METODY ILOŚCIOWE W BADANIACH EKONOMICZNYCH
Tom XII/2, 2011, str. 80–90

ESTYMACJA EFEKTYWNOŚCI TECHNICZNEJ: PODEJŚCIE KOMBINOWANE

Lucyna Błażejczyk-Majka
Zakład Historii Gospodarczej UAM
e-mail: majkal@amu.edu.pl
Radosław Kala
Katedra Metod Matematycznych i Statystycznych
Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu
e-mail: kalar@up.poznan.pl

Streszczenie: W pracy zaproponowano modyfikację metody łączącej podejście nieparametryczne z parametrycznym dla estymacji efektywności technicznej. W przeciwieństwie do oryginalnej metody kombinowanej oraz dwóch metod opartych wyłącznie na analizie regresji metoda proponowana wykorzystuje własność niezmienniczości charakteryzującą podejście nieparametryczne DEA realizowane przy założeniu maksymalizacji wyniku produkcyjnego i zmiennego zwrotu ze skali. Rozważania zilustrowano wykorzystując dane o produkcji rolniczej przeciętnych, w skali regionów Unii Europejskiej, gospodarstw prowadzących uprawy polowe. Uzyskane oceny efektywności potwierdzają, że metoda proponowana dostarcza ocen efektywności, które są najbardziej skorelowane z ocenami wyznaczanymi metodą nieparametryczną, a równocześnie są bardziej zróżnicowane, co przemawia na jej korzyść.

Słowa kluczowe: DEA, analiza regresji, COLS, MOLS, graniczna funkcja produkcji

WPROWADZENIE

Efektywność techniczną definiuje się [patrz np. Greene, 2008, s.103] jako stosunek wielkości produkcji uzyskanej przy określonych nakładach i ustalonej technologii do maksymalnej wielkości produkcji, która jest możliwa do uzyskania w porównywalnych warunkach. Ocenę tak rozumianej efektywności można uzyskać pośrednio poprzez wyznaczenie metodami regresji tzw. granicznej funkcji produkcji, która określa maksymalny możliwy poziom produkcji w ustalonych warunkach, lub bezpośrednio przez wzajemne porównania wyników produkcyjnych uzyskanych przez grupę producentów. Pierwsze z tych podejść wykorzystuje koncepcję standardowej funkcji produkcji, która odpowiednio przeskalowana pełni rolę funkcji granicznej. Funkcja taka zawiera szereg parametrów, które mają czytelną interpretację ekonomiczną pod warunkiem, że spełniają określone warunki. Podejście drugie, oparte jest na metodach programowania matematycznego, jest wolne od parametrów jak również od wielu ograniczających założeń.

Podejścia te choć w swoich podstawach przeznaczone do estymacji tej samej charakterystyki ekonomicznej nie gwarantują uzyskania zgodnych i porównywalnych ocen [patrz np. Sharma, Leung i Zaleski, 1997; Cubbin i Tzanidakis, 1998]. Te rozbieżności legły u podstaw powstania podejścia kombinowanego [patrz Arnold, Bardham, Cooper i Kumbhakar, 1996], w którym łączy się podejścia nieparametryczne i parametryczne. Zasady łączenia wymienionych metod zostały przedstawione w pracy Błażejczyk-Majka i Kala [2010].

Celem niniejszej pracy jest udoskonalenie podejścia kombinowanego, tak aby poprawić jednoznaczność ocen efektywności technicznej, a ponadto dostarczyć akceptowalnych ocen parametrów granicznej funkcji produkcji. Proponowana metodyka jest zilustrowana na przykładzie analizy przeciętnych, w skali poszczególnych regionów Unii Europejskiej, wyników produkcyjnych gospodarstw specjalizujących się w uprawach polowych.

MEDODY PARAMETRYCZNE

Podstawą metod parametrycznych jest funkcja produkcji określająca związek pomiędzy nakładami i wynikiem produkcyjnym. Jeżeli przez y oznaczymy wynik produkcyjny, a przez $\mathbf{x}$ wektor nakładów, to funkcję produkcji można zapisać w postaci

$$y = f(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x};\boldsymbol{\beta}),$$

gdzie $\boldsymbol{\beta}$ jest wektorem parametrów charakteryzujących użytą technologię. Od funkcji tej zwyczajowo wymaga się aby była ciągła, rosnąca, jednorodna i wklęsła oraz aby $f(\mathbf{0}) = 0$. Najprostszą funkcją o tych własnościach jest funkcja produkcji Cobba-Douglasa, która dodatkowo po logarytmowaniu prowadzi do prostej zależności liniowej. Aby z funkcji takiej uczynić funkcję graniczną, tj. funkcję określającą maksymalny poziom produkcji możliwy do osiągnięcia przy ustalonym wektorze nakładów, wystarczy wprowadzić odpowiednio dobrany czynnik skalujący.

Estymacja granicznej funkcji produkcji realizowana jest w dwóch krokach. Najpierw, na podstawie obserwacji $(y_i, \mathbf{x}_i)$, $i = 1, 2, \ldots, n$, gdzie y_i określa wynik osiągnięty przez i-tego producenta przy wektorze nakładów $\mathbf{x}_i$, estymowane są parametry funkcji ln$f(\mathbf{x};\beta)$. Ma tu zastosowanie analiza regresji (RA – *Regression Analysis*) ze standardową metodą najmniejszych kwadratów (OLS – *Ordinary Least Squares*), która w efekcie dostarcza funkcję produkcji dla przeciętnego producenta.

W drugim kroku, w przypadku tzw. poprawionej metody najmniejszych kwadratów (COLS – *Corrected Ordinary Least Squares*) [porównaj Aigner i Chu 1968; Timmer 1971; Afriat 1972] do wartości funkcji ln$f(\mathbf{x};\mathbf{b})$, gdzie $\mathbf{b}$ jest oceną wektora parametrów, jest dodawana wartość największej reszty a = max(e_i). Oznacza to, że graniczna funkcja produkcji jest postaci $Cf(\mathbf{x};\mathbf{b})$, gdzie C = exp(a). Natomiast w tzw. zmodyfikowanej metodzie najmniejszych kwadratów (MOLS – *Modified Ordinary Least Squares*) [patrz Greene, 2008, s.106] funkcja $f(\mathbf{x};\mathbf{b})$ jest korygowana za pomocą mnożnika M = exp(s_D), gdzie s_D jest oszacowaniem błędu standardowego z analizy regresji [porównaj też Błażejczyk-Majka, Kala, 2010].

W przypadku metody COLS porównanie wyniku y_i z wartością granicznej funkcji produkcji $Cf(\mathbf{x}_i;\mathbf{b})$ dostarcza oceny efektywności i-tego producenta, $\mathrm{TE_O}(i) = y_i/Cf(\mathbf{x}_i;\mathbf{b})$, przy czym zwykle tylko jeden z producentów osiąga efektywność równą jeden. W metodzie MOLS ocena efektywności wyliczana jest analogicznie, ale ponieważ ma miejsce nierówność $s_D < \max(e_i)$, więc zwykle kilku producentów przekraczałoby efektywność maksymalną. Stąd efektywność i-tego producenta jest obcinana zgodnie z ze wzorem $\mathrm{TE_M}(i) = \min\{1, y_i/Mf(\mathbf{x}_i;\mathbf{b})\}$.

METODY NIEPARAMETRYCZNE

Nieparametryczne metody estymacji efektywności technicznej zainicjowane zostały przez Farrella [1957], a następnie rozwinięte przez Charnesa, Coopera i Rhodesa [1978]. Ich wielość wynika z dwóch założeń [patrz Thanassoulis, Portela i Despić 2008]. Pierwsze dotyczy określenia efektywności technicznej, która może dotyczyć maksymalizacji wyniku produkcyjnego przy ustalonych nakładach, tak jak w przedstawionych metodach parametrycznych, lub może dotyczyć minimalizacji nakładów przy ustalonym wyniku. Drugie założenie dotyczy zwrotu ze skali, który może być proporcjonalny (CRS – *Constant Returns to Scale*) lub zmienny (VRS – *Variable Returns to Scale*). Wymienione założenia determinują postać zadania programowania matematycznego, którego rozwiązanie dla każdego producenta osobno prowadzi do oceny efektywności. Metody te w literaturze znane są one pod wspólnym akronimem DEA (*Data Envelopment Analysis*) [Førsund i Sarafoglou 2002].

Wariant zadania programowania matematycznego zapewniający maksymalizację skalarnego wyniku produkcyjnego przy założeniu CRS jest postaci

$$\max_{\beta,\lambda} \beta; \quad \text{pod warunkiem: } \mathbf{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\lambda} \geq \beta y_i, \quad \mathbf{x}_i \geq \mathbf{X}\boldsymbol{\lambda}, \quad \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}, \tag{1}$$

gdzie, jak poprzednio, y_i i $\mathbf{x}_i$ reprezentuje odpowiednio wynik produkcyjny i wektor nakładów i-tego producenta, natomiast $\mathbf{y}$ i $\mathbf{X}$ są odpowiednio wektorem wyników i macierzą nakładów wszystkich producentów w próbie. Oszacowana efektywność i-

tego producenta jest wtedy równa odwrotności uzyskanej wartość zmiennej skalarnej β, tj. $TE_{DC}(i) = 1/\beta$.

Jeżeli w zadaniu (1) dodatkowo suma składowych wektora $\boldsymbol{\lambda}$ jest równa jedności, to spełnione jest założenie VRS. Przy tym założeniu efektywność i-tego producenta oznaczymy symbolem $TE_{DV}(i)$. Geometrycznie różnica między tymi wariantami metody DEA polega na innym *opakowaniu* zbioru danych. W przypadku założenia CRS na zbiorze tym rozpinany jest najmniejszy stożek wypukły, a w przypadku założenia VRS rozpinana jest najmniejsza powłoka wypukła. Wynika stąd, że $TE_{DC}(i) \le TE_{DV}(i)$ dla $i = 1, 2, \dots, n$.

Warto tu też odnotować, że w przeciwieństwie do stożka powłoka jest niezmiennicza względem dowolnego przesunięcia wektorów nakładów $\mathbf{x}_i$, $i = 1, 2, \dots, n$. pod warunkiem, że przesuniecie to jest jednakowe dla wszystkich analizowanych jednostek [patrz Pastor, 1996]. Własność tę wykorzystamy w dalszych rozważaniach.

METODA KOMBINOWANA I JEJ MODYFIKACJA

Podejście kombinowane było zaproponowane przez Arnolda, Bardhana, Coopera i Kumbhakara [1996]. W pierwszym kroku polega ono na zastosowaniu metody DEA w celu ustalenia podzbioru liderów, czyli jednostek o efektywności równej jeden, w zbiorze wszystkich analizowanych producentów. W kroku drugim prowadzi się analizę regresji, ale w modelu uzupełnionym o zmienną pozorną odróżniającą liderów od jednostek nie w pełni efektywnych. W rezultacie otrzymuje się oceny parametrów dwóch funkcji produkcji – dla liderów oraz dla pozostałych jednostek. Ta pierwsza, traktowana jako funkcja graniczna, umożliwia wyznaczenie efektywności wszystkich jednostek, przy czym wartości przekraczające jedność należy odpowiednio obciąć. Metodę te oznaczymy symbolem DEA+RA.

Metody oparte na estymacji granicznej funkcji produkcji są podporządkowane koncepcji ogólnej funkcji produkcji $f(\mathbf{x};\boldsymbol{\beta})$, o której zakłada się w szczególności, że jest rosnąca względem wszystkich nakładów oraz że spełnia warunek $f(\mathbf{0};\boldsymbol{\beta}) = 0$. Własności te implikują, że nawet nieznaczny niezerowy przyrost nakładów prowadzi do dodatnich przyrostów wyników produkcyjnych. W praktyce taka sytuacja nie ma miejsca. Co więcej, dla uzyskania minimalnego poziomu produkcji pewna krytyczna, niestety nieznana wielkość wszystkich nakładów jest niezbędna. Oznacza to, że przedstawione metody parametryczne nie są niezmiennicze względem przesunięcia nakładów, co właśnie wyróżnia metodę DEA(VRS). Ta różnica jest podstawową przyczyną rozbieżności pomiędzy ocenami efektywności uzyskanymi z metod parametrycznych i metody DEA(VRS) w przypadku, gdy założenie CRS nie jest spełnione. Te rozbieżności można ograniczyć poprzez przesunięcie funkcji produkcji, to znaczy przez odjęcie od wektora nakładów pewnego dodatniego wektora $\boldsymbol{\delta}$. Przesunięta funkcja produkcji

$f(\mathbf{z}; \beta)$, gdzie $\mathbf{z} = \mathbf{x} - \delta$, zachowuje kształt funkcji $f(\mathbf{x}; \beta)$, ale oczywiście rola wektora parametrów β oraz ich interpretacja nie jest taka sama w obu przypadkach.

Ocena wektora przesunięcia δ stanowi osobne zadanie. Wektor δ może być traktowany jako dodatkowy wektor parametrów i estymowany razem z wektorem β. Jednak takie rozwiązanie prowadzi do modelu, który nawet w przypadku funkcji Cobba-Douglasa, nie może być łatwo transformowany do postaci liniowej. Prostszym rozwiązaniem jest wykorzystanie rezultatów analizy DEA(VRS). Może być ono osiągnięte poprzez przesunięcie wektorów nakładów wzdłuż wektora złożonego z minimalnych wartości nakładów zaobserwowanych w analizowanym zbiorze danych. W rezultacie problem sprowadza się do ustalenia długości tego przesunięcia. Ponieważ zbiór liderów wynikający z metody DEA(VRS) jest niezmienniczy ze względu na dowolne przesunięcie, dokładną długość wektora δ można określić tak, aby model regresji analizowany w drugim kroku metody kombinowanej miał możliwie największy współczynnik determinacji. Uzyskana w ten sposób funkcja graniczna stanowi podstawę dla wyznaczenia indywidualnych efektywności technicznych wszystkich jednostek uczestniczących w badaniu. Metodę tę oznaczymy symbolem DE+RAs.

Kolejnym zagadnieniem jest wybór podzbioru liderów. W oryginalnym podejściu przyjmuje się, że liderami są tylko jednostki, które w pierwszym kroku metody kombinowanej uzyskały 100% efektywność. Wydaje się jednak, że rozszerzenie tego podzbioru o jednostki których efektywność jest nieco mniejsza niż 100%, na przykład nie mniejsza niż 99%, jest korzystne, bo zwiększa liczbę jednostek wyznaczających graniczną funkcję produkcji.

Na koniec zwróćmy jeszcze uwagę na fakt, że równość $f(\mathbf{x}) = f(\mathbf{z})$ implikuje równość odpowiednich pochodnych cząstkowych. Oznacza to, że przesunięcie wektora nakładów nie zmienia efektywności krańcowych. Tak nie jest w przypadku elastyczności. Dla i-tego nakładu elastyczność może być przeliczona zgodnie z następującym wzorem:

$$\varepsilon(x_i) = \frac{\partial f(\boldsymbol{x})}{\partial x_i}\frac{x_i}{f(\boldsymbol{x})} = \varepsilon(z_i)\frac{x_i}{z_i}, \tag{2}$$

gdzie $z_i = x_i - \delta_i$. Zsumowanie elastyczności oszacowanych dla wszystkich nakładów pozwala z kolei wyznaczyć elastyczność skali. Warto tu też odnotować, że elastyczność $\varepsilon(x_i)$ nie jest tu wielkością stałą nawet w przypadku funkcji Cobba-Douglasa.

PRZYKŁAD

Dla ilustracji proponowanych rozwiązań posłużymy się danymi statystyczno-ekonomicznymi z roku 2006 udostępnianymi przez system FADN. Dane te dotyczą produkcji rolniczej przeciętnych, w odniesieniu do poszczególnych regionów Unii Europejskiej, gospodarstw specjalizujących się w uprawach polowych. Analizę prowadzono dla wszystkich regionów, które w roku 2006 były reprezentowane przez wymieniony typ gospodarstw. Regionów takich łącznie było 109. Są to regiony reprezentujące Francję (20 regionów), Włochy (19), Hiszpanię (13), Niemcy (12), Węgry (7), Portugalię (5), Wielką Brytanię (5), Finlandię (4), Grecję (4), Polskę (4), Belgię (2), Szwecję (2), Austrię (1), Cypr (1), Czechy (1), Danię (1), Estonię (1), Holandię (1), Irlandię (1), Litwę (1), Łotwę (1), Maltę (1), Słowację (1) oraz Słowenię (1). W analizie uwzględniono jedną zmienną wynikową, tj. wartość produkcji rolniczej (w metodyce FADN oznaczoną symbolem SE131), oraz dwa podstawowe czynniki produkcji, tj. pracę (p – SE011) wyrażoną liczbą roboczo-godzin i kapitał (k) wyznaczony jako różnica pomiędzy wartością całkowitą nakładów (SE270) i wartością wynagrodzeń (SE360).

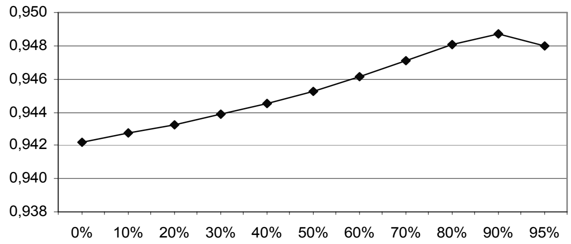
Estymację granicznej funkcji produkcji przeprowadzono dwoma metodami parametrycznymi COLS i MOLS oraz dwoma metodami kombinowanymi DEA+RA i DEA+RAs. We wszystkich tych metodach związek wielkości produkcji z nakładami modelowano standardowo za pomocą funkcji Cobba-Douglasa. W pierwszym kroku metod kombinowanych prowadzono analizę DEA(VRS) zorientowaną na maksymalizację wielkości produkcji przy stałych nakładach, przy czym w metodzie DEA+RA do zbioru liderów włączono jednostki o efektywności $TE_{DV}(i) = 1$, a w metodzie proponowanej, z przesunięciem nakładów, DEA+RAs, do podzbioru liderów włączono jednostki o efektywności $TE_{DV}(i) \geq 0{,}99$. Wyniki estymacji granicznej funkcji produkcji są następujące:

$$\begin{array}{llllll}
\text{COLS:} & \log f(p,k) = & 0{,}675 + 0{,}241\log(L) & + 0{,}775\log(K) & + \mathbf{0{,}810}, & \\
& R^2 = 0{,}937 & (0{,}397)\quad (0{,}056) & (0{,}024) & & \varepsilon(skali) = 1{,}016 \\
\text{MOLS:} & \log f(p,k) = & 0{,}675 + 0{,}241\log(L) & + 0{,}775\log(K) & + \mathbf{0{,}249}, & \\
& R^2 = 0{,}937 & (0{,}397)\quad (0{,}056) & (0{,}024) & & \varepsilon(skali) = 1{,}016 \\
\text{DE+RA:} & \log f(p,k) = & 0{,}381 + 0.475\log(L) & + 0{,}647\log(K), & & \\
& R^2 = 0.952 & (0{,}492)\quad (0{,}081) & (0{,}038) & & \varepsilon(skali) = 1{,}122 \\
\text{DE+RAs:} & \log f(P,K) = & 2{,}687 + 0{,}417\log(L) & + 0{,}510\log(K), & & \\
& R^2 = 0{,}957 & (0{,}312)\quad (0{,}043) & (0{,}027) & &
\end{array}$$

gdzie w nawiasach podano odchylenia standardowe.

W metodzie COLS mnożnik skalujący funkcji produkcji był równy $C = \exp(\mathbf{0{,}810}) = 2{,}247$, a w metodzie MOLS był mniejszy i wyniósł $M = \exp(\mathbf{0{,}249}) = 1{,}283$. Przesunięcia nakładów w funkcji $\log f(P,K)$ w metodzie DEA+RAs wyniosło odpowiednio $P = p$ – **985,83** oraz $K = k$ –**2617,20** co odpowiada 90% skróceniu wektora $\delta = (1095{,}37,\ 2908{,}00)$. Proces optymalizacji ilustruje wykres przedstawiony na rysunku 1. Większemu procentowi obcięcia wektora δ towarzyszyło większe dopasowanie modelu regresji wyrażone współczynnikiem determinacji, przy czym wartość maksymalna została osiągnięta dla 90% skrócenia.

Rysunek. 1. Zależność współczynnika determinacji modelu w zależności od skrócenia wektora δ w metodzie DEA+Ras



Źródło: obliczenia własne

Podzbiór liderów w metodzie DE+RA obejmował 11 jednostek, a w metodzie zmodyfikowanej DE+RAs, gdzie dopuszczono jednostki o efektywności co najmniej 99%, podzbiór ten liczył 24 jednostki. W rezultacie uzyskano wyraźne zmniejszenie odchyleń standardowych ocenionych parametrów przy zachowaniu wysokiej determinacji modelu.

Porównując uzyskane funkcje należy również zwrócić uwagę na elastyczność skali. Dla trzech pierwszych funkcji parametr ten jest większy od jedności co oznacza, że funkcja produkcji jest wypukła, a nie wklęsła. Funkcja wynikająca ze zmodyfikowanej metody kombinowanej jest wklęsła, ale ta wklęsłość dotyczy funkcji przesuniętej. Oznacza to, że zarówno elastyczności nakładów i elastyczność skali muszą być przeliczone w oparciu o wzór (2) dla każdej jednostki oddzielnie. Wartości przeciętne dla wszystkich jednostek wynoszą odpowiednio:

$$\varepsilon(p) = 0{,}694, \quad \varepsilon(k) = 0{,}611, \quad \varepsilon(skali) = 1{,}305.$$

Głównym zadaniem wyznaczonych funkcji granicznych jest jednak dostarczenie podstaw dla uzyskania ocen efektywności technicznej poszczególnych jednostek. Efektywności te wyznaczono również metodą nieparametryczną DEA(VRS). Zgodność ocen została oceniona za pomocą współczynnika korelacji Pearsona, które zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Współczynniki korelacji Pearsona

Metoda	DEA(VRS)	COLS	MOLS	DEA+RA	DEA+RAs
DEA(VRS)	1,000	*	*	*	*
COLS	0,559	1,000	*	*	*
MOLS	0,602	0,917	1,000	*	*
DEA+RA	0,720	0,749	0,856	1,000	*
DEA+RAs	0,920	0,606	0,661	0,828	1,000

Źródło: obliczenia własne

Wysoka korelacja pomiędzy ocenami efektywności wynikającymi z metody COLS i MOLS nie jest przypadkowa ponieważ stosowne graniczne funkcje produkcji różnią się jedynie mnożnikiem. Oznacza to, że wszystkie oceny z obydwu tych metod są proporcjonalne z wyjątkiem tych, które w metodzie MOLS, poprzez obcięcie, osiągnęły 100% efektywności. Równocześnie korelacje pomiędzy tymi metodami a podejściem nieparametrycznym, reprezentowanym tutaj przez DEA(VRS), są najniższe.

Największą zgodność ocen pomiędzy podejściem nieparametrycznym i podejściami parametrycznymi odnotowano dla metody kombinowanej z przesunięciem nakładów. Zgodność ta jest uzyskana przez uwolnienie podejścia parametrycznego od teoretycznego ograniczenia, że funkcja produkcji jest ściśle rosnąca począwszy od zerowych nakładów. Oczywistym faktem jest natomiast, że dla uzyskania dodatniego wyniku produkcyjnego nie wystarcza dowolny niezerowy wektor nakładów. Co więcej, nawet zapewnienie niezerowości każdego nakładu z osobna nie jest wystarczające, bowiem nakłady te muszą przekroczyć pewne niezbędne minima, aby produkcja mogła być uruchomiona.

Tabela 2. Charakterystyki zbioru efektywności technicznej

Charakterystyki\ Metody	DEA(VRS)	COLS	MOLS	DEA+RA	DEA+RAs
Liczba liderów TE = 1,00	11	1	16	42	20
Liczba liderów TE ≥ 0,99	24	1	16	43	22
Efektywność minimalna	0,869	0,226	0,396	0,378	0,260
Średnia efektywność	0,965	0,459	0,782	0,858	0,749
Odchylenie standardowe	0,027	0,115	0,156	0,166	0,205

Źródło: obliczenia własne

W tabeli 2 przedstawiono zestawienie kilku ogólnych charakterystyk efektywności technicznej uzyskanych poszczególnymi metodami dla wszystkich 109 jednostek. Z zestawienia tego wynika, że efektywności wynikające z metody nieparametrycznej DEA(VRS) okazały się średnio najwyższe (średnia efektywność 0,965) i wyróżnia je najmniejsze rozproszenie (odchylenie standardowe 0,027).

Efektywności wyznaczone metodą COLS, która oparta jest tylko na analizie regresji i równocześnie jest najmniej skorelowana z metodą DEA(VRS), są średnio najniższe. Z kolei metoda MOLS dostarcza ocen, które, z wyjątkiem 16 liderów, wynikają z prostego przemnożenia ocen metody COLS przez 1,752, tj. przez wartość będącą ilorazem $C/M = \exp(\max(e_i) - s_D) = \exp(0{,}810 - 0{,}249)$. Oznacza to, że obydwie metody prowadzą do takiego samego rankingu wszystkich jednostek z wyjątkiem liderów (TE = 1,00).

Klasyczną już metodę kombinowaną, DEA+RA, wyróżnia najwyższa liczba liderów i druga, co do wartości, średnia efektywność. Metodę zmodyfikowaną DEA+RAs wyróżnia natomiast umiarkowana liczba liderów, umiarkowana wartość średniej efektywności oraz największe zróżnicowanie ocen. Te charakterystyki wraz z wysoką korelacją wyników tej metody z wynikami metody nieparametrycznej DEA(VRS) zdają się przemawiać na korzyść wprowadzonych modyfikacji. Potwierdzeniem może tu służyć zestawienie zawarte w tabeli 3.

Tabela 3. Średnie efektywności techniczne produkcji przeciętnych gospodarstw prowadzących uprawy polowe w ujęciu krajowym

	Kraje\ Metody	DEA(VRS)	COLS	MOLS	DEA+RA	DEA+RAs
1	Dania (1)	1.000	0.537	0.941	1.000	1.000
2	Irlandia (1)	1.000	0.505	0.885	1.000	1.000
3	Holandia(1)	1.000	0.611	1.000	1.000	1.000
4	Belgia (2)	0.987	0.565	0.972	1.000	0.997
5	Wielka Brytania (5)	0.986	0.513	0.890	0.991	0.939
6	Szwecja (2)	0.976	0.420	0.736	0.992	0.924
7	Francja (20)	**0.978**	0.466	0.817	0.975	0.911
8	Niemcy (12)	**0.986**	0.469	0.822	0.910	0.866
9	Finlandia (4)	**0.993**	0.276	0.483	0.706	0.832
10	Hiszpania (13)	0.974	0.573	0.884	0.936	0.793
11	Austria (1)	0.957	0.418	0.733	0.894	0.716
12	Włochy (19)	**0.961**	0.507	0.861	0.913	0.700
13	Portugalia (5)	0.947	0.395	0.692	0.661	0.596
14	Czechy (1)	**0.977**	0.384	0.672	0.624	0.577
15	Węgry (7)	0.939	0.364	0.638	0.704	0.538
16	Grecja (4)	0.936	0.408	0.696	0.704	0.512
17	Malta (1)	0.936	0.445	0.779	0.707	0.480
18	Cypr (1)	**0.919**	0.362	0.634	0.660	0.471
19	Słowacja (1)	**0.962**	0.292	0.511	0.467	0.449
20	Polska (4)	0.921	0.364	0.638	0.602	0.417
21	Estonia (1)	**0.919**	0.315	0.552	0.564	0.408
22	Łotwa (1)	0.920	0.305	0.535	0.531	0.385
23	Litwa (1)	0.907	0.295	0.518	0.515	0.362
24	Słowenia (1)	0.869	0.227	0.398	0.378	0.260

Źródło: obliczenia własne

W pierwszej kolumnie tabeli 3 podano nazwy krajów wraz z liczbami regionów (w nawiasie), które były reprezentowane przez przeciętne gospodarstwa prowadzące uprawy polowe. W kolejnych kolumnach podano oceny, przeciętne dla poszczególnych krajów, efektywności technicznej wyznaczone metodami, których oznaczenia podano w pierwszym wierszu. Wszystkie kolumny są uporządkowane malejąco względem ocen metody DEA+RAs. Dla pełniejszego porównania metody DEA(VRS) z metodą zmodyfikowaną, w kolumnie trzeciej pogrubionym drukiem zaznaczono wartości zakłócające malejący porządek ocen. Warto tu odnotować, że zakłócenia te niekiedy są niewielkie, jak na przykład Niemcy wg metody DEA+RAs zajmują pozycję 8, a wg metody DEA(VRS) byłyby na pozycji 7, a niekiedy znacznie większe, na przykład, Czechy wg metody DEA(VRS) zajmują pozycję 9, w pierwszej dziesiątce, a wg metody DEA+RAs pozycję 14.

BIBLIOGRAFIA

Aigner D. J., Chu S. F. (1968) On estimating the industry production function. American Economic Review, 58, 226-239.

Afriat S. (1972) Efficiency estimation of production function. International Economic Review, 13(3), 568-598.

Arnold V. L., Bardham I. R., Cooper W. W., Kumbhakar S. C. (1996) New uses of DEA and statistical regression for efficiency evaluation and estimation – with an illustrative application to public secondary schools in Texas. Annals of Operations Research, 66, 225-277.

Błażejczyk-Majka L., i Kala R. (2010), Estymacja kombinowana granicznej funkcji produkcji. Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych, XI/2, 71-80.

Charnes A., Cooper W. W., Rhodes E. (1978) Measuring the efficiency of decision making units. European Journal of Operational Research, 2, 429-444.

Cubbin, J., Tzanidakis G. (1998), Regression versus data envelopment analysis for efficiency measurement: an application to the England and Wales regulated water industry. Utilities Policy 7, 75-85.

Farrell M. J. (1957) The measurement of productive efficiency of production. Journal of the Royal Statistical Society, Series A, 120(III), 253-281.

Førsund F. R., Sarafoglou N. (2002) On the origins of data envelopment analysis. Journal of Productivity Analysis, 17, 23-40.

Greene W. H. (2008) The econometric approach to efficiency analysis. In The Measurement of Productive Efficiency and Productive Growth, Fried H., Lovell K. Schmidt S., eds., Oxford University Press, Oxford New York.

Pastor, J.T. (1996) Translation invariance in data envelopment analysis: A generalization. Annals of Operations Research 66, 93-102.

Sharma, K. R., Leung P.,. Zaleski H.M (1997) Productive efficiency of the swine industry in Hawaii: stochastic frontier vs, data envelopment analysis. Journal of Productivity Analysis 8, 447-459.

Thanassoulis E., Portela M., Despić O. (2008) Data envelopment analysis: the mathematical programming approach to efficiency analysis. In The Measurement of Productive Efficiency and Productive Growth, Fried H., Lovell K. Schmidt S., eds., Oxford University Press, Oxford, New York.

Timmer P. (1971) Using a probabilistic frontier production function to measure technical efficiency. Journal of Political Economy, 79, 776-794.

ESTIMATION OF TECHNICAL EFFICIENCY:
A COMBINED APPROACH

Summary: In the paper a modification of the method linking nonparametric and parametric approaches for estimation of the technical effectiveness, was presented. In contrast with the original combined method and with two methods based only on the regression analysis, the proposed method is exploiting the property of invariance which is characteristic for nonparametric DEA under assumption of output maximization and variable returns to scale. Investigations were illustrated using data, at the regional level, in reference to regions represented by field crop farms. The estimates of efficiencies obtained by the proposed method appear to be the most correlated with that following from DEA, and at the same time they are more diversified.

Key words: DEA, regression analysis, COLS, MOLS, frontier production function