

## ANALIZA PORÓWNAWCZA RYZYKA EKSTREMALNEGO NA RYNKACH METALI NIEŻELAZNYCH I SZLACHETNYCH

**Dominik Krężolek**

Katedra Demografii i Statystyki Ekonomicznej  
Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach  
e-mail: dominik.krezolek@ue.katowice.pl

**Streszczenie:** Przedmiotem artykułu jest prezentacja wyników pomiaru ryzyka powiązanego z ekstremalnymi zmianami stóp zwrotu wybranych metali nieżelaznych i szlachetnych. Przeprowadzono analizę porównawczą w kontekście podejmowanych działań inwestycyjnych. Wykorzystano mierniki ryzyka bazujące na obserwacjach w ogonach rozkładu, w tym mierniki kwantylowe. Zastosowano gruboogonowe rozkłady prawdopodobieństwa. Analiza wykazała istotne różnice w zmienności stóp zwrotu oraz poziomie ryzyka ekstremalnego pomiędzy badanymi grupami metali. Informacja ta może zostać efektywnie wykorzystana w konstrukcji zdywersyfikowanych portfeli inwestycyjnych oraz podejmowaniu decyzji związanych z zarządzaniem ryzykiem w obrębie zjawisk rzadkich.

**Słowa kluczowe:** ryzyko, ryzyko ekstremalne, kwantylowe miary ryzyka, Value-at-Risk, rynek metali

### WPROWADZENIE

#### **Ryzyko i ryzyko ekstremalne. Rynek metali**

Podjęcie decyzji inwestycyjnych powiązane jest z koniecznością rozważania pewnych zjawisk obserwowanych na rynku: zmienności, niepewności oraz nieprzewidywalności. Zjawiska te są ze sobą ściśle powiązane, chociaż mogą być rozumiane bardzo ogólnie. Odnosząc je do poruszanego w pracy problemu zagadnienia te związane są z poziomem cen (stóp zwrotu) pewnych aktywów na przestrzeni czasu. Zmienność oznacza dyspersję (zróznicowanie) wartości tych aktywów obserwowaną w czasie. Niepewność oznacza niewiedzę dotyczącą rzeczywistości oraz tego, jaki wpływ będzie miała ta niewiedza na podejmowanie

decyzji inwestycyjnych. Nieprzewidywalność z kolei oznacza brak pewności co do możliwych wartości aktywów w przyszłości. Wszystkie te zjawiska determinują ryzyko inwestycyjne. Zmienność odzwierciedla nastroje panujące wśród inwestorów, które obserwowane są w kontekście zmian cen (stóp zwrotu) instrumentów rynkowych. Zmienność cen jest ogólnie nieprzewidywalna, brak jest pewności co do przyszłych wartości aktywów, a to z kolei generuje ryzyko realizacji inwestycji różniące się od oczekiwanego. Można zatem zdefiniować przedsięwzięcie ryzykowne jako takie, którego wynik jest nieznan, niepewny, różniący się od oczekiwanego.

Destabilizacja gospodarki, zaburzenia obserwowane na rynkach, sytuacja polityczna czy też zjawiska naturalne w istotny sposób wpływają na poziom ryzyka podejmowanego przedsięwzięcia. Biorąc pod uwagę ryzyko rynkowe jego poziom jest często pochodną zachowania inwestora, jego reakcji na otaczającą go rzeczywistość. Modele statystyczne służące do pomiaru ryzyka powiązane są z rozkładem prawdopodobieństwa zmiennej ryzyka. Klasyczna teoria Markowitza zakłada, że pomiaru ryzyka można dokonać przy wykorzystaniu wariancji (aspekt jedno i wielkowymiarowy) oraz współczynnika korelacji pomiędzy parami aktywów. Jednakże wariancja (a tym samym odchylenie standardowe) może być stosowana jako miara ryzyka tylko w przypadku rozkładów symetrycznych (należących dodatkowo do klasy rozkładów eliptycznych). Rzeczywistość jest jednak odległa od tego aksjomatu. Szeregi czasowe obserwowane na rynkach finansowych wykazują charakterystyki, które w świetle dopasowanego rozkładu prawdopodobieństwa odrzucają hipotezę głoszącą jego normalność. Mowa tu o zjawisku grupowania wariancji, leptokurtyczności, asymetrii czy też występowania grubych ogonów. Cechy te, a zwłaszcza asymetria oraz występowanie grubych ogonów w rozkładach prawdopodobieństwa zmiennych ryzyka, powinny być szczególnie brane pod uwagę w jego ocenie, gdyż powiązane są bezpośrednio z wartościami istotnie oddalonymi od centralnej części rozkładu. Obserwacje takie, określane jako ekstremalne, pociągają za sobą pewien specyficzny rodzaj ryzyka, określanego w literaturze przedmiotu jako ryzyko ekstremalne.

Ryzyko ekstremalne związane jest z przedsięwzięciem, które cechuje małe prawdopodobieństwo wystąpienia, natomiast może ono generować bardzo duże straty [Jajuga 2009]. Jak zatem wynika z definicji ryzyko ekstremalne związane jest z jego negatywną koncepcją. W analizie tego rodzaju ryzyka stosowane są dwa popularne podejścia. Pierwsze z nich bazuje na analizie rozkładu maksimów, natomiast drugie na analizie warunkowego rozkładu przekroczenia. Analiza rozkładu maksimów polega na modelowaniu rozkładu maksimów zmiennej ryzyka za pomocą uogólnionego rozkładu wartości ekstremalnych (GEV, Generalized Extreme Value)<sup>1</sup>. Znajduje tu zastosowanie twierdzenie Fishera-Tippeta [Fisher i in. 1928]. Natomiast drugie podejście, wykorzystane w prezentowanym artykule, bazuje na

<sup>1</sup> W tej grupie wykorzystywane są rozkłady Fréchet'a, Weibulla oraz Gumbela.

warunkowym rozkładzie przekroczeń. W tym modelu wykorzystywane jest twierdzenie Pickandsa-Balkema-de Hanna [Balkema i in. 1974], które głosi, że przy odpowiednio dużej wartości punktu progowego warunkowa dystrybuanta zmiennej losowej powyżej tego punktu posiada, jako graniczny, uogólniony rozkład Pareto (GPD, Generalized Pareto Distribution).

Obszarem badawczym analizowanym w pracy jest rynek metali, który jest zaliczany do grupy rynków towarowych, gdzie głównym przedmiotem obrotu są towary. Z formalnego punktu widzenia można wskazać istotną różnicę pomiędzy rynkiem giełdowym finansowym a rynkiem giełdowym towarowym – na rynku towarowym przedmiot obrotu ma fizyczną postać i często obrót towarowy związany jest realną dostawą przedmiotu wymiany do finalnego nabywcy. Z kolei rynki finansowe są zazwyczaj rynkami wirtualnymi, niematerialnymi, gdzie transakcje kupna-sprzedaży odbywają się za pomocą transakcji w systemach informatycznych (zakup akcji, obligacji, kontraktów terminowych). W prezentowanej pracy rynek metali przedstawiono w podziale na dwie grupy: rynek metali szlachetnych oraz rynek metali nieżelaznych. Metale szlachetne mają bardzo szerokie zastosowanie w jubilerstwie, medycynie czy przemyśle. Z kolei metale nieżelazne to metale typowo przemysłowe, wykorzystywane m.in. w przemyśle ciężkim, motoryzacyjnym, lotnictwie, przemyśle budowlanym, czy też medycynie.

Z inwestycyjnego punktu widzenia rynek metali, przede wszystkim metali szlachetnych, jest interesującą alternatywą dla inwestycji na rynku kapitałowym przede wszystkim w okresach kryzysów gospodarczych. Przykładem mogą być rekordowo wysokie ceny złota w połowie 2008 roku, przekraczające na rynku amerykańskim poziom 1800 USD/uncję trojańską, co zbiegło się z ogromnymi spadkami na rynkach finansowych. Ceny metali nieżelaznych, stanowiąc komponent bardzo wielu produktów finalnych, w dużym stopniu wpływają na wartość wyrobów końcowych. Ponadto, ze względu na swoje własności chemiczne determinują jakość produkowanej stali.

Z analitycznego punktu widzenia rynek metali nie jest popularnym polem badawczym. Niewiele jest prac dotyczących analizy ryzyka w kontekście porównywalnym z analizą ryzyka na rynku kapitałowym. Prace badawcze dotyczą raczej ujęcia fundamentalnego, makroekonomicznego niż typowo inwestycyjnego, z jakim można spotkać się w przypadku inwestycji na rynku kapitałowym czy też walutowym. Stąd w pracy podjęto próbę oceny zagrożenia pojawienia się ekstremalnych zmian stóp zwrotu przy wykorzystaniu narzędzi powszechnie stosowanych do pomiaru tego rodzaju zjawisk na rynkach finansowych.

## METODOLOGIA BADAWCZA

### Miary ryzyka ekstremalnego

Najpowszechniej wykorzystywanym narzędziem służącym do pomiaru ryzyka ekstremalnego jest wartość zagrożona Value-at-Risk pozwalająca odpowiedzieć na pytanie: jak dużej straty z inwestycji można spodziewać się w założonym horyzoncie czasowym oraz przy określonym poziomie prawdopodobieństwa (tolerancji). Analizując stopy zwrotu miara VaR może zostać przedstawiona w rozumieniu kwantyla rozkładu prawdopodobieństwa i zapisana jako [Piontek 2002]:

$$VaR_{\alpha}(X) = r_t F_t^{-1}(x) \quad (1)$$

gdzie  $r_t$  oznacza stopę zwrotu zmiennej ryzyka  $X$  w okresie  $t$ , natomiast  $F_t^{-1}(x)$  oznacza wartość odwrotną dystrybuanty tej zmiennej.

Istnieje wiele metod szacowania poziomu VaR, niemniej jednak biorąc pod uwagę własności szeregów czasowych obserwowanych na rynkach odchodzi się od klasycznych technik (np. metoda wariancji-kowariancji) w kierunku metod bazujących na potencjalnym otoczeniu wartości zagrożonej (np. metody bazujące na wartościach z ogona rozkładu, metody wyznaczania kwantyla dowolnego rozkładu czy też metody bazujące na teorii wartości ekstremalnych). Miara ta, pomimo swej ogromnej popularności posiada pewną wadę – nie jest miarą koherentną. Definicję miary koherentnej wprowadził Artzner i inni [Artzner i in. 1999] przedstawiając określając ją aksjomaty: subaddytywność, monotoniczność, dodatnią jednorodność oraz niezmienniczość ze względu na operację translacji. Dodatkowym warunkiem miary koherentnej jest jej wypukłość, szczególnie ważną z punktu widzenia zagadnienia optymalizacji w teorii portfelowej. Odnosząc własność koherencji do VaR wskazano, iż miara ta nie spełnia założenia subaddytywności, czyli warunku który mówi, że ryzyko całkowite podjętej inwestycji jest nie większe niż suma ryzyk wszystkich składników tworzących tą inwestycję. Tym samym zaproponowano alternatywne miary ryzyka, bazujące na wartości zagrożonej, jednakże spełniające własności miary koherentnej. Są to odpowiednio oczekiwana wartość zagrożona powyżej poziomu VaR (ES, Expected Shortfall) oraz oczekiwana wartość zagrożona (w sensie mediany) powyżej poziomu VaR (MS, Median Shortfall), zdefiniowane odpowiednio jako:

$$ES_{\alpha}(X) = E(r_t - VaR_{\alpha}(X) | r_t > VaR_{\alpha}(X)) \quad (2)$$

$$MS_{\alpha}(X) = Me(r_t - VaR_{\alpha}(X) | r_t > VaR_{\alpha}(X)) \quad (3)$$

Wszystkie trzy przedstawione miary ryzyka ekstremalnego zaliczane są do grupy miar kwantylowych, czyli analizowanych w ogonach rozkładów. Ich dodatkowym atutem jest złagodzenie paradygmatu normalności rozkładu stopy zwrotu, zatem mogą być wykorzystane w przypadku odrzucenia hipotezy głoszącej zgodność rozkładu empirycznego z rozkładem gaussowskim. Mierniki ES oraz MS informu-

ją, jaka jest oczekiwana strata dla inwestora powyżej poziomu reprezentowanego przez wartość zagrożoną VaR.

### Rozkłady alfa-stabilne oraz uogólniony rozkład Pareto

Rozkłady alfa-stabilne zostały zaproponowane przez Lévy'ego [Lévy 1925]. Ze względu na brak analitycznej postaci dla rozkładów należących to tej klasy definiowane są za pomocą funkcji charakterystycznej. Zmienna losowa  $X$  posiada rozkład alfa-stabilny, jeśli dla parametru położenia  $\mu \in R$  oraz skali  $\sigma > 0$  spełniona jest relacja, że  $X = \mu + \sigma Z$ , gdzie zmienna losowa  $Z$  opisana jest funkcją charakterystyczną wyrażoną wzorem [Samorodnitsky i in. 1994]:

$$\varphi_S(t) = \begin{cases} \exp\left\{-|t|^\alpha \left[1 - i\beta \operatorname{sgn}(t) \tan \frac{\pi\alpha}{2}\right]\right\}, & \alpha \neq 1 \\ \exp\left\{-|t| \left[1 + i\beta \frac{2}{\pi} \operatorname{sgn}(t) \ln |t|\right]\right\}, & \alpha = 1 \end{cases} \quad (4)$$

gdzie  $\varphi_S$  oznacza funkcję charakterystyczną rozkładu alfa-stabilnego,  $\operatorname{sgn}(t)$  jest funkcją signum (znaku), natomiast  $\alpha \in (0,2]$  oraz  $\beta \in [-1,1]$  są parametrami określającymi odpowiednio grubość ogona oraz skośność rozkładu. W rodzinie rozkładów alfa-stabilnych istotną rolę odgrywa wspomniany miernik grubości ogona, określane także jako indeks stabilności. Wartości indeksu poniżej 2 świadczą o występowaniu grubych ogonów<sup>2</sup>.

Odnosząc się do warunkowego rozkładu przekroczeń został on zaproponowany przez Balkema i de Haala w 1974 roku [Balkema i in. 1974]. Niech dana będzie zmienna losowa  $X$  o funkcji dystrybuanty  $F(x)$ . Niech dany będzie dodatkowo punkt progowy  $u$ . Warunkowy rozkład przekroczeń określony jest następująco:

$$F_u(x) = P(X - u \leq x | X > u) \quad (5)$$

Tym samym ostatecznie dystrybuanta warunkowego rozkładu przekroczeń może zostać przedstawiona następująco:

$$F_u(x) = \frac{F(u+x) - F(u)}{1 - F(u)} \quad (6)$$

Stosując twierdzenie Pickandsa-Balkemy-de Hanna można wykazać, że warunkowy rozkład przekroczeń można przybliżać rozkładem GPD. Funkcja dystrybuanty uogólnionego (trzyparametrowego) rozkładu Pareto przejmuje postać:

$$F_{GPD}(x) = 1 - \begin{cases} \left(1 + \xi \frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{\frac{1}{\xi}}, & \xi \neq 0 \\ \exp\left\{-\frac{x-\mu}{\sigma}\right\}, & \xi = 0 \end{cases} \quad (7)$$

gdzie  $\xi$  jest parametrem kształtu,  $\mu$  jest parametrem położenia, natomiast  $\sigma$  jest parametrem skali. Ponadto zachodzi:

<sup>2</sup> Indeks ogona równy wartości 2 odpowiada rozkładowi normalnemu.

$$\begin{cases} \mu \leq x < +\infty, \xi \geq 0 \\ \mu \leq x \leq \mu - \frac{\sigma}{\xi}, \xi < 0 \end{cases} \quad (8)$$

Parametr kształtu  $\xi$  informuje o grubości prawego ogona rozkładu<sup>3</sup>. Wartości  $\xi > 0$  świadczą o ciężkim prawym ogonie, wartości  $\xi < 0$  świadczą o lekkim (obciętym) ogonie. W przypadku  $\xi = 0$  uzyskuje się rozkład wykładniczy. Istotnym problemem związanym z rozkładem GPD jest wybór punktu progowego  $u$ , od którego rozpoczyna się ogon rozkładu. Wybór wartości progowej w istotny sposób wpływa na wartości oszacowanych parametrów (związane jest to z koniecznością wyboru pomiędzy obciążeniem estymatorów parametrów rozkładu GPD a poziomem wariancji) [Coles 2002]. Im większa jest wartość progowa  $u$ , tym większa jest wartość wariancji estymatorów. Natomiast dla małych wartości punktu progowego  $u$  uzyskuje się duże obciążenie estymatorów.

## ANALIZA EMPIRYCZNA

Analizę ryzyka ekstremalnego przeprowadzono na przykładzie rynku metali szlachetnych oraz nieżelaznych. Badaniu poddano dzienne logarytmiczne stopy zwrotu cen spot zamknięcia dla notowań złota, srebra, platyny palladu, miedzi, ołowiu, aluminium, niklu, cyny oraz cynku) notowane w okresie styczeń 2005 – grudzień 2013 na London Metal Exchange (LME). W sytuacji braku obserwacji dla  $t$ -go dnia dla jakiegokolwiek z metali, dzień ten usunięto dla wszystkich metali poddanych badaniu. Jako teoretyczne rozkłady prawdopodobieństwa służące szacowaniu mierników ryzyka ekstremalnego wykorzystano rozkład normalny, rozkład alfa-stabilny oraz rozkład GPD. Jako punkty progowe określające początki ogonów rozkładu przyjęto kwantyl rzędu 0,05 (lewy ogon) oraz kwantyl rzędu 0,95 (prawy ogon). W artykule przedstawiono tylko najistotniejsze wyniki badania z punktu widzenia analizy ryzyka ekstremalnego. Rysunek 1 przedstawia szeregi czasowe cen<sup>4</sup> i stóp zwrotu dla platyny oraz miedzi, które w badanym okresie wykazywały się największym zróżnicowaniem wartości stóp zwrotu.

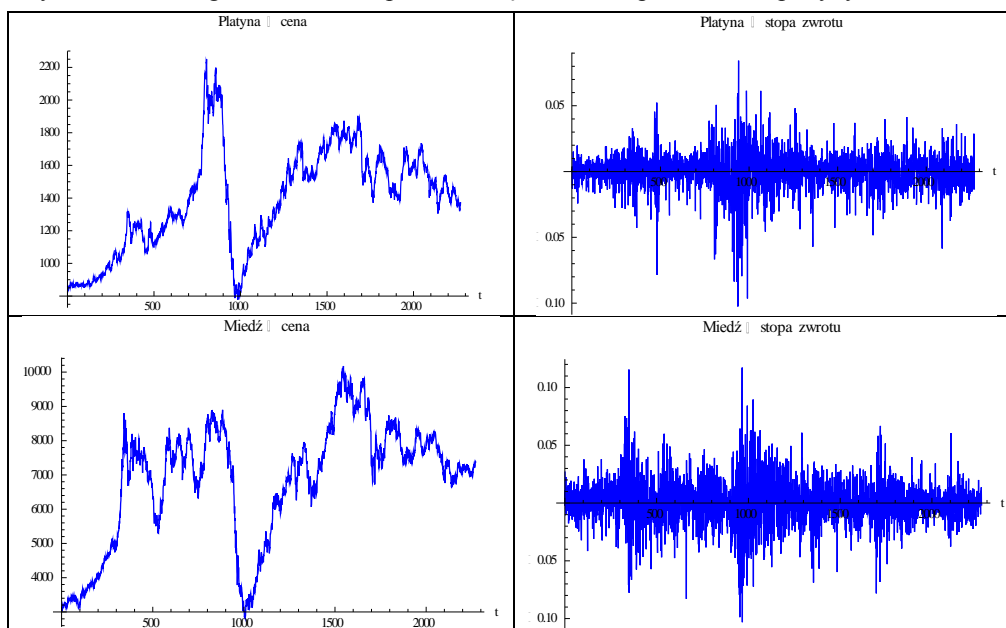
Zarówno wykresy cen, jak i stóp zwrotu obrazują wysoki poziom zmienności. Stopy zwrotu wykazują dodatkowo generowanie skupisk danych. Analiza statystyk opisowych wskazała, że wszystkie badane metale cechuje wysoki poziom kurtozy oraz lewostronna asymetria (za wyjątkiem stopy zwrotu niklu). Nasuwa to przypuszczenie o rozbieżności rozkładów empirycznych z rozkładem normalnym. Celem weryfikacji tego sądu oszacowano parametry tego rozkładu oraz zastosowano testy zgodności Andersona-Darlinga (AD) oraz Cramera-von Misesa (CvM). Odrzucając hipotezę głoszącą, że empiryczne rozkłady stóp zwrotu metali

<sup>3</sup> Modelowanie grubości lewego ogona prowadzi się dla wartości zmiennej losowej z lewego ogona, ale zapisanych z przeciwnym znakiem.

<sup>4</sup> Platyna: USD/uncja trojańska; miedź: USD/mt.

podlegają rozkładowi normalnemu oszacowano parametry rozkładu alfa-stabilnego oraz rozkładu GDP. Testy AD oraz CvM potwierdziły zasadność ich wykorzystania na poziomie istotności 0,05.

Rysunek 1. Szeregi czasowe cen spot zamknięcia oraz stóp zwrotu dla platyny oraz miedzi



Źródło: obliczenia własne

Parametry rozkładu alfa-stabilnego oraz parametr kształtu rozkładu GDP dla prawego i lewego ogona przedstawiono w Tabelach 1 oraz 2.

Tabela 1. Parametry rozkładu alfa-stabilnego

Metal/parametr	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Złoto	1,69396	-0,23305	0,00037	0,00736
Srebro	1,65994	-0,28252	0,00043	0,01241
Pallad	1,71550	-0,16473	0,00066	0,01210
Platyna	1,65652	-0,23184	0,00009	0,00812
Miedź	1,70344	-0,06516	0,00032	0,01179
Ołów	1,77376	-0,21055	0,00012	0,01510
Aluminium	1,84995	-0,15410	-0,00001	0,01031
Nikiel	1,76868	0,04937	0,00008	0,01546
Cyna	1,72575	-0,20711	0,00008	0,01120
Cynk	1,80116	-0,07820	0,00030	0,01445

Źródło: obliczenia własne

Tabela 2. Parametr kształtu rozkładu GPD

Metal/parametr	$\hat{\xi}$ - lewy ogon	$\hat{\xi}$ - prawy ogon
Złoto	0,1113	0,0969
Srebro	0,2102	0,0571
Pallad	0,1501	0,0146
Platyna	0,0970	0,0627
Miedź	-0,0022	0,0825
Ołów	0,0452	0,0269
Aluminium	-0,0131	-0,1083
Nikiel	0,1103	0,0572
Cyna	0,0361	0,1745
Cynk	-0,0135	-0,0787

Źródło: obliczenia własne

Uzyskane wyniki wskazują na gruboogonowy charakter rozkładów stóp zwrotu badanych metali. Parametr grubości ogona dla rozkładu alfa-stabilnego wskazuje cięższe ogony dla rozkładów stóp zwrotu metali szlachetnych. Rozkłady te wykazują dodatkowo silniejszą lewostronną asymetrię oraz średnio-niższy poziom zróżnicowania mierzony parametrem skali w stosunku do metali nieżelaznych. W przypadku rozkładu GPD metale szlachetne wykazują cięższy lewy ogon, czyli większe prawdopodobieństwo pojawienia się ekstremalnej wartości stopy zwrotu. Dla rozkładu stóp zwrotu miedzi, aluminium oraz niklu wyniki sugerują lekkie lewe ogony (dla aluminium oraz cynku podobne wnioski dotyczą prawego ogona).

W kolejnym etapie przeprowadzono ocenę ryzyka ekstremalnego. Wykorzystano mierniki dane wzorami (1) – (3), natomiast teoretyczne wartości miar wyznaczono stosując rozkład normalny, alfa-stabilny oraz GPD. Wyniki przedstawiono w Tabelach 3-8.

Tabela 3. VaR – kwantyl rzędu 0,05

Metal/rozkład	rozkład empiryczny	rozkład normalny	rozkład alfa-stabilny	rozkład GPD
Złoto	-0,02110	-0,02092	-0,01972	-0,02112*
Srebro	-0,03602	-0,03795	-0,03460	-0,03720*
Pallad	-0,03386	-0,03418	-0,03161	-0,03363*
Platyna	-0,02362	-0,02442	-0,02370*	-0,03783
Miedź	-0,03208	-0,03309*	-0,03097	-0,03384
Ołów	-0,04114	-0,04023	-0,04110*	-0,04360
Aluminium	-0,02555	-0,02622	-0,02549*	-0,02679
Nikiel	-0,04159	-0,04188*	-0,03905	-0,04357
Cyna	-0,03478	-0,03376	-0,03225	-0,03523*
Cynk	-0,03708	-0,03757	-0,03669*	-0,03969

\* wartość najbliższa empirycznej w sensie odległości euklidesowej

Źródło: obliczenia własne



Tabela 4. ES – kwantyl rzędu 0,05

Metal/rozkład	rozkład empiryczny	rozkład normalny	rozkład alfa-stabilny	rozkład GPD
Złoto	-0,03170	-0,03209	-0,03159	-0,03174*
Srebro	-0,05971	-0,06128	-0,06048*	-0,06017*
Pallad	-0,05183	-0,05291	-0,05243*	-0,05271
Platyna	-0,03783	-0,03922	-0,03821*	-0,03846
Miedź	-0,04723	-0,04872	-0,04791	-0,04759*
Ołów	-0,05764	-0,05811	-0,05788	-0,05779*
Aluminium	-0,03635	-0,03786	-0,03702	-0,03699*
Nikiel	-0,05738	-0,05771	-0,05746*	-0,05762
Cyna	-0,05055	-0,05213	-0,05194	-0,05102*
Cynk	-0,05297	-0,05391	-0,05349	-0,05317*

\* wartość najbliższa empirycznej w sensie odległości euklidesowej

Źródło: obliczenia własne

Tabela 5. MS – kwantyl rzędu 0,05

Metal/rozkład	rozkład empiryczny	rozkład normalny	rozkład alfa-stabilny	rozkład GPD
Złoto	-0,02711	-0,02918	-0,02812	-0,02824*
Srebro	-0,04779	-0,04803	-0,04797	-0,04791*
Pallad	-0,04517	-0,04681	-0,04592	-0,04613*
Platyna	-0,03186	-0,03277	-0,03249*	-0,03198
Miedź	-0,04272	-0,04325	-0,04311*	-0,04289
Ołów	-0,05247	-0,05319	-0,05304	-0,05269*
Aluminium	-0,03260	-0,03387	-0,03295*	-0,03314
Nikiel	-0,05090	-0,05219	-0,05147	-0,05124*
Cyna	-0,04488	-0,04702	-0,04547	-0,04519*
Cynk	-0,04733	-0,04971	-0,04813	-0,04791*

\* wartość najbliższa empirycznej w sensie odległości euklidesowej

Źródło: obliczenia własne

Tabela 6. VaR – kwantyl rzędu 0,95

Metal/rozkład	rozkład empiryczny	rozkład normalny	rozkład alfa-stabilny	rozkład GPD
Złoto	0,02011	0,02183	0,01931	0,02056*
Srebro	0,03375	0,03893	0,03271	0,03408*
Pallad	0,03224	0,03536	0,03172	0,03220*
Platyna	0,02210	0,02483	0,02137	0,02168*
Miedź	0,03241	0,03388	0,03112	0,03178*
Ołów	0,03865	0,04096	0,03776	0,03879*
Aluminium	0,02590	0,02620	0,02505	0,02603*
Nikiel	0,04095	0,04185	0,03957	0,04067*
Cyna	0,03186	0,03471	0,03020	0,03168*
Cynk	0,03862	0,03806	0,03628	0,03812*

\* wartość najbliższa empirycznej w sensie odległości euklidesowej

Źródło: obliczenia własne

Tabela 7. ES – kwantyl rzędu 0,95

Metal/rozkład	rozkład empiryczny	rozkład normalny	rozkład alfa-stabilny	rozkład GPD
Złoto	0,02792	0,02937	0,02884	0,02817*
Srebro	0,04714	0,04866	0,04895	0,04821*
Pallad	0,04506	0,04628	0,04594	0,04562*
Platyna	0,03184	0,03301	0,03288	0,03203*
Miedź	0,04642	0,04737	0,04712	0,04695*
Ołów	0,05420	0,05549	0,05517	0,05479*
Aluminium	0,03425	0,03612	0,03596	0,03514*
Nikiel	0,05766	0,05809	0,05799	0,05793*
Cyna	0,04664	0,04769	0,04737	0,04689*
Cynk	0,05049	0,05219	0,05186	0,05096*

\* wartość najbliższa empirycznej w sensie odległości euklidesowej

Źródło: obliczenia własne

Tabela 8. MS – kwantyl rzędu 0,95

Metal/rozkład	rozkład empiryczny	rozkład normalny	rozkład alfa-stabilny	rozkład GPD
Złoto	0,02531	0,02673	0,02655	0,02637*
Srebro	0,04311	0,04319	0,04309*	0,04314
Pallad	0,04108	0,04221	0,41250	0,04199*
Platyna	0,02755	0,02879	0,02856	0,02801*
Miedź	0,03976	0,04107	0,04183	0,04095*
Ołów	0,04927	0,05128	0,05117	0,05033*
Aluminium	0,03165	0,03247	0,03256	0,03195*
Nikiel	0,05247	0,05371	0,05323	0,05289*
Cyna	0,04033	0,04219	0,04194	0,04087*
Cynk	0,04703	0,04951	0,04872	0,04781*

\* wartość najbliższa empirycznej w sensie odległości euklidesowej

Źródło: obliczenia własne

W Tabelach 3-8 przedstawiono oszacowane mierniki ryzyka ekstremalnego. W przypadku szacowania wartości zagrożonej dla lewego ogona wykazano, że najbliższe wyniki wartościom empirycznym uzyskano dla rozkładu alfa-stabilnego oraz GPD. Tylko dla stóp zwrotu miedzi i niklu dokładniejszy okazał się rozkład normalny. Podobne wnioski wyciągnięto dla koherentnych mierników ES oraz MS. Porównując obie grupy metali w kontekście oczekiwanej wartości powyżej VaR metale szlachetne dokładniej opisuje rozkład GPD, natomiast metale nieżelazne – rozkład alfa-stabilny. Biorąc pod uwagę prawy ogon rozkładu bez względu na wybraną kwantylową miarę ryzyka oszacowania bliższe wartościom rzeczywistym uzyskano dla rozkładu GPD, bez względu na grupę, do której przynależy analizowany metal.

## PODSUMOWANIE

Rynek metali oraz powiązany z nim przemysł stalowy jest istotnym elementem każdej rozwijającej się i dojrzałe ukształtowanej gospodarki. Stanowi on także interesujące, alternatywne dla rynku kapitałowego pole inwestycyjne. Nie jest to jednak obszar powszechnie eksplorowany. Jednakże biorąc pod uwagę fakt, że właśnie surowce stanowią istotne źródło pomnażania kapitału w sytuacji kryzysów gospodarczo-finansowych, należy zwrócić ku niemu uwagę. W pracy podjęto próbę oceny ryzyka ekstremalnego na rynku metali szlachetnych oraz nieżelaznych. Wykorzystano kwantylowe miary ryzyka, w tym miary koherentne. Oszacowania tych miar prowadzono przy wykorzystaniu wybranych rozkładów prawdopodobieństwa: rozkładu normalnego, alfa-stabilnego oraz GPD. Za ekstremalną stopę zwrotu uznano wartość poniżej kwantyla rzędu 0,05 lub powyżej kwantyla rzędu 0,95. Wyniki analizy pokazują, że analiza tego rodzaju ryzyka inwestycyjnego przy wykorzystaniu rozkładu gaussowskiego jest niezasadna. Pokazano, że zarówno metale szlachetne jak i nieżelazne wykazują własność grubych ogonów. Ponadto są to rozkłady asymetryczne oraz leptokurtyczny. Metale szlachetne posiadają cięższy lewy ogon niż metale nieżelazne. Porównując wyniki empiryczne z wynikami uzyskanymi dla rozkładów teoretycznych wykazano różnicę, która związana jest z wyborem ogona rozkładu. W przypadku lewego ogona (strata) zdecydowanie dokładniejsze oszacowania miar ryzyka ekstremalnego uzyskano dla rozkładu alfa-stabilnego oraz GPD, natomiast dla ogona prawego – dla rozkładu GPD. Wniosek ten jest istotną informacją z punktu widzenia podejmowanych działań inwestycyjnych.

Komentując własności rozkładów alfa-stabilnych oraz rozkładu GPD należy zwrócić uwagę na dwa ważne fakty. Po pierwsze, do oszacowania parametru stabilności w rozkładzie alfa-stabilnym wykorzystywane są wszystkie realizacje zmiennej ryzyka. Ponadto uzyskany wynik jest ogólnym poziomem grubości ogona, bez rozróżnienia czy jest to ogon prawy, czy lewy. Dodatkowo, symulacje wartości zmiennych losowych o rozkładach alfa-stabilnych wykazują, że często generowane są obserwacje ulokowane bardzo daleko w ogonach rozkładu, co może wpływać na rzeczywiste szacunki miar ryzyka. Po drugie, do oszacowania miar ryzyka opartych na wartościach z ogona rozkładu należy stosować takie rozkłady, które takie obserwacje uwzględniają. W tym przypadku zastosowane znajdują uogólnione rozkłady Pareto. Ich ważną zaletą jest możliwość niezależnej oceny lewego (strata) oraz prawego (zysk) ogona rozkładu.

## BIBLIOGRAFIA

- Artzner P., Delbaen F., Eber J. M., Heath D. (1999) Coherent Measures of Risk. *Mathematical Finance*, No. 9, pp. 203-228.
- Balkema A. A., de Haan L. (1974) Residual Life Time at Great Age, *Annals of Probability*, Vol. 2, No. 5, pp. 792-804.

- Coles S. (2001) *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*, Springer Series in Statistics, Springer-Verlag, London.
- Fisher R. A., Tippett L. H. C. (1928) On the estimation of the frequency distributions of the largest or smallest member of a sample, *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* 24, pp. 180-190.
- Jajuga K. (2009) *Zarządzanie ryzykiem*, Wydawnictwo naukowe PWN, str. 60-63.
- Kaczmarek T. T. (2005) *Ryzyko i zarządzanie ryzykiem. Ujęcie interdyscyplinarne*, Wydawnictwo Difin, Warszawa, str. 48 – 94.
- Krężolek D. (2014) *Rozkłady alfa-stabilne. Zastosowanie w ekonomii i zarządzaniu*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach, str. 17-20.
- Lévy P. (1925) *Calcu des Probabilites*, Gauthier-Villars et Cie.
- Piontek K. (2002) Pomiar ryzyka metodą VaR a modele AR-GARCH ze składnikiem losowym o warunkowym rozkładzie z “grubymi ogonami”, [w:] *Materiały Konferencyjne Uniwersytetu Szczecińskiego, Część II*, str. 467-484.
- Samorodnitsky G., Taqqu M. S. (1994) *Stable non-gaussian random processes. Stochastic Models with Infinite Variance*, Chapman & Hall, New York.

#### **COMPARISON ANALYSIS OF EXTREME RISK ON NON-FERROUS AND PRECIOUS METALS MARKET**

**Abstract:** The purpose of this article is to present initial results obtained in analysis of extreme risk of returns related to investments in non-ferrous and precious metals. Comparison analysis refers to possible investment decisions. The methodology is based on events observed in tails of distributions, including quantile risk measures and so, the family of heavy-tailed distributions has been used. The analysis shows that exists significant discrepancy in volatility and extreme risks between these two groups of metals. This information may be useful in construction of diversified investment portfolios and decision making related to extreme events.

**Keywords:** risk, extreme risk, quantile risk measures, Value-at-Risk, metals market