

**EFEKTYWNOŚĆ TECHNICZNA GOSPODARSTW MLECZNYCH
W POLSCE – ANALIZA PORÓWNAWCZA ZA POMOCĄ
DEA I BSFA¹**

Jerzy Marzec

Katedra Ekonometrii i Badań Operacyjnych
Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie
e-mail: marzecj@uek.krakow.pl

Andrzej Pisulewski

Zakład Ekonomii i Polityki Gospodarczej
Uniwersytet Rolniczy im. Hugona Kołłątaja w Krakowie
e-mail: andrzej.pisulewski@gmail.com

Artur Prędko

Katedra Ekonometrii i Badań Operacyjnych
Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie
e-mail: predkia@uek.krakow.pl

Streszczenie: Celem pracy było porównanie wyników dotyczących efektywności technicznej (TE) gospodarstw mlecznych w Polsce w latach 2004-2011, otrzymanych za pomocą metody analizy otoczki danych (DEA) oraz bayesowskiej stochastycznej analizy granicznej (BSFA). Średnia TE w DEA wynosi 0,6, a w BSFA 0,88. Średnia wartość współczynnika korelacji rang Spearmana dla efektywności gospodarstw wynosi 0,47, co wskazuje na nieznaczną zbieżność wyników z obu metod. W DEA część gospodarstw ma malejące korzyści skali. Natomiast w BSFA stwierdzono, że wszystkie gospodarstwa charakteryzują się rosnącymi korzyściami skali.

Słowa kluczowe: analiza otoczki danych, bayesowska stochastyczna analiza graniczna, efektywność techniczna, gospodarstwa mleczne

¹ Projekt został sfinansowany a) ze środków przyznanych Wydziałowi Zarządzania Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, w ramach dotacji na utrzymanie potencjału badawczego, b) ze środków Narodowego Centrum Nauki, przyznanych na podstawie decyzji nr DEC-2013/09/N/HS4/03833 drugiemu autorowi. Projekt badawczy jest realizowany na Wydziale Zarządzania Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie.

WPROWADZENIE

W literaturze światowej badania mikroekonomiczne, dotyczące efektywności technicznej, kosztowej i produktywności, zostały zapoczątkowane przez Farrella [1957]. Zgodnie z koncepcją Farrella nieefektywność techniczna rozumiana jest jako odchylenie wielkości produkcji obserwowanej od produkcji potencjalnej, czyli maksymalnie możliwej do osiągnięcia z danych nakładów czynników produkcji. Miarą efektywności technicznej jest iloraz obu wielkości. Badania empiryczne w tym zakresie prowadzone są przede wszystkim z wykorzystaniem parametrycznych stochastycznych modeli granicznych (ang. *Stochastic Frontier Models, SFM lub Stochastic Frontier Analysis, SFA*) albo nieparametrycznej deterministycznej analizy otoczki danych² (ang. *Data Envelopment Analysis, DEA*). Celem niniejszej pracy było zarówno metodyczne porównanie SFA i DEA jak i wykorzystanie tych metod do opracowania wyników empirycznych dla gospodarstw mlecznych w Polsce.

Analiza efektywności technicznej gospodarstw rolnych była już wielokrotnie przedmiotem badań empirycznych. Przegląd publikacji dotyczących badania efektywności technicznej gospodarstw rolnych w krajach Europy Środkowo – Wschodniej przedstawiają Gorton i Davidova [2004]. Wśród zagranicznych opracowań dotyczących efektywności polskich gospodarstw rolnych należy wymienić prace van Zyla i in. [1996], Munroe [2001], Brümmera i in. [2002], Latruffe i in. [2004, 2005, 2008], Czekaja [2013]. Z wymienionych badań prace van Zyla i in. [1996] oraz Latruffe i in. [2005, 2008] zostały przeprowadzone z wykorzystaniem nieparametrycznej metody DEA. Natomiast w pracy Latruffe [2004] dokonano porównania wyników pochodzących z obu metod. W pozostałych opracowaniach zostały zastosowane modele parametryczne. W szczególności interesujące z punktu widzenia niniejszej pracy są badania przeprowadzone przez Brümmera i in. [2002] oraz Czekaja [2013], gdyż dotyczą analizy efektywności technicznej polskich gospodarstw mlecznych. W pracy Brümmera i in. [2002] wykorzystano obserwacje dotyczące 700 gospodarstw z dawnego województwa poznańskiego z lat 1991 – 1994. Natomiast w opracowaniu Czekaja [2013] wyniki otrzymano na podstawie danych jednorocznych z 2010 roku obejmujących 2422 gospodarstwa mleczne.

W dotychczasowej polskiej literaturze przedmiotu analiza efektywności technicznej gospodarstw rolnych była prowadzona głównie w oparciu o metodę DEA przez Świtłyka [1999, 2011], Rusielika [2002], Ziółkowską [2008], Rusielika i Świtłyka [2009], Kagana i in. [2010], Smeździka [2010, 2012] oraz Bezat [2011]. Analizę porównawczą efektywności technicznej gospodarstw mlecznych w Europie na potrzeby Europejskiego Stowarzyszenia Producentów Mleka

² Tłumaczenie polskie nazwy za pracą Welfe, Brzeszczyński i Majsterek [2002].

z wykorzystaniem dwóch alternatywnych metod tj. DEA i SFA przedstawia Rusielik [2012].

Przykładami opracowań dotyczących analizy efektywności technicznej gospodarstw rolnych z wykorzystaniem metod parametrycznych dla danych panelowych są artykuły Czekaja [2008] oraz Marca i Pisulewskiego [2013 a, b]. Pierwsze opracowanie dotyczy analizy efektywności technicznej polskich gospodarstw rolnych specjalizujących się w produkcji roślinnej. Natomiast badania Marca i Pisulewskiego zostały przeprowadzone na próbie 1212 gospodarstw mlecznych z 8 lat. Pierwsze wstępne wyniki zostały przedstawione w pracy Marca i Pisulewskiego [2013 a] gdzie zastosowano model efektów losowych i funkcję produkcji typu translog. Kontynuację badań przedstawiono w pracy Marca i Pisulewskiego [2013 b] w której dokonano pomiaru efektywności technicznej z wykorzystaniem bayesowskiego modelu VED (ang. Varying Efficiency Distribution).

OPIS METODYKI

Model BCC w postaci multiplikatywnej

Analizowane dane dotyczące gospodarstw mlecznych w Polsce są próbą przekrojowo-czasową, jednakże modele danych panelowych w ramach metody DEA tzw. panel DEA mają pewne ograniczenia³. W związku z tym obliczenia zostaną wykonane dla każdego roku osobno. Konieczne staje się zatem wprowadzanie założenia, że rozważa się wyłącznie modele dla ustalonego momentu czasu.

Analiza DEA polega na konstrukcji nieparametrycznej granicy wokół punktów danych, tak że wszystkie obserwacje znajdują się na granicy lub poniżej zbioru możliwości technologicznych. Ze względu na determinizm metody jest to empiryczna, płacami liniowa funkcja produkcji „rozpięta” na punktach danych, stąd nazwa tego podejścia – szczegóły np. w pracy [Prędko 2012]. Wierzchołkami jej grafu są punkty danych odpowiadające obiektom efektywnym. Zastosowanie metody DEA posłuży m.in. oszacowaniu efektywności technicznej J gospodarstw mlecznych oraz obliczeniu charakterystyk procesu produkcyjnego w punktach danych (\mathbf{x}_j, y_j) , $j = 1, \dots, J$, gdzie $\mathbf{x}_j = [x_{1j}, \dots, x_{mj}]$ i y_j to odpowiednio wektor zaobserwowanych nakładów oraz zaobserwowany produkt j -tego obiektu. W analizie efektywności technicznej wykorzystywane są głównie model CCR zaproponowany przez Charnesa i in. [1978] oraz model BCC przedstawiony przez Bankera i in. [1984]. W ramach DEA rozważa się dwie alternatywne orientacje: na nakłady i na efekty.

³ Zakłada się m.in. wspólną technologię w ramach T okresów, co jest mało realnym założeniem, uniemożliwiającym np. badanie postępu (bądź regresu) techniczno-organizacyjnego; zob. np. praca Lovell [1996].

W niniejszych badaniach wykorzystano model BCC w formie multiplikatywnej, zorientowany na produkty. Z uwagi na użycie funkcji produkcji w SFA, model BCC jest jednoproduktowy, implikując dla j -tej jednostki gospodarczej następującą postać:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m x_{ij} \mu_{ij} + \omega_j &\rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^m x_{i1} \mu_{ij} + \omega_j &\geq y_1 \\ \dots & \\ \sum_{i=1}^m x_{iJ} \mu_{ij} + \omega_j &\geq y_j \\ \mu_{ij} \geq 0, \quad \omega_j \in R &\quad \text{dla } i=1, \dots, m \quad (\text{zmiennne decyzyjne}) \end{aligned} \quad (3)$$

Korzystając z interpretacji zadania dualnego do powyższego można wykazać, że optymalna wartość funkcji celu powyższego programu to produkcja maksymalna przy danych nakładach \mathbf{x}_j :

$$f(\mathbf{x}_j) = \sum_{i=1}^m x_{ij} \mu_{ij}^* + \omega_j^*, \quad (4)$$

gdzie „gwiazdką” oznaczono wartości optymalne zmiennych decyzyjnych zadania (3).

Miernikiem efektywności technicznej (ang. *technical efficiency*) j -tego obiektu jest iloraz produkcji zaobserwowanej i maksymalnej:

$$TE_j = \frac{y_j}{\sum_{i=1}^m x_{ij} \mu_{ij}^* + \omega_j^*}. \quad (5)$$

Miara ta jest nie większa od jedności i równa jeden dla jednostki gospodarczej efektywnej technicznie⁴. Warto podkreślić, że miara ta nie jest wrażliwa na przyjęte jednostki nakładów i produktu.

Obliczenie wartości charakterystyk dla obiektów efektywnych za pomocą tradycyjnego, marginalnego podejścia nie jest możliwe⁵. Jednak dla jednostek nieefektywnych jest to wykonalne, ponieważ wzór liniowy (4) zachowuje niezmiennosc w otoczeniu wartości zaobserwowanych nakładów \mathbf{x}_j . Szczegółowe rozważania w tym zakresie pod kątem analizy efektywności ekonomicznej można znaleźć w pracy Prędko [2015].

⁴ Formalnie, w metodologii DEA do pomiaru efektywności technicznej używa się odwrotności tego miernika. Jednak ze względu na zgodność ze sposobem pomiaru w ramach SFA, autorzy zdecydowali się na przyjęcie takiej jego postaci.

⁵ Odpowiednie pochodne w tych punktach nie istnieją.

Wartości charakterystyk procesu produkcyjnego oblicza się w danym punkcie \mathbf{x}_j , przykładowo produktywność krańcowa i -tego nakładu ma postać:

$$\frac{\partial f(\mathbf{x}_j)}{\partial x_i} = \mu_{ij}^*, \quad (6)$$

W konsekwencji elastyczność i -tego czynnika produkcji i współczynnik efektu skali (RTS) wyrażają się odpowiednio wzorami:

$$E_{y/x_i}(\mathbf{x}_j) = \frac{x_{ij} \mu_{ij}^*}{f(\mathbf{x}_j)}, \quad (7)$$

$$RTS_j = \frac{\sum_{i=1}^m x_{ij} \mu_{ij}^*}{f(\mathbf{x}_j)} = \frac{f(\mathbf{x}_j) - \omega_j^*}{f(\mathbf{x}_j)}. \quad (8)$$

Warto zaznaczyć, że zwykle pewien odsetek jednostek gospodarczych charakteryzuje się zerowymi wartościami produktywności i elastyczności w odpowiednich punktach danych. Wynika to oczywiście z faktu, że dla nich wartość optymalna μ_{ij}^* wynosi zero, co z kolei jest konsekwencją tego, iż i -ty warunek ograniczający w programie dualnym do zadania (3) jest spełniony silnie⁶. Lewą i prawą stronę wspomnianego warunku ograniczającego stanowią odpowiednio optymalna i zaobserwowana wartość i -tego nakładu j -tego obiektu. Zatem zerowe wartości odpowiednich charakterystyk występują w sytuacji, gdy wartość zaobserwowana i -tego czynnika dla j -tej jednostki nie jest optymalna⁷.

Bayesowski stochastyczny model graniczny ze stałym w czasie rozkładem efektywności

Metodą alternatywną względem DEA jest stochastyczna analiza graniczna, zaproponowana przez Aignera i in. [1977] oraz Meeusena i van den Broecka [1977]. Koncepcja ta opiera się na zastosowaniu modeli ekonometrycznych z odpowiednio skonstruowanym, złożonym składnikiem losowym, które standardowo formułuje się za pomocą wielkości zlogarytmowanych:

$$\ln Q_{jt} = h(x_{jt}; \beta) + v_{jt} - z_j, \quad (9)$$

gdzie Q_{jt} jest wielkością zaobserwowanej produkcji j -tej jednostki gospodarczej w okresie t ($j=1, \dots, J$; $t=1, \dots, T$), x_{jt} to wektor-wiersz zmiennych egzogenicznych

⁶ Na mocy jednego z twierdzeń łączących program pierwotny i dualny – zob. np. Kukuła K. (red.) (2011) *Badania operacyjne w przykładach i zadaniach*, PWN, Warszawa, str. 27

⁷ W SFA również występuje taka sytuacja przy braku narzuconych restrykcji na parametry, lecz wtedy ocena elastyczności względem czynnika produkcji w punkcie danych jest ujemna. W DEA nie ma takiej możliwości, gdyż jednym z założeń leżących u podstaw metody jest wklęsłość empirycznej funkcji produkcji.

(będących funkcjami logarytmami nakładów czynników produkcji), h oznacza odpowiednio wyspecyfikowaną dla logarytmu produkcji graniczną funkcję produkcji (najczęściej liniową względem nieznanych parametrów tworzących wektor β). Składniki v_{jt} i z_j są niezależnymi zmiennymi losowymi, z których pierwszy ma rozkład symetryczny względem zera (tj. rozkład normalny wartości oczekiwanej równej zero i nieznanej wariancji), a drugi jest indywidualnym efektem losowym przyjmującym wartości nieujemne. W podejściu ekonometrycznym do funkcji produkcji przyjmuje się, że jest ona ciągła i różniczkowalna ze względu na czynniki produkcji.

Dla granicznej funkcji produkcji przyjęto postać translogarytmiczną:

$$h(x_j; \beta) = \beta_0 + \sum_{i=1}^m \beta_i \ln x_{i,j} + \sum_{i=1}^m \sum_{g \geq i}^m \beta_{ig} \ln x_{i,j} \ln x_{g,j} \quad (10)$$

gdzie $x_{i,j}$ dla $i=1, \dots, m$ to nakłady czynników. W przypadku funkcji translogarytmicznej elastyczności względem nakładów, jako pochodne logarytmu produkcji względem logarytmu nakładów, są m.in. zmienne po obiektach. Ponadto funkcja ta jest liniowa względem parametrów oraz oszczędnie sparametryzowana, tzn. liczba jej parametrów jest równa liczbie charakterystyk technologii, tj. elastyczności i współczynników substytucji lub komplementarności. Formalne uzasadnienie teoretyczne dla zastosowania funkcji translogarytmicznej w ekonomicznej analizie procesu produkcji można znaleźć w pracy źródłowej Christensena i in. [1973]. Miarę efektywności technicznej zorientowaną na produkt dla j -tego obiektu wyraża formuła $TE_j = \exp(-z_j)$. Jak wcześniej wspomniano z uwagi na ograniczenia metody DEA, rozważono modele SFA skonstruowane dla każdego okresu osobno. Zatem w modelu (9) przyjmuje się $T=1$.

W ramach stochastycznej analizy granicznej zastosowano bayesowski stochastyczny model o wspólnym rozkładzie efektywności CED (z ang. Common Efficiency Distribution); zob. Koop i in. [1997], van den Broeck i in. [1994]. W dalszej części pracy przyjęto określać ten typ analizy granicznej bayesowską stochastyczną analizą graniczną (ang. Bayesian Stochastic Frontier Analysis – BSFA). Przegląd szczegółowych modeli i technik estymacji parametrów w ujęciu niebayesowskim można znaleźć np. w monografii Kumbhakara i Lovella [2000].

W pracy Koopa i in. [1997] wprowadzono hierarchiczną strukturę modelu poprzez zastosowanie mieszaniny rozkładów. W tym przypadku zmienne z_j ($j=1, \dots, J$) mają rozkład wykładniczy o wspólnej wartości oczekiwanej λ . Wspólny parametr λ^{-1} jest traktowany w podejściu bayesowskim jako zmienna losowa, mająca rozkład wykładniczy o średniej $(\ln(1/r_{med}))^{-1}$. Wielkość $r_{med} \in (0; 1)$ jest stałą zadawaną przez badacza, którą można interpretować jako medianę brzegowego rozkładu a priori efektywności r_j ; zob. Koop i in. [1997], a także Marzec i Osiewalski [2008].

Powyższa koncepcja odzwierciedla naturalne założenie, że skoro poszczególne jednostki gospodarcze pochodzą z tej samej branży, to rozkłady a priori dla ich nieefektywności (z_j , $j=1, \dots, J$), brzegowe, czyli w wyniku całkowania po λ , są zależne. Zatem wnioskowanie o mierniku efektywności wybranego obiektu odbywa się, na mocy konstrukcji modelu, na podstawie całej próby. Szczegóły dotyczące estymacji – zastosowanie metod Monte Carlo oparte na Łańcuchach Markowa (Markov Chain Monte Carlo) - można znaleźć w artykułach Osiewalski i Steel [1998] oraz Griffin i Steel [2007].

OPIS DANYCH I UWAGI WSTĘPNE

W niniejszych badaniach na produkcję gospodarstw mlecznych (Q) składa się wartość uzyskanego mleka (i jego przetworów), produktów pochodzenia zwierzęcego lub ewentualnie produktów pochodzenia roślinnego. W konsekwencji wyróżniono sześć czynników produkcji: kapitał rzeczowy (budynki, maszyny, urządzenia i środki transportu, K), pracę (L), materiały (łącznie z energią, M), pasze (pasze treściwe i objętościowe, zakupione lub wytworzone, F), użytki rolne (A , w hektarach) i zwierzęta ogółem (znaczący udział w zwierzętach ogółem stanowiły krowy mleczne, H). Produkcję oraz czynniki K , M i F wyrażono w jednostkowych cenach stałych z 2004 roku. Nakład H został zmierzony w jednostce przeliczeniowej LU (Livestock Unit), natomiast zużycie czynnika L jest określone przez całkowity czas pracy (w godzinach). Szczegółową definicję produktu i czynników zaprezentowano w artykule Marzec i Pisulewski [2014], natomiast opis zastosowanych indeksów w Marzec i Pisulewski [2015]. Obliczenia wykonano na podstawie danych z lat 2004-2011, pochodzących z bazy FADN, dotyczących 1212 gospodarstw mlecznych⁸.

ANALIZA PORÓWNAWCZA EFEKTYWNOŚCI TECHNICZNEJ

Oceny mierników efektywności technicznej dla gospodarstw mlecznych otrzymane w ramach obu metod zaprezentowano w Tabeli 1 w formie median rozkładów empirycznych ocen mierników dla każdego roku oddzielnie. Celem wykorzystania median rozkładów, było uzyskanie wyników niewrażliwych na wartości odstające otrzymywane w ramach DEA. W celu porównania obiektów ze względu na oceny efektywności oraz ranking, sporządzony na ich podstawie, obliczono również współczynniki korelacji rang Spearmana oraz korelacji liniowej Pearsona.

Z racji zastosowanego podejścia bayesowskiego do estymacji mierników efektywności, warto zaznaczyć, że wyniki *a posteriori* nie zależały od założeń dotyczących rozkładów *a priori* dla r_{med} . Wybór wstępnych wartości r_{med} na

⁸ Obliczenia wykonano dzięki uprzejmości IERiGŻ w Warszawie, który przygotował i na miejscu udostępnił dane.

poziomie 0,6, 0,7, czy 0,8 nie zmieniał konkluzji dotyczących średniego poziomu efektywności gospodarstw mlecznych a posteriori.

Z przeprowadzonej analizy wynika, że z wyjątkiem lat 2007 i 2011, występuje istotna korelacja dodatnia rang i wartości miar efektywności, co wskazuje na zbieżność uzyskanych rankingów gospodarstw pozostałych okresach. Oceny obu współczynników korelacji są jednak dalekie od jedności, co oznacza, że ta zbieżność nie jest zbyt silna. Średnia dla ośmiu lat wartość współczynnika korelacji rang Spearmana jest równa 0,47. Współczynniki korelacji liniowej dla ocen TE są niższe od korelacji rang. Spowodowane jest to dużym zróżnicowaniem ocen efektywności w DEA.

Tabela 1. Mediany ocen miar efektywności technicznej w grupie dla poszczególnych okresów i współczynniki korelacji liniowej Pearsona oraz rang Spearmana

Mediany ocen miar efektywności									
Metoda\Okres	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	Średnia
DEA	0,55	0,62	0,64	0,62	0,61	0,61	0,60	0,58	0,60
BSFA	0,88	0,88	0,88	0,92	0,87	0,88	0,88	0,88	0,88
Współczynniki korelacji ocen miar efektywności dla obu metod									
Wsp. Pearsona	0,40	0,67	0,56	0,13	0,31	0,52	0,47	0,25	-
Wsp. Spearmana	0,52	0,76	0,60	0,16	0,35	0,55	0,56	0,25	-

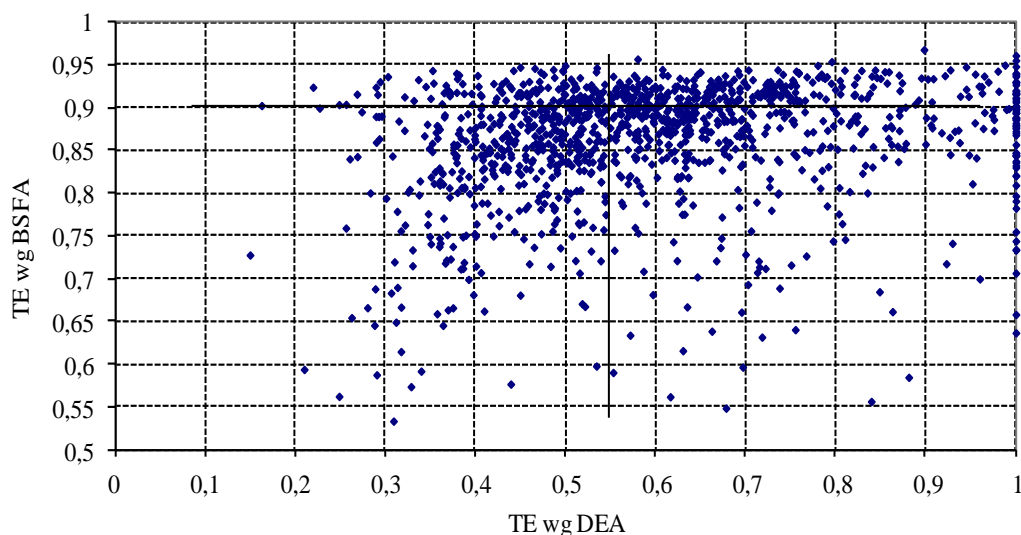
Źródło: obliczenia własne

Stopień zgodności uzyskanych rezultatów można również zilustrować alternatywnie za pomocą odpowiedniego wykresu w każdym okresie z osobna. Na Rysunku 1 przedstawiono przykładowo oceny efektywności uzyskane w ramach DEA oraz BSFA dla każdego z 1212 gospodarstw w roku 2011. Na osiach zaznaczono mediany rozkładów ocen efektywności, z których poprowadzono proste dzielące wykres na cztery obszary. Odsetek gospodarstw, w przypadku których obie metody zgodnie określają efektywność, tzn. TE_{DEA} i TE_{BSFA} są równocześnie większe od odpowiednich median albo mniejsze, wynosi łącznie 0,59. Jednocześnie 20,5% gospodarstw znajduje się w części odpowiadającej niskim (mniejszym niż 0,58) wartościom TE w DEA i wysokim (większym niż 0,88) wartościom otrzymanym w BSFA. Identyczny udział jednostek gospodarczych charakteryzuje się $TE_{DEA} > 0,58$ i $TE_{BSFA} < 0,88$. Rezultaty te potwierdzają wcześniejszą, niską korelację liniową i rang uzyskaną dla tego roku.

Warto wspomnieć, że w ramach każdej z metod, wartości median są stabilne w czasie. Szczególnie dotyczy to wyników z BSFA. Jednocześnie wartości median uzyskane w ramach DEA są znacząco niższe od tych otrzymanych na podstawie modelu bayesowskiego. Szczególnie dotyczy to wyników dla roku 2004, gdzie różnica median obu rozkładów jest największa. W ramach modelu BCC połowa gospodarstw posiada wówczas efektywność nie większą niż 0,55, a w ramach

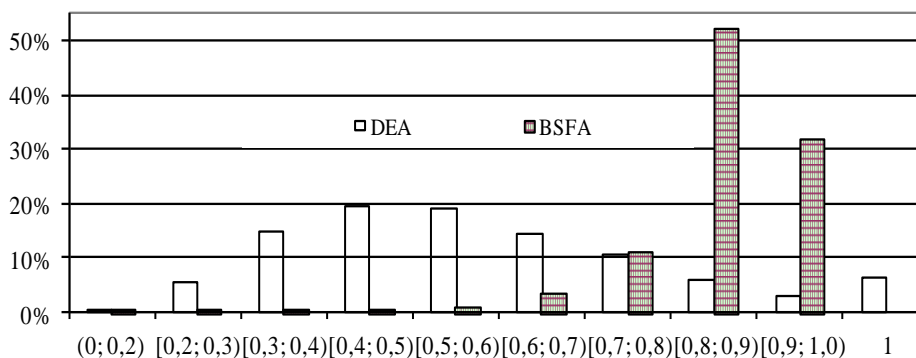
BSFA efektywność większą niż 0,88. Graficzny opis tych rezultatów zaprezentowano na Rysunku 2.

Rysunek 1. Wykres punktowy obrazujący zbieżność ocen miar efektywności uzyskanych w ramach DEA i BSFA w roku 2011



Źródło: opracowanie własne

Rysunek 2. Histogramy rozkładów empirycznych ocen miary efektywności dla 1212 gospodarstw, uzyskane w ramach obu metod (dla roku 2004)



Źródło: obliczenia własne

Różnica między rozkładami ocen miar efektywności z obu metod jest znaczna. Rozproszenie ocen dla TE jest w DEA dużo większe niż w BSFA. Testy statystyczne zgodności dwóch rozkładów empirycznych, np. test Andersona-Darlinga, nie potwierdzają, że rozkłady ocen efektywności są porównywalne.

Różnice w otrzymanych rezultatach, pomimo podobieństwa samej idei pomiaru efektywności technicznej, która polega na porównaniu produkcji zaobserwowanej z maksymalną w obu podejściach, mogą wynikać zarówno z przyczyn metodologicznych, jak i empirycznych. Należy zauważyć, że BSFA należy do tzw. metod tendencji centralnej, gdzie oszacowana funkcja produkcji biegnie „pomiędzy” punktami empirycznymi danych. Natomiast w DEA empiryczną funkcję produkcji tworzy się w oparciu o punkty skrajne, ekstremalne, które są uznawane za jednostki efektywne technicznie. Zatem w zależności od tego w jaki sposób rozmieszczone są punkty zbioru danych przewagę może zyskać jedna, bądź druga metoda.

Ważne są też przyczyny formalne, metodologiczne. W obu podejściach efektywność jest ustalana w oparciu o odpowiednio mierzoną odległość od granicy produkcyjnej. W metodzie analizy otoczki danych im większa ta odległość, tym większa nieefektywność danej jednostki produkcyjnej. W ramach stochastycznej analizy granicznej stwierdzenie to nie jest już tak oczywiste. Odległość ta jest bowiem dekomponowana na część wynikającą z przyczyn czysto losowych oraz na część reprezentującą nieefektywność. Powoduje to, że w ramach BSFA ocena miary efektywności może być wyższa niż w DEA. Ponadto w ramach rozważnego modelu bayesowskiego na mocy jego konstrukcji wnioskowanie o efektywności jednego gospodarstwa zależy od poziomu efektywności wszystkich pozostałych jednostek. W naturalny sposób zróżnicowanie miar efektywności może więc okazać się mniejsze niż w DEA.

ANALIZA PORÓWNAWCZA WYBRANYCH CHARAKTERYSTYK TECHNOLOGII

Charakterystyki technologii badanych gospodarstw mlecznych są określone przez elastyczności produkcji względem czynników produkcji oraz przez wartość współczynnika efektu skali. W przypadku DEA pominięto obiekty efektywne technicznie z przyczyn metodologicznych opisanych wcześniej. Jednakże, nie zmienia to istotnej roli jednostek efektywnych, na których rozpinana jest empiryczna funkcja produkcji złożona z fragmentów hiperpłaszczyzn. Odpowiednie wyniki przedstawiono w Tabeli 2, która informuje o liczbie i frakcji gospodarstw w pełni efektywnych technicznie w okresie objętym badaniem.

Tabela 2. Liczba oraz odsetek obiektów efektywnych w poszczególnych latach (DEA)

Okres	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	średnia
Liczba obiektów	77	91	94	71	87	62	57	65	76
Odsetek	6%	8%	8%	6%	7%	5%	5%	5%	6%

Źródło: obliczenia własne

Należy zauważyć, że gospodarstwa efektywne stanowią niewielką część analizowanej grupy obiektów – średnio 6% w przeciągu 8 lat. Powoduje to

dwojakie konsekwencje. Po pierwsze przy szacowaniu charakterystyk technologii pomija się nieznaczną liczbę gospodarstw efektywnych. Ma to duże znaczenie dla wiarygodności porównywania rezultatów z BSFA, gdzie charakterystyki są szacowane we wszystkich punktach danych, ze względu na różniczkowalność oszacowanej granicznej funkcji produkcji. Po drugie oznacza to, że liczba hiperpłaszczyzn tworzących empiryczną granicę produkcyjną w DEA jest dużo mniejsza niż wszystkich jednostek w grupie.

W przypadku ocen parametrów modelu granicznego otrzymanych za pomocą technik estymacji bayesowskiej warto zaznaczyć, że wyniki uzyskane a posteriori nie zależały od założeń dotyczących rozkładów a priori dla parametrów β . Dla parametrów wektora β dobrano takie rozkłady a priori, żeby implikowane rozkłady dla elastyczności produkcji względem czynników produkcji i RTS były bardzo rozproszone, czyli mało informacyjne.

Warto przypomnieć, że metoda DEA uwzględnia naturalną własność, iż funkcja produkcji jest niemalejąca względem czynników. Natomiast, w ramach bayesowskiej stochastycznej analizy granicznej, nie narzucono a priori własności monotoniczności funkcji produkcji, tym samym dopuszczając ujemne wartości elastyczności. Spowodowało to określone konsekwencje w wynikach empirycznych, o czym będzie mowa w dalszej części tego rozdziału. Ewentualne wprowadzenie tego warunku skutkowało tym, że oceny elastyczności produkcji względem areалу przyjmowałyby wartości bliskie zero i charakteryzowały się dużym odchyleniem standardowym (błędem szacunku).

Rezultaty uzyskane w ramach metody DEA (Tabela 3) wskazują na nieoptymalne nakłady areалу, kapitału i pracy. Nakład areалу nie jest na optymalnym poziomie w co najmniej połowie gospodarstw mlecznych w latach 2005-2010. Natomiast, nakłady czynnika kapitału i pracy nie są na optymalnym poziomie w roku 2004 i 2011 u co najmniej połowy jednostek.

Tabela 3. Mediany ocen elastyczności w grupie otrzymanych w ramach DEA

Czynnik/Rok	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	Średnia
Kapitał	0	0,15	0,15	0,03	0,11	0,07	0,11	0	0,08
Praca	0	0,07	0,02	0	0,01	0,03	0,04	0	0,02
Materiały	0,10	0,11	0,20	0,18	0,24	0,29	0,30	0,34	0,22
Areal	0,20	0	0	0	0	0	0	0,08	0,04
Zwierzęta	0	0,34	0,31	0,44	0,29	0,17	0,39	0,07	0,25
Pasze	0,18	0,16	0,10	0,15	0,15	0,20	0,19	0,14	0,16
RTS	1,14	1,15	1,04	1,11	1,11	1,09	1,08	1,08	1,10

Źródło: obliczenia własne

Podobnie jak w przypadku wyników otrzymanych w ramach DEA uzyskane rezultaty w ramach BSFA prezentowane w Tabeli 4 sugerują nieoptymalne nakłady

arealu. Natomiast oceny elastyczności względem kapitału i pracy nie potwierdzają wyników otrzymanych w ramach DEA. Jednakże widoczna jest pewna zbieżność rezultatów w ramach obu podejść, ponieważ oba wspomniane czynniki: kapitał i praca mają stosunkowo niewielki, mierzony wartościami elastyczności, wpływ na produkcję gospodarstw mlecznych w badanym okresie. W przypadku kolejnego czynnika – pasz – sytuacja wygląda podobnie, ale jego niski wpływ na produkcję jest nieco silniejszy w ramach DEA. Problem ujemnych elastyczności czynnika arealu uzyskiwanych w ramach BSFA wymaga wykonania dalszych badań wykraczających poza ramy niniejszego opracowania⁹.

Tabela 4. Mediany ocen elastyczności w grupie otrzymanych w ramach BSFA

Czynnik/Rok	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	Średnia
Kapitał	0,14	0,17	0,15	0,15	0,15	0,12	0,12	0,12	0,14
Praca	0,14	0,10	0,09	0,13	0,09	0,07	0,04	0,06	0,09
Materiały	0,47	0,40	0,41	0,42	0,46	0,44	0,39	0,38	0,42
Areál	0,01	-0,11	-0,10	-0,05	-0,12	-0,16	-0,07	-0,03	-0,08
Zwierzęta	0,47	0,58	0,55	0,47	0,56	0,63	0,51	0,53	0,54
Pasze	0,05	0,09	0,09	0,12	0,06	0,09	0,18	0,13	0,10
RTS	1,29	1,22	1,18	1,25	1,20	1,19	1,18	1,18	1,21

Źródło: obliczenia własne

Wartości charakterystyk otrzymane w ramach obu podejść, prezentowane w Tabelach 3 i 4, wskazują, że w większości okresów na produkcję mleka najsilniejszy wpływ mają materiały i zwierzęta. W ramach BSFA szacowana siła wpływu jest dużo silniejsza, szczególnie w przypadku drugiego z wymienionych czynników. Generalnie wyniki z obu podejść są różne, a zbieżne jedynie w zakresie rankingu produktywności czynników produkcji zmierzonej elastycznością.

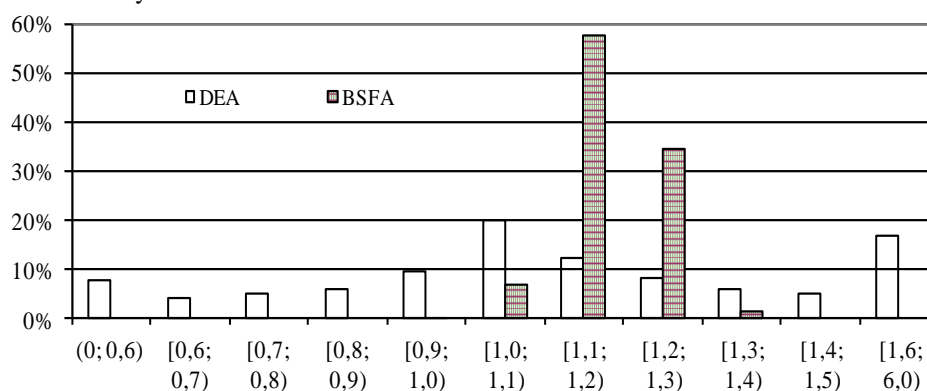
Z punktu widzenia planowanego zniesienia kwot mlecznych i uwolnienia ceny mleka ważną kwestią jest określenie typu korzyści skali. Obie metody zgodnie wskazują, że większość gospodarstw mlecznych w badanym okresie charakteryzuje się rosnącymi efektami skali – mediany ocen współczynnika efektu skali są większe od jedności. Świadczy to o potencjale i możliwościach przyszłego rozwoju gospodarstw mlecznych w Polsce. Na znacznie silniejszą rolę tego efektu w funkcjonowaniu farm mlecznych wskazuje metoda BSFA – średnia wartość

⁹ W poprzednich badaniach autorów, w których wykorzystano model dla danych przekrojowo-czasowych z dodatkowymi determinantami wyjaśniającymi różnicowanie nieefektywności, elastyczność względem arealu była dodatnia i wyraźnie różna od zera. To sugeruje, że analiza jednookresowa i ta na podstawie danych panelowych mogą prowadzić do innych konkluzji empirycznych.

współczynnika efektu skali wynosi 1,21. W przypadku zastosowania DEA otrzymano wartość niższą, bo równą 1,1.

Histogramy rozkładów empirycznych dla *RTS* w obu modelach są różne, aczkolwiek jak wcześniej wskazano, o zbliżonej wartości centralnej - zob. Rysunek 3, rok 2011. W przypadku DEA rozkład ten jest bardzo rozproszony. Występują zarówno wartości *RTS* bardzo małe, np. mniejsze niż 0,6 (8% gospodarstw), jak i duże, np. większe niż 2 (36% gospodarstw). Liczna grupa gospodarstw w DEA, stanowiąca 32% próby, charakteryzowała się malejącymi korzyściami skali w 2011 roku. Natomiast wyniki pochodzące z BSFA jednoznacznie sugerują, że prawie wszystkie gospodarstwa znajdowały się w zakresie rosnących korzyści.

Rysunek 3. Histogramy rozkładów empirycznych ocen współczynnika efektu skali uzyskane w ramach obu metod dla roku 2011



Źródło: obliczenia własne

PODSUMOWANIE

Analizując efektywność techniczną i szerzej proces technologiczny gospodarstw mlecznych w Polsce w latach 2004–2011 uzyskano w dużym stopniu zbieżne rezultaty w wyniku użycia metod DEA i BSFA. Ranking obiektów ustalony w ramach obu podejść okazał się w znacznym stopniu podobny, o czym świadczą współczynniki korelacji rang z Tabeli 1. Zbieżność rezultatów nie dotyczy jednak poziomów efektywności obiektów – zob. Tabela 1 oraz Rysunek 2.

Ranking siły wpływu poszczególnych czynników na produkcję również jest podobny w ramach obu podejść – por. wyniki w Tabelach 3 i 4. Jednak siła wpływu w przypadku czynników najistotniejszych, tj. materiałów i zwierząt, jest różna. Kwestia znaczenia i wpływu użytków rolnych jest dyskusyjna i wymaga dalszych badań o charakterze zarówno metodycznym, jak i empirycznym. Technologia gospodarstw mlecznych charakteryzuje się w większości przypadków rosnącymi efektami skali. Jednak siła ich potencjalnego wpływu na produkcję mleka ponownie różni się w zależności od zastosowanego podejścia.

BIBLIOGRAFIA

- Aigner D., Lovell C., Schmidt P. (1977) Formulation and estimation of stochastic frontier models, *Journal of Econometrics*, Vol. 6, pp. 21 – 37.
- Banker R., Charnes A., Cooper W. (1984) Some models for estimating technical and scale inefficiencies in DEA, *Management Science*, Vol. 30 (9), pp. 1078 – 1091.
- Bezat A. (2011) Zastosowanie metody DEA w analizie efektywności przedsiębiorstw rolniczych, *Komunikaty, Raporty, Ekspertyzy*, Vol. 545, IERiGŻ-PIB, Warszawa.
- Broeck van den J., Koop G., Osiewalski J., Steel M. F. J. (1994) Stochastic frontier models: A Bayesian perspective, *Journal of Econometrics*, Vol. 61, pp. 273 – 303.
- Brümmer B., Glauben T., Thijssen G. (2002) Decomposition of Productivity Growth Using Distance Functions: The Case of Dairy Farms in Three European Countries, *American Journal of Agricultural Economics*, Vol. 84, pp. 628 – 644.
- Charnes A., Cooper W., Rhodes E. (1978) Measuring the Efficiency of Decision Making Units, *European Journal of Operational Research*, Vol. 2 (6), pp. 429 – 444.
- Christensen L.R., Jorgenson D., Lau L. (1973) Transcendental Logarithmic Production Frontiers, *Review of Economics and Statistics*, Vol. 55 (1), pp. 28 – 45.
- Czekaj T. (2008) Techniczna efektywność gospodarstw rolnych a skłonność do korzystania ze wsparcia inwestycji środkami publicznymi, *Zagadnienia Ekonomiki Rolnej*, nr 316 (3), str. 31 – 44.
- Czekaj T.G. (2013) Measuring the Technical Efficiency of Farms Producing Environmental Output, Parametric and Semiparametric Estimation of Multi-output Stochastic Ray Production Frontiers, Department of Food and Resource Economics (IFRO), University of Copenhagen, Working Paper No 21/2013.
- Farrell J. (1957) The Measurement of Productive Efficiency, *Journal of the Royal Statistical Society Series A*, Vol. 120 (3), pp. 253 – 290.
- Gorton M., Davidova S. (2004) Farm Productivity and Efficiency in the CEE Applicant Countries: a Synthesis of Results, *Agricultural Economics*, Vol. 30, pp. 1 – 6.
- Griffin J. E., Steel M. F. J. (2007) Bayesian stochastic frontier analysis using WinBUGS, *Journal of Productivity Analysis*, Vol. 27 (3), pp. 163 – 176.
- Kagan A., Góral J., Kulawik J. (2010) Efektywność techniczna przy zastosowaniu metody DEA [w:] *Sytuacja produkcyjna, efektywność finansowa i techniczna gospodarstw powstałych w oparciu o mienie byłych państwowych przedsiębiorstw gospodarki rolnej*, IERiGŻ, Warszawa, str. 180 – 239.

- Koop G., Osiewalski J., Steel M. F. J. (1997) Bayesian Efficiency Analysis through Individual Effects: Hospital Cost Frontiers, *Journal of Econometrics*, Vol. 76, pp. 77 – 105.
- Kukuła K. (red.) (2011) *Badania operacyjne w przykładach i zadaniach*, PWN, Warszawa.
- Kumbhakar S., Lovell C. (2000) *Stochastic Frontier Analysis*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Latruffe L., Balcombe K., Davidova S. (2008) Productivity Change in Polish Agriculture: an Application of a Bootstrap Procedure to Malmquist Indices, *Post-Communist Economies*, Vol. 20 (4), pp. 449 – 460.
- Latruffe L., Balcombe K., Davidova S., Zawalinska K. (2004) Determinants of Technical Efficiency of Crop and Livestock Farms in Poland, *Applied Economics*, Vol. 36, pp. 1255 – 1263.
- Latruffe L., Balcombe K., Davidova S., Zawalinska K. (2005) Technical and Scale Efficiency of Crop and Livestock Farms in Poland: Does Specialization Matter?, *Agricultural Economics*, Vol. 32, pp. 281 – 296.
- Lovell C. (1996) Applying Efficiency Measurement Techniques to the Measurement of Productivity Change, *Journal of Productivity Analysis*, Vol. 7 (2-3), pp. 329 – 340.
- Marzec J., Osiewalski J. (2008) Bayesian Inference on Technology and Cost Efficiency of Bank Branches, *Bank i Kredyt*, Vol. 39 (9), pp. 29 – 43.
- Marzec J., Pisulewski A. (2013 a) Ekonometryczna analiza efektywności technicznej farm mlecznych w Polsce na podstawie danych z lat 2004 – 2011, *Roczniki Kolegium Analiz Ekonomicznych SGH*, z. 30, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa, str. 255 – 271.
- Marzec J., Pisulewski A. (2013b) Technical efficiency measurement of dairy farms in Poland: an application of bayesian VED model, *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych*, Vol. 14 (2), SGGW, Warszawa, pp. 78 – 88.
- Marzec J., Pisulewski A. (2014) Mikroekonometryczna analiza technologii gospodarstw mlecznych w Polsce – podejście bayesowskie, *Roczniki Kolegium Analiz Ekonomicznych SGH*, z. 30, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa, str. 89 – 104.
- Marzec J., Pisulewski A. (2015) Analiza działalności ekonomicznej gospodarstw mlecznych w Polsce - wyniki na podstawie krótkookresowej funkcji kosztu, *Roczniki Kolegium Analiz Ekonomicznych SGH*, Oficyna Wydawnicza SGH, w druku.
- Meeusen W., van den Broeck J. (1977) Efficiency estimation from Cobb-Douglas production functions with composed error, *International Economic Review*, Vol. 18 (2), pp. 435 – 444.
- Munroe D. K. (2001) Economic Efficiency in Polish Peasant Farming: An International Perspective, *Regional Studies*, Vol. 35, pp. 461 – 471.

- Osiewalski J., Steel M.F.J. (1998) Numerical tools for the Bayesian analysis of stochastic frontier models, *Journal of Productivity Analysis*, Vol. 10 (1), pp. 103 – 117.
- Prędko A. (2012) Geneza zbiorów możliwości produkcyjnych wykorzystywanych w DEA, [w:] *Matematyka i informatyka na usługach ekonomii. Teoria-Modele.* (red. W. Jurek), *Zeszyty Naukowe UEP* nr 241, str. 126 – 137.
- Prędko A. (2015) Analiza kosztowa polskich bibliotek publicznych za pomocą metody DEA oraz porównanie z wynikami uzyskanymi przy użyciu stochastycznej granicznej funkcji kosztu, *Prace Naukowe UE we Wrocławiu*, nr 386, w druku.
- Rusielik R. (2002) Pomiar efektywności produkcji mleka z wykorzystaniem metody DEA, *Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu*, nr 941, t. 2, str. 286 – 292.
- Rusielik R. (2012) Efektywność produkcji mleka i żywca wołowego w latach 2006 – 2010 [w:] *Analiza efektywności produkcji mleka i żywca wołowego* (red. M. Świtłyk, W. Ziętara), *Wydawnictwo SGGW*, Warszawa 2012.
- Rusielik R., Świtłyk M. (2009) Zmiany efektywności technicznej rolnictwa w Polsce w latach 1998 – 2006, *Roczniki Nauk Rolniczych, Seria G*, Vol. 96 (3), str. 20 – 27.
- Smędzik K. (2010) Problem skali produkcji w różnych typach indywidualnych gospodarstw rolnych w Polsce z zastosowaniem modeli DEA, *Roczniki Naukowe Stowarzyszenia Ekonomistów Rolnictwa i Agrobiznesu*, nr XII/3, str. 343 – 348.
- Smędzik K. (2012) Czynniki wpływające na efektywność techniczną gospodarstw rolnych osób fizycznych, wyspecjalizowanych w produkcji zwierzęcej (na przykładzie gospodarstw Polskiego FADN z powiatu gostyńskiego), *Journal of Agribusiness and Rural Development*, Vol. 25 (3), str. 241 – 250.
- Świtłyk M. (1999) Zastosowanie metody DEA do analizy efektywności gospodarstw rolnych, *Zagadnienia Ekonomiki Rolnej*, nr 6, str. 28 – 41.
- Świtłyk M. (2011) Efektywność polskiego rolnictwa w latach 1998 – 2009, *Zagadnienia Ekonomiki Rolnej*, nr 4, str. 59 – 75.
- Welfe A., Brzeszczyński J., Majsterek M. (2002) *Słownik terminów metod ilościowych*, PWE, Warszawa.
- Ziółkowska J. (2008) *Efektywność techniczna w gospodarstwach wielkotowarowych*, *Studia i Monografie*, Vol. 140, *Instytut Ekonomiki Rolnictwa i Gospodarki Żywnościowej*, Warszawa.
- Zyl van J., Miller B. R., Parker A. (1996) *Agrarian Structure in Poland. The Myth of Large-Farm Superiority*, Policy Research Working Paper No. 1596, The World Bank, Washington, DC.

**TECHNICAL EFFICIENCY OF POLISH DAIRY FARMS:
A COMPARATIVE ANALYSIS OF DEA AND BSFA**

Abstract: The main aim of this paper was to compare the technical efficiency scores of Polish dairy farms in the period 2004 – 2011 derived from Data Envelopment Analysis (DEA) and Bayesian Stochastic Frontier Analysis (BSFA). The mean of technical efficiency score obtained from DEA is 0.6 while from BSFA is 0.88. The Spearman's correlation coefficient, which equals 0.47, indicates a little resemblance between efficiency measures obtained from both methods. DEA shows that a part of the farms operate under decreasing returns to scale RTS, whereas BSFA indicates that all of the farms have increasing RTS.

Keywords: Data Envelopment Analysis, Bayesian Stochastic Frontier Analysis, technical efficiency, dairy farms