METODY ILOŚCIOWE W BADANIACH EKONOMICZNYCH
Tom XII/2, 2011, str. 312–321

METODA HELLWIGA JAKO KRYTERIUM DOBORU ZMIENNYCH DO MODELI SZEREGÓW CZASOWYCH

Dobromił Serwa
Instytut Ekonometrii, Szkoła Główna Handlowa
e-mail: dserwa@sgh.waw.pl

Streszczenie: Celem pracy jest rozstrzygnięcie, czy metoda Hellwiga jest użyteczna w odniesieniu do konstruowania modeli szeregów czasowych i w jakim zakresie jest ona konkurencyjna wobec innych metod, na przykład wykorzystujących kryteria informacyjne Schwarza i Akaike. Okazuje się, że metoda Hellwiga w pewnych, często w praktyce ekonometrycznej występujących przypadkach, nie prowadzi do wyboru odpowiedniego modelu.

Słowa kluczowe: metoda Hellwiga, szeregi czasowe, wybór modelu

WSTĘP[1]

Od wielu lat wśród polskich i zagranicznych ekonometryków toczy się dyskusja na temat budowy optymalnego modelu ekonometrycznego ([Akaike 1973], [Hannan i Quinn 1979], [Schwarz 1978], [Shibata 1980] i inne). W Polsce dyskusja dotycząca liniowych modeli ekonometrycznych prowadzona była przede wszystkim na łamach Przeglądu Statystycznego (por. np. [Czerwiński 1976], [Guzik 1979], [Hellwig 1969, 1985]). Ważną rolę w tych rozważaniach odegrały koncepcje Z. Hellwiga, który zaproponował metodologię identyfikacji i estymacji modeli ekonometrycznych [Hellwig 1985].

Według Hellwiga „model zawsze musi być lepszą lub gorszą kopią oryginału" [Hellwig 1974, str. 305]. Postuluje on zatem w pracy [Hellwig 1985] istnienie modelu „idealnego", tzn. takiego który spełniałby pewne pożądane kryteria, między innymi niezależność zmiennych objaśniających oraz dostatecznie duży stopień dopasowania wartości teoretycznych zmiennej objaśnianej do jej

[1] Wcześniejsza wersja pracy powstała w ramach badania statutowego nr 03/S/0061/04 pod kierunkiem naukowym Wandy Marcinkowskiej–Lewandowskiej.

wartości rzeczywistych. Pierwszy z tych warunków w rzeczywistości prawie nigdy nie jest spełniony. Dlatego Hellwig w pracy [Hellwig 1969] próbował zbudować odpowiednią miarę dopasowania budowanego modelu do „oryginału" – modelu prawdziwego, która pozwalałaby jednocześnie na wybór modelu najbardziej podobnego do modelu „idealnego". Zgodnie z [Hellwig 1969] podstawowym problemem budowy takiego modelu ekonometrycznego jest ustalenie liczby zmiennych objaśniających czyli predyktant, wybór odpowiednich predyktant ze zbioru potencjalnych zmiennych oraz ustalenie rangi każdej predyktanty ze względu na siłę jej wpływu na zmienną objaśnianą.

Najczęściej stosowanymi metodami doboru predyktant w tradycyjnej ekonometrii są kryteria oparte na współczynniku determinacji, testowaniu istotności parametrów strukturalnych modelu lub na mierzeniu korelacji liniowej między zmiennymi w modelu. Jedną z takich metod wyboru zmiennych objaśniających – kandydatek do liniowego modelu ekonometrycznego jest metoda optymalnego doboru predyktant, czyli metoda Hellwiga ([Hellwig 1969]).

Bezpośrednim celem przedstawionej tu analizy jest rozstrzygnięcie, na ile metoda Hellwiga jest użyteczna w odniesieniu do konstruowania modeli szeregów czasowych i w jakim zakresie jest ona konkurencyjna wobec innych metod, na przykład opartych o kryterium informacyjne Schwarza i Akaike. Okazuje się, że metoda Hellwiga w pewnych, często w praktyce ekonometrycznej występujących przypadkach, nie prowadzi do wyboru modelu „oryginalnego", to znaczy takiego, który opisuje faktyczną relacje między zmiennymi ekonomicznymi, fizycznymi lub innymi. Czerwiński [1985, str. 275] pisze, że wyniki, „jakie w badaniach empirycznych uzyskuje się dobierając układ zmiennych objaśniających o największej pojemności informacyjnej są w wielu przypadkach bardzo dyskusyjne". Z naszego badania wynika także, że przy analizie szeregów czasowych metoda ta nie zawsze pozwala na automatyczny wybór postulowanego modelu „idealnego" albo model idealny nie zawsze jest równoważny modelowi oryginalnemu.

Podobnie jak czyni się w przypadku znanych z literatury metod wyboru optymalnych modeli ekonometrycznych opartych na kryterium informacyjnym, analizę metody przeprowadzamy na podstawie modelu autoregresji (por. np. [Akaike 1973], [Hannan i Quinn 1979], [Lütkepohl 1985]). Wnioski z przeprowadzonych obliczeń mogą być jednak użyteczne w przypadkach dowolnych rodzajów ekonometrycznych modeli liniowych, w szczególności dynamicznych modeli szeregów czasowych (np. autoregresyjnych modeli z rozkładem opóźnień). Należy pamiętać, że metoda optymalnego doboru predyktant nie została wytypowana jako szczególne narzędzie do analizy szeregów czasowych. Wyniki przedstawione w tej pracy nie powinny być zatem rozumiane jako próba krytyki używania metody Hellwiga w ogólności, a jedynie w zastosowaniach do pewnych modeli szeregów czasowych.

Prezentowane w opracowaniu rozważania zostały zawarte w trzech punktach i uzupełnione zakończeniem. W pierwszych dwóch punktach pracy opisujemy metodę Hellwiga optymalnego doboru predyktant oraz wskazujemy przykładowe sytuacje, przy których metoda ta nie prowadzi do wyboru prawidłowego modelu. Następnie w punkcie trzecim przeprowadzamy symulację Monte Carlo w celu potwierdzenia obliczeń analitycznych i wskazania konkretnych przypadków, dla których metoda Hellwiga nie jest optymalna. Porównujemy tam również wyniki symulacji dla innych informacyjnych kryteriów wyboru modeli ekonometrycznych, takich jak kryterium Akaike, Schwarza oraz Amemiyi. Podsumowanie wniosków pracy zawarto w zakończeniu.

METODA HELLWIGA

Stawiamy hipotezę, że prawdziwa zależność między zmienną objaśnianą Y a zmiennymi objaśniającymi X_1, X_2, ..., X_k dana jest relacją:

$$Y = \alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + ... + \alpha_k X_k + \varepsilon \, , \tag{1}$$

gdzie α_0, α_1, ..., α_k stanowią parametry strukturalne modelu, a ε jest składnikiem losowym. Zgodnie z metodą Hellwiga, dla zmiennych występujących w modelu (1) możliwe jest obliczenie integralnej pojemności informacyjnej. Ma ona następującą postać:

$$H = \sum_{i=1}^{k} \frac{cor(X_i, Y)^2}{\sum_{j=1}^{k} \left| cor(X_i, X_j) \right|} \, . \tag{2}$$

We wzorze (2) $cor(X_i, Y)$ oznacza współczynnik korelacji liniowej między zmienną X_i i zmienną Y, a $cor(X_i, X_j)$ jest współczynnikiem korelacji między X_i i X_j. W sytuacji, gdy nieznana jest prawdziwa kombinacja zmiennych objaśniających zmienną Y, wykorzystuje się metodę Hellwiga do wstępnego wyboru kandydatek na zmienne objaśniające, budując dla każdej możliwej kombinacji tych kandydatek model analogiczny do modelu (1) i obliczając dla każdej kombinacji integralną pojemność informacyjną H. Następnie wybiera się tę kombinację zmiennych, dla której H jest największe i dla tej grupy zmiennych dokonuje się dalszej analizy statystycznej i merytorycznej w celu wybrania modelu optymalnego.

WYBÓR OPTYMALNEGO MODELU AUTOREGRESJI

Rozpatrzmy model autoregresyjny rzędu k, $AR(k)$, jako szczególny przypadek modelu (1):

$$Y_t = \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 Y_{t-2} + ... + \alpha_k Y_{t-k} + \varepsilon_t \, . \tag{3}$$

Załóżmy, że budując model opisujący zmiany Y nie znamy prawdziwego rzędu k autoregresji, zatem musimy rozpatrywać różne kombinacje kandydatek na zmienne objaśniające, wyłonione ze zbioru $\{Y_{t-1}, Y_{t-2}, ..., Y_{t-k}\}$.

Dla przykładu rozważmy sytuację, gdzie zbiór kandydatek na zmienne objaśniające Z jest dwuelementowy, to znaczy $Z = \{Y_{t-1}, Y_{t-2}\}$. Osoba konstruująca model musi zatem zdecydować, czy wybrać rząd autoregresji $k = 1$, czyli:

$$Y_t = \alpha_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{4}$$

czy też $k = 2$, co prowadzi do analizy modelu:

$$Y_t = \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 Y_{t-2} + \varepsilon_t . \tag{5}$$

Wprowadźmy następujące oznaczenia współczynników korelacji między zmiennymi w modelu: $cor(Y_t, Y_{t-1}) = cor(Y_{t-1}, Y_{t-2}) = a$, $cor(Y_t, Y_{t-2}) = b$.

Jeśli to model $AR(1)$ byłby modelem prawdziwym, to należy przyjąć, że $b = a^2$ i wartości integralnej pojemności informacyjnej H byłyby następujące:

$$H_{AR(1)} = a^2 \tag{6}$$

oraz:

$$H_{AR(2)} = \frac{a^2 + a^4}{1 + |a|} . \tag{7}$$

W takim przypadku, zgodnie z kryterium Hellwiga wybrany zostałby model $AR(1)$, wtedy i tylko wtedy, gdy $|a| \geq a^2$. Ponieważ wiadomo, że $a \in (-1; 1)$, to model ten byłby wybrany dla każdego a.

Natomiast jeśli prawdziwy proces generujący zmiany Y w czasie byłby opisany relacją $AR(2)$, to integralna pojemność informacyjna dla modelu $AR(1)$, równa byłaby:

$$H_{AR(1)} = a^2 , \tag{8}$$

a dla modelu $AR(2)$:

$$H_{AR(2)} = \frac{a^2 + b^2}{1 + |a|} . \tag{9}$$

Ze wzorów (8) i (9) wynika, że zgodnie z kryterium informacyjnym Hellwiga, model $AR(2)$ zostanie wybrany jako co najmniej tak dobry jak model $AR(1)$, jeśli $H_{AR(1)} \leq H_{AR(2)}$. Warunek ten jest równoważny nierówności:

$$\left|a^3\right| \leq b^2 . \tag{10}$$

Na przykład, jeśli $a = 0{,}5$ i $b = 0{,}5$, to do dalszej analizy zostanie wybrany model $AR(2)$. Natomiast, jeśli $a = 0{,}8$ i $b = 0{,}5$, to do dalszej analizy zostanie wybrany model $AR(1)$, a nie model $AR(2)$.

Powyższe rozważania wskazują, iż Metoda Hellwiga nie identyfikuje jednoznacznie w każdym przypadku rzędu autoregresji w modelu autoregresji $AR(2)$. Z przykładów wynika, że gdy $b \in \left\langle -\sqrt{|a^3|}\ ;\ +\sqrt{|a^3|} \right\rangle$, to kierując się wskazaniami kryterium Hellwiga sztucznie zaniżamy rząd autoregresji z $k = 2$ na $k = 1$. Innymi słowy, gdy prawdziwy jest model $AR(2)$ istnieje niebezpieczeństwo odrzucenia Y_{t-2} spośród kandydatek na zmienne objaśniające, mimo że w rzeczywistości istotnie wpływa ona na zmienną objaśnianą.

Podobny efekt zaobserwować można analizując modele autoregresji wyższych rzędów. Jednakże w tym przypadku należy liczyć się z bardziej skomplikowaną postacią wzorów określających pojemności informacyjne. Na przykład, dla $AR(3)$ mamy:

$$H_{AR(3)} = \frac{b^2}{1+2|a|} + \frac{a^2+c^2}{1+|a|+|b|}, \tag{11}$$

gdzie $c = cor(Y_t, Y_{t-3})$. Relacje warunkujące wybór nieodpowiedniego modelu są tam jednak bardziej skomplikowane i w celu ich przedstawienia dokonujemy w następnym punkcie analizy statystycznej eksperymentu opartego na symulacji Monte Carlo.

SYMULACJE MONTE CARLO

Załóżmy, że składnik losowy w modelu (3) ma standardowy rozkład normalny. Rozpatrzymy pięć modeli autoregresji, dla których ustalono wartości korelacji między zmiennymi występującymi w modelu:

- model (A): autoregresja rzędu 2, gdzie $a = b = 0{,}5$,
- model (B): autoregresja rzędu 2, gdzie $a = 0{,}8$ i $b = 0{,}5$,
- model (C): autoregresja rzędu 3, gdzie $a = b = c = 0{,}5$,
- model (D): autoregresja rzędu 3, gdzie $a = 0{,}2$, $b = 0{,}8$ i $c = 0{,}5$,
- model (E): autoregresja rzędu 3, gdzie $a = 0{,}8$, $b = 0{,}6$ i $c = 0{,}5$.

Podobnie jak w poprzednim punkcie, parametry a, b i c oznaczają wartości korelacji między zmiennymi w modelach AR(2):

- $cor(Y_t, Y_{t-1}) = cor(Y_{t-1}, Y_{t-2}) = a$,
- $cor(Y_t, Y_{t-2}) = b$

oraz w modelach AR(3):

- $cor(Y_t, Y_{t-1}) = cor(Y_{t-1}, Y_{t-2}) = cor(Y_{t-2}, Y_{t-3}) = a$
- $cor(Y_t, Y_{t-2}) = cor(Y_{t-1}, Y_{t-3}) = b$,
- $cor(Y_t, Y_{t-3}) = c$.

Na podstawie zadanych wartości korelacji między zmiennymi, wyznaczamy wartości parametrów w rozważanych modelach, otrzymując:

- model (A): $y_t = 0{,}333 y_{t-1} + 0{,}333 y_{t-2} + \varepsilon_t$,
- model (B): $y_t = 1{,}111 y_{t-1} - 0{,}389 y_{t-2} + \varepsilon_t$,
- model (C): $y_t = 0{,}250 y_{t-1} + 0{,}250 y_{t-2} + 0{,}250 y_{t-3} + \varepsilon_t$
- model (D): $y_t = -0{,}640 y_{t-1} + 0{,}756 y_{t-2} + 0{,}860 y_{t-3} + \varepsilon_t$
- model (E): $y_t = 0{,}906 y_{t-1} - 0{,}250 y_{t-2} + 0{,}156 y_{t-3} + \varepsilon_t$.

Wykorzystujemy tu wzory znane z teorii par korelacyjnych (por. np. [Marcinkowska-Lewandowska 1992]).

Dysponując, wygenerowanymi przy pomocy procedury Monte Carlo szeregami obserwacji zmiennej Y (dla jednego z pięciu modeli), próbujemy na podstawie modelu (3) ustalić rząd autoregresji zmiennej Y. W tym celu budujemy modele autoregresji analogiczne do modelu (3), gdzie k jest równe od 1 do $k_{\max}$, natomiast obserwacje Y dane są przez szereg $(y_t)_{t\in\{1,\dots,n\}}$. W tym badaniu przyjmujemy arbitralnie, że $k_{\max} = 5$.

W każdym z $k_{\max}$ modeli szacujemy wartości korelacji między wszystkimi zmiennymi. W szczególności oszacowania parametrów a, b, c oznaczamy przez $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$. Dodatkowo, metodą najmniejszych kwadratów estymujemy parametry α_1, α_2, ..., α_k w każdym modelu i wartości reszt oznaczamy przez $\hat{e}_t$, $t = 1,\dots,n$.

Dla każdego z $k_{\max}$ oszacowanych modeli autoregresji obliczamy wartość integralnej pojemności informacyjnej H i wybieramy ten model, który generuje największą wartość H.

Całą procedurę (i) losowania n niezależnych obserwacji e_t i generowania szeregu obserwacji zmiennej Y, (ii) szacowania parametrów modeli autoregresji różnych rzędów oraz (iii) znajdowania optymalnego modelu ze względu na kryterium Hellwiga powtarzamy tysiąckrotnie. W ten sposób otrzymujemy empiryczny rozkład optymalnego rzędu modelu autoregresji obliczonego na podstawie kryterium Hellwiga, przy założeniu, że prawdziwy rząd modelu autoregresji równy jest $k = 2$ w przypadku modeli (A) i (B) i $k = 3$ w przypadku modeli (C), (D) i (E) oraz, że znane są wartości jego parametrów.

Dla porównania wskazań metody Hellwiga na tle innych metod identyfikacji rzędu autoregresji, w każdym przypadku symulacji zastosowano także ogólnie znane kryteria wyboru modeli: kryterium informacyjne Akaike, kryterium Schwarza oraz kryterium predykcji Amemiyi (por. [Akaike 1973], [Lütkepohl 1985], [Schwarz 1978]).

Na podstawie otrzymanych wyników sumulacji Monte Carlo dla modelu (A) można stwierdzić, że dla tego modelu kryterium Hellwiga bardzo dobrze ocenia rząd modelu autoregresji[2]. Nawet dla mniejszych prób poniżej 300 obserwacji, kryterium to sprawdza się lepiej niż kryteria informacyjne Akaike i Schwarza oraz kryterium predykcji Amemiyi. Te kryteria zwiększają swoją dokładność wraz ze wzrostem liczebności próby. Kryterium Schwarza wskazuje na prawdziwy rząd autoregresji w ponad 99% przypadków dla 1000 obserwacji.

Tabela 1: Wybór rzędu autoregresji za pomocą kryteriów informacyjnych, kiedy prawdziwy jest model (B) (AR(2))

Kryterium	Model prawdziwy: AR(2), model (B)				
	Wybrany rząd AR(k)				
	1	2	3	4	5
	n=50 obserwacji				
Hellwiga	99,8%	0,0%	0,0%	0,2%	0,0%
Akaike	8,2%	68,8%	12,5%	6,2%	4,3%
Schwarza	22,7%	71,6%	4,2%	1,2%	0,3%
Amemiyi	8,2%	68,9%	12,5%	6,2%	4,2%
	n=300 obserwacji				
Hellwiga	100,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
Akaike	0,0%	77,6%	12,7%	6,1%	3,6%
Schwarza	0,0%	98,1%	1,8%	0,1%	0,0%
Amemiyi	0,0%	77,6%	12,7%	6,1%	3,6%
	n=1000 obserwacji				
Hellwiga	100,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
Akaike	0,0%	75,2%	12,7%	6,0%	6,1%
Schwarza	0,0%	99,3%	0,6%	0,1%	0,0%
Amemiyi	0,0%	75,2%	12,7%	6,0%	6,1%

Źródło: obliczenia własne

W modelu (B) wartość autokorelacji pierwszego rzędu, czyli wartość parametru a, zwiększono o $0{,}3$ w porównaniu do modelu (A). Wyniki symulacji dla tego przypadku znajdują się w tabeli 1. Tu kryterium Hellwiga wskazuje

[2] Ze względu na ograniczoną objętość tego artykułu szczegółowe wyniki symulacji modeli (A), (C) i (D) oraz obliczenia dla różnych długości prób (np. n=100 i n=500) dostępne są jedynie w rozszerzonej wersji pracy na stronie internetowej autora.

prawie zawsze błędny rząd autoregresji, to znaczy zaniża go do 1. Oznacza to, że już w procedurze wyboru kandydatek do modelu kryterium Hellwiga odrzuca istotną zmienną objaśniającą, gdy prawdziwy jest model (B). Kryterium Schwarza najczęściej ze wszystkich kryteriów wskazuje prawidłowo rząd autoregresji.

W przypadku modelu (C), w którym parametry autokorelacji są równe ($a = b = c = 0{,}5$), rząd autoregresji wyznaczany z kolei jest najlepiej i prawie zawsze prawidłowo przy pomocy kryterium Hellwiga. Inne kryteria poprawiają swą celność wyboru prawdziwego rzędu modelu wraz ze zwiększaniem liczebności próby. Dla dużych prób dobrze prawidłowo rząd autoregresji wskazuje także kryterium Schwarza.

Kiedy jednak wartość a zmniejszymy do $0{,}2$, a wartość b zwiększymy do $0{,}8$, to dla prób poniżej 300 obserwacji kryterium Hellwiga zaniża rząd autoregresji, a dla większych prób częściej zawyża rząd autoregresji w stosunku do prawdziwego rzędu równego 3. Inne kryteria wyboru rzędu autoregresji dają wyniki podobne do rezultatów z tabeli 1, gdzie najdokładniejsze wyniki otrzymujemy przy wykorzystaniu kryterium Schwarza.

Tabela 2: Wybór rzędu autoregresji za pomocą kryteriów informacyjnych, kiedy prawdziwy jest model (E) (AR(3))

Kryterium	Model prawdziwy: AR(3), model (D)				
	Wybrany rząd AR(k)				
	1	2	3	4	5
	n=50 obserwacji				
Hellwiga	98,2%	0,2%	0,8%	0,4%	0,4%
Akaike	50,7%	17,4%	18,4%	8,3%	5,2%
Schwarza	82,0%	9,4%	7,0%	1,00%	0,6%
Amemiyi	50,7%	17,4%	18,5%	8,2%	5,2%
	n=300 obserwacji				
Hellwiga	100,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
Akaike	4,3%	7,9%	69,5%	11,9%	6,4%
Schwarza	40,1%	12,8%	46,1%	0,9%	0,1%
Amemiyi	4,3%	7,9%	69,5%	11,9%	6,4%
	n=1000 obserwacji				
Hellwiga	100,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
Akaike	0,0%	0,0%	82,0%	12,5%	5,5%
Schwarza	0,3%	1,2%	97,5%	0,9%	0,1%
Amemiyi	0,0%	0,0%	82,0%	12,5%	5,5%

Źródło: obliczenia własne

Ekstremalny przykład zaniżania liczby kandydatek na zmienne w modelu (3) zaprezentowano w tabeli 2, gdzie przedstawiono wyniki dla modelu (E). W tym przypadku wysoka wartość parametru $a = 0{,}8$ decyduje o tym, że mimo dużych wartości pozostałych parametrów ($b = 0{,}6$ i $c = 0{,}5$), przy pomocy kryterium Hellwiga wybierany jest zwykle rząd autoregresji równy 1 zamiast prawidłowego równego 3. Podobnie jak w poprzednich przykładach kryteria różne od tego kryterium pozwalają wybrać prawidłowy rząd autoregresji, czyli odpowiednie zmienne objaśniające do modelu, w ponad 70% przypadków dla prób liczących ponad 500 obserwacji. Dla mniejszych prób najlepsze wyniki daje zastosowanie kryteriów Amemiyi i Akaike.

Okazuje się zatem, że wysoka wartość parametru autokorelacji rzędu i, $cor(Y_t, Y_{t-i})$, w porównaniu do wartości autokorelacji pozostałych rzędów decyduje często o tym, że wybierano model autoregresji rzędu i niezależnie od prawdziwego rzędu autoregresji. Rezultaty otrzymane w symulacjach są niezależne od wielkości próby. W ten sposób potwierdzone zostają obliczenia analityczne przeprowadzone w poprzednim punkcie pracy, świadczące o słabej przydatności kryterium Hellwiga do wyboru rzędu modelu autoregresji.

ZAKOŃCZENIE

W pracy dokonano analizy metody Hellwiga jako kryterium doboru zmiennych do modeli autoregresji. Zauważono, że przy spełnieniu pewnych prostych warunków metoda Hellwiga może wskazywać na wybór modelu autoregresji nieodpowiedniego rzędu. Wynik ten daje się uogólnić do innych liniowych modeli szeregów czasowych, w szczególności modeli dynamicznych. Występują tam często zmienne objaśniające silnie skorelowane wzajemnie oraz z opóźnioną zmienna objaśnianą. W wyniku zastosowania metody optymalnego doboru predyktant część z nich może zostać usunięta z grupy kandydatek na zmienne objaśniające, mimo że faktycznie wpływa istotnie na zmienną objaśnianą.

Pominięcie ważnych zmiennych objaśniających w modelu może spowodować odrzucenie modelu w procesie weryfikacji z powodu niestabilności postaci strukturalnej modelu, obciążonych ocen parametrów strukturalnych, autokorelacji składnika losowego, czy występowania dużych błędów prognozy. Dlatego w praktycznych zastosowaniach proponuje się wykorzystanie kryteriów informacyjnych, takich jak kryterium Schwarza i kryterium Akaike.

Innym rozwiązaniem jest metoda sekwencyjnego testowania istotności parametrów modelu (np. od modelu ogólnego do szczególnego) przy pomocy znanych testów Walda, mnożnika Lagrange'a lub ilorazu wiarygodności, ponieważ nie sprawia ona dziś poważnych trudności obliczeniowych. Za Hellwigiem i innymi inicjatorami dyskusji o jakości modelowania ekonometrycznego należy dodać, że pierwszorzędną rolę w doborze kandydatek na zmienne objaśniające do modelu ekonometrycznego powinna odgrywać wiedza z dziedzin ekonomii, fizyki, biologii i innych, pochodząca spoza próby statystycznej.

BIBLIOGRAFIA

Akaike H. (1973) Information Theory and an Extension of the Maximum Likelihood Principle, w: B. N. Petrov, F. Csáki (red.) 2nd International Symposium on Information Theory, Budapeszt, Akadémiai Kiadó, 267 – 281.

Hannan E. J., Quinn B. G. (1979) The Determination of the Order of an Autoregression, Journal of the Royal Statistical Society B 41, 190 – 195.

Czerwiński Z. (1976) Przyczynek do dyskusji nad problemem „dobrego" modelu ekonometrycznego, Przegląd Statystyczny 4, 399 – 418.

Czerwiński Z. (1985) O jakości modelu ekonometrycznego (refleksje nad artykułem Zdzisława Hellwiga), Przegląd Statystyczny 3, 269 – 277.

Guzik B. (1979) Propozycja kryterium zmodyfikowanego współczynnika determinacji dla doboru zmiennych objaśniających do modelu ekonometrycznego, Przegląd Statystyczny 1-2, 67 – 78.

Hellwig Z. (1969) Problem optymalnego wyboru predyktant, Przegląd Statystyczny 3-4, 221 – 238.

Hellwig Z. (1974) Rozważania nad istotą modelu ekonometrycznego, Ekonomista 2, 305 – 324.

Hellwig Z. (1985) O jakości modelu ekonometrycznego, Przegląd Statystyczny 1, 3 – 23.

Marcinkowska-Lewandowska W. (1992) Geometryczne aspekty modelowania ekonometrycznego, Monografie i opracowania 365, Wyd. SGH, Warszawa.

Lütkepohl H. (1985) Comparison of Criteria for Estimating the Order of a Vector Autoregressive Process, Journal of Time Series Analysis 6, 35 – 52.

Schwarz G. (1978) Estimating the Dimension of a Model, The Annals of Statistics 6, 461 – 464.

Shibata R. (1980) Asymptotically Efficient Selection of the Order of the Model for Estimating Parameters of a Linear Process, The Annals of Statistics 8, 147 – 164.

USING HELLWIG METHOD TO SELECT EXPLANATORY VARIABLES IN TIME SERIES MODELS

Abstract: We check if Hellwig method is useful in building time-series models and if it performs better than other statistical methods, including Akaike and Schwarz information criteria. We find that the Hellwig method often leads to incorrect model specifications.

Key words: Hellwig method, time series, model selection