METODY ILOŚCIOWE W BADANIACH EKONOMICZNYCH
Tom XVI, 2015, str. 141 – 150

# PODEJMOWANIE DECYZJI Z WYKORZYSTANIEM ROZMYTEJ METODY SAW I TRANSFORMATY MELLINA[1]

**Dariusz Kacprzak**
Katedra Matematyki, Politechnika Białostocka
e-mail: d.kacprzak@pb.edu.pl
**Katarzyna Rudnik**
Katedra Inżynierii Wiedzy, Politechnika Opolska
e-mail: k.rudnik@po.opole.pl

**Streszczenie:** W pracy przedstawiono zastosowanie transformaty Mellina do porównania liczb rozmytych będących wynikiem działania metody FSAW. Transformata Mellina wykorzystuje funkcję gęstości prawdopodobieństwa związanej z liczbą rozmytą, po uwzględnieniu transformacji proporcjonalnej. Pozwala to na porządkowanie liniowe liczb rozmytych w oparciu o miary statystyczne (średnią i wariancję). W szczególności przedstawiono zależności matematyczne dla trójkątnych liczb rozmytych. Metodę zilustrowano na przykładzie wieloatrybutowego podejmowania decyzji.

**Słowa kluczowe:** podejmowanie decyzji, metoda wielokryterialna, liczby rozmyte, rozmyta metoda SAW, transformata Mellina

## WSTĘP

Wieloatrybutowe metody rankingowe dostarczają narzędzi wykorzystywanych w rozwiązywaniu wielokryterialnych problemów decyzyjnych (MADM – *Multi Attribute Decision Making*). Jedną z najprostszych i najczęściej stosowanych metod wieloatrybutowych jest metoda SAW (*Simple Additive Weighting*). W klasycznym algorytmie SAW przyjmuje się, że elementy macierzy decyzyjnej są wyrażone za pomocą liczb rzeczywistych. W rzeczywistości oceny wariantów decyzyjnych względem kryteriów mogą być nieprecyzyjne lub też informacje mogą być trudne do oceny w sposób dokładny w formie ilościowej. W takiej sytuacji zasadne wydaje się zastosowanie podejścia lingwistycznego

[1] Praca wykonana w ramach realizacji pracy statutowej S/WI/2/2011

wykorzystującego język naturalny zamiast liczb [Herrera, Herrera-Viedma 2000]. Zmienne lingwistyczne będące elementami macierzy decyzyjnej można opisać za pomocą liczb rozmytych. Jako wynik działania metody SAW również uzyskamy liczby rozmyte, które po wyostrzeniu utworzą ranking i wskażą element najlepszy. Przedstawioną metodę nazywa się rozmytą metodą SAW (FSAW – *Fuzzy Simple Additive Weighting*).

W rozmytej metodzie SAW najczęściej wykorzystuje się liczby rozmyte trójkątne lub trapezowe, które są charakteryzowane za pomocą odpowiednio trzech lub czterech liczb rzeczywistych, stanowiących wartości graniczne przedziału nośnika i jądra. Jednak możemy również użyć liczb rozmytych o funkcji przynależności opisanej innymi funkcjami np. o kształcie dzwonu. Wówczas metoda wyostrzania użyta do budowy rankingu powinna uwzględniać kształt funkcji przynależności, a nie tylko wartości graniczne przedziału nośnika i jądra. Jedna z takich metod wyostrzania zostanie zaprezentowana w pracy. Wykorzystuje ona transformatę Mellina oraz funkcję gęstości prawdopodobieństwa związaną z wynikową liczbą rozmytą.

Praca składa się z sześciu części. W drugiej zaprezentowano podstawowe informacje na temat liczb rozmytych. W części trzeciej przybliżono zagadnienia związane z rozmytą metodą SAW. Kolejny element pracy to prezentacja transformaty Mellina oraz PDF (*probabilistic density function*), służących do wyostrzania liczb rozmytych i tworzenia rankingu wariantów decyzyjnych. Praca kończy się przykładem oraz podsumowaniem.

## LICZBY ROZMYTE

Pojęcie zbioru rozmytego wprowadził Lotfi Zadeh w 1965 roku. Zbiorem rozmytym $A$ na uniwersum $X$, nazywamy zbiór par:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) : x \in X, \mu_A : X \rightarrow [0,1]\}, \tag{1}$$

gdzie $\mu_A$ jest funkcją przynależności zbioru rozmytego $A$, która każdemu elementowi $x \in X$ przypisuje jego stopień przynależności do zbioru rozmytego $A$ [Zadeh 1965]. Nośnikiem zbioru rozmytego $A$ nazywamy zbiór oznaczany jako $\mathrm{supp}A$ i określony następująco: $\mathrm{supp}A = \{x \in X : \mu_A(x) > 0\}$. Jądrem zbioru rozmytego $A$ nazywamy zbiór oznaczany jako $\mathrm{ker}A$ postaci: $\mathrm{ker}A = \{x \in X : \mu_A(x) = 1\}$.

Liczbą rozmytą $A$ nazywamy szczególny rodzaj zbioru rozmytego, który jest określony na uniwersum liczb rzeczywistych ($X = \mathbb{R}$) oraz spełnia następujące warunki:

- normalność tzn. $\exists x \in \mathbb{R} : \mu_A(x) = 1$,
- wypukłość tzn.
  $$\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, \forall \lambda \in [0,1] : \mu_A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min(\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)),$$
- nośnik jest przedziałem,

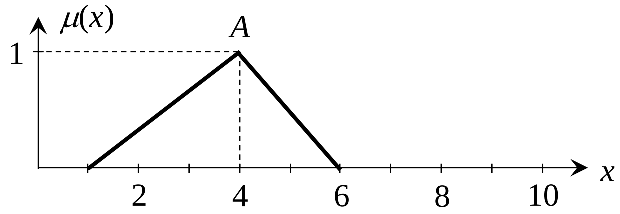
- funkcja przynależności jest przedziałami ciągła.

Jednak praktyczne zastosowania liczb rozmytych pokazują, że ich funkcje przynależności nie są dyskretne ale ciągłe i mają przeważnie dość regularny kształt, zazwyczaj w postaci trójkąta, trapezu, dzwonu itp. Oznacza to, że zamiast podawać stopnie przynależności dla wszystkich elementów nośnika, wystarczy kilka parametrów do jednoznacznego opisania takich regularnych funkcji przynależności. W przypadku trójkątnych liczb rozmytych (używanych w dalszej części pracy) funkcja przynależności ma postać:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & \text{gdy} \quad a \le x \le b \\ \frac{c-x}{c-b} & \text{gdy} \quad b \le x \le c \end{cases}. \tag{2}$$

Wówczas, takie liczby rozmyte możemy charakteryzować za pomocą trzech liczb rzeczywistych $A = (a_A; b_A; c_A)$. Na Rysunku 1 pokazano przykład trójkątnej liczby rozmytej $A = (1; 4; 6)$.

Rysunek 1. Funkcja przynależności trójkątnej liczby rozmytej $A = (1; 4; 6)$




Źródło: opracowanie własne

Podstawowe operacje na trójkątnych liczbach rozmytych o funkcji przynależności (2) sprowadzają się do operacji na trzech parametrach. Niech dane będą liczby rozmyte $A = (a_A; b_A; c_A)$ i $B = (a_B; b_B; c_B)$ oraz liczba rzeczywista $r$. Wówczas:

- suma liczb rozmytych $A$ i $B$ jest równa

$$A + B = (a_A + a_B; b_A + b_B; c_A + c_B), \tag{3}$$

- iloczyn liczby rzeczywistej $r$ i liczby rozmytej $A$ jest równy

$$r \cdot A = (r \cdot a_A; r \cdot b_A; r \cdot c_A). \tag{4}$$

W kolejnej część zostanie zaprezentowana metoda SAW oraz jej rozmyta wersja.

## ROZMYTA METODA SAW

Metoda SAW jest najprawdopodobniej najbardziej znaną i najczęściej stosowaną metodą wśród narzędzi wykorzystywanych do wielokryterialnych problemów decyzyjnych [Abdullah, Adawiyah 2014]. Każdy dyskretny, wielokryterialny problem decyzyjny można przestawić w postaci macierzy wartości wariantu względem kryterium (macierzy decyzyjnej) (zob. Tabela 1). W macierzy poszczególne symbole oznaczają: $Kn$ $(n = 1, \ldots, N)$ – $n$-te kryterium decyzyjne, $Wn$ $(Wn > 0,\ n = 1, \ldots, N)$ – wagę $n$-tego kryterium, spełniającą zależność:

$$W1 + W2 + \cdots + WN = 1, \tag{5}$$

$Hm$ $(m = 1, \ldots, M)$ – $m$-ty wariant decyzyjny, $x_{mn}$ $(\forall\, n = 1, \ldots, N;\ m = 1, \ldots, M: x_{mn} \in \mathbb{R})$ – wartość $m$-tego wariantu decyzyjnego ze względu na $n$-te kryterium.

Tabela 1. Opis problemu decyzyjnego w postaci macierzy decyzyjnej

| Warianty decyzyjne | Kryteria | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $\boldsymbol{K1}$ | $\boldsymbol{K2}$ | $\boldsymbol{K3}$ | ... | $\boldsymbol{KN}$ |
| | Wagi kryteriów | | | | |
| | $\boldsymbol{W1}$ | $\boldsymbol{W2}$ | $\boldsymbol{W3}$ | ... | $\boldsymbol{WN}$ |
| $\boldsymbol{H1}$ | $x_{11}$ | $x_{12}$ | $x_{13}$ | ... | $x_{1N}$ |
| $\boldsymbol{H2}$ | | | | ... | $x_{2N}$ |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| $\boldsymbol{HM}$ | $x_{M1}$ | $x_{M2}$ | $x_{M3}$ | ... | $x_{MN}$ |

Źródło: opracowanie własne

W klasycznym algorytmie SAW zakłada się, że warianty decyzyjne są reprezentowane przez liczby rzeczywiste $x_{mn} \in \mathbb{R}$. W przypadku rozmytej metody SAW (metody FSAW) warianty decyzyjne są oceniane względem każdego kryterium za pomocą określeń (wartości) lingwistycznych, które matematycznie są opisane za pomocą liczb rozmytych $A_{mn}$. Najczęściej wykorzystywane są w tym celu trójkątne funkcje przynależności, opisane wzorem (2). Określenia lingwistyczne wyrażają werbalną skalę oceny wariantu (kryterium) np. odpowiednia, dostateczna, dobra, bardzo dobra ocena wariantu względem danego kryterium, itp.

Istnieją różne podejścia dla funkcji agregującej, która jest wyliczana na podstawie liczb rozmytych $A_{mn}$ dla wariantów ocenianych względem kryteriów oraz ostrych (bądź rozmytych) liczb $Wn$, stanowiących wagi poszczególnych kryteriów. Można tutaj wyróżnić metody proponowane przez Baas'a i Kwakernaak'a, Dubois'a i Prade'a, Cheng'a i McInnis'a oraz Bonissone'a [Chen, Hwang 1992].

Podejście Bonissone'a [Bonissone 1982] nie zakłada normalizacji liczb rozmytych, a jedynie wykorzystanie odpowiednich operacji arytmetycznych. Funkcja agregująca, oznaczona jako $FS$, jest wówczas wyliczana na postawie zależności:

$$\forall m = 1, \ldots, M: FS(Hm) = \sum_{n=1}^{N} Wn \cdot A_{mn}, \tag{6}$$

gdzie: $Hm$ stanowi $m$-ty wariant decyzyjny, $Wn$ – wagę $n$-tego kryterium w postaci liczby ostrej (bądź rozmytej), $A_{mn}$ – liczbę rozmytą dla $m$-tego wariantu decyzyjnego ze względu na $n$-te kryterium.

Wynikiem funkcji $FS$ (6) są liczby rozmyte, które dają jedynie ogólny pogląd na ocenę wariantów względem danych kryteriów. W celu utworzenia dokładnego rankingu wariantów należy dokonać wyostrzenia liczb rozmytych i uporządkować liniowo otrzymane wyniki ocen. Wariant z najwyższą oceną będzie stanowić wariant najbardziej preferowany ze względu na spełnienie celów i ograniczeń, odzwierciedlanych w kryteriach oceny. Poniżej przedstawiono metodę wykorzystującą transformatę Mellina, jako sposób na wyostrzanie wynikowych liczb rozmytych.

## WYKORZYSTANIE TRANSFORMATY MELLINA DO PORÓWNYWANIA LICZB ROZMYTYCH

Niech $A$ będzie dowolną liczbą rozmytą. Funkcję przynależności $\mu_A(x)$ liczby rozmytej $A$ możemy odwzorować na funkcję gęstości prawdopodobieństwa, która będzie związana z liczbą $A$. Jedną z metod takiego przekształcenia jest transformacja proporcjonalna (*proportional probability distribution*) [Yoon 1996]. Polega ona na wyznaczeniu funkcji gęstości prawdopodobieństwa $f_A(x)$, zawiązanej z liczbą rozmytą $A$, na podstawie następującej zależności:

$$f_A(x) = h \cdot \mu_A(x), \tag{7}$$

gdzie $h$ jest stałą proporcjonalności taką, że pole pod funkcją $f_A(x)$ jest równe 1.
W przypadku trójkątnej liczby rozmytej $A$ o funkcji przynależności (2) funkcja gęstości prawdopodobieństwa $f_A(x)$ zawiązana z tą liczbą ma postać:

$$f_A(x) = \begin{cases} h \cdot \frac{x-a}{b-a} & \text{gdy} \quad a \le x \le b \\ h \cdot \frac{c-x}{c-b} & \text{gdy} \quad b \le x \le c \end{cases}, \tag{8}$$

gdzie

$$h = \frac{2}{c-a} \cdot \tag{9}$$

Na Rysunku 2 pokazano trójkątną liczbę rozmytą z Rysunku 1 oraz związaną z nią funkcję gęstości prawdopodobieństwa, otrzymaną za pomocą przekształcenia (8).

Niech funkcja $f(x)$ będzie funkcją gęstości prawdopodobieństwa określoną dla $x > 0$. Transformata Mellina funkcji $f(x)$ dana jest wzorem:

$$M_x(s) = \int_0^\infty x^{s-1} f(x) dx, \; 0 < x < \infty, \tag{10}$$

gdzie $s$ jest zmienną zespoloną. Wzór (10) możemy porównać z wartością oczekiwaną funkcji $g(X)$ zmiennej losowej $X$, o funkcji gęstości prawdopodobieństwa $f(x)$, wyrażoną zależnością:

$$E(g(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f(x) dx, \tag{11}$$

wówczas otrzymamy

$$M_x(s) = E(X^{s-1}) = \int_0^\infty x^{s-1} f(x) dx. \tag{12}$$

Pozwala to na wyznaczenie dwóch podstawowych momentów, wartości oczekiwanej i wariancji, za pomocą transformaty Mellina w następujący sposób:

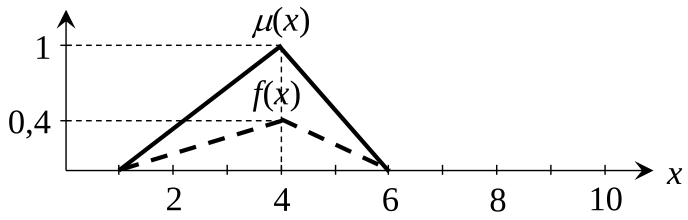
- wartość oczekiwana

$$m_1 = E(X) = M_x(2), \tag{13}$$

- wariancja

$$\sigma^2 = E[X - E(X)]^2 = E(X^2) - [E(X)]^2 = M_x(3) - [M_x(2)]^2. \tag{14}$$

Rysunek 2. Funkcja przynależności trójkątnej liczby rozmytej wraz z funkcją $f(x)$




Źródło: opracowanie własne

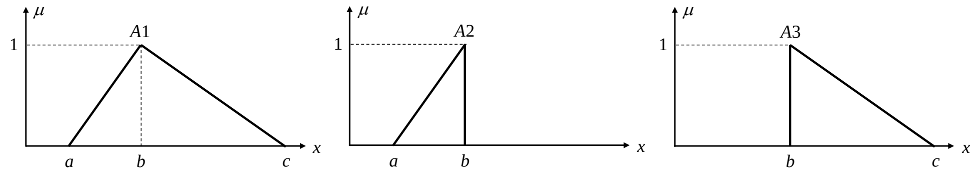
Obliczenie wartości oczekiwanej (13) oraz wariancji (14) funkcji gęstości prawdopodobieństwa $f_A(x)$ opisanej wzorem (7), zawiązanej z liczbą rozmytą $A$ pozwala na liniowe porządkowanie liczb rozmytych. Wyższe miejsce w rankingu zajmuje liczba rozmyta o wyższej wartości oczekiwanej. W przypadku jednakowych wartości oczekiwanych wyższą pozycję zajmuje liczba o mniejszej wariancji.

W dalszej części pracy zostaną wyznaczone zależności na stałą proporcjonalności $h$ we wzorze (7), transformatę Mellina (10), wartość oczekiwaną (13) oraz wariancję (14) dla trójkątnych liczb rozmytych, która najczęściej znajduje zastosowanie w metodach wielokryterialnych (szeroki opis charakterystyk (12)-(14) dla trapezowych liczb rozmytych można znaleźć np. w [Yoon, 1996]).

Trójkątne liczby rozmyte o funkcji przynależności (2) możemy podzielić na trzy grupy:

- liczby postaci $A1 = (a; b; c)$ (zob. Rysunek 3 a),
- liczby postaci $A2 = (a; b; b)$ (zob. Rysunek 3 b),
- liczby postaci $A3 = (b; b; c)$ (zob. Rysunek 3 c).

Rysunek 3. Funkcje przynależności trójkątnych liczb rozmytych: a) $A1 = (a; b; c)$, b) $A2 = (a; b; b)$, c) $A3 = (b; b; c)$




Źródło: opracowanie własne

Wówczas wspomniane wyżej zależności mają następujące postacie:

- liczba postaci $A1 = (a; b; c)$
  - $h = \frac{2}{c-a}$,
  - $M_x(s) = \frac{2}{s(s+1)(c-a)}\left(\frac{c(c^s-b^s)}{c-b} - \frac{a(b^s-a^s)}{b-a}\right)$,
  - $m_1 = \frac{1}{3}(a + b + c)$,
  - $\sigma^2 = \frac{1}{18}(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc)$,
- liczba postaci $A2 = (a; b; b)$
  - $h = \frac{2}{b-a}$,
  - $M_x(s) = \frac{2}{s(s+1)(b-a)}\left(sb^s - \frac{a(b^s-a^s)}{b-a}\right)$,
  - $m_1 = \frac{1}{3}(a + 2b)$,
  - $\sigma^2 = \frac{1}{18}(a - b)^2$,
- liczba postaci $A3 = (b; b; c)$
  - $h = \frac{2}{c-b}$,
  - $M_x(s) = \frac{2}{s(s+1)(c-b)}\left(\frac{c(c^s-b^s)}{c-b} - sb^s\right)$,
  - $m_1 = \frac{1}{3}(2b + c)$,
  - $\sigma^2 = \frac{1}{18}(b - c)^2$.

W kolejnej części przedstawiony zostanie przykład wykorzystania opisanych narzędzi do podejmowania decyzji w ujęciu wielokryterialnym.

## PRZYKŁAD ZASTOSOWANIA ROZMYTEJ METODY SAW I TRANSFORMATY MELLINA DO PODEJMOWANIA DECYZJI W UJĘCIU WIELOKRYTERIALNYM

Rozważmy przykład wyboru miejsca na spędzenie letnich wakacji. Decydent zrobił listę krajów oraz hoteli, które uznał za potencjalne miejsca wyjazdu. Po wstępnej selekcji decydentowi zostało pięć możliwości, z których chce wybrać najlepszą: Cypr – $H1$, Egipt – $H2$, Grecja – $H3$, Hiszpania – $H4$ i Turcja – $H5$. Następnie każdy z hotel został oceniany względem sześciu kryteriów wybranych przez decydenta: hotel ogólnie i atrakcyjność okolicy – $K1$, pokój – $K2$, serwis – $K3$, położenie – $K4$, gastronomia – $K5$ oraz sport i rozrywka – $K6$. Dodatkowo decydent określił istotność poszczególnych kryteriów otrzymując następujący wektor wag:

$$W = (0{,}05; 0{,}25; 0{,}1; 0{,}2; 0{,}25; 0{,}15).$$

W rolę ekspertów (respondentów) dokonujących oceny wcielili się uczestnicy wakacji spędzonych we wspomnianych hotelach. Na podstawie swoich odczuć i obserwacji dokonują oni oceny hotelu względem poszczególnych kryteriów za pomocą terminów lingwistycznych zawartych w Tabeli 2. Następnie uzyskane opinie od respondentów są agregowane (np. za pomocą średniej arytmetycznej lub dominanty). Wyniki ocen ekspertów są zawarte w Tabeli 3. W Tabeli 4 zestawiono uzyskane wyniki końcowe: na podstawie (6) liczbę rozmytą określającą zagregowaną ocenę hotelu – $FS(Hm)$, jej wartość oczekiwaną – $m_1$ i wariancję – $\sigma^2$ oraz jej pozycję rankingową – $RANK$ określoną na podstawie $m_1$ i $\sigma^2$.

Tabela 2. Terminy lingwistyczne wykorzystywane do określenia rankingu wariantów decyzyjnych

| **Terminy lingwistyczne** | **Skrót** | **Trójkątna liczba rozmyta w notacji $(\boldsymbol{a}; \boldsymbol{b}; \boldsymbol{c})$** |
|---|---|---|
| Bardzo słaby | *BS* | (0;0;0,1) |
| Słaby | *S* | (0;0,1;0,3) |
| Średnio słaby | *SS* | (0,1;0,3;0,5) |
| Dostateczny | *DT* | (0,3;0,5;0,7) |
| Średnio dobry | *SD* | (0,5;0,7;0,9) |
| Dobry | *DB* | (0,7;0,9;1) |
| Bardzo dobry | *BD* | (0,9;1;1) |

Źródło: opracowanie własne na podstawie [Chen 2000]

Tabela 3. Wyniki oceny hoteli względem kryteriów uzyskane od respondentów

| | $\boldsymbol{K1}$ | $\boldsymbol{K2}$ | $\boldsymbol{K3}$ | $\boldsymbol{K4}$ | $\boldsymbol{K5}$ | $\boldsymbol{K6}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\boldsymbol{H1}$ | *BD* | *DB* | *SD* | *SS* | *DT* | *DT* |
| $\boldsymbol{H2}$ | *SD* | *DB* | *DT* | *DB* | *SS* | *DB* |
| $\boldsymbol{H3}$ | *SD* | *DT* | *DB* | *SS* | *SD* | *SD* |
| $\boldsymbol{H4}$ | *SD* | *SD* | *DB* | *SD* | *DB* | *DT* |
| $\boldsymbol{H5}$ | *SD* | *DT* | *DB* | *DB* | *DT* | *SS* |

Źródło: opracowanie własne

Tabela 4. Zagregowane wyniki oceny hoteli względem kryteriów oraz ranking

| | $FS(Hm)$ | | | $m_1$ | $\sigma^2$ | $RANK$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $H1$ | 0,410 | 0,605 | 0,770 | 0,595 | 0,005413 | 3 |
| $H2$ | 0,500 | 0,700 | 0,840 | 0,680 | 0,004867 | 2 |
| $H3$ | 0,390 | 0,590 | 0,780 | 0,587 | 0,006339 | 5 |
| $H4$ | 0,540 | 0,740 | 0,910 | 0,728 | 0,005568 | 1 |
| $H5$ | 0,400 | 0,600 | 0,770 | 0,590 | 0,005717 | 4 |

Źródło: opracowanie własne

Uzyskany ranking za pomocą rozmytej metody SAW ma postać:

Grecja < Turcja < Cypr < Egipt < Hiszpania

ponieważ $H3 < H5 < H1 < H2 < H4$. Oznacza to, że decydent powinien spędzić wakacje w Hiszpanii (najwyższa pozycja w rankingu).

Metoda SAW ma wady, z których dość ważną jest brak odporności na „manipulację". Oznacza to, że końcowy ranking zależny jest od sposobu normalizacji elementów macierzy decyzyjnej oraz może nastąpić zmiana uporządkowania wariantów decyzyjnych w sytuacji usunięcia lub dodania nowego wariantu do już rozważanego zestawu tzw. *rank reversal* [Wang, Lou 2009]. W przypadku prezentowanej rozmytej metody SAW (FSAW) nie stosuje się normalizacji elementów macierzy decyzyjnej, co wpływa na większą odporność metody na „manipulację". W przykładzie wyboru miejsca na spędzenie letnich wakacji zaprezentowano dodatkowy wariant hotelu w Bułgarii $H6$, oceniany względem kryteriów $K1 - K6$ następująco:

$$(SD; DT; SS; SS; DT; SS).$$

Z uwagi, iż jest to miejsce nie najlepiej oceniane przez respondentów $m_1 = 0{,}42$, $\sigma^2 = 0{,}006667$ (nieistotny wariant), nie wpłynął on na ogólne uszeregowanie w rankingu ocen:

Bułgaria < Grecja < Turcja < Cypr < Egipt < Hiszpania.

Ponadto, usunięcie któregokolwiek z wariantów nie zmieni kolejności w rankingu dotychczas ocenianych wariantów.

## PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono zastosowanie transformaty Mellina do porównania liczb rozmytych w metodzie FSAW. Metoda zakłada wykorzystanie funkcji gęstości prawdopodobieństwa związanej z liczbą rozmytą, po uwzględnieniu transformacji proporcjonalnej. Przykład wykorzystania metody pokazuje, iż sprawdza się ona dobrze przy wielokryterialnym podejmowaniu decyzji. Metoda ta może być zatem alternatywą dla algorytmu wyostrzania liczb rozmytych w zastosowaniach wielokryterialnych rozmytych metod rankingowych, również innych niż najprostsza metoda FSAW.

## BIBLIOGRAFIA

Abdullah L., Adawiyah C. W. R. (2014) Simple additive weighting methods of multicriteria decision making and applications: a decade review, International Journal of Information Processing and Management, Vol. 5, No. 1, pp. 39 – 49.

Bonissone P. P. (1982) A fuzzy sets based linguistic approach: Theory and applications, Approximate Reasoning In Decision Analysis, M. M. Gupta And E. Sanchez (eds.), North-Holland, pp. 329 – 339.

Chen C. T. (2000) Extension of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment, Fuzzy Sets and Systems, No. 114, pp. 1 – 9.

Chen S.-J., Hwang C.-L. (1992) Fuzzy Multiple Atrribute Decision Making: Methods and Applications, Lecture Notes in Economics and mathematical Systems, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.

Herrera F., Herrera-Viedma E. (2000) Linguistic decision analysis: steps for solving decision problems under linguistic information, Fuzzy Sets and Systems, No. 115, pp. 67 – 82.

Hwang C.-L., Yoon K. (1981) Multiple Attribute Decision Making, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, No. 186, Springer.

Wang Y. M., Lou Y. (2009) On rank reversal In decision analysis, Mathematical and Computer Modelling, 39, pp. 1221 – 1229.

Yoon K. P. (1996) A probabilistic approach to rank complex fuzzy numbers, Fuzzy Sets and Systems, No. 80, pp. 167 – 176.

Zadeh L. A. (1965) Fuzzy sets, Information and Control, No. 8, pp. 338 – 353.

## DECISION-MAKING BASED ON FUZZY SAW METHOD AND MELLIN TRANSFORM

**Abstract:** The paper presents the use of Mellin transform to compare fuzzy numbers in the FSAW method. The Mellin transform uses the probability density function (PDF) associated with the fuzzy number. The PDF is calculated with the proportional transformation. The proposed method allows to rank fuzzy numbers based on statistical measures (the mean and the variance). In particular, the mathematical relations for the triangular fuzzy numbers are presented. A numerical example of the fuzzy multi-criteria decision-making is illustrated.

**Keywords**: Fuzzy Multi Attribute Decision Making FMADM, fuzzy numbers, fuzzy SAW method, Mellin transform