

## O PEWNEJ STRATEGII ZARZĄDZANIA PORTFELEM. TEORIA I PRZYKŁAD PORTFELA SPÓŁEK Z SEKTORA SPOŻYWCZEGO

**Marek Andrzej Kociński**

Katedra Zastosowań Matematyki

Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie

e-mail: marek\_kocinski@sggw.pl

**Streszczenie:** Wiele powstałych niedawno prac poświęconych zarządzaniu portfelem papierów wartościowych opisuje zalety naiwnej dywersyfikacji. Strategia naiwna okazuje się dawać podobne rezultaty do strategii stosujących wyrafinowane modele matematyczne. W niniejszej pracy opisana jest metoda wyboru papierów wartościowych, która uzyskała statystycznie istotną przewagę nad strategią naiwną.

**Słowa kluczowe:** ryzyko portfela, strategia naiwna, dywersyfikacja portfela, wskaźnik Sharpe'a

### WSTĘP

Zagadnienie optymalnego inwestowania na rynku papierów wartościowych w warunkach ryzyka należy do najważniejszych zagadnień ekonomii. Praca poświęcona jest zagadnieniu optymalizacji portfela akcji. Przedstawiona jest tu strategia inwestycyjna, której celem jest uzyskanie wysokiej wartości wskaźnika średniej nadwyżkowej stopy zwrotu (excess return) do ryzyka. Oprócz opisu teoretycznego podane są wyniki realizacji tej strategii dla danych rzeczywistych. W rozdziale 1 przedstawiony został zarys teorii portfela H. Markowitza oraz wnioski z badań empirycznych. W rozdziale 2 przedstawiona jest metodologia oceny portfela, a w rozdziale 3 wyniki uzyskane dla spółek z sektora spożywczego notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie. W inwestowaniu racjonalnym podejściem jest rozważanie portfeli sektorowych grupujących akcje spółek należących do danego sektora gospodarki. Wiele prognoz i analiz rynkowych dotyczy bowiem nie pojedynczych spółek, a całych branż i portfel złożony z akcji należących do branży ocenianej najkorzystniej

z punktu widzenia przyszłych zysków może osiągnąć przewagę nad portfelem zdywersyfikowanym pomiędzy różne branże. Jednym z najważniejszych i najszybciej rozwijających się dziedzin polskiej gospodarki jest sektor spożywczy. Posiada on około 24% udziału w wartości sprzedaży całego przemysłu. Jego udział w wartości sprzedaży całego przemysłu wynosi blisko 24% i tylko ma dwa kraje Unii Europejskiej Dania (28%) i Grecja (27%) mają ten wskaźnik wyższy.<sup>1</sup> Przemysł spożywczy charakteryzuje się stosunkowo dużą ilością notowanych spółek, co daje możliwość dywersyfikacji, ponadto od swego powstania indeks branżowy WIG spożywczy reprezentujący gospodarkę żywnościową na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie osiągnął od momentu swego powstania wysoki wskaźnik Sharpe'a wśród wszystkich 11 indeksów branżowych. Z drugiej strony indeks WIG spożywczy jest dość słabo zdywersyfikowany. – na 24 spółki wchodzące w jego skład ponad 60% stanowią akcje tylko dwóch spółek (stan z 06.03.2012). Jednym z celów niniejszej pracy jest zbadanie czy i w jaki sposób dywersyfikacja i ograniczanie udziału w portfelu akcji o dużej zmienności poprawia jakość portfela w porównaniu do indeksu WIG spożywczy i do strategii inwestowania w pojedyncze akcje.

## TEORIA I PRAKTYKA OPTIMALIZACJI PORTFELA

Matematyczne podejście do tego problemu zapoczątkowane zostało pracą amerykańskiego ekonomisty Harry'ego Markowitza opublikowaną w roku 1952.<sup>2</sup> Markowitz zaproponował aby w pomiarze ryzyka wykorzystać statystyczną miarę odchylenia zmiennej od jej wartości oczekiwanej – wariancję. Portfele efektywne (czyli racjonalne z punktu widzenia ryzyka i stopy zwrotu) to takie, które mają minimalną wariancję przy wymaganej stopie zwrotu lub maksymalną stopę zwrotu przy dopuszczalnym ograniczeniu na wariancję. Bardzo ważnym aspektem podejścia Markowitza jest spostrzeżenie, że dla ryzyka portfela ważne są nie tylko ryzyka tworzących go aktywów lecz również, wyrażone przy pomocy kowariancji, statystyczne zależności pomiędzy stopami zwrotu różnych walorów. Dlatego rozważane akcje powinny być analizowane nie oddzielnie jak we wcześniejszych teoriach lecz grupowo. Podejście H. Markowitza do wyboru optymalnego portfela szybko zyskało popularność zarówno w teorii jak i w praktyce inwestycyjnej. Poważną przeszkodą w pełnym, praktycznym wykorzystaniu teorii Markowitza okazały się trudności z wiarygodnym oszacowaniem potrzebnych parametrów a zwłaszcza oczekiwanych stóp zwrotu z akcji. Victor DeMiguel, Lorenzo Garlappi i Raman Uppal<sup>3</sup> przeanalizowali obszerny zestaw różnych strategii inwestycyjnych

<sup>1</sup> Polska Agencja Informacji i Inwestycji Zagranicznych S.A. (2011), Sektor spożywczy w Polsce, [http://www.paiz.gov.pl/files/?id\\_plik=17188](http://www.paiz.gov.pl/files/?id_plik=17188).

<sup>2</sup> Markowitz H (1952), Portfolio selection, *Journal of Finance* 7, 77-91.

<sup>3</sup> DeMiguel V., Garlappi L., Uppal L. (2009), Optimal versus naïve diversification: how inefficient is the 1/N strategy?, *Review of Financial Studies* 22, 1915-1953.

i wykazali, że żadna z nich nie ma istotnej przewagi nad tzw. strategią naiwną 1/N czyli taką, w której udział każdego aktywu w portfelu jest taki sam i przy łącznej liczbie rozważanych walorów równej  $N$  wynosi  $1/N$ . Jest to portfel w najwyższym stopniu zdywersyfikowany. Ignoruje on wszelkie informacje pochodzące z danych rynkowych, zarówno te pochodzące ze statystycznej analizy historycznych stóp zwrotu jak i analizy fundamentalnej spółek. Nie brane są również pod uwagę rekomendacje analityków odnośnie spółek. Dlatego chociaż pozytywny wpływ dywersyfikacji na jakość portfela wynika pośrednio z teorii Markowitza to analiza zachowania wielu strategii na rzeczywistych rynkach prowadzi do konkluzji, że dywersyfikacja, czyli w miarę równomierny podział kapitału pomiędzy dużą liczbę akcji jest jednym z najważniejszych i fundamentalnych wymagań dla portfela w realiach praktycznego inwestowania. Implikacje wynikające z prognoz parametrów modelu nie mogą prowadzić do zbytniego obniżenia poziomu dywersyfikacji. Z drugiej strony poważne badania wskazują, że dobre rezultaty daje inwestowanie w taki sposób aby minimalizować wariancję stopy zwrotu z portfela. W kolejnym rozdziale pokazana zostanie strategia, dająca lepsze rezultaty niż naiwna dywersyfikacja.

## STRATEGIA INWESTYCYJNA

Niech  $me_i$  i  $\sigma_i^2$  oznaczają odpowiednio wariancję medianę i wariancję stopy zwrotu w portfelu dla  $i$ -tej akcji w portfelu. Udział w portfelu danej akcji powinien być tym większy im wyższy oczekiwana stopa zwrotu i niższa wariancja. Ze względu na brak wrażliwości na obserwacje odstające została wybrana mediana zamiast spotykanej w literaturze wartości oczekiwanej. Przez portfel rozumiany jest wektor, którego kolejne współrzędne oznaczają procentowy udział kapitału inwestora przeznaczony na zakup  $i$ -tej akcji. Określenie „portfel” i „strategia” oznaczają w pracy to samo. Portfel optymalny zdefiniowany jest przy pomocy dwóch portfeli pomocniczych  $x^1 = (x_1^1, \dots, x_n^1)^*$  oraz  $x^2 = (x_1^2, \dots, x_n^2)^*$ , które zdefiniowane są następujący sposób:

$$x_i^1 = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \sigma_i^3}, i = 1, \dots, k,$$

$$x_i^2 = \frac{me_i^2}{\sum_{i=1}^n \frac{me_i^2}{\sqrt{\sigma_i}}}, i = 1, \dots, k,$$

Gdzie \* oznacza transpozycję wektora.

Strategia  $x^1$  koncentruje się na wyborze akcji o niskiej zmienności, zaś strategia  $x^2$  stara się wykorzystać informacje zawarte w danych historycznych w celu zwiększenia stopy zwrotu przy jednoczesnym ograniczaniu udziału akcji

o wysokiej zmienności. Strategia optymalna  $\mathbf{x}_{op}$  jest średnią arytmetyczną obu opisanych wcześniej portfeli czyli:

$$\mathbf{x}_{op} = \frac{x^1 + x^2}{2}.$$

Uśrednienie jest korzystne z punktu widzenia dywersyfikacji portfela.

## DANE I METODOLOGIA OCENY PORTFELA

Zbiór danych tworzą miesięczne nadwyżkowe stopy zwrotu (excess returns) akcji spółek z sektora spożywczego, gdzie pierwsza taka stopa zwrotu stycznia 1999r, zaś ostatnia grudnia 2011r. Nadwyżkowa stopa zwrotu jest różnicą pomiędzy stopą zwrotu z danego waloru, a stopą wolną od ryzyka. Stopa zwrotu z waloru za dany miesiąc liczona jest jako procentowa zmiana kursu zamknięcia tego waloru pomiędzy pierwszym kursem zamknięcia kolejnego miesiąca, a pierwszym kursem zamknięcia dla miesiąca, w którym dokonuje się obliczeń. Najstarsze stopy zwrotu są zatem obliczone jak względne zmiany kursów zamknięcia w dniu 01/02/1998, w stosunku do takich kursów w dniu 04/01/1999, zaś najnowsze dotyczą analogicznych zmian pomiędzy 01/12/2011 a 02/01/2012. Ważną kwestią jest określenie miesięcznej stopy wolnej od ryzyka. Uzyskanie danych dotyczących miesięcznych stóp zwrotu dla bezpiecznych depozytów bankowych, czy krótkoterminowych papierów dłużnych sprzed kilkunastu lat jest kłopotliwe. Wydaje się, że dobrym przybliżeniem może być w tym przypadku stopa zwrotu z pieniężnego funduszu inwestycyjnego. Zatem, dla oszacowania stóp zwrotu wolnych od ryzyka, ze względu na duży zbiór danych historycznych, wybrano subfundusz polskich instrumentów dłużnych UniKorona Pieniężny. Subfundusz ten inwestuje w bony skarbowe, krótkoterminowe lokaty bankowe oraz papiery dłużne o terminie wykupu nie przekraczającym roku. Charakteryzuje się on wysokim bezpieczeństwem, a jego celem jest ochrona realnej wartości zarządzanych aktywów. Benchmarkiem (czyli punktem odniesienia) dla tego funduszu jest średnie oprocentowanie od 1 do 3miesięcznych depozytów złotych oferowanym gospodarstwom domowym w Polsce.

Na potrzeby pracy stopy w okresie 156 miesięcy zostały zmierzone: nadwyżkowe zwroty dla akcji spółek z sektora spożywczego, które spełniały warunek obecności na giełdzie w dniu 02/01/2012 oraz indeksu WIG spożywczy. Przeprowadzając analizę skuteczności strategii inwestowania, za punkt początkowy przyjmuje się datę, dla której istnieje już ilość danych historycznych umożliwiających oszacowanie potrzebnych parametrów. Ważną sprawą jest wybór ilości miesięcy służących do tego oszacowania. Zbyt mała ich liczba nie dawałaby wiarygodnej estymacji, ale podobnie może być w przypadku, gdy użyjemy zbyt odległych w czasie danych historycznych. Sensownym jest przypuszczenie, że stopy zwrotu w przypadku akcji nie są realizacjami niezależnych zmiennych losowych o tym samym rozkładzie i dlatego zbyt stare stopy zwrotu nie polepszają

oszacowania danego parametru. Standardowo w analizie portfelowej używa się więc okna estymacji (estimation window), które podczas symulacji wyników portfela przesuwane jest w czasie w ten sposób, że po kolejnym miesiącu, ze zbioru służącego do oszacowań usuwa się najstarszy miesiąc, a na jego miejsce wstawia się ten, który właśnie minął. W każdym momencie ilość danych historycznych stanowiących podstawę do budowy portfela na następny miesiąc jest więc taka sama. Wybór długości okna estymacji  $M=120$  jest standardem w literaturze przedmiotu. Jednak zazwyczaj prace poświęcone empirycznej analizie portfela badają strategie konstruowane na zbiorach portfeli, generalnie zachowujących się zdecydowanie bardziej stabilnie od pojedynczych spółek i dysponują znacznie dłuższym okresem dla którego dane są stopy zwrotu niż w niniejszej pracy, a należy zwrócić uwagę, że w przypadku stosunkowo krótkiego okresu czasowego stanowiącego podstawę analizy portfela, użycie zbyt długiego okna estymacji uczyniłoby liczbę miesięcy w zbiorze testowym służącym do oceny wyników portfela (out-of-sample performance) zbyt krótką aby test statystyczny wykrył istotną różnicę pomiędzy porównywanymi strategiami. Ponadto w artykule (1/N) autorzy przyjmują długości okna estymacji  $M=60$  i  $M=120$  i stwierdzają, że otrzymane rezultaty dla obu przypadków nie różnią się zbytnio. Biorąc pod uwagę opisane argumenty przyjęto w tym badaniu, że  $M=60$ .

Dobłą miarą jakości portfela, uznaną zarówno przez teoretyków jak i praktyków, jest tzw. współczynnik Sharpe'a, oznaczony w pracy przez SR. Jest to iloraz oczekiwanej nadwyżkowej stopy zwrotu i odchylenia standardowego tejże stopy.

$$S = \frac{E(R - R_f)}{\sqrt{(R - R_f)}},$$

gdzie  $R$  jest stopą zwrotu z waloru, zaś  $R_f$  jest stopą wolną od ryzyka.

Współczynnik Sharpe'a ma tym wyższą wartość im wyższa jest średnia nadwyżkowa stopa zwrotu i im niższe jest jej ryzyko. Zatem, im wyższa wartość tego współczynnika tym lepsza jest strategia inwestycyjna (portfel).

Odtąd, dla skrócenia zapisu, nadwyżkowa stopa zwrotu będzie skrótowo nazywana stopą zwrotu.

Wartość SR estymowana jest na podstawie empirycznych stóp zwrotu w sposób opisany poniżej.

Niech  $T$  oznacza ilość historycznych stóp zwrotu,  $\tau$  długość okna estymacji,  $w_t$  portfel na początku  $t+1$ -go miesiąca (jest to wektor o współrzędnych sumujących się do 1, którego  $i$ -ta współrzędna oznacza procentową część kapitału zainwestowaną w  $i$ -ty walor), zaś  $r_t$  wektor nadwyżkowych stóp zwrotu dla  $t$ -tego miesiąca. Nietrudno zauważyć, że stopa zwrotu z portfela w  $t+1$ -szym miesiącu równa jest  $(w_t)^* r_{t+1}$ , gdzie  $*$  oznacza transpozycję wektora. Oszacowaniem oczekiwanej stopy zwrotu jest średnia arytmetyczna zrealizowanych (empirycznych) stóp zwrotu:

$$\hat{\mu}_w = \frac{1}{T-\tau} \sum_{t=\tau}^{T-1} w_t^* r_{t+1},$$

zaś oszacowanie wariancji stopy zwrotu dane jest wzorem:

$$\hat{\sigma}_w^2 = \frac{1}{T-\tau-1} \sum_{t=\tau}^{T-1} (w_t^* r_{t+1} - \hat{\mu}_w)^2.$$

Estymatorem współczynnika Sharpe'a  $S_w$  jest iloraz średniej arytmetycznej empirycznych stóp zwrotu i pierwiastka z oszacowania wariancji:

$$\hat{S}_w = \frac{\hat{\mu}_w}{\hat{\sigma}_w}.$$

Powszechnie używanym narzędziem porównania współczynników Sharpe'a jest test Jobsona-Korkie'go z poprawką Memmela.<sup>4</sup> Hipotezą zerową tego testu jest równość dwóch porównywanych współczynników Sharpe'a  $S_1$  i  $S_2$ :

$$H_0: S_1 - S_2 = 0,$$

Statystyka testowa ma postać:

$$Z = \frac{\hat{\sigma}_2 \hat{\mu}_1 - \hat{\sigma}_1 \hat{\mu}_2}{\sqrt{\hat{\theta}}},$$

gdzie  $\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2$  są średnimi z próby, zaś  $\hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2$  estymatorami odchyłeń standardowych, odpowiednio dla pierwszej i drugiej inwestycji (portfela). Symbol  $\theta$  oznacza asymptotyczną wariancję wyrażenia w liczniku statystyki  $Z$ . Wariancja ta jest dana wzorem:

$$\theta = \frac{1}{T-\tau} \left( 2\sigma_1^2 \sigma_1^2 - 2\sigma_1 \sigma_2 \sigma_{12} + \frac{1}{2} \mu_1 \sigma_2 + \frac{1}{2} \mu_2 \sigma_1 - \frac{\mu_1 \mu_2}{\sigma_1 \sigma_2} \sigma_{12}^2 \right).$$

W badaniach z następnego rozdziału obliczając  $\hat{\theta}$  zamiast dokładnych wartości do wzoru podstawione zostały oszacowania z próby.

Statystyka  $Z$  ma asymptotycznie standardowy rozkład normalny. Hipoteza zerowa jest odrzucana gdy na danym poziomie istotności  $\alpha$  wartość  $Z$ , co do modułu, jest większa od kwantyla standardowego rozkładu normalnego rzędu  $1 - \frac{\alpha}{2}$ .

## WYNIKI ZASTOSOWANIA STRATEGII OPTYMALNEJ

Wartości oszacowanych średnich stóp zwrotu i odchyłeń standardowych stóp zwrotu dla strategii optymalnej i naiwnej podane są w tabelce:

Tabela 1. Wyniki realizacji strategii

strategia	Średnia stopa zwrotu	Odchylenie standardowe
Strategia optymalna	0,92%	6,25%
Strategia naiwna	0,47%	7,86%

Źródło: obliczenia własne

<sup>4</sup> Memmel Ch., Performance hypothesis testing with Sharpe Ratio, Finance Letters, 1 (2003), 21-23

Jak widać z przedstawionych danych, stosując strategię optymalną uzyskano znaczące zwiększenie średniej stopy zwrotu z jednoczesnym znaczącym zmniejszeniem ryzyka. Współczynnik Sharpe'a dla strategii optymalnej wynosi 0,148 i na poziomie istotności  $\alpha = 0,1$  jest statystycznie istotnie wyższy od tego współczynnika dla strategii naiwnej wynoszącego 0,060.

W dalszej części rozdziału znajduje się wykres przedstawiających jak zmienia się w czasie wartość kapitału nadwyżkowego dla obu strategii (czyli różnicy między kapitałem wynikającym ze strategii, a wartością jednostki funduszu pieniężnego). W momencie początkowym oba portfele startują z tej samej kwoty równej 100.

Rysunek 1. Porównanie strategii naiwnej i strategii optymalnej



Źródło: obliczenia własne

Z wykresu wynika, że w okresach wzrostowych obie metody inwestowania zachowują się podobnie, natomiast strategia optymalna zachowuje się lepiej w okresie spadków.

Mimo iż strategia optymalna dała w opisanym przykładzie dobre rezultaty, empiryczne potwierdzenie jej skuteczności wymaga jeszcze wielu prób przeprowadzanych na różnorodnych zbiorach danych.

**BIBLIOGRAFIA**

- Markowitz H (1952), Portfolio selection, *Journal of Finance* 7, 77-91.
- DeMiguel V., Garlappi L., Uppal L. (2009), Optimal versus naïve diversification: how inefficient is the 1/N strategy?, *Review of Financial Studies* 22, 1915-1953.
- Memmel Ch., Performance hypothesis testing with Sharpe Ratio, *Finance Letters*,1 (2003), 21-23.
- Polska Agencja Informacji i Inwestycji Zagranicznych S.A. (2011), Sektor spożywczy w Polsce, [http://www.paiz.gov.pl/files/?id\\_plik=17188](http://www.paiz.gov.pl/files/?id_plik=17188).

**ON CERTAIN METHOD OF PORTFOLIO MANAGEMENT.  
THE THEORETICAL STRATEGY  
AND THE CASE OF FOOD INDUSTRY STOCKS**

**Abstract:** A number of recent papers on the management of the stock portfolio describes the advantages of the naïve diversification. The naïve strategy performs similarly to the ones which use sophisticated mathematical models. In this paper the strategy is presented which statistically significantly overperforms the naïve strategy.

**Key words:** portfolio risk, naïve strategy, diversification of portfolio, Sharpe ratio