METODY ILOŚCIOWE W BADANIACH EKONOMICZNYCH
Tom XIII/1, 2012, str. 184 – 193

OPTYMALIZACJA PRODUKCJI ROŚLINNEJ JAKO NIELINIOWE ZAGADNIENIE ROZDZIAŁU

Wojciech Sikora
Katedra Badań Operacyjnych, Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu
e-mail: w.sikora@ue.poznan.pl

Streszczenie: W pracy sformułowano problem optymalizacji produkcji roślinnej jako nieliniowe zagadnienie rozdziału. Jest to zadanie programowania kwadratowego, dla którego rozwiązania zaproponowano uogólnioną metodę quasi-baz. Rozważania zilustrowano przykładem liczbowym.

Słowa kluczowe: optymalizacja produkcji roślinnej, nieliniowe zagadnienie rozdziału, uogólniona metoda quasi-baz.

WSTĘP

Klasyczne zagadnienie rozdziału, zwane często uogólnionym zagadnieniem transportowym, rozważa sytuację, kiedy pewien podstawowy środek produkcji, znajdujący się w wielu miejscach, należy tak rozdzielić między różne działalności, aby koszt uzyskania określonej ilości wyrobów był minimalny.

Dobrym przykładem zagadnienia rozdziału jest sytuacja, w której środkiem podstawowym jest ziemia, a działalnościami – uprawy poszczególnych roślin. Każda uprawa charakteryzuje się dwoma parametrami: kosztem uprawy (w tys. zł/ 1 ha) oraz wydajnością uprawy (w tonach z 1 ha).

Poza klasycznym zagadnieniem rozdziału, rozpatruje się wiele innych zagadnień tego typu (zob. np. [Golsztejn i in. 1969, Liqun Qi 1969, Sikora 2003, Sikora 2004, Sikora 2008, Sikora 2010]). W pracy sformułujemy model optymalizacji produkcji roślinnej jako nieliniowe zagadnienie rozdziału, przedstawimy ideę specjalnego algorytmu rozwiązywania takiego zagadnienia. Rozważania zilustrujemy niewielkim przykładem liczbowym, pokazującym jakie dane są niezbędne oraz jakie informacje dostarcza optymalne rozwiązanie.

Model ten może być wykorzystany jako narzędzie analizy makroekonomicznej. Do analiz mikroekonomicznych bardziej zasadne jest stosowanie liniowych zagadnień rozdziału[1].

MODEL MATEMATYCZNY ZAGADNIENIA OPTYMALIZACJI PRODUKCJI ROŚLINNEJ

Rozważmy następującą sytuację decyzyjną. W kraju wyróżniamy m rejonów uprawy, o zbliżonych możliwościach produkcyjnych. Możemy uprawiać n roślin. Zakładamy, że każdą roślinę można uprawiać w dowolnym rejonie, ale z różną wydajnością i kosztem uprawy. Znamy zasób ziemi w każdym rejonie, którą można przeznaczyć pod uprawę roślin.

Przyjmujemy, że cena ziemi w każdym rejonie zależy od wielkości popytu na nią (obszar uprawy). Roczny koszt użytkowania 1 ha ziemi zależy zatem od ceny ziemi w rejonie i okresu jej amortyzacji. Koszt użytkowania ziemi w rejonie jest tym samym zależny od wielkości uprawy w tym rejonie. Podobnie ceny produktów roślinnych zależą od wielkości podaży tych produktów (wielkości produkcji).

Mamy ustalić taki plan uprawy wszystkich roślin w poszczególnych rejonach, aby roczny dochód z produkcji roślinnej był maksymalny. Przez dochód rozumiemy różnicę między przychodem ze sprzedaży produktów roślinnych, a kosztami uprawy oraz kosztem użytkowania ziemi.

Oznaczmy przez:
x_i - obszar uprawy w i-tym rejonie (w ha),
k_i - roczny koszt użytkowania 1 ha w i-tym regionie (w tys. zł),
k_i^* - minimalny roczny koszt użytkowania 1 ha w i-tym regionie (w tys. zł),
h_i - tempo wzrostu kosztu użytkowania, jeżeli obszar uprawy wzrasta o 1 ha.
$g_i(x_i)$ - łączny koszt użytkowania ziemi w i-tym rejonie, jeżeli obszar uprawy wynosi x_i,

$$g_i(x_i) = k_i x_i = (k_i^* + h_i x_i) x_i \tag{1}$$

c_j - cena sprzedaży 1 tony j-tego produktu (w tys. zł),
c_j^* - tempo spadku ceny, jeżeli podaż j-tego produktu wzrasta o 1 tonę,
y_j - wielkość produkcji j-tego produktu w tonach,
$f_j(y_j)$ - przychód ze sprzedaży j-tego produktu, jeżeli wielkość produkcji wynosi y_j,

$$f_j(y_j) = c_j y_j = (c_j^* - c_j y_j) y_j \tag{2}$$

x_{ij} - wielkość uprawy j-tej rośliny w i-tym rejonie (w ha),
a_i - podaż ziemi w i-tym rejonie (w ha),

[1] Więcej o różnych modelach i metodach optymalizacji w rolnictwie zobacz np. Marszałkowicz T. (1986) Metody programowania optymalnego w rolnictwie, PWE, Warszawa.

b_j - popyt na j-ty produkt (w tonach),
w_{ij} - wydajność uprawy j-tej rośliny w i-tym rejonie (w tonach z 1 ha),
k_{ij} - koszt uprawy 1 ha j-tej rośliny w i-tym rejonie (w tys. zł).

Model matematyczny nieliniowego zagadnienia rozdziału produkcji roślinnej można zapisać następująco: znajdź takie wartości zmiennych x_{ij}, x_i, y_j, aby:

$$f(X)=\sum_{j=1}^{n} f_j(y_j)-\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} k_{ij}x_{ij}-\sum_{i=1}^{m} g_i(x_i)\rightarrow \max \tag{3}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij}=x_i\le a_i \qquad (i=1,...,m) \tag{4}$$

$$\sum_{i=1}^{m} w_{ij}x_{ij}=y_j\le b_j \qquad (j=1,...,n) \tag{5}$$

$$x_{ij},x_i,y_j\ge 0 \qquad (i=1,...,m;\ j=1,...,n) \tag{6}$$

Model (3) – (6) oznaczamy jako zadanie W. Jest to zadanie programowania kwadratowego. Można je rozwiązać ogólnymi metodami programowania nieliniowego korzystając np. z Solvera albo zastosować algorytm specjalny oparty na uogólnieniu metody potencjałów i metody quasi-baz (zob. [Sikora 1990, Sikora 1993]).

MODEL PRZEKSZTAŁCONY I ZADANIE DUALNE

Zadanie W można zapisać w równoważnej postaci eliminując zmienne x_i oraz y_j, a wprowadzając zmienne swobodne z_i oraz v_j. Mamy więc ustalić takie wartości zmiennych x_{ij}, z_i oraz v_j, aby:

$$g(X)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} u_{ij}x_{ij}-\sum_{i=1}^{m} h_i z_i^2-\sum_{j=1}^{n} e_j v_j^2=\max \tag{7}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij}+z_i=a_i \qquad (i=1,...,m) \tag{8}$$

$$\sum_{i=1}^{m} w_{ij}x_{ij}+v_j=b_j \qquad (j=1,...,n) \tag{9}$$

$$x_{ij},z_i,v_j\ge 0 \qquad (i=1,...,m;\ j=1,...,n) \tag{10}$$

gdzie:
u_{ij} - minimalny dochód krańcowy z uprawy w i-tym rejonie j-tej rośliny,

$$u_{ij}=\left(c_j^*-2e_ib_j\right)w_{ij}-\left(k_i^*+2h_ia_i\right)-k_{ij} \tag{11}$$

Między wartościami funkcji celu modeli P i W zachodzi następująca zależność:

$$f(X) = g(X) + S \tag{12}$$

$$S = \sum_{i=1}^{m} h_i a_i^2 + \sum_{j=1}^{n} e_j b_j^2 \tag{13}$$

Oznaczmy model (7) – (10) jako zadanie P. Dla zadania P można utworzyć zadanie dualne: znajdź takie wartości zmiennych z_i, v_j, α_i, β_j, aby:

$$L(\alpha, \beta, z, v) = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i a_i + \sum_{j=1}^{n} \beta_j b_j + \sum_{i=1}^{m} h_i z_i^2 + \sum_{j=1}^{n} e_j v_j^2 = \min \tag{14}$$

$$\alpha_i + w_{ij}\beta_j \geq u_{ij} \qquad (i = 1,...,m; j = 1,...,n) \tag{15}$$

$$\alpha_i \geq -2h_i z_i \qquad (i = 1,...,m) \tag{16}$$

$$\beta_j \geq -2e_j v_j \qquad (j = 1,...,n) \tag{17}$$

Na podstawie zadania dualnego (14) – (17) łatwo sformułować kryterium optymalności zadania P. Niech Δ_{ij}, będzie wskaźnikiem optymalności zadania P dla pola <i,j>, czyli obszaru uprawy j-tej rośliny w i-tym rejonie. Wskaźnik ten liczymy w następujący sposób:

$$\Delta_{ij} = \begin{cases} u_{ij} - \alpha_i - w_{ij}\beta_j & (i = 1,...,m; j = 1,...,n) \\ -2h_i z_i - \alpha_i & (i = 1,...,m; j = n+1) \\ -2e_j v_j - \beta_j & (i = m+1; j = 1,...,n) \end{cases} \tag{18}$$

Niech X będzie rozszerzoną macierzą upraw o wymiarach (m+1)(n+1). Wówczas można sformułować następujące stwierdzenie.

Twierdzenie1. Jeżeli X jest rozwiązaniem dopuszczalnym zadania P, dla którego:

$$\Delta_{ij} = 0 \qquad dla\, x_{ij} > 0 \tag{19}$$

$$\Delta_{ij} \leq 0 \qquad dla\, x_{ij} = 0 \tag{20}$$

to X jest optymalnym planem upraw.

UOGÓLNIONA METODA QUASI-BAZ DLA ZADANIA P.

Ogólna idea tej metody sprowadza się do realizacji następujących kroków:

A. Utwórz początkową, rozszerzoną tablicę rozdziału.
B. Wyznacz początkowe rozwiązanie dopuszczalne zadania P.
C. Sprawdź, czy aktualne rozwiązanie zadania spełnia kryterium optymalności (19) – (20).
   Jeżeli tak, to idź do kroku F.
   Jeżeli nie, idź do kroku D.

D. Ustal w tablicy rozdziału pole centralne, schemat poprawy rozwiązania i odpowiadający mu układ koordynacyjny.
E. Wyznacz dopuszczalny opływ rozwiązując układ koordynacyjny i na jego podstawie wyznacz nowe dopuszczalne rozwiązanie, nie gorsze od poprzedniego i wróć do kroku C.
F. Koniec obliczeń. Wyznaczono rozwiązanie optymalne.

Początkowa, rozszerzona tablica rozdziału ma wymiar (m+1)(n+1). Każde rzeczywiste pole <i,j> charakteryzuje się dwoma parametrami:
u_{ij} – minimalny dochód krańcowy,
w_{ij} – wydajność z 1 ha uprawy.
Dla wiersza dodatkowego (m+1) i kolumny dodatkowej (n+1) dochód krańcowy jest zmienny i ustalamy go w zależności od wielkości v_j bądź z_i zgodnie z wzorem:

$$u_{m+1,j} = -2e_j v_j \qquad (j = 1,...,n) \tag{21}$$

$$u_{i,n+1} = -2h_i z_i \qquad (i = 1,...,m) \tag{22}$$

Dla pól fikcyjnych ze względu na interpretację zmiennych x_{ij}, w_{ij}=1.

Początkowe rozwiązanie dopuszczalne zadania P ustalamy metodą maksymalnego elementu. W polu <k.l> o maksymalnym dochodzie krańcowym przydzielamy maksymalny obszar, na jaki pozwalają dostępny jeszcze zasób ziemi w k-tym rejonie i niezaspokojony popyt na l-ty produkt.

Aby wyznaczyć kryterium optymalności zgodnie z wzorem (18), ustalamy najpierw wartości zmiennych dualnych α_i, β_j, związane z każdym rejonem lub produktem.

Oznaczmy przez Q zbiór wszystkich pól quasi-bazowych, dla których przydział $x_{ij}>0$, a przez N – zbiór pozostałych pól, na których przydział $x_{ij}=0$.

Przyjmujemy umownie, że $\alpha_{m+1}= \beta_{n+1}=0$, pozostałe α_i oraz β_j wyznaczamy rekurencyjnie, tak aby:

$$\alpha_i + w_{ij}\beta_j = u_{ij} \qquad <i,j> \in Q. \tag{23}$$

Dla pozostałych tras, nie quasi-bazowych, obliczamy wskaźniki kryterium optymalności następująco:

$$\Delta_{ij} = u_{ij} - \alpha_i - w_{ij}\beta_j \qquad <i,j> \in N. \tag{24}$$

Jeżeli:

$$\Delta_{ij} \le 0 \qquad <i,j> \in N \tag{25}$$

to rozwiązanie X jest rozwiązaniem optymalnym zadania P.

Gdy rozwiązanie X nie jest optymalne, to szukamy pola centralnego <k,l>, dla którego wskaźnik optymalności jest maksymalny, czyli:

$$\Delta_{kl} = \max\left\{\Delta_{ij} \middle| <i,j> \in N\right\} \tag{26}$$

Mając ustalone pole centralne, określamy schemat poprawy rozwiązania. Schemat ten, poza polem centralnym, przechodzi tylko przez pola quasi-bazowe.

Wskazuje on, jakie należy dokonać zmiany na poszczególnych polach w obszarze uprawy, jeżeli zwiększamy ten obszar na polu centralnym o jednostkę (np. o 1 ha, o 1 tys. ha), aby ograniczenia bilansowe dotyczące podaży i popytu zostały zachowane.

Schemat ten ma postać 1 drzewka, jeżeli liczba tras quasi-bazowych jest równa n+m lub kilka drzewek, gdy liczba tras quasi-bazowych jest większa od n+m. Każde drzewko ma jedną gałązkę, jeżeli trasa centralna, która tworzy korzeń drzewa, jest trasą fikcyjną lub dwie gałązki, jeżeli trasa centralna nie jest trasą fikcyjną. Gałązka jest gałązką prostą, jeżeli kończy się na trasie fikcyjnej lub tworzy cykl, jeżeli nie ma takiego zakończenia.

Na podstawie schematu poprawy ustalamy dopuszczalny opływ, czyli wielkość ostatecznej zmiany na polu centralnym, która także określa zmiany na innych polach tworzących schemat poprawy. Aby ten opływ wyznaczyć, tworzymy układ koordynacyjny, składający się z s równań z s niewiadomymi, gdzie s jest liczbą drzewek tworzących schemat poprawy. Rozwiązanie układu koordynacyjnego jest ewentualnie korygowane, aby zmiany nie powodowały ujemnych przydziałów ($x_{ij}<0$).

Nowe rozwiązanie $X' = [x_{ij}']$ wyznaczamy zgodnie z wzorem:

$$x_{ij}' = \begin{cases} x_{ij} + s_{ij} \sum_{r \in V_{ij}} w_r & <i,j> \in S \\ x_{ij} & <i,j> \notin S \end{cases} \tag{27}$$

gdzie:

S – zbiór pól tworzących schemat poprawy,

V_{ij} – zbiór drzewek przechodzących przez pole <i,j>,

s_{ij} – współczynnik zmiany jednostkowej dla pola <i,j>.

w_r – wartość opływu dla r-tego drzewka.

PRZYKŁAD LICZBOWY

Rozważmy przykład liczbowy ilustrujący sam problem i sposób jego rozwiązywania. Dla prostoty rozważań przyjmijmy, że wyróżniamy tylko dwa rejony (R1,R2) oraz uprawę dwóch roślin (P1,P2). Znamy podaż ziemi w każdym rejonie (w ha), popyt na produkty (w tonach), koszt uprawy 1 ha każdej rośliny, w każdym rejonie (w tys. zł) oraz wydajność (w tonach z 1ha). Przedstawiono je w tabeli 1 (wielkości te nie odpowiadają realiom produkcji roślinnej).

Tabela 1. Warunki gospodarowania

<table>
<tr><td></td><td>P1</td><td>P2</td><td>a_i</td></tr>
<tr><td>R1</td><td>8|2</td><td>4|2</td><td>10</td></tr>
<tr><td>R2</td><td>3|1</td><td>13|2</td><td>10</td></tr>
<tr><td>b_j</td><td>18</td><td>24</td><td></td></tr>
</table>

Źródło: dane własne

Tabela 2. Macierz minimalnych dochodów krańcowych

k_i' \ p_j'	12	16
30	-14	-2
25	-16	-6

Źródło: obliczenia własne

Oszacowano liniowe równania kosztu korzystania z 1ha ziemi w obu rejonach, zależne od obszaru uprawy:

$$k_1=20+0,5x_1\ ,\ k_2=15+0,5x_2.$$

Podobnie dla obu roślin, oszacowano liniowe równania ceny 1 tony każdego produktu, zależnej od wielkości produkcji:

$$c_1=30-0,5y_1\ ,\ c_2=40-0,5y_2.$$

Na ich podstawie ustalono maksymalny koszt krańcowy korzystania z ziemi w i-tym rejonie (k_i') oraz minimalny przychód krańcowy z uprawy każdej rośliny (p_j') oraz minimalny dochód krańcowy dla każdego pola uprawy (u_{ij}). Wielkości te podano w tabeli 2.

W tabeli 3 wyznaczono początkowy plan uprawy X1. Liczby podane w każdym polu charakteryzują w zależności od położenia następujące wielkości:

u_{ij}	w_{ij}
Δ_{ij}	x_{ij}

Tabela 3. Plan uprawy X1

<table>
<tr><td>a_i \ b_j</td><td>18</td><td>24</td><td></td><td>α_i</td></tr>
<tr><td>10</td><td>-14|2
8</td><td>-2|2
$\boxed{10}$</td><td>0|1
2</td><td>-2</td></tr>
<tr><td>10</td><td>-16|1
$\boxed{8}$</td><td>-6|2
$\boxed{2}$</td><td>0|1
6</td><td>-6</td></tr>
<tr><td></td><td>-10|1
$\boxed{10}$</td><td>0|1
0</td><td>X</td><td>0</td></tr>
<tr><td>β_j</td><td>-10</td><td>0</td><td>0</td><td></td></tr>
</table>

Źródło: obliczenia własne

Rysunek 1. Schemat poprawy planu X1

+1*	-1	
-1	+1	
+1-2		

Źródło: obliczenia własne

Plan X1 nie jest optymalny. Maksymalny wskaźnik kryterium optymalności Δ_{11}=8, co oznacza, że pole <1,1> jest polem centralnym, generującym schemat poprawy rozwiązania podany na rysunku 1 (* oznacza pole centralne).

Na rysunku 1 jest jedno drzewko poprawy, z dwoma gałązkami, więc układ koordynacyjny ma postać:

$$1^2w=8.$$

Ponieważ w=8≤min{10, 8, 10}, więc opływ nie ulega korekcie.

Wartość funkcji celu g(X1)=-210, stała S=550. Tym samym dochód dla planu X1, czyli D(X1)=g(X1)+S=-210+550=340 tys. zł. Nowy dochód D2=340+(8/2)8=372 tys. zł. Nowy plan upraw X2, wyznaczony na podstawie schematu poprawy i wartości opływu, zawiera tabela 4.

Tabela 4. Plan uprawy X2

a_i \ b_j	18	24		α_i
10	-14|2 8	-2|2 2	0|1 10	-10
10	-16|1 0	-6|2 10	0|1 14	-14
	-2|1 2	0|1 -4		0
β_j	-2	-4	0	

Źródło: obliczenia własne

Rysunek 2. Schemat poprawy planu X2

-1	+1	
	-1	+1*
+2		

Źródło: obliczenia własne

Plan X2 jest nieoptymalny. Kolejne pole centralne <2,3>. Schemat poprawy zawiera rysunek 2. Równanie koordynacyjne ma postać:

$$(2^2+1^2)w = 14, \text{ czyli } w=2{,}8.$$

Opływ nie ulega korekcie, gdyż w=2,8≤min{10, 8}. Kolejny plan X3 zawiera tabela 5. Nowy zwiększony dochód D3=372+(14/2)2,8=391,6.

Tabela 5. Plan uprawy X3

a_i \ b_j	18	24		α_i
10	-14|2 5,2	-2|2 4,8	0|1 -1,2	1,2
10	-16|1 -5,2	-6|2 7,2	-2,8|1 2,8	-2,8
	-7,6|1 7,6	0|1 1,6		0
β_j	-7,6	-1,6	0	

Źródło: obliczenia własne

Rysunek 3. Schemat poprawy planu X3

+1/2	-1/2				
				-1/2	+1/2
-1	+1*			+1*	

Źródło: obliczenia własne

Ponieważ schemat poprawy na rysunku 3 zawiera dwa drzewka, więc układ koordynacyjny ma dwa równania o następującej postaci:

$$(1^2+1^2)w_1+1^2w_2=1{,}6$$
$$1^2w_1+[1^2+(1/2)^2]w_2=1{,}6$$

Rozwiązaniem tego układu jest $w_1=4/15$, $w_2=16/15$. Obydwa opływy są dopuszczalne. Nowy plan X4 zawiera tabela 6. Dla planu tego zwiększony dochód D4=391,6+(1,6/2)4/3=392,67 tys. zł. Jest to rozwiązanie optymalne, gdyż wszystkie wskaźniki optymalności są ujemne. Charakterystykę rozwiązania optymalnego podano obok tabeli 6.

Tabela 6. Plan uprawy X4

<table>
<tr><td>b_j / a_i</td><td>18</td><td>24</td><td></td><td>α_i</td></tr>
<tr><td>10</td><td>-14|2
$\boxed{16/3}$</td><td>-2|2
$\boxed{14/3}$</td><td>0|1
-2/3</td><td>2/3</td></tr>
<tr><td>10</td><td>-16|1
-16/3</td><td>-6/2
$\boxed{20/3}$</td><td>10/3|1
$\boxed{10/3}$</td><td>-10/3</td></tr>
<tr><td></td><td>-22/3|1
$\boxed{22/3}$</td><td>4/3|1
$\boxed{4/3}$</td><td>X</td><td>0</td></tr>
<tr><td>β_j</td><td>-22/3</td><td>-4/3</td><td>0</td><td></td></tr>
</table>

Źródło: obliczenia własne.

Obszar uprawy: x_1=10ha, x_2=20/3 ha.
Wielkość produkcji:
y_1=32/3 tony, y_2=68/3 tony.
Koszt korzystania z 1 ha ziemi:
k_1=25 tys. zł, k_2=18,33 tys. zł.
Cena 1 tony produktów:
c_1=24,66 tys. zł, c_2=28,66 tys. zł.
Przychody ze sprzedaży:
$f_1(y_1)$=263,11 tys. zł,
$f_2(y_2)$=649,78 tys. zł.
Koszt użytkowania ziemi:
$g_1(x_1)$=250 tys. zł, $g_2(x_2)$=122,22 tys. zł.
Koszt uprawy K_u=148 tys. zł.

$$D=P-K_z-K_u=912{,}89-372{,}22-148=392{,}67 \text{ tys. zł}$$

Dochody krańcowe na polach, gdzie jest prowadzona uprawa, są oczywiście zerowe ($\Delta_{ij}=0$), natomiast na polu <2,1> dochód krańcowy jest ujemny ($\Delta_{21}=-16/3$). Na tym polu nie opłaca się uprawiać P1, mimo iż mamy tutaj najniższe koszty uprawy 1 ha, a także koszt użytkowania ziemi w tym rejonie jest niższy niż w rejonie R1.

Zwiększenie popytu na produkty P1 i P2 nie zwiększy dochodów, ponieważ popyt ten jest aktualnie niewykorzystany. Podobnie jest z podażą ziemi w rejonie R2. Natomiast zwiększenie ziemi w rejonie R1 zwiększa dochód o 2/3. Małe wykorzystanie możliwości produkcyjnych wynika z przyjętych równań cen.

WNIOSKI

Przestawiona w pracy propozycja optymalizacji ma charakter teoretyczny. Aby ją wykorzystać do analiz makroekonomicznych lub regionalnych, potrzebne są odpowiednie dane. Musimy sensownie określić poszczególne regiony upraw, ustalić podaż ziemi w tych rejonach, koszty uprawy poszczególnych roślin, ich wydajność oraz popyt na poszczególne produkty roślinne. Najtrudniejsze jest trafne oszacowanie równań kosztu korzystania z 1 ha ziemi oraz równania ceny każdego produktu.

Proponowana uogólniona metoda quasi-baz daje rozwiązanie dokładne. Jak pokazuje sam przykład liczbowy, kolejne przyrosty dochodu są coraz mniejsze, a poprawy kolejnych rozwiązań – bardziej pracochłonne. Można skrócić obliczenia, uzyskując rozwiązanie suboptymalne, jeżeli przerwiemy je w momencie, gdy kolejny przyrost dochodu nie przekracza 1% dochodu już ustalonego.

Gdybyśmy wyznaczyli rozwiązanie początkowe w inny sposób, przyjmując zerowy plan uprawy, to rozwiązanie optymalne w tym przypadku uzyskamy także po trzech poprawkach.

BIBLIOGRAFIA

Golsztejn E. G., Judin D. B. (1969) Zadaczi liniejnogo programmirowanija transport nogo tipa, Nauka, Moskwa.

Liqun Qi (1969) The A-Rorest iteration method for the stochastic generalized transportation problem, Mathematics of Operations Research, vol. 12, no. 1, February.

Marszałkowicz T. (1986) Metody programowania optymalnego w rolnictwie, PWE, Warszawa.

Sikora W. (1990) Metoda quasi-baz dla problemu transportowo-produkcyjnego z wypukłą funkcją kosztów, Przegląd Statystyczny, 37.1.

Sikora W. (1993) Modele i metody optymalnej dystrybucji dóbr, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań.

Sikora W. (2003) Algorytm generujący ścieżek dla zagadnienia rozdziału, w: A. Całczyński red., Metody i zastosowania badań operacyjnych, Politechnika Radomska, Radom.

Sikora W. (2004) Algorytm indeksowy dla zagadnienia rozdziału z kryterium dochodu, w: E. Panek, Matematyka w ekonomii, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań.

Sikora W. (2008) Algorytm drzewa poprawy dla zagadnienia rozdziału z ograniczoną pojemnością pól, w: W. Sikora red., Z prac Katedry Badań Operacyjnych, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań.

Sikora W. (2010) Dwuetapowe zagadnienie rozdziału z kryterium dochodu, w: W. Sikora red., Z prac Katedry Badań Operacyjnych, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań.

THE OPTIMIZATION OF CROP PRODUCTION AS NONLINEAR GENERALIZED TRANSPORTATION PROBLEM

Abstract: In this article, the problem of optimization of crop production was formulated as nonlinear generalized transportation problem. As a solution the author proposed generalized quasi-basis method. The illustrative example completes the presentation.

Key words: optimization of crop production, nonlinear generalized transportation problem, generalized quasi-basis method