

WYKORZYSTANIE DANYCH OCZYSZCZONYCH O WYSOKIEJ CZĘSTOTLIWOŚCI W PROGNOZOWANIU ZMIENNYCH ZE ZŁOŻONĄ SEZONOWOŚCIĄ

Maria Szmuksta Zawadzka

Studium Matematyki

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie

e-mail: maria.szmuksta-zawadzka@zut.edu.pl

Jan Zawadzki

Katedra Zastosowań Matematyki w Ekonomii

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie

e-mail: jan.zawadzki@zut.edu.pl

Streszczenie: W pracy przedstawione zostanie procedura modelowania i prognozowania zmiennej o bardzo wysokiej częstotliwości obserwowania na podstawie szeregów, z których wyeliminowano dwa lub trzy rodzaje sezonowości. Do budowy prognoz zostaną wykorzystane wybrane modele adaptacyjne. Rozważania teoretyczne zilustrowane zostaną przykładem empirycznym dotyczącym, kształtowania się zapotrzebowania na moc energetyczną w okresach godzinnych w aglomeracji A.

Słowa kluczowe: prognozowanie, dane o wysokiej częstotliwości, złożona sezonowość, wyrównywanie wykładnicze

ZAGADNIENIA TEORETYCZNE

W modelowaniu na podstawie danych o bardzo wysokich częstotliwościach obserwowania, a do takich z pewnością należą szeregi godzinne, wykorzystuje się m.in. klasyczne modele szeregu czasowego z potrójnie złożoną sezonowością (por. na przykład [Kufel 2010], [Szmuksta-Zawadzka, Zawadzki 2011]). W modelach tych wahania o cyklach: rocznym, tygodniowym i dobowym opisywane są za pomocą odrębnych zbiorów zmiennych zero-jedynkowych lub wielomianów trygonometrycznych. Wykorzystanie ich w prognozowaniu związane jest ze spełnieniem założenia dynamicznego „status quo” zarówno w przedziale czasowym próby, jak i przede wszystkim w okresie prognozowanym

(por. [Pawłowski 1974]). Z uwagi na fakt, że najczęściej szeregi o tej częstotliwości obejmują 2-3 lata, założenie to można zweryfikować jedynie w sposób empiryczny, wykorzystując do budowy prognoz na przykład modele wyrównywania wykładniczego. Modele te dla zmiennych wykazujących: brak lub istnienie trendów bądź także niezłożone wahania sezonowe zostały zaproponowane przez Browna(1956),Holta(1957) oraz Wintersa(1960). Ich zapisy analityczne dla danych bez wahań sezonowych lub z wahaniami o cyklu rocznym, można znaleźć m.in. w: [Dittmann 2006, Pawłowski 1973, Zeliaś i in. 2003].W przypadku gdyby podstawą budowy prognoz miał być predyktor oparty na modelu Holta-Winetrsa należałoby dokonać jego rozszerzenia o dwa dodatkowe równania opisujące, oprócz wahań o cyklu dobowym, także wahania o cyklu tygodniowym i rocznym. Jeżeli w każdym z tych równań występowały „autonomiczne” stałe wygładzania to w całym modelu było by ich aż pięć. Pomijając kwestie związane z napisaniem algorytmu i oprogramowaniem, przy założeniu, że każda ze stałych wyrównywania zmienia się od 0,1 do 0,9 trzeba by oszacować $9^5 = 59049$ kombinacji parametrów. Przy założeniu, że w szeregu 2-letnim występuje 17520 obserwacje godzinne było by to poważne wyzwanie dla komputerów.

Można zaproponować prostszą procedurę polegającą na wykorzystaniu znanych w literaturze modeli wyrównywania wykładniczego dla danych oczyszczonych z sezonowości rocznej i tygodniowej (model Holta-Wintersa), a w przypadku wyeliminowania, także wahań o cyklu dobowym są to modele Browna i Holta. Prognozy wyjściowe otrzymuje się na podstawie predyktorów dla danych oczyszczonych z dwóch lub trzech rodzajów wahań sezonowych, nakładających się na trendy w sposób addytywny lub multiplikatywny. Natomiast prognozy końcowe są sumami (iloczynami) prognoz wyjściowych i składników lub wskaźników sezonowości.

Zapisy ogólne modeli ze złożoną sezonowością są następujące:

- modelu addytywnego:

$$Y_{t(a)} = P^{(a)}(t) + M^{(a)}(t) + D^{(a)}(t) + G^{(a)}(t) + V_{t(a)} \quad (1)$$

gdzie:

$P^{(a)}(t)$ – trend,

$M^{(a)}(t)$ – składniki sezonowości o cyklu 12 miesięcznym,

$D^{(a)}(t)$ – składniki sezonowości o cyklu 7 dniowym,

$G^{(a)}(t)$ – składniki sezonowości o cyklu 24 godzinnym.

- modelu multiplikatywnego:

$$Y_{t(m)} = P^{(m)}(t) \cdot M^{(m)}(t) \cdot D^{(m)}(t) \cdot G^{(m)}(t) \cdot V_{t(m)} \quad (2)$$

gdzie:

$P^{(m)}(t)$ – trend,

$M^{(m)}(t)$ – wskaźniki sezonowości o cyklu 12 miesięcznym,

$D^{(m)}(t)$ – wskaźniki sezonowości o cyklu 7 dniowym,

$G^{(m)}(t)$ – wskaźniki sezonowości o cyklu 24 godzinnym.

Oznaczając przez $Y_{t(a)}^{***}$ zmienną prognozowaną z której wyeliminowano składniki sezonowości o cyklu rocznym, tygodniowym i dobowym możemy zapisać analitycznie modele Browna i Holta w postaci addytywnej.

Równanie prostego modelu Browna (a_B) są następujące:

$$m_t^{***} = \alpha Y_{t(a)}^{***} + (1 - \alpha) m_{t-1}^{***}. \quad (3)$$

Predyktor oparty na modelu (3) przyjmuje postać:

$$\Pi_{a_B}^{***} = m_{t_0}^{***}, \quad (4)$$

gdzie t_0 jest okresem wyjściowym budowy prognoz.

Prognozę końcową otrzymuje się na podstawie predyktora:

$$\Pi_{a_B} = \Pi_{a_B}^{***} + M^{(a)}(t) + D^{(a)}(t) + G^{(a)}(t). \quad (5)$$

Równania liniowego modelu Holta (a_H) są następujące :

$$m_t^{***} = \alpha Y_{t(a)}^{***} + (1 - \alpha)(m_{t-1}^{***} + \delta_{t-1}^{***}), \quad (6)$$

$$\delta_t^{***} = \beta (m_t^{***} - m_{t-1}^{***}) + (1 - \beta) \delta_{t-1}^{***}. \quad (7)$$

Predyktor wyjściowy dla horyzontu prognozy $h=1,2 \dots$ oraz końcowy przyjmują postać:

$$\Pi_{a_H}^{***} = m_{t_0}^{***} + \delta_{t_0}^{***} h, \quad (8)$$

$$\Pi_{a_H} = \Pi_{a_H}^{***} + M^{(a)}(t) + D^{(a)}(t) + G^{(a)}(t). \quad (9)$$

Równania modeli Browna i Holta w postaci multiplikatywnej (m_B, m_H) otrzymuje się przez zastąpienie zmiennej $Y_{t(a)}^{***}$ zmienną $Y_{t(a)}^{***}$ z wyeliminowanymi wskaźnikami sezonowości. Równania predyktorów są następujące:

- dla modelu Browna:

$$\Pi_{m_B}^{***} = m_{t_0}^{***}, \quad (10)$$

$$\Pi_{m_B} = \Pi_{m_B}^{***} \cdot M^{(m)}(t) \cdot D^{(m)}(t) \cdot G^{(m)}(t), \quad (11)$$

- dla modelu Holta:

$$\Pi_{m_H}^{***} = m_{t_0}^{***} + \delta_{t_0}^{***} h, \quad (12)$$

$$\Pi_{m_H} = \Pi_{m_H}^{***} \cdot M^{(m)}(t) \cdot D^{(m)}(t) \cdot G^{(m)}(t). \quad (13)$$

W przypadku modeli Holta-Wintersa eliminuje się dwa rodzaje wahań – o cyklu rocznym i tygodniowym. Oznaczając odpowiednio przez $Y_{t(a)}^{**}$ i $Y_{t(m)}^{**}$ zmienne z których wyeliminowano składniki lub wskaźniki sezonowości możemy zapisać równania tych modeli i predyktorów w postaci addytywnej i multiplikatywnej.

Równania addytywnego modelu Holta-Wintersa, uwzględniające występowanie wahań o cyklu dobowym o długości m , są następujące:

$$m_t^{**} = \alpha(Y_{t(a)}^{**} - C_{t-m}^{**}) + (1-\alpha)m_{t-1}^{**}, \quad (14)$$

$$\delta_{1t}^{**} = \beta(m_t^{**} - m_{t-1}^{**}) + (1-\beta)\delta_{1t-1}^{**}, \quad (15)$$

$$C_t^{**} = \delta(Y_{t(a)}^{**} - m_t^{**}) + (1-\delta)C_{t-m}^{**}. \quad (16)$$

Predyktor wyjściowy dla horyzontu prognozy $h=1,2,\dots$ wyraża się wzorem:

$$\Pi_{a_HW}^{**} = m_{t_0}^{**} + \delta_{1t_0}^{**} h + C_{t_0+1+h}^{**}. \quad (13)$$

Prognozę końcową wyznacza się na podstawie predyktora:

$$\Pi_{a_HW} = \Pi_{a_HW}^{**} + M^{(a)}(t) + D^{(a)}(t) \quad (14)$$

Natomiast równania multiplikatywnego modelu Holta-Wintersa (m_HW) przyjmują postać:

$$m_t^{**} = \frac{\alpha Y_t^{**}}{C_{t-m}^{**}} + (1-\alpha)(m_{t-1}^{**} + \delta_{1t-1}^{**}) \quad (15)$$

$$\delta_{1t}^{**} = \beta(m_t^{**} - m_{t-1}^{**}) + (1-\beta)\delta_{1t-1}^{**} \quad (16)$$

$$C_t^{**} = \frac{\delta Y_{t(m)}^{**}}{m_t^{**}} + (1-\delta) C_{t-m}^{**} \quad (17)$$

Predyktory: wyjściowy oraz końcowy przyjmują postać:

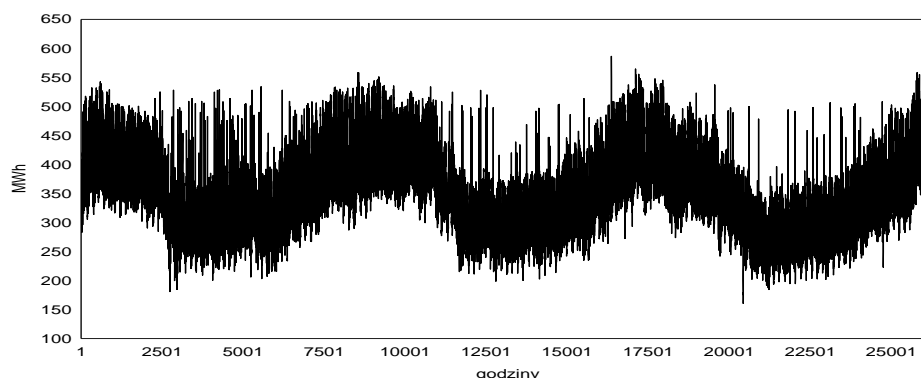
$$\Pi_{m_HW}^{**} = (m_{t_0}^{**} + \delta_{1t_0}^{**} h) C_{t_0-m+h}^{**} \quad (18)$$

$$\Pi_{m_H} = \Pi_{m_HW}^{**} \cdot M^{(m)}(t) \cdot D^{(m)}(t) \quad (19)$$

CHARAKTERYSTYKA ZMIENNEJ PROGNOZOWANEJ

Egzemplifikacją rozważań teoretycznych będzie przykład empiryczny dotyczący modelowania i prognozowania zapotrzebowania na moc energetyczną w aglomeracji A. Do tego celu zostaną wykorzystane godzinne szeregi czasowe oczyszczone z dwóch lub trzech rodzajów wahań sezonowości. Na Rysunku 1 przedstawione zostało kształtowanie się zmiennej prognozowanej za okres trzech lat, przy czym rok trzeci będzie okresem empirycznej weryfikacji prognoz.

Rysunek 1. Kształtowanie się zapotrzebowania na moc energetyczną (w MWh)



Źródło: Bank Danych Katedry

Na podstawie danych za okres dwuletni zostały oszacowane wskaźniki i składniki sezonowe o cyklach rocznym, tygodniowym i dobowym.

W Tabeli 1 zestawione zostały oceny wskaźników i składników sezonowości dla wahań o różnej długości. Oceny składników sezonowości przyjęły ujemne wartości w podokresach, w których oceny wskaźników sezonowości były wyraźnie niższe od jedności. Po podzieleniu składników przez ogólną średnią, wielkości zapotrzebowania na moc i dodaniu liczby 1 otrzymano względne odchylenia od trendu, czyli wskaźniki sezonowości obliczone w sposób pośredni.

Tabela 1. Oceny wskaźników i składników sezonowych dla godzin, miesięcy i dni tygodnia

Godz.	wsk.	skł.	Miesiące	wsk.	skł.	Dni	wsk.	skł.
h1	0,883	-43,991	Styczeń	1,215	77,903	PN	1,014	5,198
h2	0,838	-60,189	Luty	1,070	26,850	WT	1,025	8,984
h3	0,816	-67,958	Marzec	1,158	57,230	ŚR	1,031	11,223
h4	0,812	-69,469	Kwiecień	0,957	-16,007	CZW	1,034	12,278
h5	0,810	-69,397	Maj	0,841	-57,322	PT	1,038	13,647
h6	0,833	-59,938	Czerwiec	0,834	-61,972	SOB	0,972	-10,405
h7	0,913	-30,089	Lipiec	0,909	-32,914	NIEDZ	0,887	-40,924
h8	1,004	3,058	Sierpień	0,879	-43,824	-	-	-
h9	1,059	21,799	Wrzesień	0,889	-41,665	-	-	-
h10	1,081	29,272	Październik	1,004	1,430	-	-	-
h11	1,085	30,166	Listopad	1,089	33,445	-	-	-
h12	1,094	33,455	Grudzień	1,154	55,797	-	-	-
h13	1,090	32,657	-	-	-	-	-	-
h14	1,084	30,447	-	-	-	-	-	-
h15	1,061	22,114	-	-	-	-	-	-
h16	1,044	16,094	-	-	-	-	-	-
h17	1,058	22,450	-	-	-	-	-	-
h18	1,074	28,997	-	-	-	-	-	-
h19	1,083	32,693	-	-	-	-	-	-

Godz.	wsk.	skł.	Miesiące	wsk.	skł.	Dni	wsk.	skł.
h20	1,097	37,249	-	-	-	-	-	-
h21	1,101	37,434	-	-	-	-	-	-
h22	1,087	30,431	-	-	-	-	-	-
h23	1,042	12,870	-	-	-	-	-	-
h24	0,950	-20,157	-	-	-	-	-	-

Źródło: opracowanie własne

W przypadku wahań o cyklu 12-miesięcznym (rocznym) dodatnie oceny składników sezonowości oraz oceny wskaźników większe od jedności otrzymano dla miesięcy z I i IV kwartału. Maksimum sezonowe przypada na styczeń z oceną składnika wynoszącą 77,9 MWh i wskaźnika 1,215. Następnymi miesiącami w kolejności są marzec i grudzień. Miesiącami o minimalnym zapotrzebowaniu na moc są: czerwiec i maj z ocenami wskaźników wynoszącymi odpowiednio: 0,841 i 834. Rozstęp wskaźników sezonowości wynosi 38,1 punktów procentowych (p. p.) i 139,88 MWh.

Kształtowanie się ocen wskaźników sezonowości o cyklu rocznym przedstawione zostało w sposób graficzny na Rysunku 2.

Rysunek 2. Oceny wskaźników i składników sezonowości cyklu rocznym

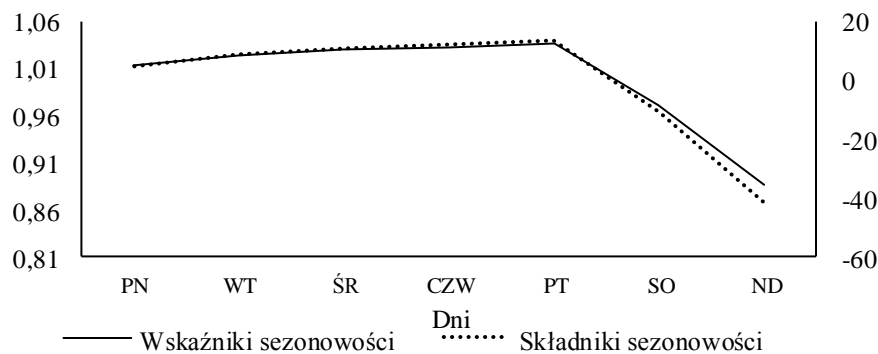


Źródło: opracowanie własne

Z informacji zawartych w dwóch ostatnich kolumnach Tabeli 1 wynika, że dodatnie oceny składników sezonowości wyznaczone dla cyklu tygodniowego otrzymano dla dni roboczych tzn. od poniedziałku do piątku. Maksimum sezonowym, wynoszącym 13,65 MWh, charakteryzuje się piątek. Widoczna jest rosnąca tendencja ich dodatnich ocen w kolejnych dniach. Zdecydowanie najniższą ocenę składnika sezonowości, wynoszącą -40,92 MWh, otrzymano dla niedzieli. Ocena wskaźnika wynosząca 0,887 informuje, że zapotrzebowanie w tym dniu było przeciętnie o 11,3 p. p. niższe od trendu.

Rozstęp wskaźników sezonowości wynosił 14,9 p. p. i był o ponad 23 p. p. niższy niż dla cyklu rocznego. Na Rysunku 3 przedstawiono kształtowanie się wskaźników dla dni tygodnia.

Rysunek 3. Oceny wskaźników i składników sezonowości o cyklu tygodniowym

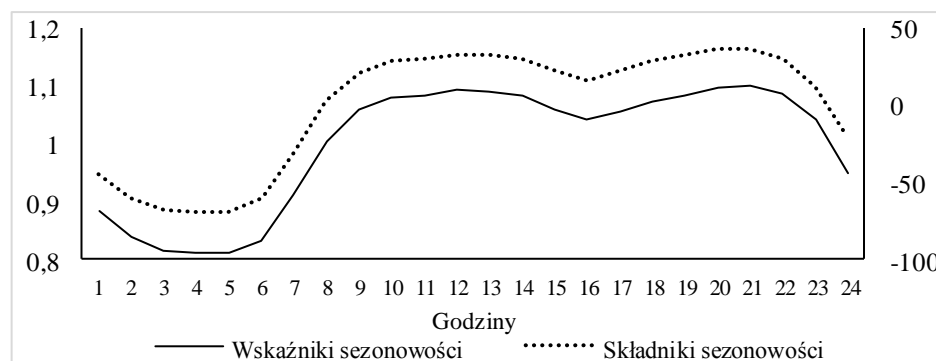


Źródło: opracowanie własne

Z kształtowania się ocen składników sezonowości dla cyklu 24 godzinowego wynika, że oceny ujemne otrzymano dla godzin od 24 do 7 rano. Minimum sezonowe przypada na godz. 4 oraz 5 i wynosi odpowiednio: -69,97 oraz -69,40 MWh. Natomiast oceny wskaźników sezonowości przyjęły wartości: 0,812 i 0,810. Oznacza to, że popyt w tych godzinach jest o blisko 19 p. p. niższy od trendu. Oceny wskaźników niższe o ok. 2-3 p. p. otrzymano dla godzin: 2, 3 oraz 6.

Na Rysunku 4 przedstawiono w sposób graficzny kształtowanie się ocen wskaźników o cyklu 24 godzinowym. W okresie zwiększonego zapotrzebowania na moc energetyczną, tj. w godzinach od 8 do 23, widoczne są dwa cykle związane odpowiednio: ze szczytem ranno-przedpołudniowym oraz popołudniowo-wieczornym.

Rysunek 4. Oceny składników i wskaźników sezonowości o cyklu 24 godzinowym



Źródło: opracowanie własne

Maksymalne odchylenie sezonowe w pierwszym przypadku, wynoszące 33,46 MWh, przypada na godzinę 12), przy czym dla godziny 10 i 11 oraz 13-14 jest ono niższe nie więcej niż 4,09 MWh. Szczyt zapotrzebowania na moc

w drugim przypadku przypada na godzinę 20 i 21. Oceny składników sezonowości wynoszą odpowiednio: 37,25 i 37,43 MWh. powyżej trendu. Rozstęp ocen wskaźników sezonowości wynosi 29,1 p. p. i jest blisko dwukrotnie wyższy niż dla cyklu tygodniowego i ok. 9 p. p. niższy niż dla cyklu rocznego.

WYNIKI MODELOWANIA I PROGNOZOWANIA

W modelowaniu i prognozowaniu adaptacyjnym zapotrzebowania na moc energetyczną w aglomeracji A zostały wykorzystane godzinne szeregi czasowe oczyszczone z dwóch lub trzech rodzajów wahań sezonowości. Do budowy prognoz na podstawie modelu Holta-Wintersa o postaci addytywnej i multiplikatywnej wykorzystane zostały szeregi czasowe oczyszczone z wahań o cyklu rocznym i tygodniowym (Y_t^{**}). Natomiast prognozy na podstawie prostych modeli Browna i modeli Holta były budowane dla zmiennej, z której zostały wyeliminowane także wahania o cyklu 24-godzinnym (Y_t^{***}).

W Tabeli 2 zostały zestawione modele Browna, Holta i Holta-Wintersa o postaci addytywnej i multiplikatywnej o „optymalnych” wartościach stałych wygładzania. Modele te charakteryzowały się bądź minimalnymi ocenami przeciętnych błędów względnych wartości wyrównanych (WW) wyznaczonych dla przedziału czasowego próby lub błędów względnych prognoz ex post (EX) obliczonych dla okresu empirycznej weryfikacji prognoz obejmującego trzeci rok tj. dla horyzontu $h=8760$ okresów godzinnych. Niższe z ocen danego rodzaju błędów wyróżnione zostały „tłustym” drukiem.

Tabela 2. Minimalne oceny przeciętnych względnych błędów wartości wyrównanych i prognoz ex post

Model	Wartości wyrównane					Prognozy ekstrapolacyjne(ex post)				
	stałe wygładzania			MAPE(%)		stałe wygładzania			MAPE(%)	
	α	β	γ	WW	EX	α	β	γ	WW	EX
Modele addytywne										
Brown (a_B)	0,97	-	-	4,007	7,808	0,75	-	-	4,132	7,531
Holt (a_H)	0,15	0,01	-	5,545	84,750	0,11	0,09	-	5,993	8,694
Holt-Winters (a_HW)	0,15	0,01	0,14	4,453	83,436	0,08	0,01	0,07	4,820	8,047
Kl. szer. czas. (a_Kl)	-	-	-	9,18*	-	-	-	-	-	8,192
Modele multiplikatywne										
Brown (m_B)	0,97	-	-	3,983	7,646	0,66	-	-	4,191	7,254
Holt (m_H)	0,15	0,02	-	5,303	87,289	0,15	0,01	-	5,313	8,071
Holt-Winters (m_HW)	0,15	0,01	0,14	4,288	94,870	0,11	0,01	0,01	5,927	7,068
Kl. szer. czas. (m_Kl)	-	-	-	9,12*	-	-	-	-	-	7,857

* współczynnik zmienności losowej

Źródło: opracowanie własne

Tabela zawiera ponadto, zamieszczone w celach porównawczych, oceny współczynników zmienności losowej oraz błędy prognoz *ex post*, otrzymane dla modeli klasycznych: z liniowym trendem i stałymi składnikami sezonowymi o cyklu rocznym i tygodniowym i dobowym (a_Kl) oraz z trendem wykładniczym o stałej stopie wzrostu i relatywnie stałych wahaniach sezonowych (m_Kl).

Z informacji zawartych w tabeli wynika, że modele tego samego rodzaju charakteryzujące się minimalnymi ocenami błędów wartości wyrównanych (WW) lub prognoz *ex post* (EX), różnią się stałymi wygładzania.

Minimalną ocenę błędów wartości wyrównanych (WW), wynoszącą 3,983%, otrzymano dla predyktora opartego na multiplikatywnej postaci modelu Browna (m_B) dla stałej wygładzania wynoszącej $\alpha=0,97$. Dla modeli w postaci addytywnej najniższą ocenę błędu otrzymano także dla modelu Browna (a_B) i tej samej wartości stałej wygładzania – była ona wyższa tylko o 0,024 p. p. Najwyższą oceną, wynoszącą 5,545% charakteryzował się addytywny model Holta (a_H) o stałych wyrównywania $\alpha=0,15$; $\beta=0,01$. W przypadku wartości wyrównanych zwracają uwagę bardzo wysokie wartości przeciętnych błędów prognoz *ex post* otrzymanych dla obu postaci modelu Holta i Holta-Wintersa. Przeciętnym błędem względnym wartości wyrównanych kształtującym się w granicach od 4,228% (m_HW) do 5,545% (a_H) odpowiadają kilkunastokrotnie wyższe oceny błędów prognoz *ex post* wyznaczonych na ich podstawie. Przyjęły one wartości z przedziału 83,436% (a_HW) – 94,780% (m_HW).

Z informacji zamieszczonych w tabeli wynika także, że najniższą ocenę błędu prognoz ekstrapolacyjnych (EX), wynoszącą 7,068%, otrzymano, dla predyktora opartego na multiplikatywnej postaci modelu Holta-Wintersa (m_HW) dla stałych wygładzania: $\alpha=0,15$; $\beta=0,01$; $\gamma=0,14$. Drugim w kolejności, z błędem 7,254%, był predyktor oparty na multiplikatywnym modelu Browna (m_B) ze stałą wygładzania $\alpha=0,66$. Spośród modeli addytywnych najniższą ocenę błędu prognoz *ex post* otrzymano dla modelu Browna (a_B) dla $\alpha=0,75$.

W przypadku prognoz ekstrapolacyjnych oceny przeciętnych błędów względnych dla wartości wyrównanych wyznaczonych na podstawie tych samych modeli co poprzednio, ale dla innych wartości stałych wygładzania, przyjęły wartości tylko nieznacznie wyższe od minimalnych. Najwyższą różnicą, wynoszącą 1,639 p. p., charakteryzował się model m_HW, legitymujący się jednocześnie najniższą oceną błędu prognoz ekstrapolacyjnych (7,068%). Dla pozostałych modeli różnice te nie przekraczały 0,45 p. p.

Modele Holta w postaci multiplikatywnej, dla których otrzymano minimalne oceny błędów wartości wyrównanych i błędów prognoz *ex post* charakteryzują się tą samą wartością pierwszej stałej wygładzania $\alpha=0,15$. Natomiast wartości drugiej stałej wygładzania β wynoszą odpowiednio: 0,02 oraz 0,01. Ponieważ oceny błędów wartości wyrównanych są niemal identyczne, należałoby oczekiwać także zbliżonych ocen błędów prognoz ekstrapolacyjnych. Oceny tych błędów różnią się jednak blisko jedenastokrotnie i kształtują się odpowiednio na poziomie: 87,289% oraz 8,071%. Tak więc nawet niewielkie różnice stałych wygładzania mogą bardzo

silnie wpływać na dokładność prognoz. Dla pozostałych modeli, w tym także modeli Browna, różnice te nie przekraczają 0,404 p. p.

Otrzymanie dla prognoz ekstrapolacyjnych zdecydowanie bardziej stabilnych ocen obu rodzajów błędów oznacza, że kryterium wyboru modelu dla celów prognozowania nie mogą być minimalne oceny błędów wartości wyrównanych, lecz błędy prognoz *ex post*.

Jak wspomniano na początku tej części tabela zawiera także oceny współczynników zmienności losowej i błędów prognoz *ex post* dla predyktorów klasycznych w postaci: addytywnej (a_{KL}) i multiplikatywnej (m_{KL}). Spośród tych predyktorów nieznacznie niższą oceną współczynnika zmienności losowej, o 0,055 p. p., charakteryzuje się model multiplikatywny. Podobna relacja ocen ma miejsce w przypadku błędu prognoz *ex post* – tu różnica ocen wynosi 0,325 p. p.

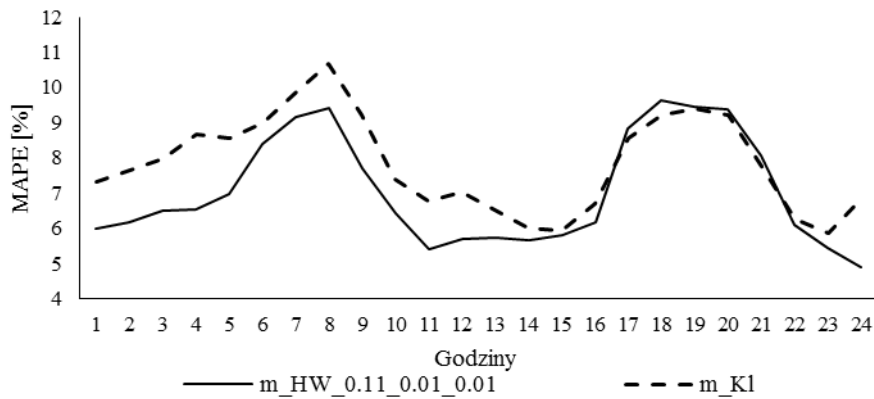
Oceny współczynników zmienności losowej otrzymane dla obu modeli są o ok. 3,2-5,2 p. p. wyższe od ocen błędów wartości wyrównanych. W przypadku prognoz *ex post* dla trzech modeli adaptacyjnych: m_H , m_B oraz a_B oraz otrzymano oceny niższe niż dla lepszego z modeli klasycznych (m_{KL}).

Najlepszy z predyktorów adaptacyjnych (m_{HW}) charakteryzuje się oceną błędu niższą o ponad 10% niż predyktor klasyczny. Przemawia to za wykorzystaniem modeli adaptacyjnych dla danych oczyszczonych w prognozowaniu zmiennych o wysokiej częstotliwości obserwowania.

Obecnie zostaną przedstawione w formie graficznej (Rysunki 6-8) wyniki dekompozycji błędów prognoz *ex post* odpowiednio według: godzin, miesięcy, dni otrzymane dla predyktora opartego na modelu multiplikatywnym Holta-Wintersa (m_{HW}) dla stałych wygładzania: $\alpha=0,11$; $\beta=0,01$; $\gamma=0,01$ tj. modelu o najniższej przeciętnej ocenie błędu tego rodzaju prognoz. W celach porównawczych rysunki zawierają także oceny tych błędów otrzymane dla najlepszego predyktora klasycznego (m_{KL}).

Kształtowanie się błędów prognoz dla okresów godzinnych zawiera Rysunek 5. Z rysunku wynika, że jedynie w godzinach od 17 do 21 nieznacznie niższymi ocenami błędów charakteryzował się model klasyczny – różnice te nie przekraczały 0,40 p. p.

Rysunek 5. Przeciętne względne błędy prognoz ex post otrzymanych na podstawie najlepszych modeli według godzin

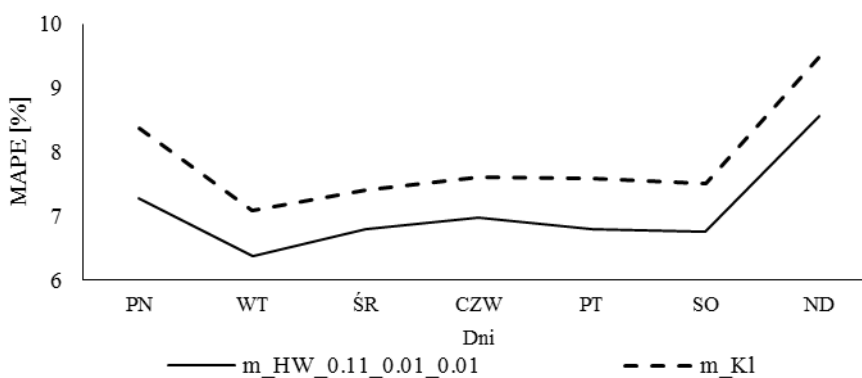


Źródło: opracowanie własne

Najwyższą różnicę dokładności prognoz wyznaczonych na podstawie predyktora adaptacyjnego, wynoszącą 2,11 p. p., otrzymano dla godziny 4 a następnie dla godziny 24 (1,94) p. p. Ponadto w sześciu przypadkach różnice te kształtowały się w granicach 1,3 – 1,6 p. p.

Dla wszystkich dni tygodnia bardziej efektywny okazał się predyktor oparty na modelu Holta-Wintersa (Rysunek 6). Oceny błędów otrzymane dla predyktora klasycznego były wyższe od 0,61 p. p dla środy do 1,11 p. p dla poniedziałku.

Rysunek 6. Przeciętne względne błędy prognoz ex post otrzymanych na podstawie najlepszych modeli według dni tygodnia

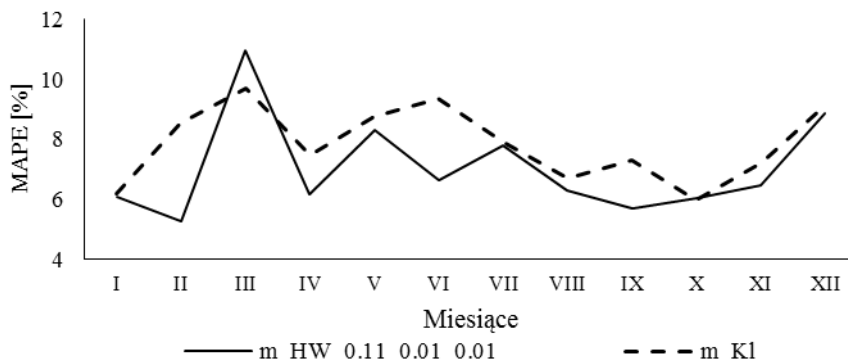


Źródło: opracowanie własne

W przypadku miesięcy nieznacznie niższe oceny błędów prognoz dla predyktora klasycznego otrzymano dla marca i października (Rysunek 7). Wynosiły one odpowiednio: 1,28 oraz 0,08 p. p. W pozostałych miesiącach

bardziej efektywny był predyktor adaptacyjny. Najwyższe różnice wynoszące: 3,28; 2,72 oraz 1,62 p. p. otrzymano dla: lutego, czerwca i września.

Rysunek 7. Przeciętne względne błędy prognoz ex post otrzymanych na podstawie najlepszych modeli według miesięcy



Źródło: opracowanie własne

PODSUMOWANIE

1. Podstawą wyboru modelu dla celów prognozowania nie mogą być błędy wartości wyrównanych, ponieważ minimalnym ich ocenom odpowiadają bardzo duże błędy prognoz ekstrapolacyjnych.
2. Kryterium wyboru powinny być oceny błędów prognoz ekstrapolacyjnych. Minimalnym oceną błędów tego rodzaju prognoz odpowiadają nieznacznie wyższe oceny błędów wartości wyrównanych.
3. Wykorzystanie modeli adaptacyjnych dla danych oczyszczonych pozwoliło na uzyskanie błędów prognoz o ok. 10% niższych niż dla modeli klasycznych szeregu czasowego.

BIBLIOGRAFIA

- Brown R. G. (1956) Exponential Smoothing for Predicting Demand, Cambridge, Massachusetts.
- Dittmann P. (2006) Prognozowanie w przedsiębiorstwie. Metody i ich zastosowanie, Wolters Kluwer Polska, Kraków.
- Holt C. C. (1957) Forecasting Trends and Season als by Exponentially Weighted Averages, Carnegie Institute of Technology, Pittsburgh.
- Kufel T. (2010) Ekonometryczna analiza cykliczności procesów gospodarczych o wysokiej częstotliwości obserwowania, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń.
- Pawłowski Z. (1973) Prognozowanie ekonometryczne, PWN, Warszawa.

- Szmuksta-Zawadzka M., Zawadzki J. (2011) Zastosowanie modelowania ekonometrycznego w prognozowaniu brakujących danych w szeregach o wysokiej częstotliwości, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Ekonometria 34, Wrocław.
- Winters P. R. (April 1960) Forecasting Sales by Exponentially Weighted Moving Averages. Management Science No 6 (3).
- Zeliaś A., Pawełek B., Wanat S. (2003) Prognozowanie ekonomiczne. Teoria, przykłady, zadania, PWN, Warszawa.

**APPLICATION OF SEASONALLY ADJUSTED
HIGH FREQUENCY DATA
TO FORECASTING VARIABLES WITH COMPLEX SEASONALITY**

Abstract: In the article will be presented procedure to modeling and forecasting of the high frequency variable, based on series, from which was eliminated two or three types of seasonality. Forecasts will be built on the basis of exponential smoothing models. The theoretical considerations will be illustrated with empirical example about demand for electricity in hour periods in the agglomeration A.

Keywords: forecasting, high frequency data, complex seasonality, exponential smoothing models