METODY ILOŚCIOWE W BADANIACH EKONOMICZNYCH
Tom XV/3, 2014, str. 133-144

WPŁYW PODATKU INFLACYJNEGO NA DOBROBYT W WARUNKACH DOSKONAŁEJ MOBILNOŚCI KAPITAŁU

Michał Konopczyński
Katedra Ekonomii Matematycznej
Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu
e-mail: Michal.konopczynski@ue.poznan.pl

Streszczenie: Budujemy model równowagi ogólnej, w którym sektor prywatny może inwestować za granicą lub zadłużać się tam ze stałą stopą procentową. Sektor publiczny pobiera pięć rodzajów podatków, które służą finansowaniu konsumpcji publicznej. Bank centralny decyduje o wysokości inflacji, przez co wpływa na realną wysokość obciążeń podatkowych. Przy pomocy teorii sterowania optymalnego znajdujemy rozwiązanie modelu i analizujemy zależność pomiędzy wysokością inflacji a dobrobytem osiąganym przez konsumentów. Wykazujemy, że może istnieć pewna jednoznacznie określona optymalna stopa inflacji.

Słowa kluczowe: podatek inflacyjny, optymalna polityka fiskalna, doskonała mobilność kapitału

WSTĘP

Turnovsky [2009] przedstawia model endogenicznego wzrostu małej gospodarki otwartej, w którym konsumenci na sposób ramseyowski maksymalizują użyteczność strumienia konsumpcji w nieskończonym horyzoncie czasu, a przedsiębiorcy maksymalizują zyski. W tym artykule przedstawiamy pewną modyfikację modelu Turnovsky'ego. Przyjmujemy inny opis technologii odpowiadający zagregowanej funkcji produkcji typu AK. Uwzględniamy możliwość finansowania długu publicznego zarówno ze źródeł krajowych jak i zagranicznych. Ponadto w odróżnieniu od Turnovsky'ego uwzględniamy deprecjację kapitału oraz niezerową inflację traktowaną jako instrument polityki fiskalnej – tak zwany podatek inflacyjny.

Zakładamy doskonałą mobilność kapitału, czyli możliwość pożyczania oraz inwestowania zarówno za granicą jak i w kraju ze stałą realną stopą procentową równą r. Założenie to wynika z dwóch innych założeń: o tzw. parytecie siły nabywczej PPP (purchasing power parity) oraz z założenia o parytecie stóp procentowych UIP (uncovered interest parity), które oznacza, że inwestorzy przypisują takie samo ryzyko niewypłacalności podmiotom krajowym jak zagranicznym. Drugim istotnym założeniem jest obecność pozytywnych efektów zewnętrznych akumulacji kapitału, związanych z uczeniem się poprzez pracę (*learning-by-doing*) oraz rozprzestrzenianiem się technologii, wiedzy i doświadczenia (*spillover-effects*).

Dla wygody wszystkie aktywa i pasywa – zarówno krajowe jak i zagraniczne – są wyrażone w walucie krajowej, a ich realne oprocentowanie (rentowność) oznaczamy symbolem r. Oprocentowanie nominalne jest sumą realnej stopy procentowej powiększonej o stopę inflacji w kraju:

$$r^N = r + \vartheta . \tag{1}$$

Stopa inflacji jest równa stopie wzrostu poziomu cen (deflatora PKB):

$$\vartheta = \hat{P} = \frac{\dot{P}}{P} . \tag{2}$$

Wysokość inflacji ϑ jest parametrem decyzyjnym – decyduje o niej bank centralny przy pomocy narzędzi polityki monetarnej. W najbardziej ogólnym przypadku należałoby przyjąć, że bank centralny może sterować inflacją zupełnie dowolnie, a więc stopa inflacji może być inna w każdym momencie czasu. Jednak przy takim założeniu zadanie sterowania optymalnego, które za moment sformułujemy bardzo się komplikuje – stopa inflacji ϑ byłaby bowiem dodatkową zmienną sterującą. My rozpatrujemy przypadek znacznie prostszy, mianowicie przyjmujemy, że stopa inflacji ϑ jest stała w czasie.

ZAŁOŻENIA TECHNOLOGICZNE

Produkcję reprezentatywnej (*i*-tej) firmy opisuje funkcja produkcji Cobba-Douglasa ze stałymi korzyściami skali:

$$Y_i = F(K_i, L_i) = aK_i^{\alpha}(EL_i)^{\beta}, \quad \alpha + \beta = 1, \quad \alpha, \beta > 0, \ a > 0, \tag{3}$$

gdzie K_i oznacza zasób kapitału, a L_i zatrudnienie w *i*-tej firmie. Zmienna $E > 0$ wyraża wydajność (efektywność) pracy. Dzięki stałym korzyściom skali można dokonać tzw. agregacji wszystkich firm. Jeśli w kraju działa N reprezentatywnych firm, to wówczas realna produkcja całej gospodarki wynosi:

$$Y = NY_i = a(NK_i)^{\alpha}(ENL_i)^{\beta} = aK^{\alpha}(EL)^{\beta}, \tag{4}$$

gdzie K oznacza zagregowany zasób kapitału w kraju, a L wielkość zatrudnienia w całym kraju. Zakładamy, że liczbą ludności kraju jest stała, więc także $L = const.$

Z matematycznego punktu widzenia funkcje produkcji (3) i (4) są identyczne, zatem gospodarkę jako całość można analizować w taki sposób, jakby to była pojedyncza firma, której produkcja jest opisana funkcją (4). Współczynnik $E > 0$ odzwierciedla indywidualną, przeciętną wydajność pracy, o której zakładamy, że jest proporcjonalna do ilości kapitału przypadającego na osobę:

$$E = x\,K/L\text{, gdzie } x = const. > 0 \tag{5}$$

Założenie to ma solidne uzasadnienie w pracach teoretycznych i empirycznych. Jest ono odzwierciedleniem pozytywnych efektów zewnętrznych związanych z uczeniem się poprzez pracę (*learning-by-doing*) oraz szeroko rozumianym rozprzestrzenianiem się technologii, wiedzy i doświadczenia (*spillover-effects*). Koncepcje te wywodzą się z prac [Arrow 1962] i [Lucas 1988]. Dzieląc (4) obustronnie przez L otrzymujemy funkcję produkcji per capita:

$$y = \frac{Y}{L} = ak^{\alpha}(E)^{\beta}, \tag{6}$$

gdzie k oznacza zasób kapitału na osobę, czyli $k = K/L$. Uwzględniając (5) funkcję produkcji per capita (6) można zapisać w postaci:

$$y = ak^{\alpha}(E)^{\beta} = Ak^{\alpha}(k)^{\beta} = Ak\,. \tag{7}$$

gdzie $A = ax^{\beta} = const > 0$. Zatem de facto posługujemy się funkcją produkcji typu AK, bardzo popularną w teorii endogenicznego wzrostu gospodarczego. Jej podstawową zaletą jest prostota, ale – co ważniejsze – jest ona spójna z podstawowymi zaobserwowanymi prawidłowościami (tzw. stylizowanymi faktami). Na przykład w krajach rozwiniętych nawet w bardzo długich okresach czasu obserwuje się w przybliżeniu stały stosunek rocznego PKB do zasobu kapitału równy około 1/3, co odpowiada wartości parametru $A = 1/3$.

Przedsiębiorcy maksymalizują zyski, zatem stawki płac kapitału i pracy muszą być równe krańcowym produktywnościom tych czynników produkcji:

$$\forall t \quad MPK = \frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha a K^{\alpha-1}(EL)^{\beta} = \frac{\alpha Y}{K} = \frac{\alpha y}{k} = \alpha A = w_K\,, \tag{8}$$

$$\forall t \quad MPL = \frac{\partial Y}{\partial L} = \beta a K^{\alpha} E(EL)^{\beta-1} = \frac{\beta Y}{L} = \beta y = w\,. \tag{9}$$

Proces akumulacji kapitału jest opisany w standardowy sposób (per capita):

$$\dot{k} = i - \delta k\,, \tag{10}$$

gdzie i to inwestycje per capita, a $\delta > 0$ odzwierciedla tempo deprecjacji kapitału. Inwestycje obarczone są tzw. „kosztami dostosowania” (*adjustment cost*), wprowadzonymi do teorii ekonomii przez [Hayashi 1982]. Koszty te są opisane równaniem:

$$C(I,K)=\frac{\chi}{2}\frac{I^2}{K},\quad \chi>0\,. \tag{11}$$

Aby zrealizować inwestycje netto równe *I* trzeba ponieść nakłady równe

$$\Phi(I,K)=I+C(I,K)=I\left(1+\frac{\chi}{2}\frac{I}{K}\right),\quad \chi>0\,, \tag{12}$$

co w ujęciu per capita ma postać:

$$\phi(i,k)=i\left(1+\frac{\chi}{2}\frac{i}{k}\right). \tag{13}$$

PREFERENCJE KONSUMENTÓW

Poziom dobrobytu reprezentatywnego gospodarstwa domowego wynikającego z obecnej i przyszłej konsumpcji opisuje następujący funkcjonał (tzw. międzyokresowa funkcja użyteczności):

$$U=\int_0^\infty u(t)e^{-\rho t}dt=\int_0^\infty \frac{1}{\gamma}\left(c_t g_{Ct}^{\kappa}\right)^{\gamma}e^{-\rho t}dt\,,\quad \rho>0\,. \tag{14}$$

gdzie c_t oznacza konsumpcję prywatną per capita w momencie t, a g_{Ct} oznacza konsumpcję publiczną per capita w momencie *t*. Parametr κ wyraża elastyczność substytucji konsumpcji publicznej przez konsumpcję prywatną. Ułamek $\gamma/(1-\gamma)$ jest równy międzyokresowej elastyczności substytucji. Parametr $\rho>0$ oznacza subiektywną stopę dyskonta.

SEKTOR PUBLICZNY (RZĄD)

Rząd opodatkowuje pracę (wynagrodzenia), dochody kapitałowe, dochody z aktywów zagranicznych netto (umownie zwanych obligacjami zagranicznymi) oraz odsetki od obligacji rządu wypłacane wierzycielom krajowym. Łączna kwota podatków dochodowych w ujęciu nominalnym wynosi[1]:

$$T_1^N=\tau_L WL+\tau_K W_K K+\tau_B r^N B^N+\tau_D r^N D_D^N\,, \tag{15}$$

gdzie τ_L, τ_K, τ_B, τ_D oznaczają (kolejno) przeciętne stawki opodatkowania pracy, kapitału, odsetek z obligacji zagranicznych, odsetek z obligacji krajowych, zaś D_D^N oznacza zadłużenie krajowe rządu. Oprócz podatków dochodowych rząd pobiera podatki konsumpcyjne (VAT, akcyza) w wysokości nominalnej:

[1] Indeks górny *N* oznacza zmienne wyrażone w ujęciu nominalnym.

$$T_2^N = \tau_C C^N , \tag{16}$$

gdzie τ_C oznacza przeciętną stawkę opodatkowania konsumpcji. Łączne dochody budżetu państwa w ujęciu nominalnym wynoszą:

$$T^N = T_1^N + T_2^N . \tag{17}$$

Po podstawieniu równań (15) i (16) do (17) i podzieleniu obustronnie przez poziom cen w kraju P otrzymujemy realną wysokość wpływów podatkowych

$$T = T_1 + T_2 = \tau_L wL + \tau_K w_K K + \tau_B r^N B + \tau_D r^N D_D + \tau_C C , \tag{18}$$

gdzie $w = W/P$ oznacza realną stawkę płac, $w_K = W_K/P$ jest realną stawką wynagrodzenia jednostki kapitału, $B = B^N/P$ oznacza realną wartość aktywów zagranicznych (netto) sektora prywatnego, $D_D = D_D^N/P$ oznacza realne zadłużenie rządu w kraju, a $C = C^N/P$ oznacza konsumpcję w ujęciu realnym. Zauważmy, że w równaniu (18) występuje podatek inflacyjny – im wyższa jest stopa inflacji przy danym poziomie realnych stóp procentowych, tym wyższa jest realna kwota podatków pobieranych od odsetek.

Symbolem J^N oznaczmy nominalny deficyt budżetowy zdefiniowany jako różnica między wszystkimi wydatkami rządu a wpływami z podatków:

$$J^N = G^N + r^N D^N - T^N , \tag{19}$$

gdzie G^N oznacza łączne wydatki rządu w ujęciu nominalnym (bez odsetek od zadłużenia publicznego). Dzieląc to równanie obustronnie przez poziom cen P otrzymujemy realną wysokość deficytu:

$$J = G + r^N D - T , \tag{20}$$

gdzie G oznacza wydatki rządu w ujęciu realnym, a D całkowity dług publiczny. Zakładamy, że deficyt budżetowy stanowi stały procent PKB, wyrażony parametrem decyzyjnym ξ, czyli

$$J = \xi Y , \quad \xi = const > 0 . \tag{21}$$

Korzystając z (20), regułę budżetową (21) można zapisać w postaci:

$$G = T - r^N D + \xi Y . \tag{22}$$

Deficyt budżetowy jest pokrywany emisją obligacji rządowych, co powiększa dług publiczny zgodnie z równaniem $\dot{D}^N = J^N = \xi Y^N$. Część ω obligacji rządu jest sprzedawana inwestorom zagranicznym, a reszta krajowym:

$$\dot{D}_F^N = \omega \dot{D}^N = \omega \xi Y^N , \quad 0 \le \omega \le 1 , \tag{23}$$

$$\dot{D}_D^N = (1-\omega)\dot{D}^N = (1-\omega)\xi Y^N , \tag{24}$$

gdzie D_D^N oznacza zadłużenie krajowe rządu (krajowy dług publiczny w ujęciu nominalnym), a D_F^N – zadłużenie zagraniczne rządu[2]. Oczywiście w każdym momencie zachodzi równość $D^N = D_D^N + D_F^N$. Realne zadłużenie rządu jest zdefiniowane równaniem: $D = D^N / P$, co po zróżniczkowaniu względem czasu *t* prowadzi do następującego równania dynamiki realnego zadłużenia:

$$\dot{D} = \frac{\dot{D}^N P - \dot{P} D^N}{P^2} = \frac{\dot{D}^N}{P} - \frac{\dot{P}}{P} D. \tag{25}$$

Korzystając z (21) można je zapisać w prostszej postaci:

$$\dot{D} = \xi Y - \vartheta D. \tag{26}$$

Dzieląc obie strony tego równania przez *D* otrzymujemy stopę wzrostu realnego zadłużenia rządu:

$$\hat{D} = \frac{\dot{D}}{D} = \xi \frac{Y}{D} - \vartheta. \tag{27}$$

Analogicznie można wyprowadzić wzory na stopy wzrostu zadłużenia zagranicznego i wewnętrznego w ujęciu realnym:

$$\hat{D}_F = \frac{\dot{D}_F}{D_F} = \omega\xi \frac{Y}{D_F} - \vartheta. \tag{28}$$

$$\hat{D}_D = \frac{\dot{D}_D}{D_D} = (1-\omega)\xi \frac{Y}{D_D} - \vartheta, \tag{29}$$

Wydatki rządu w ujęciu realnym obejmują dwa składniki:

$$G = G_T + G_C, \tag{30}$$

gdzie G_T oznacza transfery pieniężne do sektora prywatnego, a G_C konsumpcję publiczną. Zakładamy, że konsumpcja publiczna jest proporcjonalna do konsumpcji sektora prywatnego, czyli:

$$G_C = \sigma_C C, \quad 0 < \sigma_C < 1. \tag{31}$$

Z równań (22) i (30) wynika, że realna wielkość transferów wynosi:

$$G_T = G - G_C = T + \xi Y - r^N D - G_C. \tag{32}$$

Zgodnie z tym równaniem zebrane podatki powiększone o zrealizowany deficyt budżetowy służą sfinansowaniu obsługi długu publicznego oraz konsumpcji

[2] Wielkość ta nie jest tożsama z „zadłużeniem zagranicznym państwa”, gdyż oprócz rządu kredyty zagraniczne zaciągać może sektor prywatny.

publicznej w zaplanowanej przez rząd wysokości. Pozostałe środki są transferowane do sektora prywatnego.

SEKTOR PRYWATNY

Sektor prywatny czerpie dochody w formie wynagrodzenia pracy i kapitału, z odsetek od posiadanych obligacji krajowych rządu oraz dochody z posiadanych aktywów zagranicznych netto. Po opodatkowaniu, nominalny dochód do dyspozycji sektora prywatnego wynosi:

$$Y_d^N = (1-\tau_L)WL + (1-\tau_K)W_K K + (1-\tau_D) r^N D_D^N + (1-\tau_B) r^N B^N , \qquad (33)$$

Dzieląc to równanie obustronnie przez poziom cen w kraju P otrzymujemy dochód do dyspozycji sektora prywatnego w ujęciu realnym:

$$Y_d = (1-\tau_L)wL + (1-\tau_K)w_K K + (1-\tau_D) r^N D_D + (1-\tau_B) r^N B . \qquad (34)$$

Dochody sektora prywatnego wraz z otrzymaną od rządu kwotą transferów służą konsumpcji i inwestycjom, a także pokryciu potrzeb pożyczkowych rządu. Ewentualna różnica jest lokowana w aktywach zagranicznych[3]. Równanie budżetowe w ujęciu nominalnym ma więc postać:

$$Y_d^N + G_T^N = C^N (1+\tau_C) + P \cdot \Phi(I,K) + \dot{D}_D^N + \dot{B}^N , \qquad (35)$$

Przejście od wielkości nominalnych do realnych wymaga kilku prostych zabiegów. Prawdziwe są następujące równości definicyjne:

$$D_D^N = P \cdot D_D , \qquad (36)$$

$$B^N = P \cdot B . \qquad (37)$$

Różniczkując te równania względem t otrzymujemy:

$$\dot{D}_D^N = \dot{P} \cdot D_D + P \cdot \dot{D}_D , \qquad (38)$$

$$\dot{B}^N = \dot{P} \cdot B + P \cdot \dot{B} . \qquad (39)$$

Podstawiając otrzymane równania do (35) dostajemy:

$$Y_d^N + G_T^N = C^N (1+\tau_C) + P \cdot \Phi(I,K) + \dot{P} \cdot D_D + P \cdot \dot{D}_D + \dot{P} \cdot B + P \cdot \dot{B} . \qquad (40)$$

Dzieląc to równanie obustronnie przez poziom cen P otrzymujemy ograniczenie budżetowe sektora prywatnego w ujęciu realnym:

$$Y_d + G_T = C(1+\tau_C) + \Phi(I,K) + \dot{D}_D + \dot{B} + \vartheta(D_D + B) . \qquad (41)$$

[3] Naturalnie, różnica ta może również być ujemna, co oznacza konieczność redukcji salda aktywów zagranicznych (ich sprzedaży).

Podstawiając wzór (12) definiujący funkcję realnych wydatków inwestycyjnych $\Phi(I,K)$ i uwzględniając równanie (29), ograniczenie budżetowe (41) można zapisać w równoważnej postaci:

$$\dot{B} = Y_d + G_T - C(1+\tau_C) - I\left(1+\frac{\chi}{2}\frac{I}{K}\right) - (1-\omega)\xi Y - \vartheta B. \tag{42}$$

Uwzględniając wzór (34) otrzymujemy w przeliczeniu na osobę:

$$\begin{aligned}\dot{b} &= (1-\tau_L)w + (1-\tau_K)w_K k + (1-\tau_D)r^N d_D + \left[(1-\tau_B)r^N - n\right]b + g_T \\ &- c(1+\tau_C) - i\left(1+\frac{\chi}{2}\frac{i}{k}\right) - (1-\omega)\xi y - \vartheta b.\end{aligned} \tag{43}$$

ZADANIE STEROWANIA OPTYMALNEGO I JEGO ROZWIĄZANIE

Sektor prywatny ustala wielkość konsumpcji i inwestycji tak, aby osiągnąć jak najwyższy poziom użyteczności opisanej przez funkcjonał celu (14), przy ograniczeniu budżetowym (43). Ów problem decyzyjny ma postać zadania sterowania optymalnego:

$$\begin{cases}\max \int_0^\infty \frac{1}{\gamma}\left(c g_C^\kappa\right)^\gamma e^{-(\rho-n)t} dt, \\ \dot{b} = (1-\tau_L)w + (1-\tau_K)w_K k + \left[(1-\tau_B)r^N - n\right]b + (1-\tau_D)r^N d_D - \\ \qquad - c(1+\tau_C) - i\left(1+\frac{\chi}{2}\frac{i}{k}\right) + g_T - (1-\omega)\xi y - \vartheta b, \\ \dot{k} = i - (n+\delta)k.\end{cases} \tag{44}$$

Zmienne sterujące: c_t, i_t. Zmienne stanu: b_t, k_t. Dane są początkowe wartości zmiennych stanu: b_0, $k_0 > 0$, $d_0 \geq 0$, $d_{F0} \geq 0$, $d_{D0} \geq 0$, przy czym $d_{F0} + d_{D0} = d_0$. Zadanie (44) łatwo rozwiązać korzystając ze standardowych metod sterowania optymalnego. Rozwiązanie zadania ma postać:

$$k(t) = k_0 e^{\varphi t}, \text{ gdzie } \varphi = \frac{q-1}{\chi} - \delta \tag{45}$$

oraz $q = 1 + \chi(r - \tau_B r^N + \delta) - \sqrt{\Delta}$,

$$\Delta = 2\chi\left[r - \tau_B r^N + \delta - \alpha A(1-\tau_K) + (1-\omega)\xi A\right] + \chi^2 (r - \tau_B r^N + \delta)^2$$

$$y(t) = Ak(t), \tag{46}$$

$$c(t) = c_0 \cdot e^{\psi t}, \quad \text{gdzie} \quad \psi = \frac{r - \rho - \tau_B r^N}{1 - \gamma(1+\kappa)}, \tag{47}$$

$$g_C(t) = \sigma_C c_0 \cdot e^{\psi t}, \tag{48}$$

gdzie $c_0 = \left(b_0 - d_{F0} + \frac{Ak_0}{r - n - \varphi}\left(1 - \frac{q^2 - 1}{2A\chi}\right)\right)\frac{r - n - \psi}{1 + \sigma_C}$,

$$b(t) = \left(b_0 + \frac{\upsilon k_0}{r - n - \varphi} - d_{F0} + \frac{\omega\xi A k_0}{n + \varphi + \vartheta}\right)\cdot e^{\psi t} - \frac{\upsilon k_0}{r - n - \varphi}\cdot e^{\varphi t} + \left(d_{F0} - \frac{\omega\xi A k_0}{n + \varphi + \vartheta}\right) e^{-(n+\vartheta)t}$$

, (38)

gdzie $\upsilon = A(1 + \omega\xi) - \frac{q^2 - 1}{2\chi} - \frac{r^N \omega\xi A}{n + \varphi + \vartheta}$,

$$d_F(t) = \frac{\omega\xi}{n + \varphi + \vartheta} y(t) + \left(d_{F0} - \frac{\omega\xi y_0}{n + \varphi + \vartheta}\right) e^{-(n+\vartheta)t}, \tag{49}$$

$$d_D(t) = d(t) - d_F(t) = \frac{(1-\omega)\xi}{n + \varphi + \vartheta} y(t) + \left(d_{D0} - \frac{(1-\omega)\xi y_0}{n + \varphi + \vartheta}\right) e^{-(n+\vartheta)t}, \tag{50}$$

przy założeniu (tzw. warunek transwersalności):

$$\rho > n + \gamma(1+\kappa)(r - \tau_B r^N - n). \tag{51}$$

Warto zauważyć, że dzięki założeniu o doskonałej mobilności kapitału, stopa wzrostu konsumpcji ψ może odbiegać od tempa wzrostu PKB równego φ, i to w nieskończenie długim horyzoncie czasu. Ta właściwość stanowi kluczową różnicę w porównaniu do standardowych modeli gospodarki zamkniętej, w których możliwości konsumpcji są zdeterminowane przez akumulację kapitału i tempo wzrostu PKB, a wszystkie zmienne realne – w tym produkcja, kapitał, inwestycje, konsumpcja – muszą (przynajmniej w granicy) rosnąć w identycznym tempie.

DOBROBYT

Uwzględniwszy wyznaczone trajektorie konsumpcji prywatnej i publicznej oraz wzór (47), dobrobyt mierzony wartością funkcjonału celu (14) można zapisać w postaci:

$$\Omega = \frac{1}{\gamma} \sigma_C^{\kappa\gamma} c_0^{\gamma(1+\kappa)} \int_0^\infty e^{(\psi\gamma(1+\kappa) - \rho + n)t} dt. \tag{52}$$

Nietrudno wykazać, że $\psi\gamma(1+\kappa) - \rho = -(r - \psi)$. Zatem

$$\Omega = \frac{1}{\gamma} \sigma_C{}^{\kappa\gamma} c_0{}^{\gamma(1+\kappa)} \int_0^{\infty} e^{-(r-\tau_B r^N - n - \psi)t} dt \,. \tag{53}$$

Ze względu na warunek transwersalności całka we wzorze (53) jest zbieżna. Zatem osiągany dobrobyt wyraża się wzorem:

$$\Omega = \frac{\sigma_C{}^{\kappa\gamma} c_0{}^{\gamma(1+\kappa)}}{\gamma(r - n - \psi - \tau_B r^N)} \,. \tag{54}$$

Zauważmy, że poziom dobrobytu w równowadze zależy między innymi od wysokości inflacji. Zależność ta jest na tyle skomplikowana, że wymaga dokładnej analizy matematycznej.

WPŁYW INFLACJI NA OSIĄGANY DOBROBYT

Wysokość inflacji wpływa na poziom osiąganego dobrobytu, co wyraża wynikająca z (54) pochodna:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega}{\partial \vartheta} = & \frac{-\sigma_C{}^{\kappa\gamma} c_0{}^{\gamma(1+\kappa)} (1+\kappa)\tau_B}{\left(r - n - \psi - \tau_B r^N\right)^2} \cdot \\ & \cdot \left[\frac{\tau_B r^N}{A_1 (r - n - \psi)} + \frac{(r - n - \psi - \tau_B r^N)(r - n - \psi) k_0 q}{c_0 (r - n - \varphi)^2 (1 + \sigma_C)\sqrt{\Delta}} \cdot W_1 \right]. \end{aligned} \tag{55}$$

gdzie

$$W_1 = \tau_B r^N q - \tau_K \alpha A - (1-\omega)\xi A - (1-\alpha) A \,. \tag{56}$$

Znak wyrażenia W_1 nie jest przesądzony – może być ujemny lub dodatni[4]. Wiadomo jednak, że przy przyjętych założeniach pierwszy ze składników we wzorze (56) jest nieujemny (ponieważ $\tau_B \geq 0$) a pozostałe trzy składniki są ujemne. Z tego wynika, że przy danych wartościach pozostałych parametrów:

a) przy wystarczająco niskiej stawce podatkowej τ_B (na przykład zerowej) i/lub dostatecznie wysokiej stawce τ_K i/lub dostatecznie niskim nominalnym oprocentowaniu r^N (które może na przykład wynikać z niskiej inflacji) zachodzi $W_1 < 0$,

b) przy dostatecznie wysokiej stawce podatkowej τ_B i/lub dostatecznie niskiej stawce τ_K i/lub dostatecznie wysokim nominalnym oprocentowaniu r^N (na przykład spowodowanym wysoką inflacją) zachodzi $W_1 > 0$.

[4] Pominiemy szczególny przypadek, w którym wyrażenie to jest równe zero.

Łatwo wykazać, że $r-n-\varphi>0$ oraz $r-n-\psi>0$. Zatem jeżeli $W_1<0$, to znak pochodnej $\frac{\partial\Omega}{\partial\vartheta}$ nie jest przesądzony; jeżeli $W_1=0$, to $\frac{\partial\Omega}{\partial\vartheta}<0$, a jeżeli $W_1>0$, to $\frac{\partial\Omega}{\partial\vartheta}<0$.

Uwzględniając te spostrzeżenia, sformułować można następujące wnioski:

a) przy wystarczająco wysokiej stawce podatkowej τ_B i/lub dostatecznie niskiej stawce τ_K i/lub dostatecznie wysokim nominalnym oprocentowaniu r^N (które może na przykład wynikać z wysokiej inflacji) zachodzi $W_1>0$, a więc $\frac{\partial\Omega}{\partial\vartheta}<0$. Dlatego osiągany dobrobyt jest tym wyższy, im niższa jest inflacja.

b) przy wystarczająco niskiej stawce podatkowej τ_B (na przykład zerowej) i/lub dostatecznie wysokiej stawce τ_K i/lub dostatecznie niskim nominalnym oprocentowaniu r^N (które może na przykład wynikać z niskiej inflacji) zachodzi $W_1<0$, a więc znak pochodnej $\frac{\partial\Omega}{\partial\vartheta}$ nie jest przesądzony. Dlatego zależność między inflacją a osiąganym dobrobytem nie jest jednoznaczna co do kierunku.

Z powyższych spostrzeżeń płynie wniosek, że może istnieć pewien optymalny i jednoznacznie określony poziom inflacji, bowiem przy dostatecznie niskiej inflacji może zachodzić $\frac{\partial\Omega}{\partial\vartheta}>0$, a jeśli inflacja jest wystarczająco wysoka, to $\frac{\partial\Omega}{\partial\vartheta}<0$. To oznacza, że funkcja $\Omega(\vartheta)$ dana wzorem (54) przy założeniu, że wszystkie parametry z wyjątkiem ϑ są stałe może osiągać dla pewnego ϑ maksimum globalne. W punkcie tym musi oczywiście zachodzić $\frac{\partial\Omega}{\partial\vartheta}=0$. Niestety, równania tego nie można rozwiązać analitycznie, ze względu na jego zbyt złożoną strukturę.

PODSUMOWANIE

Przedstawiony model równowagi ogólnej w warunkach doskonałej mobilności kapitału prowadzi do wniosku, że dobrobyt osiągany przez konsumentów jest uzależniony od inflacji. Co więcej, otrzymane wzory wskazują, że może istnieć pewien optymalny, jednoznacznie określony poziom inflacji, który jest uzależniony od innych parametrów gospodarki. Mając dany zestaw wartości parametrów modelu, ów optymalny poziom inflacji można znaleźć jedynie numerycznie, rozwiązując pewne skomplikowane równanie.

BIBLIOGRAFIA

Arrow K. J. (1962), The Economic Implications of Learning by Doing, The Review of Economic Studies, 29(3): 155–73.

Hayashi F. (1982), Tobin's Marginal q and Average q: A Neoclassical Interpretation, Econometrica, 50(1): 213–24.

Lucas R. (1988), On the Mechanics of Economic Development, Journal of Monetary Economics, 22 (1): 3–42.

Turnovsky S.J. (2009), Capital Accumulation and Economic Growth in a Small Open Economy, Cambridge University Press.

HOW INFLATION TAX INFLUENCES WELFARE UNDER PERFECT MOBILITY OF CAPITAL

Abstract: We are building a general equilibrium model in which the private sector can invest abroad or borrow there with a fixed interest rate. The public sector levies five types of taxes that are used to finance public consumption. The central bank determines the rate of inflation, which affects the real tax burden. Using optimal control theory we solve the model and analyze the relationship between inflation and welfare achieved by consumers. We demonstrate that there may exist a unique optimal rate of inflation.

Keywords: inflation tax, optimal fiscal policy, perfect capital mobility, dynamic general equilibrium, welfare