

PRZYCZYNOWOŚĆ W SENSIE GRANGERA – WYBRANE METODY

Ewa M. Syczewska

Instytut Ekonometrii, Kolegium Analiz Ekonomicznych
Szkola Główna Handlowa w Warszawie
e-mail: ewams@sgh.waw.pl

Streszczenie: Definicja przyczynowości w sensie Grangera stanowi kompromis umożliwiający statystyczne testowanie tej zależności. Liniowa przyczynowość to zawężenie tego pojęcia, w istocie chodziło o zależności procesów generujących dane. Istnieją testy dla zmiennych niestacjonarnych, testy przyczynowości nieliniowej itd. Omawiamy niektóre z nich. W części empirycznej stosujemy nieliniowy test Diksa-Panchenki do szeregów finansowych w celu sprawdzenia, czy wyniki różnią się od wyników testu Grangera.

Słowa kluczowe: przyczynowość w sensie Grangera, przyczynowość nieliniowa, test Hiemstry-Jonesa, test Diksa-Panchenki, kurs walutowy, wpływ kryzysu

WPROWADZENIE

Pojęcie przyczynowości w ekonomii jest szeroko dyskutowane z punktu widzenia filozofii i metod opisu aksjomatycznego oraz sposobów analizy (Pearl [2000] stosuje metody teorii grafów oparte na podstawach probabilistycznych w ujęciu bayesowskim; Hoover [2001] podkreśla konieczność analizy struktury przyczynowej i posługuje się narzędziami wielorównaniowych modeli ekonometrycznych; Cartwright [2001] sięga do podstaw filozoficznych i krytykuje podejście Pearla i Hoovera; zob. też dyskusję pomiędzy Pearlem, Steelem i Cartwright [2010] nt. jej książki i recenzję Hoovera [2003] monografii Pearla [2000]). Praca [Syczewska, Struzik 2014] zawiera przegląd wybranych metod testowania przyczynowości: oprócz metod stosowanych w ekonometrii, istnieją narzędzia związane z teorią informacji, a w szczególności skonstruowane na podstawie miar entropii. [Barnett, Barret, Seth 2009] oraz [Hlaváčková-

Schindler 2011] udowodnili równoważność metod tzw. transferu entropii i liniowego testu Grangera dla zmiennych o rozkładzie normalnym.

Przedmiotem tej pracy nie jest włączanie się w szeroką dyskusję nt. koncepcji przyczynowości (obszerną analizę liniowych i nieliniowych testów przyczynowości zawiera monografia Osińskiej [2008], krótszy przegląd – [Osińska 2011]), lecz praktyczne zastosowanie liniowego testu Grangera i testu Diksa i Panchenki do dziennych notowań bilateralnego kursu walutowego i odpowiednich indeksów giełdowych. Diks i Panchenko [2005] stwierdzili, że test Hiemstry-Jonesa [1994] (dalej HJ) może odrzucać hipotezę o braku przyczynowości nawet gdy liniowy test Grangera zdecydowanie na nią wskazuje; zaproponowali więc skorygowaną wersję. Test T_n [Diks, Panchenko 2006] można stosować do wykrywania zależności przyczynowych niekoniecznie liniowych.

Część empiryczna (punkt 2 i 3) poprzedzona jest omówieniem wybranych metod definiowania i testowania przyczynowości. We wcześniejszych pracach stwierdzono poprawę prognoz bilateralnych kursów walutowych (USDPLN oraz EURPLN) dzięki zastosowaniu indeksów giełdowych jako zmiennych objaśniających (co wynika z pracy [Bauwens, Rime, Succarat 2008]). W pracy [Syczewska 2013] wykazano, że istnieje stacjonarna kombinacja liniowa kursu USDPLN i dwu indeksów dla Polski i dla Stanów Zjednoczonych, a w [Syczewska 2010a,b] porównano zachowanie kursów w okresie kryzysu i poza nim. Podobny zestaw zmiennych badamy w niniejszym opracowaniu. W literaturze omawiany jest wpływ kryzysu lat 2008-09 na zmiany powiązań zwrotów z instrumentów finansowych, dlatego porównujemy wyniki dla kryzysu i w okresie późniejszym.

PRZYCZYNOWOŚĆ W SENSIE GRANGERA

Pojęcie przyczynowości w sensie Grangera nie ogranicza się do wyszukiwania zmiennej, której obecność w modelu może poprawić dokładność prognoz. Zwracał na to uwagę sam Granger, podkreślając, że w [Granger 1980] chodziło mu o to, że „dla szeregu czasowego, przyczyna poprzedza skutek a szereg będący przyczyną (*causal series*) zawiera informacje o zmiennej będącej skutkiem, które nie były zawarte w innych szeregach [...] G-przyczynowość dotyczy procesów generujących dane (DGP), a testy – modeli” (por. [Granger 2003]).

Liniowa wersja testu Grangera jest stosowana do wykrywania przyczynowości w średniej. Monika Krawiec [2012] analizuje notowania wybranych polskich funduszy towarowych oraz światowe ceny najważniejszych dóbr, dla okresu 01.2009–12.2011 testuje liniową przyczynowość Grangera stóp zwrotu w ujęciu logarytmicznym, $r_t = \ln P_t - \ln P_{t-1}$, i stwierdza występowanie powiązań przyczynowych od indeksu S&P500 do niektórych ale nie wszystkich funduszy surowcowych. [Misiuk, Zajkowska 2010] na podstawie danych dziennych od 01. 2004 do 03.2010 wykazały, że WIG20 wpływa na DAX, BUX, ATX i S&P500, i jest pod wpływem CAC, PX (indeks dla Czech), BUX (indeks węgierski), ATX (austriacki), FTSE, FTSE MIB (włoski). Zastosowania

w ekonometrii finansowej często dotyczą przyczynowości w wariancji [Cheung, Ng 1996] i ryzyku. [Fałdziński, Osińska, Zdanowicz 2012] przypominają, że pierwotna idea przyczynowości Grangera w ryzyku zakłada wykorzystanie Value at Risk jako miary ryzyka, i poszerzają zastosowania testu o Expected Shortfall i miary spektralne. Przyczynowość w ryzyku testują dla okresu przed kryzysem (1.02.2006-31.07.2008) oraz podczas i po kryzysie (1.08.2008-18.02.2011).

Nieliniowymi aspektami zależności przyczynowych zajmował się już Granger (zob. np. [Granger Teräsvirta 1993], [Granger Maassoumi Racine 2004]). [Bruzda 2004, 2007] omawia wprowadzone w tej ostatniej pracy warunki, które musi spełniać idealna miara zależności funkcyjnej dwu procesów stochastycznych: ma być dobrze zdefiniowana dla zmiennych ciągłych jak i dyskretnych; równa zero dla zmiennych niezależnych; unormowana do $\langle 0,1 \rangle$ lub $\langle -1,1 \rangle$; ma spełniać warunki odległości, a dla zmiennych o rozkładzie normalnym być równa współczynnikowi korelacji lub pewnej jego prostej funkcji. Warunki te spełniają względna entropia (MI, *mutual information* czyli *relative entropy*) dwu zmiennych X, Y (określona wzorem $I(X, Y) = H(X) + H(Y) - H(X, Y)$ gdzie $H(X, Y)$ – entropia Shannona), a także współczynnik wzajemnej informacji (*mutual information coefficient*, MIC): $R(X, Y) = 1 - [-2I(X, Y)]^{0,5}$ (por. [Granger Teräsvirta 1993]). Mogą być stosowane np. do wykrywania nieliniowości i rozróżniania jej typu ([Bruzda 2004]), wykrywania zależności zmiennej i jej opóźnień ([Orzeszko 2012], [Orzeszko 2008]).

Interesuje nas tu kwestia wpływu kryzysu na ewentualne zmiany kierunku zależności przyczynowej. [Olbryś, Majewska 2014] badają sposób wyznaczania początku i końca kryzysu dla Stanów Zjednoczonych i wybranych krajów europejskich. Zwracają uwagę na brak zgodności wśród badaczy, np. [Mishkin 2011] dzieli ten okres na dwa: 08.2007– 08.2008 i kryzys globalny od połowy września 2008; inni autorzy wyróżniają trzy podokresy. Olbryś i Majewska na podstawie punktów zwrotnych szeregów czasowych głównych indeksów giełdowych badanych krajów stwierdzają, że 10.2007 – 02.2009 to wspólny dla nich okres globalnego kryzysu¹.

DANE I TESTY NIESTACJONARNOŚCI

Badanie empiryczne dotyczy dziennych notowań bilateralnego kursu USDPLN, i dwu indeksów: S&P500 i WIG20, od 04.01.2000 r. do 31.10.2014. Dla kursu walutowego i WIG20 są to notowania zamknięcia, dla S&P500 reprezentującego indeksy amerykańskie². – notowania otwarcia. Dni, dla których brakuje obserwacji jednej lub kilku zmiennych, zostały z próby usunięte. Źródłem danych jest portal stooq.pl.

¹ Dla WIG20 główny okres kryzysu to czas od czerwca 2007 do lutego 2009.

² Przed zamknięciem GPW otwarta jest giełda nowojorska, więc inwestorzy mogą śledzić tamtejsze kursy otwarcia.

Tabela 1. Wybrane statystyki dla całej próby 2000/01/04 - 2014/10/31

Zmienna	Średnia	Mediana	Odchylenie standardowe	Skośność	Nadwyżka kurtozy	Test ADF dla:	
						Zmiennej	przyrostów
WIG20	2202,3	2278,4	660,94	0,2492	-0,3799	-0,287 [0,58]	-14,292
USDPLN	3,3456	3,2033	0,5589	0,2270	-0,5819	-0,757 [0,39]	-12,144
S&P500	1272,4	1254,0	258,68	0,6279	0,4406	0,740 [0,87]	-13,0456

Źródło: stooq.pl. W nawiasach kwadratowych podano wartość p odpowiedniej statystyki.

Zastosowano najpierw test ADF w celu zbadania stopnia integracji, oraz testy kointegracji Johansena (kointegracja implikuje przyczynowość w sensie Grangera, ale nie odwrotnie). Wszystkie trzy szeregi są I(1). Procedura Engle'a-Grangera nie wykrywa kointegracji – reszty regresji USDPLN względem dwu pozostałych zmiennych są niestacjonarne (ADF = -0,813 [0,93]). Tabela 2 zawiera wyniki testu Johansena. Liczba wektorów kointegrujących, równa jest rzędowi r macierzy Π pomocniczego równania testu. Nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o braku wektorów kointegrujących: $r = 0$, przeciw hipotezie alternatywnej o występowaniu kointegracji ($r = 1$ lub $r \geq 1$): zarówno statystyka testu śladu L_{trace} jak i L_{max} mają wartości p bliskie 95%.

Tabela 2. Testy Johansena dla USDPLN, WIG20 i S&P500

Rząd	Wartość własna	Test śladu	Test Lmax
0	0,001404	7,6912 [0,9544]	5,0771 [0,9415]
1	0,000652	2,6141 [0,8798]	2,3584 [0,8691]
2	7,0739e-005	0,2557 [0,6856]	0,2557 [0,6764]

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych stooq.pl.

W nawiasach kwadratowych podano wartość p dla odpowiedniej statystyki.

LINIOWY TEST GRANGERA

Test liniowy przyczynowości Grangera par zmiennych przeprowadzamy w następujący sposób. Szacujemy równania modelu VAR o jednakowej liczbie opóźnień dla obu zmiennych, k , i stosujemy test łącznej istotności opóźnień danej zmiennej w równaniu objaśniającym drugą zmienną:

$$y_t = \alpha_{10} + \sum_{j=1}^k \alpha_{1j} y_{t-j} + \sum_{j=1}^k \beta_{1j} x_{t-j} + \varepsilon_{1t} \quad (3a)$$

$$x_t = \alpha_{20} + \sum_{j=1}^k \alpha_{2j} x_{t-j} + \sum_{j=1}^k \beta_{2j} y_{t-j} + \varepsilon_{2t} \quad (3b)$$

W równaniu (3a), $H_0: \beta_{11} = \beta_{12} = \dots = \beta_{1k} = 0$ oznacza brak zależności przyczynowej w sensie Grangera zmiennej X do Y . W równaniu (3b), $H_0: \beta_{21} = \beta_{22} = \dots = \beta_{2k} = 0$ oznacza brak (liniowej) przyczynowości od Y do X .

Testowanie przyczynowości w sensie Grangera w modelu VAR z nadwyżką parametrów

[Toda, Yamamoto 1995] oraz [Bauer, Maynard 2012] stwierdzają, że w przypadku zmiennych niestacjonarnych wskazane jest wybranie optymalnej liczby k opóźnień modelu VAR, a następnie zwiększenie jej o liczbę równą rzędowi integracji zmiennych, d :

$$y_t = \alpha_{10} + \sum_{j=1}^{k+d} \alpha_{1j} y_{t-j} + \sum_{j=1}^{k+d} \beta_{1j} x_{t-j} + \varepsilon_{1t} \quad (4)$$

i testowanie $H_0: \beta_{11} = \beta_{12} = \dots = \beta_{1k} = 0$ dla pierwotnej liczby opóźnień. Toda i Yamamoto wykazali, że statystyka testu ma lepsze własności niż w wersji (3a-b), w szczególności graniczny rozkład odpowiada teoretycznemu. Zgodnie z tą zasadą, wybieramy liczbę opóźnień na podstawie kryterium Akaike (AIC), zwiększamy ją o 1 (czyli stopień integracji zmiennych). Model szacujemy dla zwrotów logarytmicznych (wg procedury opisanej m.in. przez Osińską [2008]) i stosujemy test łącznej istotności do pierwszych k opóźnień, odpowiadający hipotezie zerowej. Dodatkowo sprawdzamy normalność składników losowych testem Doornika-Hansena. Tabela 3 ilustruje wybór liczby opóźnień modelu VAR, dla całej próby, na podstawie kryterium Akaike, AIC, bayesowskiego kryterium Schwarz, BIC, oraz Hannana-Quinna, HQC. Ich wartości wyznaczono dla 10 opóźnień, ale optymalna liczba nie przekracza 4, więc przytaczamy tylko początkowe wartości.

Tabela 3. Wybór liczby opóźnień modelu VAR dla par zmiennych

Liczba opóźnień	USDPLN i WIG20			USDPLN i SP500			SP500 i WIG20		
	AIC	BIC	HQC	AIC	BIC	HQC	AIC	BIC	HQC
1	5,6753	5,6856*	5,6789	4,0137	4,0240	4,0174	18,0676	18,0779	18,0713
2	5,6706*	5,6877	5,6767*	3,9553	3,9724*	3,9614	17,9824	17,9996*	17,9885
3	5,6708	5,6948	5,6794	3,9493	3,9733	3,9579*	17,9782*	18,00232	17,9868*
4	5,6715	5,7023	5,6825	3,9481*	3,9790	3,9592	17,9789	18,0097	17,9899

Źródło: obliczenia własne w gretl

Zwroty USDPLN i WIG20, cała próba

Optymalna wg. AIC liczba opóźnień modelu VAR dla USDPLN i WIG20 jest równa $k=2$, stopień integracji $d = 1$, więc w regresji testu przyczynowości obie zmienne mają po $k+d=3$ opóźnienia i zgodnie z zasadą Tody i Yamamoto, test łącznej istotności stosujemy do $k = 2$ opóźnień zmiennej objaśniającej. Pełne wyniki estymacji podano w [Syczewska 2014]. Wnioski są następujące: WIG20 \rightarrow USDPLN: Łączny test istotności pierwszych dwu opóźnień WIG20 $F(2, 3608) = 0,6893$ [0,502], więc WIG20 nie jest przyczyną USDPLN w sensie Grangera. Odrzucamy H_0 o normalności reszt pierwszego równania: $\chi^2(2) = 1053,79$. USDPLN \rightarrow WIG20: Statystyka testu istotności 1–3 opóźnień USDPLN $F(2, 3608) = 14,618$ [0,000], więc hipotezę o braku przyczynowości odrzucamy. Reszty nie mają rozkładu normalnego: ($\chi^2(2) = 1037,12$ i $495,72$ [0,000]).

USDPLN i S&P500, cała próba

AIC wskazuje na 4 opóźnienia, więc przyjmujemy $k + 1 = 5$. Odrzucamy S&P500 \rightarrow USDPLN: $F(4, 3602) = 8,715$ [5,347e-007] oraz H_0 o normalności reszt: $\chi^2(2) = 1003,08$ [1,526e-218]. Odrzucamy USDPLN \rightarrow S&P500: $F(4, 3602) = 53,76$ [4,52e-044], a także H_0 o normalności reszt: $\chi^2(2) = 2310,84$ [0.0000].

S&P500 i WIG20, cała próba

Optymalna liczba opóźnień VAR dla zmiennych S&P500 i WIG20 jest równa 3, więc równanie zawiera $k + d = 3 + 1$ opóźnień każdej zmiennej, a testujemy istotność pierwszych trzech. Odrzucamy H_0 : WIG20 \rightarrow S&P500: $F(3, 3605) = 98,66$ [2,25e-61]. Nie odrzucamy hipotezy S&P500 \rightarrow WIG20: $F(3, 3605) = 2,675$ [0,046]. Reszty nie mają rozkładu normalnego: $\chi^2(2) = 2457,91$ [0,000] dla pierwszego równania oraz 487,97 [0,000] dla drugiego.

Testy liniowej przyczynowości dla okresu kryzysu i pokryzysowego

Zgodnie ze wskazaniem Olbryś i Majewskiej [2014], wybrano 1.10.2007 – 27.02.2009 jako okres kryzysu i dla porównania równoliczny (347 obserwacji) przedział po kryzysie (02.03.2009–26.07.2010). W Tabeli 4. kolumny 2. i 3. zawierają wartości statystyki testu Grangera, gwiazdka oznacza odrzucenie hipotezy o braku przyczynowości. Kolumny 4 i 5 to statystyki testu Doornika-Hansena dla reszt odpowiednich równań. Dla kryzysu test Grangera sugeruje występowanie dwustronnej przyczynowości obu indeksów i dla pary {USDPLN, S&P500}. Kurs USDPLN wpływa na WIG20, ale nie odwrotnie. W próbie po kryzysie, S&P500 nie jest już przyczyną w sensie Grangera dla WIG20 ani dla USDPLN. Wartość statystyki testu dla hipotezy WIG20 \rightarrow USDPLN jest na granicy odrzucenia (wartość p testu w wersji $\chi^2(2)$ jest nieco mniejsza niż 0,10). Rozkłady reszt nie są normalne.

Tabela 4. Test liniowej przyczynowości w sensie Grangera i test normalności reszt

Hipoteza zerowa	Test Grangera		Test Doornika-Hansena	
	Okres kryzysu	Po kryzysie	Okres kryzysu	Po kryzysie
SP500 \rightarrow WIG20	3,068 [0,028]*	1,24 [0,296]	17,833 [0,0001]	11,522 [0,003]
USDPLN \rightarrow WIG20	2,8397 [0,0598]*	6,816 [0,0013]*	14,976 [0,0006]	11,844 [0,0027]
WIG20 \rightarrow SP500	9,717 [3,62e-6]*	32,48 [1,80e-18]*	103,08 [4,13e-23]	53,38 [2,56e-12]
USDPLN \rightarrow SP500	4,324 [0,00201]*	40,65 [8,88e-28]*	56,14 [6,46e-13]	26,255 [0,0000]
SP500 \rightarrow USDPLN	8,556 [1,38e-6]*	0,226 [0,924]	57,43 [3,38e-13]	7,268 [0,0264]
WIG20 \rightarrow USDPLN	2,219 [0,1103]	2,316 [0,100]	84,036 [5,65e-19]	6,004 [0,050]

Źródło: obliczenia własne w pakiecie gretl.

W kolumnie 2 i 3 gwiazdką zaznaczono przypadki, w których hipoteza o braku przyczynowości została odrzucona. W nawiasach kwadratowych podano wartość p dla odpowiedniej statystyki.

TEST DIKSA-PANCHENKI

Do tych samych zmiennych, w próbie obejmującej okres kryzysu oraz okres po kryzysie, zastosowano nieparametryczny test T_n Diksa-Panchenki [2006]. Jest on łatwo dostępny w wersji dla Windows oraz Linuxa na stronie V. Panchenki³: http://research.economics.unsw.edu.au/vpanchenko/software/2006_GC_JEDC_c_and_exe_code.zip.

Idea testu Diksa-Panchenki jest następująca: Zmienna X jest przyczyną w sensie Grangera dla Y jeśli bieżąca i opóźnione wartości $X: x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-k}, \dots$ zawierają dodatkowe informacje o przyszłych wartościach $Y_{t+1}, Y_{t+2}, \dots, Y_{t+h}$, nie zawarte w bieżącej i opóźnionych wartościach tej zmiennej. Autorzy koncentrują się na przypadku, gdy badany jest wpływ X na Y_{t+1} . Testują warunkową niezależność, ale z przyczyn technicznych jedynie skończonej liczby opóźnień:

$$Y_{t+1} | (X_t, X_{t-1}, \dots, X_{t-l_X+1}, Y_t, Y_{t-1}, \dots, Y_{t-l_Y+1}) \sim Y_{t+1} | (X_t, X_{t-1}, \dots, X_{t-l_X+1})$$

gdzie l_X, l_Y oznaczają liczbę uwzględnionych opóźnień danej zmiennej. Test jest poprawioną wersją testu Hiemstry-Jonesa, porównującego różnice pomiędzy rozkładami warunkowymi⁴.

Diks i Panchenko stosują po jednym opóźnieniu dla obu zmiennych, i prognozę na jeden okres. Niech $(X_t, Y_t, Y_{t+1}) = (X, Y, Z)$ i niech X i Y będą zmiennymi ściśle stacjonarnymi. Hipoteza zerowa o braku przyczynowości oznacza, że rozkład warunkowy Z względem X i Y jest taki sam jak rozkład Z względem samego Y . Łączny rozkład i rozkłady brzegowe są związane wzorem: $f_{X,Y,Z}(x, y, z) / f_{X,Y}(x, y) = f_{Y,Z}(y, z) / f_Y(y)$. Diks i Panchenko [2006] wykazują wady przybliżenia różnicy obu stron tego wzoru całkami korelacyjnymi, które zastosowano w pracy Hiemstry-Jonesa, i wyprowadzają własną wersję wzoru: implikacją hipotezy zerowej jest

$$q_g \equiv E \left[\left(\frac{f_{X,Y,Z}(X,Y,Z)}{f_Y(Y)} - \frac{f_{X,Y}(X,Y)}{f_Y(Y)} \frac{f_{Y,Z}(Y,Z)}{f_Y(Y)} \right) g(X, Y, Z) \right] = 0 \quad (5)$$

gdzie $g(X, Y, Z)$ jest dodatnią funkcją wagową; dla $g(X, Y, Z) = f_Y^2(Y)$ wzór upraszcza się do:

$$q_g \equiv E \left[\left(f_{X,Y,Z}(X, Y, Z) f_Y(Y) - f_{X,Y}(X, Y) f_{Y,Z}(Y, Z) \right) \right]$$

Przy założeniu prawdziwości hipotezy zerowej wyrażenie w nawiasach okrągłych zeruje się, więc (5) przyjmuje wartość zero. Hipotezę zerową odrzucamy jeśli obliczona wartość statystyki testu jest wysoka.

³ Dane dla każdej z dwu zmiennych zapisujemy w osobnych plikach tekstowych, *.txt, w pojedynczej kolumnie, bez nagłówka. Liczba obserwacji jest jednakowa, a pliki z danymi umieszczone w podkatalogu, w którym znajduje się plik wykonywalny .exe. Po wywołaniu programu należy podać nazwy plików, liczbę opóźnień dla obu zmiennych, oraz wielkość pasma (bandwith), domyślnie 0.5 (z kropką dziesiętną). Otrzymujemy dwie wartości statystyki testu, dla przyczynowości od X do Y oraz od Y do X .

⁴ Dokładniejszy opis konstrukcji testu można znaleźć w [Osińska 2008], str. 226–229.

Diks i Panchenko [2006] stosują dla (5) estymator oparty na funkcji wskaźnikowej:

$$T_n(\varepsilon) = \frac{(2\varepsilon)^{-d_X-d_Y-d_Z}}{n(n-1)(n-2)} \sum_i \left[\sum_{k,k \neq i} \sum_{j,j \neq 1} (I_{ik}^{X,Y,Z} I_{ij}^Y - I_{ik}^{XY} I_{ij}^{YZ}) \right]$$

gdzie n – liczba obserwacji, d_X – wymiar wektora X itd., $I(\cdot)$ to funkcja wskaźnikowa: $I_{i,j}^W = I(\|W_i - W_j\| \leq \varepsilon)$ równa 1 jeśli $\|W_i - W_j\| \leq \varepsilon$, 0 w przeciwnym przypadku, zaś $\|x\| = \sup_{i=1,2,\dots,d_X} |x_i|$ oznacza normę supremum.

Autorzy testu podkreślają konieczność odpowiedniego doboru parametru ε (*bandwith*), domyślnie równego 0,5, i podają wzory określające ten parametr w zależności od wielkości próby. Wykazują że dla $d_X = d_Y = d_Z = 1$ estymator jest zgodny i ma asymptotyczny rozkład normalny.

Wyniki testu dla badanych zmiennych

W naszych obliczeniach przyjmujemy domyślną wartość 0,5 a statystyki testu T_n wyznaczamy dla opóźnień od 1 do 5. Wyniki obliczeń testu Diksa-Panchenki wskazują na to, że statystyka może mieć różne wartości przy różnej liczbie opóźnień zmiennych X i Y . Jeśli jednak skupimy się na wynikach dla wartości $l_X, l_Y = 1$ i porównamy je z wynikami liniowego testu Grangera, możemy sformułować następujące wnioski. Wyniki obu testów – liniowego testu Grangera oraz testu Diksa-Panchenki – okazały się zbliżone. W okresie kryzysu hipoteza zerowa o braku przyczynowości była w większości przypadków odrzucana. W okresie po kryzysie zależności przyczynowe były słabsze. Różnica między wynikami obu testów wystąpiła dla kursu USDPLN: w okresie po kryzysie test Diksa-Panchenki nie odrzuca hipotezy o braku przyczynowości od USDPLN do indeksu WIG20 oraz do S&P500.

Tabela 5. Wyniki testu Diksa-Panchenki dla par zwrotów z instrumentów finansowych

	Okres kryzysu	Po kryzysie	Okres kryzysu	Po kryzysie
	USDPLN \rightarrow WIG20		WIG20 \rightarrow USDPLN	
1	1,949 [0,0257]*	1,096 [0,1366]	0,881 [0,1890]	0,147 [0,4416]
2	1,988 [0,0234]*	-0,380 [0,6479]	-0,123 [0,5489]	-0,592 [0,7232]
3	1,340 [0,0902]	-0,740 [0,7703]	0,522 [0,3009]	-0,940 [0,8264]
4	-0,168 [0,5666]	-0,057 [0,5226]	1,034 [0,1505]	-0,520 [0,6983]
5	-0,047 [0,5189]	-0,656 [0,7441]	-0,340 [0,6330]	-0,646 [0,7410]
	USDPLN \rightarrow SP500		SP500 \rightarrow USDPLN	
1	2,974 [0,0015]*	3,869 [0,00005]	2,496 [0,0063]*	0,530 [0,2981]
2	1,710 [0,0436]*	1,866 [0,0310]	1,008 [0,1568]	0,626 [0,2657]
3	1,262 [0,1035]	0,842 [0,2000]	0,079 [0,4686]	-0,691 [0,7551]

	Okres kryzysu	Po kryzysie	Okres kryzysu	Po kryzysie
4	0,007 [0,4972]	1,137 [0,1277]	0,395 [0,3465]	0,205 [0,4189]
5	-0,399 [0,6552]	-0,562 [0,7131]	0,346 [0,3648]	0,1277 [0,3435]
	SP500 → WIG20		WIG20 → SP500	
1	2,683 [0,0036]*	-0,059 [0,5236]	3,095 [0,00099]*	3,046 [0,0012]*
2	2,116 [0,0172]*	1,890 [0,0294]*	1,641 [0,0504]*	1,005 [0,1575]
3	1,073 [0,1417]	0,562 [0,2869]	1,273 [0,1015]	0,584 [0,2795]
4	-0,469 [0,6806]	0,330 [0,3707]	-0,286 [0,6124]	1,257 [0,1044]
5	-0,816 [0,7928]	-0,210 [0,5833]	0,478 [0,3163]	0,418 [0,3381]

Źródło: obliczenia własne przy użyciu programu GCTTest.exe V. Panchenki.
Gwiazdką zaznaczono przypadki, gdy hipoteza zerowa o braku przyczynowości zostaje odrzucona.

Tabela 6. Porównanie obu testów

Hipoteza zerowa o braku przyczynowości	Test liniowy Grangera		Test Diksa-Panchenki	
	W kryzysie	Po kryzysie	W kryzysie	Po kryzysie
SP500 → WIG20	Odrzuca	Nie odrzuca	Odrzuca	Nie odrzuca
USDPLN → WIG20	Odrzuca	Odrzuca	Odrzuca	#Nie odrzuca
WIG20 → SP500	Odrzuca	Odrzuca	Odrzuca	Odrzuca
USDPLN → SP500	Odrzuca	Odrzuca	Odrzuca	#Nie odrzuca
SP500 → USDPLN	Odrzuca	Nie odrzuca	Odrzuca	Nie odrzuca
WIG20 → USDPLN	Nie odrzuca	Nie odrzuca	Nie odrzuca	Nie odrzuca

Źródło: opracowanie własne na podstawie Tabeli 4 i 5.

Krzyżykiem (#) zaznaczono przypadki gdy występowała niezgodność między wskazaniami obu testów.

PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Przedstawione wyniki testowania przyczynowości nawiązują do wcześniejszych badań nt. wykorzystania indeksów giełdowych jako dodatkowych zmiennych poprawiających jakość modeli i prognoz dziennych notowań kursów walutowych. Tym razem porównujemy ewentualne zależności przyczynowe pomiędzy kursem USDPLN a odpowiadającymi mu indeksami giełdowymi, które reprezentowane są przez S&P500 dla giełdy w Stanach Zjednoczonych i WIG20 dla giełdy warszawskiej. Stosujemy klasyczny już liniowy test Grangera oraz nowszy test Diksa-Panchenki oparty na analizie warunkowych rozkładów, wykrywający zależności niekoniecznie liniowe. Badamy również możliwość zmiany kierunku i siły powiązań przyczynowych w okresie kryzysu i poza nim.

Oba testy dają dość zbliżone wyniki, a powiązania przyczynowe poza kryzysem wydają się nieco słabsze.

Przypomnijmy, że Diks i Panchenko jako jeden z argumentów uzasadniających konieczność modyfikacji testu Hiemstry-Jonesa podali fakt, że test HJ częściej odrzucał hipotezę o braku przyczynowości niż test liniowy Grangera, co ich zdaniem osłabia wyniki wnioskowania na podstawie testu HJ w opublikowanych praktycznych zastosowaniach.

W nawiązaniu do tego porównania należy podkreślić, że w przedstawionej tu analizie test T_n Diksa i Panchenki w większości przypadków dał ten sam wynik co test Grangera. W dwu przypadkach test T_n nie odrzucił hipotezy o braku przyczynowości, podczas gdy test Grangera sugerował jej odrzucenie. Nie zdarzyło się zaś, aby test T_n odrzucił hipotezę zerową w przypadku gdy test liniowy Grangera jej nie odrzucał – w tym sensie modyfikacja dokonana przez Diksa i Panchenkę wydaje się spełniać swoje zadanie.

Wskazania testu Diksa-Panchenki zależą od liczby opóźnień zmiennych. Należałoby m.in. sprawdzić dokładniej wpływ opóźnień przyjętych dla zmiennych w teście Diksa-Panchenki, oraz porównać otrzymane tu rezultaty z innymi metodami wykrywania zależności przyczynowych. Przeprowadzone tu obliczenia stanowią podstawę do tego typu dalszych badań.

BIBLIOGRAFIA

- Barnett L., Barrett A., Seth, A. (2009) Granger causality and transfer entropy are equivalent for Gaussian variables”, *Phys. Rev. Letter* 103, 238701.
- Bauer D., Maynard A. (2012) Persistence-robust surplus-lag Granger causality testing, *Journal of Econometrics* 169, 293-300.
- Bauwens L., Pohlmeier W., Veredas, D. (2008) High Frequency Financial Econometrics, Recent Developments, Physica-Verlag A Springer Company, Heidelberg.
- Bauwens L., Rime D., Succarat G. (2008) Exchange Rate Volatility and the Mixture of Distribution Hypothesis, [w:] Bauwens et al., 7–29,
- Bruzda J. (2004) Miary zależności nieliniowej w identyfikacji nieliniowych procesów ekonomicznych, *Acta Universitatis Nicolai Copernici*, 34, 183–203.
- Bruzda J. (2007) Procesy nieliniowe i zależności długookresowe w ekonomii. Analiza kointegracji nieliniowej, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń 2007.
- Cartwright N. (2000) Hunting causes and using them: Approaches in Philosophy and Economics, Cambridge University Press, Cambridge.
- Cartwright N. (2010) Reply to Steel and Pearl, *Economics and Philosophy*, 26, 87–94.
- Cheung Y.W., Ng L.K. (1996) A causality in variance test and its application to financial market prices, *Journal of Econometrics*, 72, 33–48.
- Diks C., Panchenko V. (2005) A note on Hiemstra-Jones test for Granger non-causality, *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 9 (art. 4).
- Diks C., Panchenko V. (2006) A new statistics and practical guidelines for nonparametric Granger causality testing, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 30, 1647-1669.

- Doornik J.A., Hansen H. (2008) An Omnibus test for univariate and multivariate normality, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 70, 927-939.
- Fałdziński M., Osińska M., Zdanowicz T. (2012) Detecting risk transfer in financial markets using different risk measures, *Central European Journal of Economic Modelling and Econometrics*, 4, 45-64.
- Granger C.W.J., Maasoumi E., Racine J. (2004) A Dependence Metric for Possibly Nonlinear Processes, *Journal of Time Series Analysis*, 25, 649-669.
- Granger C.W.J., Teräsvirta, T. (1993) *Modelling Nonlinear Economic Relationships*, Oxford University Press, Oksford.
- Hiemstra C., Jones J.D. (1994) Testing for linear and nonlinear Granger causality in the stock price volume relation, *Journal of Finance*, 49(5) 1639-1664.
- Hlaváčková-Schindler K. (2011) Equivalence of Granger causality and transfer entropy: a generalization, *Applied Mathematical Sciences* 5, 3637-3648.
- Hlaváčková-Schindler K., Paluš M., Vejmelka M., Bhattacharya, J. (2007) Causality detection based on information-theoretic approaches in time series analysis, *Physics Reports*, 441, 1-46.
- Hoover K. D. (2001) *Causality in Macroeconomics*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Hoover K.D. (2003) Causality: Models, Reasoning, and Inference by Judea Pearl. Review by Hoover K.D., *The Economic Journal*, 113 (488) F411-F413.
- Krawiec M. (2012) Testing the Granger causality for commodity mutual funds in Poland and commodity prices, *Quantitative Methods in Econometrics*, Vol. XIII, No. 2., 84-95.
- Mishkin F.S. (2011) Over the Cliff: From the Subprime to the Global Financial Crisis, *Journal of Economic Perspectives*, 49-70.
- Misiuk A.B., Zajkowska O. (2010) Does simultaneous investing on different stock markets allow to diversify risk? The cointegration analysis with main focus on Warsaw Stock Exchange, *Quantitative Methods of Economics*, XI, 118-127.
- Olbryś J., Majewska E. (2014) Direct identification of crisis period on the CEE stock markets: The Influence of the 2007 U.S. subprime crisis, *Procedia Economics and Finance*, Special Issue: International Conference on Applied Economics, ICOAE2014, Vol. 14, 461-470.
- Orzeszko W. (2012) Nieliniowa identyfikacja rzędu zależności w stopach zmian indeksów giełdowych, *Przegląd Statystyczny*, 59, 369-385.
- Osińska M. (2008) *Ekonometryczna analiza zależności przyczynowych*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń.
- Osińska M. (2011) On the interpretation of causality in Granger sense, *Dynamic Econometric Models*, 129-139.
- Pearl J. (2000) *Causality: Models, Reasoning and Inference*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Pearl J. (2010) Nancy Cartwright on Hunting Causes, *Economics and Philosophy*, 26, 69-77.
- Steel D. (2010) Cartwright on Causality: Methods, Metaphysics and Modularity, *Economics and Philosophy*, 26, 77-86.
- Syczewska E.M. (2010a) Increase of exchange rate risk during current crisis, *Roczniki Kolegium Analiz Ekonomicznych*, 21/2010, 99-122.

- Syczewska E.M. (2010b) Changes of exchange rate behaviour during and after crisis, 145-157 w: *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych, (Quantitative Methods in Economics) XI*, 2010.
- Syczewska E.M. (2013) On exchange-rate model with stock indices as additional regressors (during and after crisis), referat na konferencji międzynarodowej „CEST’2013, Current Economic and Social Topic International Colloquium, focused on Gender Disparities and Financial Market Analysis”, 23-24 maja 2013, Warszawa.
- Syczewska E.M. (2014) Przegląd metod analizy współzależności indeksów giełdowych i kursów walutowych oraz badania przyczynowości dla tych szeregów, opracowanie w ramach badania statutowego pt. „Makro- i mikroekonometria – zastosowania ekonomiczne i finansowe”, nr badania KAE/S/07/13-14, kierownik M. Gruszczyński, Szkoła Główna Handlowa, Warszawa.
- Syczewska E.M., Struzik Z.R. (2014) Granger causality and transfer entropy for financial returns, referat na 7 Sympozjum FENS 2014, 14-16 May 2014, Lublin.
- Toda, H.Y., Yamamoto, T. (1995) Statistical inference in vector autoregressions with possibly integrated processes, *Journal of Econometrics* 66, 225-250.
- Software:
- Panchenko, V. Kody do wyznaczania statystyki testu [Diks, Panchenko 2006] dla Linuxa i Windows:
http://research.economics.unsw.edu.au/vpanchenko/software/2006_GC_JEDC_c_and_exe_code.zip [dostęp 17 grudnia 2014 r.]

GRANGER CAUSALITY – SELECTED METHODS

Abstract: Granger causality is defined to allow for construction of statistical tests. Granger himself intended to describe, possibly nonlinear, dependencies between data generating processes and take into account informational content of interdependence between variables. There are tests for nonstationary variables, of nonlinear causality etc., we describe some of the methods. We apply to daily returns of exchange rate and stock indices the linear Granger test and the Diks-Panchenko test (for nonlinear dependencies), while taking into account influence of the recent crisis.

Keywords: Granger causality, linear causality test, Hiemstra-Jones test, Diks.-Panchenko test, nonlinear causality, exchange rate