

ZASTOSOWANIE UKŁADÓW DYNAMICZNYCH DO MODELOWANIA PRZEPIYU INFORMACJI NA RYNKU PRACY

Małgorzata Wrzosek

Instytut Ekonometrii, Szkoła Główna Handlowa w Warszawie

e-mail: malgorzata.wrzosek@sgh.waw.pl

Streszczenie: W pracy prezentowany jest matematyczny model opisujący dynamikę zjawisk na rynku pracy. W modelu tym, zbudowanym w oparciu o teorię układów dynamicznych, kluczowe znaczenie ma wymiana informacji o możliwościach zatrudnienia pomiędzy uczestnikami rynku pracy – bezrobotnymi i zatrudnionymi. Analiza jakościowa zbudowanego modelu dowodzi, że przepływ informacji pomiędzy zatrudnionymi lub pomiędzy bezrobotnymi a zatrudnionymi wpływa w istotny sposób na dynamikę rynku pracy. Oddziaływanie informacyjne pomiędzy uczestnikami rynku może spowodować nagłe zmiany charakteru jego dynamiki oraz przejścia pomiędzy dynamiką cykliczną i niecykliczną.

Słowa kluczowe: rynek pracy, wymiana informacji, układy dynamiczne

WSTĘP

Przepływ informacji na rynku pracy w znacznym stopniu wpływa na jego funkcjonowanie. Szczególne znaczenie ma wymiana informacji między różnymi grupami uczestników rynku. Kontakty z osobami zatrudnionymi są dla bezrobotnych źródłem informacji o możliwościach zatrudnienia i płacach. Znaczenie kontaktów ze znajomymi lub krewnymi w procesie poszukiwania pracy podkreślał już na początku lat 90. XX wieku Montgomery [1991]. Jego zdaniem już wówczas około 50% zatrudnionych znalazło pracę poprzez znajomych. Jako główną przyczynę szerokiej akceptacji firm dla takiego, nieformalnego, sposobu poszukiwania pracowników wskazał brak informacji o kwalifikacjach poszczególnych osób. W sytuacji, gdy pracownicy są heterogeniczni, pracodawcy poszukują tych o wysokich kwalifikacjach. Zakładają wówczas, że pracownicy polecają do zatrudnienia osoby podobne do siebie, tzn. o zbliżonych

kwifikacjach. Zatem pracownik wysoko wykwalifikowany poleci osobę również wysoko wykwalifikowaną. Montgomery [1992, 1994] podkreślił również znaczenie struktury sieci powiązań pracowników, rozumianej jako siła więzi. Zwrócił uwagę, że tak rozumiana struktura sieci ma ścisły związek z wysokością płac, stopą zatrudnienia i bezrobocia oraz nierównościami występującymi na rynku pracy. Jak wskazuje Montgomery [1992] główną motywacją pracowników do poszukiwania pracy przez kontakty społeczne także jest brak informacji. Korzystając z własnych sieci powiązań szukający pracy zbierają różne oferty płacy i starają się wybrać optymalną.

Temat przepływu informacji i powiązań między osobami aktywnymi na rynku pracy zyskał dodatkowe znaczenie, gdy wraz z Internetem i portalami społecznościowymi pojawiły się nowe możliwości tworzenia powiązań i przekazu informacji. Obecne badania wskazują na bardzo wysoki wskaźnik zatrudnionych, którzy uzyskali pracę dzięki sieciom społecznym. Lavezzi i Meccheri [2004] oraz Stupnytska i Zaharieva [2014] przytaczają wyniki badań, zgodnie z którymi ocena tego wskaźnika waha się od 30% do 60%. Motywacja po stronie firm do poszukiwania pracowników poprzez sieci kontaktów jest wciąż ta sama – dążenie do pozyskiwania pracowników o wysokich kwalifikacjach. Natomiast jednoznaczna ocena skutków coraz szerszego wykorzystywania sieci powiązań na rynku pracy jest obecnie trudna do przeprowadzenia. Lavezzi i Meccheri [2004] proponują model, który wskazuje, że wzrost liczby powiązań społecznych nie tylko zwiększa zagregowany produkt, ale również redukuje nierówności na rynku pracy. Jednak wielu autorów dostrzega także inne zależności – wyniki analiz (por. Hensvik, Skans [2013], Stupnytska, Zaharieva [2014]) potwierdzają zwiększenie produktu, ale wskazują, że wzrost znaczenia i wykorzystania sieci społecznych powoduje narastanie nierówności płacowych.

Modele rynku pracy z oddziaływaniem informacyjnym opierają się na założeniu, że liczba kontaktów między uczestnikami rynku sprzyja przepływowi informacji o możliwościach pracy, wysokości płac czy wymaganych kwalifikacjach. Proces ten wpływa zatem na zmiany wielkości zatrudnienia i bezrobocia.

MODEL PRZEPIYU INFORMACJI NA RYNKU PRACY

Założenia o przepływach na rynku pracy

Prezentowany model opisuje przepływy zachodzące na rynku pracy pomiędzy bezrobociem i zatrudnieniem. Przyjęto, że istnieją trzy rozłączne grupy uczestników rynku pracy: E^* – zatrudnieni, U – bezrobotni, N – nieaktywni. Liczby zatrudnionych, bezrobotnych i nieaktywnych w okresie t oznaczone zostały, odpowiednio: e_t^* , u_t , n_t . W pracy przyjęto założenie, że zasób siły roboczej jest stały, a zatem odpływ z rynku jest w każdym okresie równoważony dopływem

osób nowo wchodzących na rynek. Założenie to oznacza, że w każdym okresie spełniona jest równość

$$e_t^* + u_t + n_t = \text{const}.$$

Przy takim założeniu liczba osób nieaktywnych w każdym okresie jest wyznaczona jednoznacznie przez wielkości zatrudnienia i bezrobocia. Zatem stan rynku w okresie t opisany jest jednoznacznie przez wektor

$$r_t = [e_t^*, u_t],$$

w którym przyjęto następujące oznaczenia:

e_t^* – wielkość zatrudnienia w okresie t ,

u_t – wielkość bezrobocia w okresie t ,

gdzie $t \in [t_0, T] \subset \mathbb{R}^+$.

W każdym okresie występują przepływy między bezrobociem i zatrudnieniem – część bezrobotnych podejmuje pracę, część zatrudnionych traci pracę lub z niej rezygnuje i trafia do bezrobocia. Przepływy występują także między każdą z tych dwóch grup, a grupą osób nieaktywnych – w każdym okresie pewna część bezrobotnych i zatrudnionych rezygnuje z aktywności na rynku, ale jednocześnie zarówno bezrobocie, jak i zatrudnienie są zasilane nowymi osobami podejmującymi aktywność.

Przy konstrukcji modelu rynku pracy z oddziaływaniem informacyjnym przyjęto, że poziom aktualnego bezrobocia wpływa na proces przekazywania informacji. Jeżeli bezrobocie jest bardzo niskie, poniżej pewnego poziomu krytycznego \tilde{u} , to zatrudnieni nie obawiają się rezygnacji z pracy, nie traktują bezrobotnych jako zagrożenia w procesie poszukiwania lepszej pracy i częściej poszukują pracy samodzielnie niż poprzez przekazywanie informacji wewnątrz swojej grupy. Oddziaływanie informacyjne odbywa się wtedy tylko między zatrudnionymi i bezrobotnymi, natomiast wewnątrz grupy zatrudnionych jest ono w modelu pomijane.

Zazwyczaj jednak bezrobocie osiąga poziom wyższy niż \tilde{u} i wówczas o miejsca pracy oraz o informację na rynku mogą rywalizować bezrobotni i zatrudnieni. Dynamikę rynku w takiej sytuacji kształtuje przepływ informacji zarówno między bezrobotnymi i zatrudnionymi, jak i wewnętrzny między zatrudnionymi. Jeśli bezrobocie jest wysokie, pracownicy nie tylko obawiają się utraty pracy, ale również zaczynają zabezpieczać się przed tym poprzez podejmowanie dodatkowych zobowiązań i dywersyfikację źródeł dochodów. Wymiana informacji pomiędzy pracownikami wpływa wówczas na wzrost łącznej liczby etatów, ale nie zmienia liczby zatrudnionych. Dlatego model w tym przypadku opisuje dynamikę zatrudnienia jako zmiany liczby obsadzonych etatów. Przyjęto w tym celu oznaczenia: E – zbiór obsadzonych miejsc pracy, e_t – liczba zajętych etatów w okresie t .

Wpływ oddziaływania informacyjnego na rynek pracy został uwzględniony w modelu jako odzwierciedlenie liczby kontaktów – wewnętrznych w zatrudnieniu oraz między bezrobotnymi i zatrudnionymi. Część tych kontaktów, charakteryzowana odpowiednimi parametrami w modelu, prowadzi do podjęcia zatrudnienia. Dlatego w prezentowanym modelu czynniki opisujące podejmowanie pracy dzięki przepływowi informacji są nieliniowe – zależą od kwadratu liczebności zatrudnienia oraz iloczynu liczebności zatrudnienia i bezrobocia.

Matematyczny zapis modelu dynamiki rynku pracy

Zgodnie z założeniem o wpływie poziomu bezrobocia na przepływ informacji, dynamika rynku opisywana jest za pomocą modelu, który przyjmuje dwa warianty. Jeżeli aktualne bezrobocie osiąga poziom wyższy od krytycznego, tzn. gdy $u_t > \tilde{u}$, to wówczas dynamikę rynku opisuje poniższy model

$$\begin{cases} e_{t+1} = \alpha e_t^2 + \beta e_t u_t + (1 - \theta) e_t, \\ u_{t+1} = (1 + \gamma) u_t - \beta e_t u_t. \end{cases} \quad (1)$$

Gdy bezrobocie spada do bardzo niskiego poziomu, wtedy zachodzi warunek

$$u_t \leq \tilde{u} \Rightarrow \alpha \rightarrow 0,$$

a model (1) przyjmuje postać

$$\begin{cases} e_{t+1} = \beta e_t u_t + (1 - \theta) e_t, \\ u_{t+1} = (1 + \gamma) u_t - \beta e_t u_t. \end{cases} \quad (2)$$

Parametry użyte w modelach (1) – (2) mają następujące znaczenie:

- α – parametr charakteryzujący podejmowanie nowej pracy w wyniku wymiany informacji pomiędzy zatrudnionymi,
- β – współczynnik opisujący przepływ bezrobotnych do zatrudnienia, który następuje w wyniku oddziaływania informacyjnego między osobami z tych grup,
- θ – współczynnik określający łącznie wszystkie przepływy, które dotyczą zatrudnienia i nie wynikają z oddziaływania informacyjnego, tzn. odpływ do bezrobocia oraz obydwa przepływy między zatrudnieniem i grupą nieaktywnych,
- γ – parametr charakteryzujący łącznie wszystkie przepływy dotyczące bezrobocia nie wynikające z oddziaływania informacyjnego, tzn. przepływy w obu kierunkach między bezrobociem i grupą nieaktywnych oraz dopływ z zatrudnienia.

Parametry modeli, zgodnie ze swoim znaczeniem, spełniają poniższe dwa założenia

$$\begin{cases} \alpha, \beta, \theta, \gamma \in (0,1), \\ \alpha < \beta \ll 1. \end{cases} \quad (3)$$

Ponadto, ze względu na interpretację wyników, dla modelu (1) przyjmuje się założenie

$$\frac{\gamma}{\beta} < \frac{\theta}{\alpha}. \quad (4)$$

Model rynku pracy w postaci (2) jest dyskretną formą układu Lotki – Volterry. Analizę jakościową ciągłego układu Lotki-Volterry zawiera np. praca Palczewskiego [1999], natomiast analizę dyskretnej wersji tego układu przedstawiono w pracy Wrzosek [2001]. Można wykazać, że układ (2) ma dwa niestabilne punkty stacjonarne: siodło w punkcie $(\bar{e}, \bar{u})_1 = (0,0)$ i niestabilne ognisko w punkcie $(\bar{e}, \bar{u})_2 = (\frac{\gamma}{\beta}, \frac{\theta}{\beta})$. Rozwiązania tego układu oscylują cyklicznie wokół punktu stacjonarnego $(\bar{e}, \bar{u})_2$ z rosnącą amplitudą. Oznacza to, że wielkości zarówno bezrobocia, jak i zatrudnienia wahają się cyklicznie, przy czym zakres tych wahań jest coraz większy.

Badanie jakościowe rozwiązań układu (1) pozwala stwierdzić, że układ ten ma trzy punkty stacjonarne. Dwa z nich nie zmieniają swojego charakteru:

$$P_1 = (\bar{e}, \bar{u})_1 = (0,0) \text{ – siodło, niestabilny,}$$

$$P_2 = (\bar{e}, \bar{u})_2 = (\frac{\theta}{\alpha}, 0) \text{ – węzeł niestabilny.}$$

Trzeci punkt stacjonarny również jest niestabilny

$$P_3 = (\bar{e}, \bar{u})_3 = (\frac{\gamma}{\beta}, \frac{\theta\beta - \alpha\gamma}{\beta^2}),$$

jednak jego charakter zmienia się w zależności od relacji parametrów modelu. Punkt P_3 jest

- ogniskiem niestabilnym, jeżeli $\theta > \frac{\alpha\gamma}{\beta} (1 + \frac{\alpha}{4\beta})$,
- zdegenerowanym węzłem niestabilnym, jeżeli $\theta = \frac{\alpha\gamma}{\beta} (1 + \frac{\alpha}{4\beta})$,
- węzłem niestabilnym, jeżeli $\theta < \frac{\alpha\gamma}{\beta} (1 + \frac{\alpha}{4\beta})$.

Założenia (3) i (4) dotyczące parametrów modelu wskazują, że prawie zawsze punkt P_3 jest ogniskiem niestabilnym, a zmiany wielkości bezrobocia i zatrudnienia mają charakter cykliczny. Zakres tych zmian oraz ich zależność od przepływu informacji na rynku pracy zostały zbadane za pomocą symulacji komputerowych dynamiki rynku.

SYMULACJE DYNAMIKI RYNKU PRACY W ZALEŻNOŚCI OD ODDZIAŁYWANIA INFORMACYJNEGO

Symulacje komputerowe dynamiki rynku pracy opisanego modelem (2) miały na celu ilustrację zależności tej dynamiki od przepływu informacji na omawianym rynku. Z tego względu analizowano odrębnie wpływ każdego z czynników charakteryzujących przepływ informacji na rynku α i β , przy

ustalonych pozostałych parametrach modelu. Szczególnie istotne były pytania o wpływ oddziaływania informacyjnego na zakres i częstotliwość cyklicznych wahań wielkości zatrudnienia i bezrobocia.

W pierwszej kolejności analizowano wpływ oddziaływania informacyjnego pomiędzy zatrudnionymi i bezrobotnymi na zjawiska na rynku pracy. Przeprowadzono serię symulacji dynamiki rynku dla różnych wartości parametru β , charakteryzującego przepływ informacji między zatrudnieniem i bezrobociem, przy ustalonych wartości początkowych i wszystkich pozostałych parametrach modelu. Wartości punktów początkowych oraz parametrów modelu przedstawia poniższa tabela. Parametr β przyjmował wartości rosnące od β_0 o wielkość $\Delta\beta$ dla każdej kolejnej krzywej. Wielkości początkowe zatrudnienia i bezrobocia podane są, odpowiednio, w tysiącach etatów lub osób.

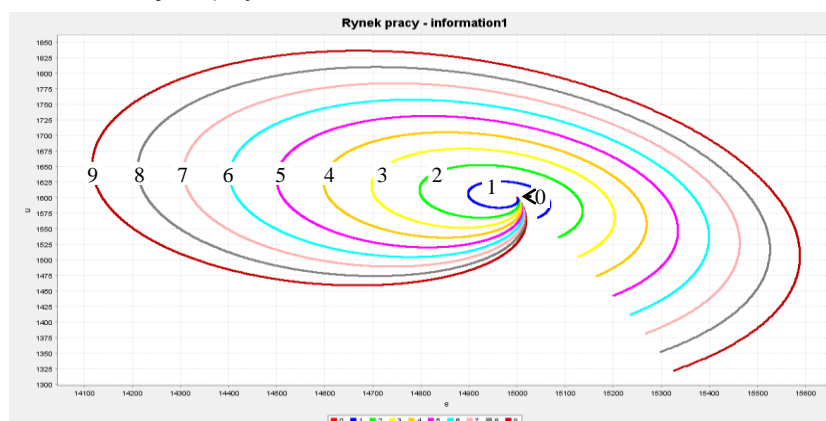
Tabela 1. Wartości początkowe zatrudnienia i bezrobocia oraz przyjęte parametry charakteryzujące rynek pracy, dla którego obserwowany jest wpływ oddziaływania informacyjnego między zatrudnieniem i bezrobociem

e_0	u_0	α	β_0	$\Delta\beta$	θ	γ
15000	1600	10^{-7}	10^{-6}	$2.5 \cdot 10^{-9}$	0,0031	0,015

Źródło: obliczenia własne

Rysunki poniżej przedstawiają uzyskane przebiegi dynamiki zatrudnienia i bezrobocia w zależności od skali oddziaływania informacyjnego między zatrudnionymi i bezrobotnymi. Rysunek 1 przedstawia przestrzeń fazową układu oraz przebiegi zmian wielkości zatrudnienia i bezrobocia dla różnych poziomów przepływu informacji między tymi dwiema grupami. Na osi poziomej zaznaczone zostały wielkości zatrudnienia, a na osi pionowej – bezrobocia, wyrażone w tysiącach osób. Kolejne krzywe na rysunku odpowiadają coraz większym wartościom parametru β charakteryzującego badany przepływ informacji.

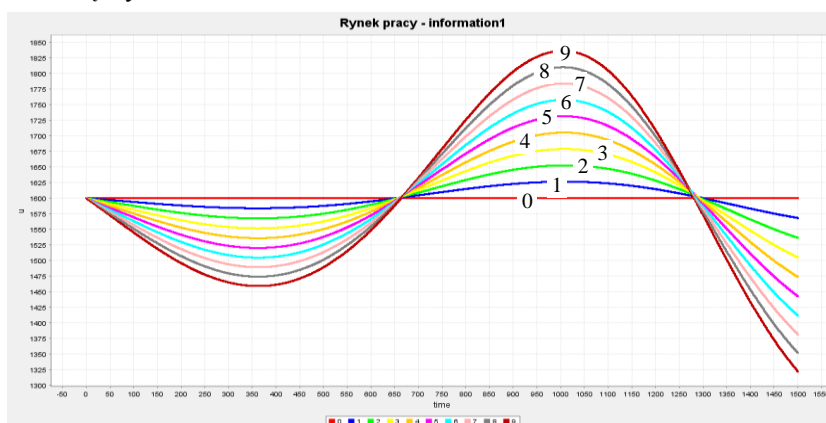
Rysunek 1. Trajektorie rynku pracy wyznaczone dla różnych poziomów przepływu informacji między zatrudnieniem i bezrobociem



Źródło: obliczenia własne

Obserwacja trajektorii rynku na powyższym wykresie pozwala zauważyć, że zarówno wielkości bezrobocia, jak i zatrudnienia oscylują cyklicznie wokół punktu stacjonarnego. Amplituda wahań obu wielkości zależy od wartości parametru β i rośnie wraz ze wzrostem wartości tego parametru. Zakres wahań bezrobocia i zatrudnienia można obserwować dokładniej na wykresach przebiegu tych wielkości w czasie. Poniżej zamieszczony Rysunek 2 ilustruje zmiany wielkości bezrobocia w kolejnych okresach dla różnych wartości wskaźnika przepływu informacji.

Rysunek 2. Zmiany wielkości zatrudnienia dla różnych poziomów przepływu informacji między zatrudnieniem i bezrobociem



Źródło: obliczenia własne

Dla początkowej wartości parametru β bezrobocie utrzymuje się na stałym poziomie. Wraz ze wzrostem wskaźnika opisującego przepływ informacji pojawiają się cykliczne wahania wielkości bezrobocia, a ich zakres się zwiększa. Podobny przebieg mają zmiany dynamiki zatrudnienia.

Wpływ przepływu informacji wewnątrz zatrudnienia na dynamikę rynku badano poprzez zmiany parametru α . Kolejne trajektorie zostały wykreślone dla wartości parametru rosnących od α_0 o wartość $\Delta\alpha$ dla każdej kolejnej krzywej. Wartości parametrów oraz początkowe wielkości bezrobocia i zatrudnienia dla krzywych z Rysunków 3–4 przedstawia Tabela 2.

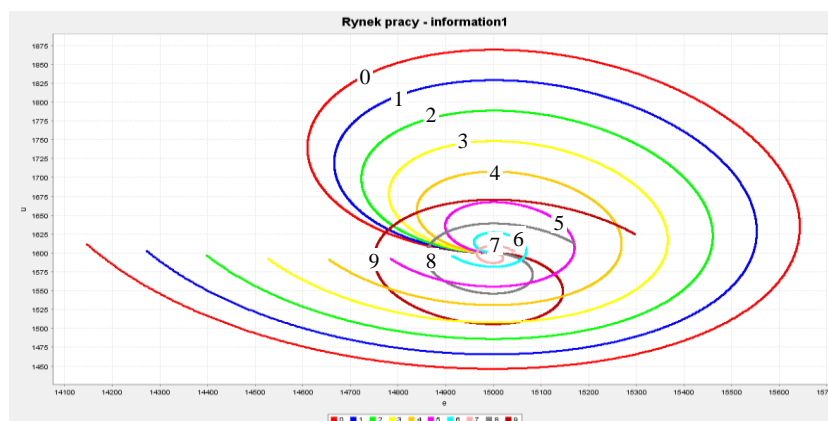
Tabela 2. Wartości początkowe zatrudnienia i bezrobocia oraz przyjęte parametry charakteryzujące rynek pracy, dla którego obserwowany jest wpływ wysokości płacy minimalnej

e_0	u_0	α_0	$\Delta\alpha$	β	θ	γ
15000	1600	10^{-7}	10^{-9}	10^{-6}	0,0032	0,015

Źródło: obliczenia własne

Wzrost wskaźnika oddziaływania informacyjnego wewnątrz zatrudnienia ma niejednoznaczny wpływ na dynamikę rynku pracy. Wszystkie krzywe na rysunku 3 ilustrują cykliczne oscylacje wielkości zatrudnienia i bezrobocia. Dla krzywych oznaczonych numerami 0–7 można zaobserwować spadek amplitudy tych wahań cyklicznych, który następuje wraz ze wzrostem parametru α . Natomiast dla krzywych 8–9 tendencja się odwraca – wzrost wskaźnika charakteryzującego przepływ informacji powoduje ponowny wzrost zakresu oscylacji wielkości bezrobocia i zatrudnienia.

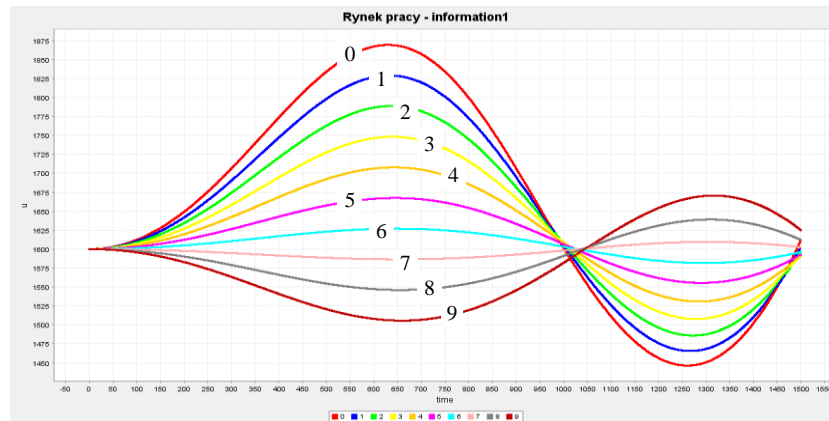
Rysunek 3. Trajektorie rynku pracy wyznaczone dla różnych poziomów przepływu informacji wewnątrz zatrudnienia



Źródło: obliczenia własne

Opisaną zależność można również zaobserwować badając zmiany w czasie wielkości zatrudnienia i bezrobocia. Rysunek 4 przedstawia dynamikę bezrobocia dla trajektorii z Rysunku 3. Wykres ten pokazuje, że najmniejsze wahania liczby bezrobotnych występują dla krzywej 7. Natomiast zarówno wzrost, jak i spadek wskaźnika przepływu informacji wewnątrz zatrudnienia w stosunku do wartości α odpowiadającej krzywej 7, spowoduje rozszerzenie zakresu wahań wielkości bezrobocia oraz zatrudnienia.

Rysunek 4. Zmiany wielkości zatrudnienia dla różnych poziomów przepływu informacji wewnątrz zatrudnienia



Źródło: obliczenia własne

PODSUMOWANIE

Artykuł prezentuje matematyczny model rynku pracy, na którym występuje oddziaływanie informacyjne pomiędzy uczestnikami rynku. Przepływ informacji, który zachodzi wewnątrz zatrudnienia oraz między zatrudnionymi i bezrobotnymi w sposób istotny kształtuje dynamikę wielkości bezrobocia i zatrudnienia. Wymiana informacji na rynku pracy ma szczególne znaczenie dla firm w sytuacji dużego popytu na wysokie kwalifikacje pracowników przy jednoczesnym braku informacji kwalifikacjach posiadanych przez kandydatów. Pracownicy, dzięki portalom internetowym mają obecnie wiele możliwości wymiany informacji i wykorzystują je do wyboru najlepszej oferty pracy.

Analiza jakościowa oraz przeprowadzone symulacje przebiegu rozwiązań dla zbudowanego modelu wskazują, że wszystkie punkty równowagi rynku są niestabilne oraz że zmiany wielkości bezrobocia i zatrudnienia mają charakter cykliczny. Symulacje pokazały, że zakres wahań liczby bezrobotnych i zatrudnionych zależy od wskaźników przepływu informacji, ale zależności tej nie da się scharakteryzować jednoznacznie. W przeprowadzonych symulacjach wzrost wskaźnika przepływu informacji pomiędzy bezrobotnymi i zatrudnionymi wywoływał zwiększenie zakresu wahań wielkości obu tych grup. Natomiast wskaźnik przepływu informacji wewnątrz zatrudnienia wpływa na zakres wahań obu grup na rynku w sposób nieliniowy – dla pewnej wartości z badanego zakresu osiąga minimum, a spadek lub wzrost tego wskaźnika powodują zwiększenie amplitudy zmian cyklicznych.

BIBLIOGRAFIA

- Hensvik L., Skans O. N. (2013) Social networks, employee selection and labor market outcomes, Institute for Evaluation of Labour Market and Education Policy Working Paper 2013:15.
- Lavezzi A. M., Blom E., Meghir C. (2012) Heterogeneity in Human Capital Investments: High School Curriculum, College Major, and Careers, *Annual Review of Economics*, Annual Reviews, Vol. 4, pp. 185-223
- Montgomery J. D. (1991) Social Networks and Labor-Market Outcomes: Toward an Economic Analysis, *American Economic Review*, Vol. 81, pp. 1408 – 1418.
- Montgomery J. D. (1992) Job Search and Network Composition: Implications of the Strength-Of-Weak-Ties Hypothesis, *American Sociological Review*, Vol. 57, pp. 586 – 596.
- Montgomery J. D. (1994) Weak Ties, Employment and Inequality: An Equilibrium Analysis, *American Journal of Sociology*, Vol. 99, pp. 1212 – 1236.
- Palczewski A. (1999) *Równania różniczkowe zwyczajne*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne.
- Stupnytska Y., Zaharieva A. (2014) Optimal policy and the role of social contacts in a search model with heterogeneous workers, Center for Mathematical Economics Working Paper 491.
- Wrzosek M. (2001) On computer simulation of grey zone dynamics, *Analiza systemowa w finansach i zarządzaniu*, Wybrane problemy, Tom 43, str. 197-214.

**MODEL OF THE LABOR MARKET DYNAMICS
WITH HETEROGENEOUS LABOR FORCE**

Abstract: The article presents a mathematical model of the labor market describing the dynamics of the phenomena in the labor market. In this model, using the theory of dynamical systems, the most important factor is exchange of information on employment opportunities between the participants of the labor market – unemployed and employed. Qualitative analysis of the created model shows that the flow of information between employees or between the unemployed and employed significantly affect the dynamics of the labor market. The impact of information exchange between the participants of the labor market may cause a sudden change in the nature of its dynamics and the transition between cyclic and non-cyclic dynamics.

Keywords: labor market, flow of information, dynamical system