

POMIĘDZY TAK A NIE CZYLI O ROZMYTYM CHARAKTERZE POJĘĆ, METOD I KATEGORII

Danuta Bogocz

Katedra Statystyki Matematycznej
Uniwersytet Rolniczy w Krakowie
e-mail: rrbogocz@cyf-kr.edu.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono garść rozważań nad rozmytym podejściem do analizy niektórych zjawisk, wynikającym z nieostrych granic definiujących dotyczące ich pojęcia. W celu lepszego zobrazowania rozmytego charakteru stosowanych procedur oraz ich wyników wykorzystano przykład empiryczny.

Słowa kluczowe: zbiór rozmyty, ubóstwo, ranking.

WSTĘP

Każda sfera życia człowieka wymaga podejmowania decyzji, a – co się z tym wiąże – orzekania o stanie obecnym, ustosunkowywania się do stanu przeszłego i przewidywania możliwych stanów w przyszłości. Jak pisze Samuel Butler, *życie jest sztuką wyciągania wystarczających wniosków z niewystarczających przesłanek*. Wydaje się, że wraz ze wzrostem naszej wiedzy, rośnie też nasza świadomość, jak wiele nadal pozostaje poza jej zasięgiem.

Istotną determinantą naszych działań, zarówno codziennych jak i tych naukowych, jest język. To, czego nie potrafimy wyrazić, znane jest tylko nam i dotyczy z reguły sfery nieracjonalnej. Terminologia każdej dziedziny naukowej stara się sprostać postulatowi wysokiego stopnia precyzji pojęć, które ją konstytuują. Niemniej jednak, to dążenie do jednoznaczności nie zawsze ma szansę na pomyślną realizację, zwłaszcza w niektórych obszarach wiedzy. Ciągła jej weryfikacja zarówno ta od nas niezależna, której dokonuje otaczająca nas rzeczywistość, jak i ta prowadzona przez nas, autorów hipotez, powoduje, że przeformułujemy postawione hipotezy, modyfikujemy narzędzia badawcze, a w konsekwencji wnioski.

W niniejszej pracy zwrócono uwagę na fakt, że coraz więcej miejsca w badaniach naukowych zaczynają zajmować metody oparte na logice wielowartościowej. Pojęcia o nieostrych zakresach, ograniczoność informacji lub jej niejednoznaczność powodują, że tradycyjne metody stają się mało atrakcyjne dla badacza. Jak pisze Charles Ragin, podejście to ma dużą siłę, ale jego moc jest jednocześnie jego słabością.

Jako przykład obrazujący proces odchodzenia od metod klasycznych wykorzystano mały fragment analizy poziomu ubóstwa w Polsce w ujęciu przestrzennym na szczeblu województw. Stosując podejście jednowymiarowe – niezaprzeczalnie ubogie od strony merytorycznej – podjęto próbę konstrukcji rozmytego rankingu, a w dalszej kolejności, rozmytego zbioru województw „ubogich”. W celu otrzymania przejrzystego obrazu badanego zjawiska, wyniki przedstawiono na mapie.

PRZEDMIOT BADAŃ

Trudno nie zgodzić się z faktem, że termin *ubóstwo* w języku potocznym jest pojęciem nieostrym. Formalnych definicji, stanowiących próby zamknięcia go w ramy umożliwiające jego naukową obróbkę jest bardzo wiele. Oto kilka z nich:

Słownik Webster'a: brak środków na prowadzenie umiarkowanie wygodnego życia
Bank Światowy: niemożność osiągnięcia minimalnego standardu życiowego
Międzynarodowe Biuro Pracy - niezaspokojenie podstawowych potrzeb, „...podstawowe potrzeby w zakresie konsumpcji osobistej rodziny: odpowiednie wyżywienie, mieszkanie, odzież oraz elementarne wyposażenie mieszkań i umeblowanie, ... podstawowe usługi świadczone przez i dla społeczności, takie jak: nieskażona woda pitna, urządzenia sanitarne, publiczny transport i ochrona zdrowia, udogodnienia w zakresie edukacji i kultury”

Rada Ministrów Wspólnoty Europejskiej: Ubóstwo odnosi się do osób, rodzin lub grup osób, których środki (materialne, kulturalne i socjalne) są ograniczone w takim stopniu, że poziom ich życia obniża się poza akceptowane minimum w kraju zamieszkania.

Dwupoziomowa definicja Unii Europejskiej:

Ubóstwo absolutne - brak możliwości zaspokojenia podstawowych potrzeb ludzkich obejmujących żywność, wodę pitną, urządzenia sanitarne, zdrowie, mieszkanie i informację. Zależy ono tym samym nie tylko od dochodów gospodarstw domowych, lecz również od ich dostępu do podstawowych usług, który w niektórych sytuacjach nie zależy wyłącznie od ich dochodów.

Ubóstwo ogólne jest szerszą kategorią niż ubóstwo absolutne. Związane jest ono nie tylko z brakiem dostępu do podstawowych artykułów i usług, lecz również z brakiem możliwości uczestnictwa w podejmowaniu decyzji oraz w życiu obywatelskim, społecznym i kulturalnym.

Ekonomiczna definicja ubóstwa: ubóstwem określamy sytuację, w której jednostka (osoba, rodzina, gospodarstwo domowe) nie dysponuje wystarczającymi środkami

(zarówno środkami pieniężnymi w postaci dochodów bieżących i dochodów z poprzednich okresów jak i w formie nagromadzonych zasobów materialnych) pozwalającymi na zaspokojenie jej potrzeb. Tym samym poza przyjętą definicją ubóstwa pozostają aspekty kulturowe i socjologiczne życia w ubóstwie, związane z wyłączeniem z życia społecznego.

Analizę zamieszczoną w niniejszej pracy oparto o ekonomiczną definicję ubóstwa.

Badania nad ubóstwem osadzone są w kontekście nauk społecznych. Klasyczna procedura badawcza ma tu przebieg następujący:

- Identyfikacja zjawiska, które jest przedmiotem badania postrzeganego jako coś, co zmienia się w zakresie przypadków i/lub czasu
- Studia literatury dotyczącej problemu
- Sporządzenie listy przyczyn i powiązanie ich z odpowiednią teorią
- Opracowanie metod pomiaru zmiennej zależnej i zmiennych niezależnych
- Umieszczenie zmiennych w populacji lub zbiorze danych o ich dużej zmienności
- Identyfikacja zmiennych kontrolnych i włączenie ich do zbioru zmiennych niezależnych
- Konstrukcja hipotez i modeli
- Analiza zmienności i oszacowanie wpływu poszczególnych zmiennych niezależnych
- Ustalenie ostatecznego zbioru zmiennych niezależnych
- Identyfikacja tych zmiennych, które mają największy udział w kształtowaniu zmienności zmiennej zależnej.

Prekursorem nowej formuły badań społecznych jest wspomniany już wcześniej Charles Ragin. Oryginalność jego podejścia – w dużym skrócie – przedstawia tabela:

Tabela 1.

Metoda tradycyjna	Nowa formuła
Zmienne	Zbiory
Pomiar	Skalowanie
Zmienne zależne	Wyniki jakościowe
Dane populacje	Populacje skonstruowane
Korelacje	Relacje teoretyczne w zbiorze
Macierz korelacji	Tabela prawdziwości (rodzaje przypadków)
Wielkość oddziaływań	Warunki INUS – określone powiązania zmiennych przyczynowych generują określone wyniki

Źródło: opracowanie własne na podstawie: Ragin, C., 2000 *Fuzzy-Set Social Science*. U. Chicago Press

Formalnym narzędziem, które spełnia postulaty nowej formuły, są zbiory rozmyte.

METODYKA BADAŃ

Zbiory rozmyte, poza intuicyjnym ich rozumieniem jako zbiorów wynikających z zastosowania logiki wielowartościowej, definiowane są w kontekście algebraicznej teorii krat, za pomocą sekwencji kilku definicji:

Definicja 1: Zbiór uporządkowany (L, \leq) nazywamy kratą, gdy wszystkie jego podzbiory dwuelementowe mają kresy

Definicja 2: Dana jest przestrzeń X oraz krata (L, \leq) . Zbiorem L -rozmytym w X lub L -zbiorem w X nazywamy dowolne odwzorowanie $A: X \rightarrow L$. Rodzinę L -zbiorów w X oznaczamy przez $L(X)$. Gdy w szczególności $L = [0, 1]$, L -zbiory nazywamy zbiorami rozmytymi w X i oznaczamy przez $F(X)$.

Definicja 3: Elementy zbioru U nazywamy obiektami L -rozmytymi w X , gdy dane jest odwzorowanie $m: U \rightarrow L(X)$ przyporządkowujące tym elementom zbiory L -rozmyte. Wtedy obraz $A = m(A)$ obiektu A przez odwzorowanie m nazywamy funkcją przynależności tego obiektu, a wartość $A(x)$ w punkcie $x \in X$ nazywamy stopniem przynależności punktu x do obiektu rozmytego A .

Wprowadzenie pojęcia zbioru rozmytego w procedurę wartościowania i jakościowej kategoryzacji obiektów indukuje nieco inny rodzaj subiektywizmu. Kryterium, na podstawie którego określa się przynależność obiektu do pewnego zbioru – tu zbioru „ubogich” – ma charakter obiektywny, tj. bazuje na pewnych wartościach progowych ustalonych niezależnie od zakresu wartości, jakie zmienna syntetyczna przyjmuje dla analizowanego zbioru obiektów. Obiekty, dla których zmienna syntetyczna (w tym przypadku jedyna zmienna wykorzystana do analizy zjawiska – dochód nominalny przypadający na głowę mieszkańca w danym województwie) osiąga wartość poniżej ustalonego dolnego progu klasyfikuje się do zbioru obiektów „ubogich”. Obiekty o wartościach zmiennej syntetycznej powyżej progu górnego z tego zbioru się wyklucza, zaś te obiekty, których wartości zmiennej syntetycznej mieszczą się w przedziale pomiędzy progami należą do wyróżnionego zbioru w pewnym stopniu – stopień przynależności określa wartość rozmytej funkcji wartościującej.

Model funkcji przynależności w ogólnym zarysie zaczerpnięto z pracy prekursora teorii zbiorów rozmytych, L.A. Zadeha. Wzięto również pod uwagę pewną adaptację tego modelu do zmiennych skokowych – tego typu zmienną jest ranking obiektów – zaproponowaną m.in. przez M. Rószniewicz., a obecnie często stosowaną w przestrzennych analizach poziomu i jakości życia..

Punktem wyjścia do konstrukcji rozmytej funkcji wartościującej – funkcji przynależności – jest wartość zmiennej syntetycznej.

Przyjmując oznaczenia:

c_{01} – górna wartość progowa,

c_{02} – dolna wartość progowa,

Rozmytą funkcję wartościującą możemy zapisać w sposób następujący:

$$f^*(o_i) = \begin{cases} 1, & \text{dla } c_{01} \leq e_i \leq \max_i e_i \\ \frac{e_i - c_{01}}{c_{01} - c_{02}}, & \text{dla } c_{02} < e_i < c_{01} \\ 0, & \text{dla } \min_i e_i \leq e_i \leq c_{02} \end{cases}, \quad (*)$$

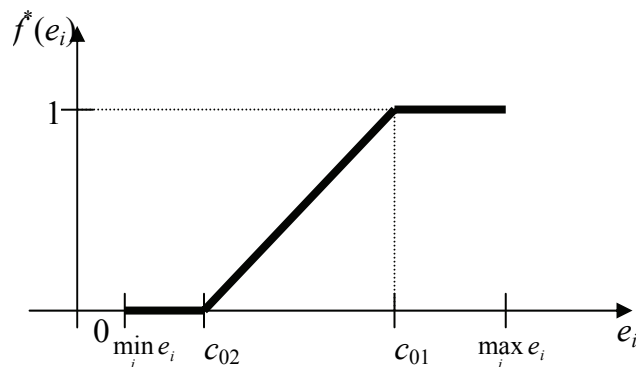
przy czym

$$e_i = \sum_{j=1}^m z_j, \quad i - \text{liczba obiektów: } i = 1, 2, \dots, n.$$

Jak już wspomniano, w przypadku niniejszej analizy zmienną syntetyczną stanowi jedna zmienna.

Jak widać, rozmytą funkcję wartościującą otrzymujemy na drodze liniowego przekształcenia zmiennej syntetycznej. Zilustrowano to na wykresie przedstawionym poniżej.

Rysunek 1. Przebieg zmienności rozmytej funkcji wartościującej



Źródło: opracowanie własne na podstawie formuły (*)

Pozostaje problem wartości progowych. Tu wartości te zostały ustalone przyjmując względne ujęcie ubóstwa, które opiera się na odniesieniu poziomu zaspokojenia potrzeb jednostek (osób, rodzin, gospodarstw domowych) do poziomu ich zaspokojenia przez innych członków społeczeństwa. Jako wyznacznik przyjęto przeciętny poziom zjawiska wyrażony średnią ustalając następujące wartości progowe: $c_{01} = 90\% \cdot m$ oraz $c_{02} = 110\% \cdot m$,

gdzie m oznacza średnią arytmetyczną wartości zmiennej syntetycznej. WYNIKI BADAŃ

W celu zobrazowania idei nowej formuły badań społecznych posłużono się przykładem empirycznym, w szczególności pomiarem ubóstwa w ujęciu jednowymiarowym - na bazie dochodów, a w dalszej kolejności konstrukcją rozmytego rankingu województw ze względu na wyróżnioną cechę. Wykorzystano dane GUS z roku 2008 dotyczące poziomu dochodów nominalnych przypadających na jednego mieszkańca w poszczególnych województwach.

W wyniku zastosowania procedury opisanej we wcześniejszym paragrafie, otrzymano porządek województw, który wraz z odpowiadającymi im wartościami funkcji przynależności wyszczególniono w tabeli 1.

Tabela 2. Wartości funkcji przynależności dla poszczególnych województw

Województwo (o_i)	$f(o_i)$
Podkarpackie	1,000
Lubelskie	1,000
Warmińsko-mazurskie	1,000
Podlaskie	1,000
Świętokrzyskie	0,960
Opolskie	0,931
Lubuskie	0,842
Kujawsko-pomorskie	0,697
Małopolskie	0,697
Łódzkie	0,307
Zachodniopomorskie	0,300
Pomorskie	0,251
Dolnośląskie	0,056
Wielkopolskie	0,006
Śląskie	0,000
Mazowieckie	0,000

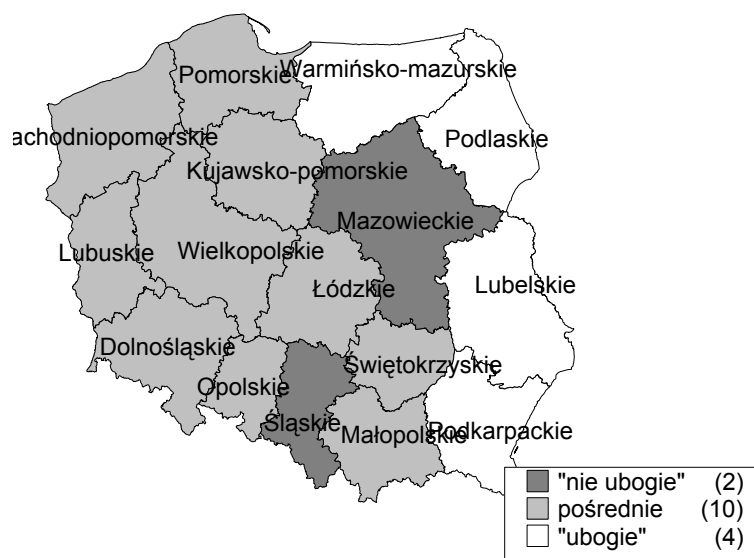
Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS

Jako że analizy poziomu ubóstwa dokonano na bazie tylko jednej zmiennej – wysokości dochodów, która w aspekcie klasyfikowania obiektu do zbioru ubogich jest destymulantą, generując wartości funkcji przynależności, formułę (*) nieco zmodyfikowano, tj.:

$$f^*(o_i) = \begin{cases} 0, & \text{dla } c_{01} \leq e_i \leq \max_i e_i \\ \frac{c_{02} - e_i}{c_{01} - c_{02}}, & \text{dla } c_{02} < e_i < c_{01} \\ 1, & \text{dla } \min_i e_i \leq e_i \leq c_{02} \end{cases} \quad (**)$$

Jak widać, cztery województwa (podkarpackie, lubelskie, warmińsko-mazurskie i podlaskie) zostały zdecydowanie wliczone do zbioru ubogich. Niemniej jednak, kolejne trzy (świętokrzyskie, opolskie i lubuskie) otrzymały stopień przynależności do tego zbioru bliski jedności. Województwa kujawsko-pomorskie i małopolskie otrzymały wartości w połowie pomiędzy zdecydowanym „TAK” a zdecydowanym „NIE”, z kolei pozostałe województwa w świetle funkcji przynależności jawią się jako względnie bogate (rozumiane jako nie będące elementami zbioru ubogich), zwłaszcza województwa śląskie i mazowieckie, które ze zbioru ubogich zostały zdecydowanie wykluczone. Przestrzenne rozmieszczenie obiektów z uwzględnieniem ich stopnia przynależności do zbioru ubogich, przedstawiono na mapie.

Rysunek 2. Zróznicowanie przestrzenne województw ze względu na wartość funkcji przynależności do zbioru „ubogich”



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS

Łatwo dostrzec, że zbiór „ubogich” tworzy wschodni pas województw, co potwierdza wyniki wielu innych badań nad poziomem życia w Polsce. Województwa śląskie i mazowieckie – wykluczone z tego zbioru – istotnie się od

siebie różnią. W przypadku pierwszego z nich, wysoki dochód rozkłada się w miarę równomiernie w obrębie całego obszaru województwa, z kolei w województwie mazowieckim jest on wynikiem zdecydowanie wyższego poziomu dochodu w stolicy kraju. Najliczniejszą grupę tworzą województw o wartościach pośrednich.

PODSUMOWANIE

Nieklasyczne metody badawcze pokrywają coraz to większe obszary wiedzy. *Być może myślenie poprzedzające odkrycie jest rozmyte, jest pomysłnym wzajemnym oddziaływaniem losowego poszukiwania nowych struktur, odpowiednich dla przeszłego doświadczenia i podświadomego rozumowania prowadzącego do wąskiego wyboru z szerokiej gamy możliwości*¹

Problem ubóstwa, poruszony w niniejszej pracy, stanowi dobry przykład pojęcia o rozmytych granicach. Znajduje to odzwierciedlenie w różnych podejściach do tego zagadnienia oraz interpretacjach.

Ranking to jedno z prostszych, ale zarazem najbardziej przejrzystych narzędzi statystycznych. Tu posłużył jako podstawa do wyróżnienia zbioru województw „ubogich”. Dzięki zastąpieniu zero-jedynkowej funkcji przynależności funkcją przyjmującą wartości z przedziału [0; 1], mamy większy wgląd w stopień nasycenia analizowaną cechą, a co za tym idzie, możemy określić, czy bliżsi jesteśmy odpowiedzi TAK czy NIE – na pytanie o przynależność obiektu do zbioru.

Patrząc na mapę i formułując na jej podstawie określone wnioski, musimy mieć świadomość, że dokonujemy tu wielu założeń – niejednokrotnie nie do końca spełnionych – oraz uogólnień. Inny obraz otrzymamy prowadząc badania na poziomie powiatów, a jeszcze inny – na poziomie gmin. Jeszcze inne refleksje przyjdą nam do głowy przemierzając różne zakątki naszego kraju. Stąd trafną wydaje się myśl Goethego: *Wszystko jest jednakowe, a zarazem niejednakowe, pożyteczne i szkodliwe, wymowne i nieme, rozsądne i nierozsądne. A to, co wypowiadamy o poszczególnych rzeczach, często sobie przeczy*².

BIBLIOGRAFIA

- Bezdek J. C., Harris J.D. (1978) Fuzzy partitions and relation - an axiomatic basis for clustering, *Fuzzy Sets and Systems*
- Bogocz D. (2005) Przykłady zastosowań rozmytej funkcji wartościującej w badaniach ekonomicznych, *Zeszyty Naukowe SGGW*, Warszawa.
- Goethe J. W. (1997) *Refleksje i maksymy*. Warszawa.
- Lukasiewicz J. (1922/23) *Ruch filozoficzny*.

¹ . Radhakrishna Rao, „Statystyka i prawda”.

² J. W. Goethe, „Refleksje i maksymy”, Warszawa 1997

- Ostasiewicz W. (1993) Zastosowanie zbiorów rozmytych w ekonomii, PWN, Warszawa.
- Panek T. (2011) Statystyczne metody pomiaru ubóstwa, SGH Warszawa.
- Ragin, C. (2000) Fuzzy-Set Social Science. U. Chicago Press.
- Ragin, C. Configurational Comparative Methods: Qualitative Comparative Analysis (QCA) and Related Techniques. U. Chicago Press.
- Rószniewicz M. (1998) Zastosowanie teorii zbiorów rozmytych do oceny stopnia akceptacji produktu, Wiadomości Statystyczne 4.
- Zadeh L. A. (1965) Fuzzy sets, Information and Control, 8.

**BETWEEN THE YES AND THE NO
– ON FUZZY CHARACTER OF CONCEPTS,
METHODS AND CATEGORIES**

Abstract: The paper presents an investigation within the subject of fuzzy methodology concerning some phenomena, which is the consequence of their fuzzy nature. In order to illustrate some fuzzy procedures and their results an empirical example is included.

Key words: fuzzy sets, poverty, ranking