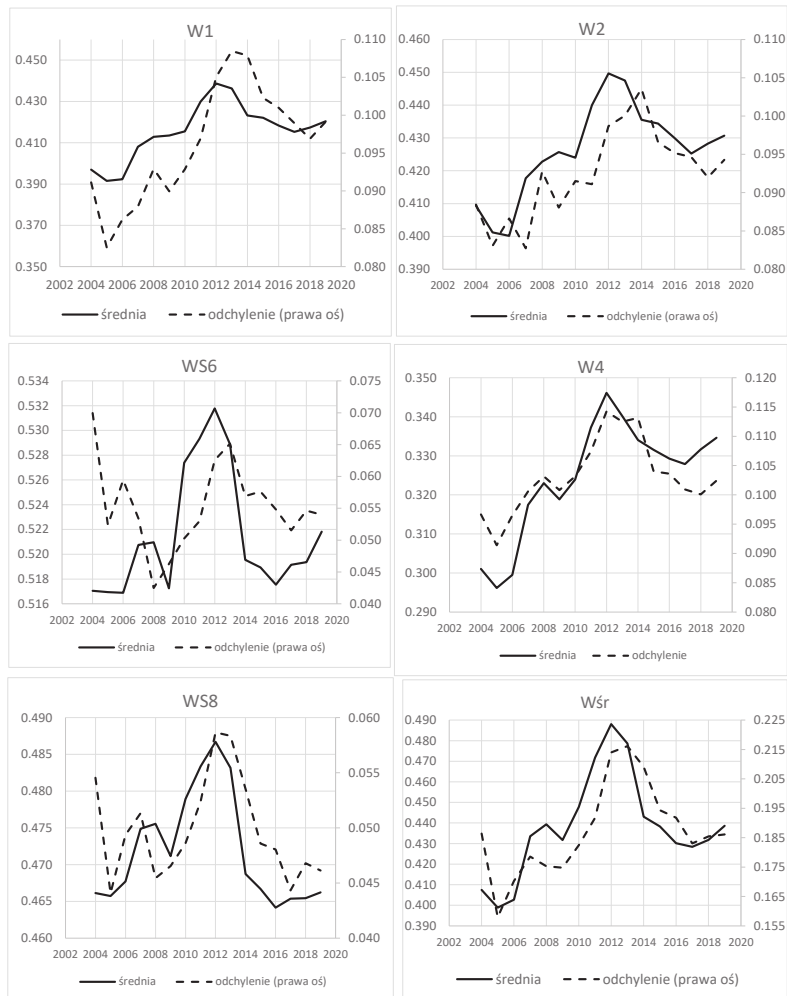
zbudowanych w oparciu o tzw. jednakowe wagi zmiennych. Mimo, że użyliśmy tu najbardziej popularnych wskaźników, to rankingi różnią się dość znacznie (por. tabela 2, ostatnia kolumna). Jednakże ogólna tendencja w wartościach wszystkich wskaźników, gdy opisujemy całą UE (por rysunek 1) jest podobna. Dlatego zazwyczaj jeśli ktoś wybiera konkretny, nawet bez uzasadnienia, to może otrzymać wyniki zadawalające. Jednakże warto zwrócić uwagę na jakie zmiany jest wrażliwy używany wskaźnik syntetyczny. Na rysunku 2 przedstawiono kształtowanie się wartości wskaźników zaprezentowanych na rysunku 1 w przypadku Polski. Jak widać zmiany wartości mają podobny kierunek, ale względna wielkość zmian różni się znacząco.

Tabela 2. Rankingi sektorów rolniczych państw UE w roku 20219 oparte o wartości 16 wskaźników syntetycznych oraz wskaźnik W_{sr}

kraj	W1	W2	W3	W4	W5	W6	W7	W8	WS1	WS2	WS3	WS4	WS5	WS6	WS7	WS8	Wśr	min	max	delta
BEL	9	8	10	10	9	8	8	8	9	11	12	8	10	11	10	14	8	8	14	6
BGR	11	11	8	11	10	11	11	10	10	13	8	12	9	13	13	9	10	8	13	5
CYP	23	21	14	24	22	13	23	22	25	26	20	25	25	25	26	25	23	13	26	13
CZE	4	4	4	4	4	4	5	4	4	5	4	5	4	5	7	4	4	4	7	3
DAN	10	10	20	9	11	23	10	11	12	6	26	10	13	8	5	12	11	5	26	21
DEU	5	5	7	5	5	7	4	5	5	4	9	4	5	7	3	5	5	3	9	6
ELL	24	23	21	25	24	20	22	24	24	24	22	24	24	24	22	24	24	20	25	5
ESP	15	13	9	15	13	9	15	13	15	17	10	17	14	15	18	13	15	9	18	9
EST	12	12	22	12	12	22	12	12	14	14	25	14	16	17	14	16	14	12	25	13
FRA	6	6	5	6	6	5	6	6	7	10	7	7	7	9	9	7	7	5	10	5
HRV	20	20	15	21	19	18	20	19	20	21	16	22	20	22	21	20	21	15	22	7
HUN	17	19	16	18	17	19	18	17	16	18	15	18	15	16	19	15	18	15	19	4
IRE	7	7	6	7	7	6	7	7	6	7	5	6	6	6	6	6	6	5	7	2
ITA	18	18	23	19	20	21	16	20	18	16	19	16	21	21	15	21	19	15	23	8
LTU	16	15	12	16	14	10	17	14	19	22	14	20	17	18	24	17	17	10	24	14
LUX	21	26	25	17	25	26	26	25	8	8	3	11	8	4	11	8	13	3	26	23
LVA	14	14	18	14	15	17	14	15	17	20	17	15	19	20	20	19	16	14	20	6
NED	2	2	2	3	3	2	1	3	2	2	2	3	2	2	2	2	2	1	3	2
OST	13	16	24	13	16	24	13	16	13	12	11	13	11	12	12	10	12	10	24	14
POL	25	24	17	26	23	16	25	23	26	27	24	27	26	26	27	26	25	16	27	11
POR	22	17	19	20	21	15	19	21	22	19	21	21	23	23	17	23	22	15	23	8
ROU	19	22	13	22	18	14	21	18	21	23	13	23	18	19	25	18	20	13	25	12
SUO	26	27	27	23	26	27	27	26	23	15	23	19	22	14	16	22	26	14	27	13
SVE	8	9	11	8	8	12	9	9	11	9	18	9	12	10	8	11	9	8	18	10
SVK	1	1	1	2	1	1	3	1	1	1	1	2	1	1	4	1	1	1	4	3
SVN	27	25	26	27	27	25	24	27	27	25	27	26	27	27	23	27	27	23	27	4
UKI	3	3	3	1	2	3	2	2	3	3	6	1	3	3	1	3	3	1	6	5

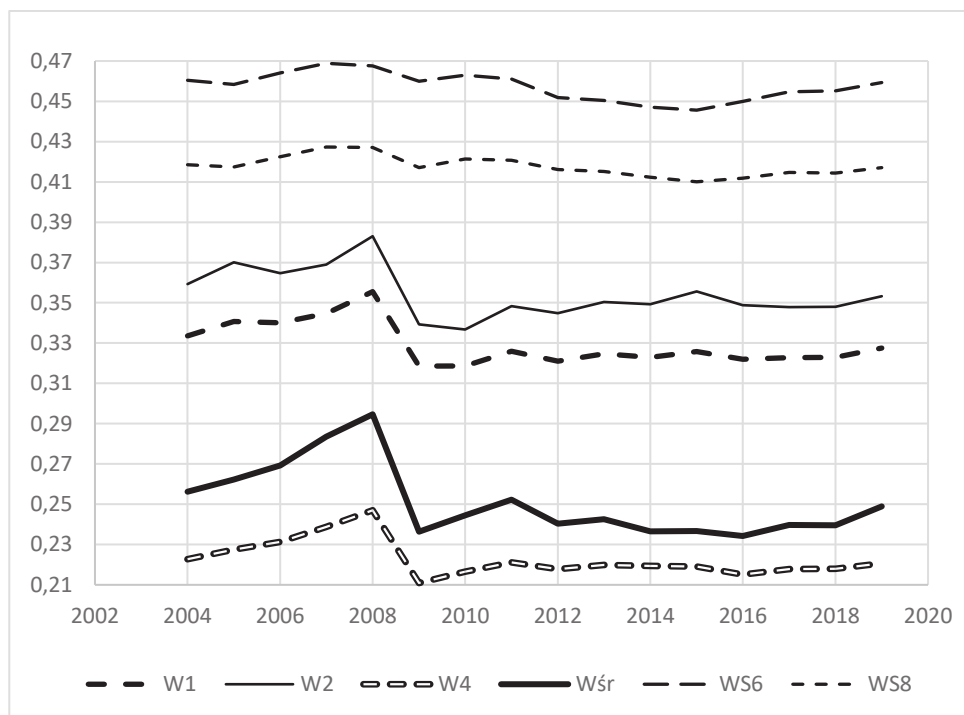
Źródło: opracowanie własne

Rysunek 1. Wartości wybranych wskaźników syntetycznych oceniających efektywność sektorów gospodarstw UE w okresie 2004-2019



Źródło: opracowanie własne

Rysunek 2. Wartości wybranych wskaźników syntetycznych oceniających efektywność sektora gospodarstw o specjalizacji uprawy polowe w Polsce w okresie 2004-2019



Źródło: opracowanie własne

UWAGI KOŃCOWE

W pracy przedstawiliśmy na praktycznym przykładzie sektora, który nie podlega szybkim zmianom, konsekwencje wyboru wskaźnika syntetycznego przeznaczonego do porządkowania obiektów opisanych wieloma cechami. Ze względu na rozmiar pracy ograniczyliśmy się zarówno do najczęściej stosowanych metod normalizacji zmiennych wskaźnikowych jak i do stosowanych technik (mechanizmów) tworzenia wskaźników syntetycznych je wykorzystujących. Nawet przy takim zestawie wskaźników syntetycznych otrzymuje się zazwyczaj różne uporządkowania obiektów oraz różne wyniki grupowania wykorzystujące wartości poszczególnych wskaźników. W naszym przykładzie dotyczącym efektywności przy podziale państw na 4 grupy według 3 rekomendowanych w literaturze progów: średnia - odchylenie, średnia, średnia + odchylenie zaobserwowaliśmy - co prawda nieliczne - zmiany o 2 grupy w zależności który wskaźnik użyliśmy.

Dlatego jeśli nie ma zdecydowanych wytycznych od strony praktyków, które determinują wagi, sposób normalizacji i technikę budowy wskaźnika, to według nas

wskazówka zacytowana we wstępie, a podana przez L. Breimana powinna być naszym zdaniem stosowana. Nasz przykład pokazuje, że najlepszym reprezentantem tych 17-tu rankingów jest W_{sr} , który powstał poprzez uśrednienie unormowanych wartości poszczególnych 16-tu wskaźników. W tym przypadku uznaliśmy wszystkie wskaźniki za jednakowo ważne. Oczywiście w wielu praktycznych sytuacjach można zastosować wagi przy tworzeniu W_{sr} w oparciu o wskazówki ekspertów z danej dziedziny.

Na zakończenie warto podkreślić, że taka metoda postępowania pozwala na stworzenie dość stabilnego wskaźnika syntetycznego. Jednak znacząco można polepszyć sposób tworzenia wskaźnika syntetycznego poprzez współpracę z praktykami przy wykorzystaniu więcej niż dwu wzorców (czyli wykorzystanie wzorców pośrednich stworzonych przez praktyków). Jak zbudować taki wskaźnik można przeczytać w pracy [Binderman, Borkowski, Szczesny 2020].

BIBLIOGRAFIA

- Binderman A. (2011) Wielokryterialne metody analizy zróżnicowania polskiego rolnictwa w 2009 roku. *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych*, 12(2), 58-68.
- Binderman A. (2007) Wielowymiarowa analiza regionalnego zróżnicowania rolnictwa w Polsce. Praca doktorska, SGGW, Warszawa.
- Binderman A. (2006) Klasyfikacja obiektów oparta na dwóch wzorcach. *EiOGŻ, Zeszyty Naukowe SGGW*, nr 60, Warszawa, 25-37.
- Binderman Z. (2015) Zagadnienia poprawnie postawione w ekonomii i zarządzaniu (klasyfikacja i porządkowanie obiektów, pomiar koncentracji). *Розвиток національної економіки: теорія і практика, Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції 3-4 квітня 2015 року Частина 2 Івано-Франківськ*, 318-321.
- Binderman Z. (2011) Matematyczne aspekty metod radarowych. *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych*, 12(2), 69-79.
- Binderman Z. (2010) Zjawisko niedosytu w polu preferencji indukowanej przez miernik dwuwzorcowy. *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych*, 11(2), 62-70.
- Binderman Z., Borkowski B., Szczesny W. (2020) Wykorzystanie wzorców pośrednich do budowy mierników syntetycznych, *Quantitative Methods in Economics*, 21(3), 157-167.
- Binderman Z., Borkowski B., Koszela G., Kozera R., Szczesny W. (2017) On the Choice of Synthetic Measures for Assessing Economic Effects. *Quantitative Methods in Economics*, 18(1), 7-17.
- Binderman Z., Borkowski B., Kozera R., Prokopenya A., Szczesny W. (2018) On Mathematical Modelling of Synthetic Measures. *Mathematical Modelling and Analysis*, 23(4), 699-711. <https://doi.org/10.3846/mma.2018.042>
- Binderman Z., Borkowski B., Szczesny W. (2008) O pewnej metodzie porządkowania obiektów na przykładzie regionalnego zróżnicowania rolnictwa. *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych*, 9, 39-48.
- Binderman, Z., Borkowski B., Szczesny W. (2010) Radar measures of structures' conformability. *Quantitative Methods in Economics*, 11(1), 45-59.

- Binderman Z., Borkowski B., Szczesny W. (2012) Radar Coefficient of Concentration. *Quantitative Methods in Economics*, 13(2), 7-21.
- Binderman Z., Borkowski B., Szczesny W. (2013a) Synthetic radar measures that factor in weights of features. *Quantitative Methods in Economics*, 14(1), 37-52.
- Binderman Z., Borkowski B., Szczesny W. (2013b) Zastosowanie metryki Minkowskiego do pomiaru zmian koncentracji. *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych*, 14(3), 27-38.
- Binderman Z., Borkowski B., Szczesny W. (2015) Applications of Minkowski's Metric in Measuring Changes of Concentration of Value Added in Agriculture, Forestry, Fishing And Hunting Sectors. *Acta Scientiarum Polonorum, Oeconomia*, 14(1), 17-28.
- Borkowski B., Wiliński A., Szczesny W., Binderman Z. (2020). Mathematical analysis of synthetic measures based on radar charts. *Mathematical Modelling and Analysis*, 25(3), 473-489. <https://doi.org/10.3846/mma.2020.11223>
- Breiman L. (1998) Bias-variance, Regularization, Instability and Stabilization. [in:] C. M. Bishop (ed.), *Neural Networks and Machine Learning*, Springer-Verlag, 27-56.
- Breiman L., (1996) Arcing Classifiers. Technical Report 460, Department of Statistics, University of California, CA, USA, February.
- Breiman L. (1994), Bagging Predictors. Technical Report 420, Department of Statistics, University of California, CA, USA.
- Cieślak M. (1974) *Modele zapotrzebowania na kadry kwalifikowane*. PWN, Warszawa.
- Cieślak M. (1993) Ekonomiczne zastosowanie mierników syntetycznych ze zmiennym wzorcem. [w:] *Przestrzenno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych*, AE, Kraków.
- Gatnar E., Walesiak M. (2009) *Statystyczna analiza danych z wykorzystaniem programu R*. PWN, Warszawa.
- Jackson D. M. (1970) *The Stability of Classifications of Binary Attribute Data*. Cornell University.
- Jackson D. M. (1969). Comparison of classifications. [in:] A. J. Cole (ed.) *Numerical Taxonomy*, 91-111. New York: Academic Press.
- Jackson D. M. (1969a) *Automatic Classifications and Information Retrieval*. Cambridge.
- Hellwig Z. (1968) Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom ich rozwoju oraz zasoby i strukturę kwalifikowanych kadr. *Przegląd Statystyczny*, 4.
- Hwang C. L., Yoon K. (1981) *Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications*. Springer-Verlag, New York.
- Kukuła K. (2000) *Metoda unitaryzacji zerowanej*. PWN, Warszawa.
- Kukuła K., Luty L. (2017) Jeszcze o procedurze wyboru metody porządkowania liniowego. *Przegląd Statystyczny*, 64(2), 163-176.
- Młodak A. (2006) *Analiza taksonomiczna w statystyce regionalnej*. DIFIN, Warszawa.
- Panek T. (2009) *Statystyczne metody wielowymiarowej analizy porównawczej*. Wydawnictwo SGH, Warszawa.
- Pluta W. (1976) *Wielowymiarowa analiza porównawcza w badaniach ekonomicznych*. PWE, Warszawa.
- Zeliaś A. (2000) *Taksonomiczna analiza przestrzennego zróżnicowania poziomu życia w Polsce w ujęciu dynamicznym*. Wydawnictwo AE Kraków.

ABOUT THE PROBLEMS OF APPLICABILITY OF SYNTHETIC MEASUREMENTS FOR ORDERING OBJECTS

Abstract: The problem of building a stable synthetic index used to organize the objects described with multiple partial indexes has been and is the subject of the authors' considerations. In our research, we aimed at the construction of a measure that would be insensitive to the input data, the results that would not depend on the method of normalization of the variables, the choice of the distance measure (similarity) and the selection of features. Our experience is consistent with the results of the work of the outstanding American statistician L. Breiman. A single classifier (synthetic measure) may be far from optimal, while combinations of many result in a classifier that is close to optimal and stable. Unfortunately, when "weak" classifiers are used, the combination may result in an even worse classifier. In the work, we presented the consequences of choosing a synthetic indicator for organizing objects described by many features on a practical example of farms in the EU countries covered by the FADN survey.

Keywords: synthetic measure, linear ordering of objects, classification, weights

JEL classification: C1, G2