

Warsaw University of Life Sciences – SGGW  
Faculty of Applied Informatics and Mathematics  
Department of Econometrics and Statistics

**QUANTITATIVE METHODS  
IN ECONOMICS**

**METODY ILOŚCIOWE W BADANIACH  
EKONOMICZNYCH**

**Volume XIX, No. 2**

Warsaw 2018

## **EDITORIAL BOARD**

Editor-in-Chief: Bolesław Borkowski

Vice-Editor-in-Chief: Hanna Dudek

Managing Editor: Grzegorz Koszela

Theme Editors:

Econometrics: Bolesław Borkowski

Multidimensional Data Analysis: Wiesław Szczesny

Mathematical Economy: Zbigniew Binderman

Analysis of Labour Market: Joanna Landmesser

Financial Engineering: Monika Krawiec

Data Science: Michał Gostkowski

Statistical Editor: Wojciech Zieliński

Technical Editors: Jolanta Kotlarska, Elżbieta Saganowska

Language Editor: Agata Cienkusz

Native Speaker: Yochanan Shachmurove

Editorial Assistant: Luiza Ochnio

## **SCIENTIFIC BOARD**

Adnene Ajimi (University of Sousse, Tunisia)

Heni Boubaker (University of Sousse, Tunisia)

Vasily Dikussar (Doradnicyn Computing Centre of the Russian Academy of Sciences, Russia)

Peter Friedrich (University of Tartu, Estonia)

Paolo Gajo (University of Florence, Italy)

Agnieszka Gehringer (University of Göttingen, Germany)

Anna Maria Gil-Lafuente (University of Barcelona, Spain)

Jaime Gil-Lafuente (University of Barcelona, Spain)

Vasile Glavan (Moldova State University, Moldova)

Francesca Greselin (The University of Milano-Bicocca, Italy)

Ana Kapaj (Agriculture University of Tirana, Albania)

Jirawan Kitchaicharoen (Chiang Mai University, Thailand)

Yuriy Kondratenko (Black Sea State University, Ukraine)

Vassilis Kostoglou (Alexander Technological Educational Institute of Thessaloniki, Greece)

Karol Kukula (University of Agriculture in Krakow, Poland)

Kesra Nermend (University of Szczecin, Poland)

Nikolas N. Olenev (Doradnicyn Computing Centre of the Russian Academy of Sciences, Russia)

Alexander N. Prokopenya (Brest State Technical University, Belarus)

Yochanan Shachmurove (The City College of The City University of New York, USA)

Mirbulat B. Sikhov (al-Farabi Kazakh National University, Kazakhstan)

Marina Z. Solesvik (Nord University, Norway)

Ewa Syczewska (Warsaw School of Economics, Poland)

Achille Vernizzi (University of Milan, Italy)

Andrzej Wiatrak (University of Warsaw, Poland)

Dorota Witkowska (University of Lodz, Poland)

ISSN 2082-792X

e-ISSN 2543-8565

© Copyright by Department of Econometrics and Statistics WULS – SGGW  
(Katedra Ekonometrii i Statystyki SGGW)

Warsaw 2018, Volume XIX, No.2

The original version is the paper version

Journal homepage: [qme.sggw.pl](http://qme.sggw.pl)

Published by Warsaw University of Life Sciences Press

## CONTENTS

Magdalena Barska – Badanie preferencji przedsiębiorstw w stosowaniu zaawansowanych metod analizy danych.....	105
Ryszard Budziński, Mariusz Doszyń, Bolesław Borkowski, Artur Wiliński – Użyteczność metod prognozowania sprzedaży z zastosowaniem relacji przewyższenia – Electre Tri.....	117
Dariusz Filip, Dariusz Karaś – Koszty obsługi a wyniki funduszy inwestycyjnych w Polsce – relacja długoterminowa.....	128
Dorota Jegorow – Identyfikacja zainteresowania dotacjami jako zjawiska sezonowego.....	140
Ruslan Motoryn – Wykorzystanie produktu regionalnego brutto w międzyregionalnej analizie rozwoju gospodarczego (na przykładzie Ukrainy).....	151
Anna Siwek-Skrzypek – Efekt zarażania na rynku kryptowalut.....	162
Ewa Wasilewska – Ocena przestrzennego zróżnicowania zjawiska starości demograficznej w Polsce.....	171
Jolanta Wojnar, Wojciech Zieliński – Analiza wskaźnika zatrudnienia w krajach nowej UE z wykorzystaniem FPCA.....	183
Marek Zasłona, Tomasz Ząbkowski – Zastosowanie drzew klasyfikacyjnych do analizy pokera online.....	192

## **BADANIE PREFERENCJI PRZEDSIĘBIORSTW W STOSOWANIU ZAAWANSOWANYCH METOD ANALIZY DANYCH**

**Magdalena Barska (ORCID: 0000-0002-6410-7929)**

Kolegium Analiz Ekonomicznych  
Szkola Główna Handlowa w Warszawie  
e-mail: d09a1997@doktorant.sgh.waw.pl

**Streszczenie:** Potrzeby firm w zakresie stosowania zaawansowanych metod przetwarzania danych są różne w zależności od branży funkcjonowania, możliwości finansowania, zachowań konkurencji, rozmiaru i zmienności gromadzonych informacji. W pewnych przypadkach technologie business intelligence, wizualizacja lub metody statystyczne stają się niezbędne do funkcjonowania firmy, w innych są sposobem zwiększenia wydajności oraz uzyskania przewagi konkurencyjnej. Celem publikacji jest analiza różnic w podejściu przedsiębiorstw do stosowania tych technologii. Sprawdzono, czy istnieją cechy powodujące, że dana grupa jest podatna na ofertę związaną z big data i data science. Realizacji tego celu służy analiza skupień, pozwalająca na wyznaczenie grup klientów o podobnej charakterystyce. Wyniki badania wskazują, że źródłem różnic są cechy demograficzne, odmienne oczekiwania oraz dotychczasowe doświadczenia.

**Słowa kluczowe:** analiza skupień, modele mieszanin rozkładów normalnych

**JEL classification:** C10

### WSTĘP

Termin big data dotyczy analizy zbiorów danych o dużych rozmiarach i zmienności. Raport McKinsey Global Institute [Manyjka 2011] jako elementy tego systemu wymienia: techniki analizy oparte na uczeniu maszynowym i przetwarzaniu języka naturalnego, technologie business intelligence, hurtownie danych, przetwarzanie danych w chmurze, graficzną prezentację danych. Termin data science obejmuje pozyskiwanie i eksplorację danych oraz wnioskowanie na ich podstawie przy użyciu modelowania predykcyjnego. Wzrost zainteresowania

firm nowoczesnymi metodami przetwarzania danych ma różne przyczyny. Dysponując dużymi zbiorami informacji, przedsiębiorstwa poszukują metod ich eksploracji i wizualizacji. Konieczność wdrożenia nowych metod analizy wynika ze zmienności danych, ich nieustrukturyzowania oraz potrzeby przetwarzania w czasie rzeczywistym. Preferencje firm w tym zakresie kształtuje branża funkcjonowania, możliwości finansowania, konkurencji na rynku, zmienność i wolumen danych. Przeszkodą we wdrożeniu bywają koszty albo odmienne cele strategiczne. Raport [Eurostat 2017] podaje, że w 2016 ponad 75% firm Unii Europejskiej zatrudniających co najmniej 10 pracowników posiadało stronę internetową, a ponad połowa aktywnie korzystała z mediów społecznościowych. Jedynie 10% przedsiębiorstw korzystało z big data. Niemal połowa spośród tej grupy pozyskiwała dane o lokalizacji z urządzeń mobilnych, a 45% dane pochodzące z sieci społecznościowych. Najwyższy odsetek firm deklarujących stosowanie big data odnotowano dla Malty i Holandii (19%), najniższy dla Niemiec i Polski (6%) i Cypru (3%).

Celem publikacji jest analiza różnic w podejściu do stosowania zaawansowanych metod analizy danych. Pod uwagę wzięto firmy, które wykazały zainteresowanie tą dziedziną poprzez uczestnictwo w targach i śledzenie publikacji branżowych. Sprawdzone, czy istnieją cechy powodujące, że dana grupa jest podatna na ofertę związaną z nowoczesnymi technologiami. Realizacji celu służy analiza skupień, pozwalająca na wyznaczenie segmentów o podobnej charakterystyce.

## BADANIE PREFERENCJI RESPONDENTÓW

Preferencje można badać na podstawie ankiety. Warunkiem uzyskania rzetelnej informacji jest właściwe sformułowanie pytań. Do zasad konstruowania ankiety należą: niezbędność i zrozumiałość pytań, ich odpowiedni układ oraz uporządkowanie tematyczne, stosowanie pytań filtrujących [Churchill 2002]. Zbyt mała lub zbyt duża liczba wariantów odpowiedzi może powodować uzyskanie nierzetelnych danych. Uwzględnienie skali ma na celu pomiar natężenia zjawiska. Odpowiedzi na pytania otwarte wymagają interpretacji. O uzyskaniu wiarygodnych rezultatów decyduje reprezentatywność grupy. Zależy ona od liczebności próby oraz sposobu doboru respondentów. Nielosowy dobór próby polega na wyodrębnieniu jednostek o pożądanych charakterystykach i jest subiektywny [Frankfort-Nachmias i Nachmias 2010]. Dobór celowy nie daje teoretycznych podstaw do uogólnienia rezultatu.

## METODY SEGMENTACJI

Podstawą przystąpienia do segmentacji jest eliminacja współliniowości czynników wpływu. Analiza głównych składowych pozwala na przekształcenie zmiennych obserwowalnych w nieskorelowane zmienne nieobserwowalne [Gatnar

i Walesiak 2004]. Wariancje kolejnych składowych są miarą ich zasobów informacyjnych o zjawisku. Uporządkowane są tak, aby wariancje były coraz mniejsze. Zwykle kilka pierwszych składowych dostarcza większość informacji o zjawisku, co pozwala na redukcję ich liczby przy małej stracie informacji. Przyjmując, że  $X = [x_{ji}]$ ,  $j=1, \dots, m$ ;  $i=1, 2, \dots, n$  jest macierzą zmiennych wejściowych, model przyjmuje postać:

$$F = WZ \quad (1)$$

gdzie:  $F ([f_{si}])$  - macierz głównych składowych o wymiarze  $(m \times n)$ ,  $W ([w_{js}])$  - macierz współczynników głównych składowych o wymiarze  $(m \times g)$ ,  $Z ([z_{ji}])$  - macierz standaryzowanych zmiennych wejściowych o wymiarze  $(g \times n)$ .  
oraz główne składowe są niezależne, to jest:  $w_s^T w_{s'} = 0$ ;  $s', s = 1, 2, \dots, g$ ;  $s' \neq s$ .

Powszechnie stosowanym narzędziem segmentacji jest analiza skupień, która pozwala na wyodrębnienie grup o zbliżonej charakterystyce, co oprócz spełnienia funkcji poznawczych umożliwia dopasowanie strategii marketingowej i oferty przez dostawców czy instytuty badawcze. Segmenty powinny być bardziej homogeniczne niż cała populacja. Jednymi z popularniejszych metod analizy są metody hierarchiczne, dla których wyodrębnia się algorytmy aglomeracyjne i deglomeracyjne.

Na kształt skupień wpływa wybór miary odległości między obserwacjami. Metoda najdalszego sąsiedztwa generuje zwarte grupy, ale jest mało odporna na wartości odstające. Podobną tendencję wykazuje algorytm Warda, która łączy ze sobą klastry o małej liczbie obserwacji i tworzy skupienia o podobnej wielkości. Metoda opiera się na minimalizowaniu wariancji w grupie. W każdej iteracji dla istniejących skupień wyznacza się sumę kwadratów odchyłeń od średniej. Miarą zróżnicowania jest błąd sumy kwadratów, wyrażony wzorem [Grabiński i in. 1989]:

$$ESS = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n x_i)^2 \quad (2)$$

gdzie:  $n$  – liczba obiektów w grupie,  $x_i$  – wartość cechy charakteryzującej jednostkę  $i$  w danej grupie.

Migdał Najman i Najman [2013] przekonują o zasadności wyboru metody Warda w grupowaniu wielowymiarowych obiektów, pod warunkiem braku licznych wartości nietypowych i rzędu jednostek poniżej dziesiątek tysięcy. Skuteczność metody potwierdza też symulacja Monte Carlo, którą przeprowadzają Kutera i Lasek [2010]. Na wartości odstające odporna jest metoda średniej grupowej, dla której obserwacje są rozproszone w podobny sposób wokół skupień. Wadą wskazanych metod jest spadek efektywności wraz ze wzrostem liczby obserwacji. Kolejne iteracje nie powodują korekty błędnie przypisanych obserwacji.

Jakość hierarchicznej analizy skupień można badać wyznaczając dla każdego skupienia dwie wartości  $p$  z przedziału  $[0,1]$ : AU i BP<sup>1</sup>. Pierwsza wartość  $p$  wyznaczana jest na podstawie procedury bootstrap dla wielokrotnego próbkowania bez zwracania i jest lepszym przybliżeniem nieobciążonej wartości  $p$  niż BP. Dla skupień o wartości  $p$  większej niż 0,95 można odrzucić hipotezę o braku grupowania się obserwacji na poziomie ufności 0,05. Skupienie jest stabilne, tzn. występuje duże prawdopodobieństwo formowania się grupy w miarę zwiększania liczby obserwacji. Wartość  $p$  obciążona jest błędem ze względu na ograniczoną ilość prób bootstrap.

Innym narzędziem analizy skupień jest opracowana przez [MacQueena 1967] metoda  $k$ -średnich, wymagająca wyznaczenia ich liczby i środków ciężkości. Estymacji tych parametrów dokonuje się przy pomocy metod hierarchicznych, na podstawie symulacji lub wartości bayesowskiego kryterium informacyjnego (BIC) z czynnikiem karzącym za liczbę parametrów [Banfield i Raftery 1993]. Metoda jest użyteczna w przypadku dużych zbiorów danych ze względu na liniową złożoność obliczeniową [Kutera i Lasek 2010]. Obserwacje przypisywane są w kolejnych iteracjach do najbliższej położonego środka ciężkości. Przy pomocy  $k$ -średnich [Angowski i in. 2017] wyznaczają segmenty rynku produktów spożywczych w celu zbadania preferencji nabywców i dopasowania oferty do konkretnej grupy. [Pietrzykowski i Kobus 2006] wykorzystują metodę w dywersyfikacji portfela akcji.

Metoda  $k$ -średnich grupuje obserwacje na podstawie odległości i nie bazuje na modelu probabilistycznym. Badane obiekty mogą pochodzić z różnych rozkładów. Składniki mieszanin rozkładów normalnych różnią się średnią lub macierzą kowariancji, a rozkłady są zmieszane z prawdopodobieństwami  $\pi_i$ . Parametry mieszaniny wyznaczone są w oparciu o metodę największej wiarygodności, a maksimum funkcji wiarygodności obliczane jest przy pomocy algorytmu expectation-maximization [Biecek i in. 2012]. Różnice między modelami dotyczą parametryzacji macierzy kowariancji efektów losowych i błędów losowych w modelach mieszanych. Miarą podobieństwa dwóch rozwiązań jest skorygowany indeks Randa, przyjmujący wartości z przedziału  $(0,1)$ . O występowaniu skupień mogą świadczyć funkcje gęstości rozkładu wielowymiarowego modelu mieszanin, przy założeniu, że występuje zależność między składnikami mieszanin a występującymi skupieniami [Scrucca 2016]. Identyfikacja obszarów o wysokiej gęstości oraz formujących je obserwacji pozwala na wyznaczenie centrów skupień. Pozostałe obserwacje przypisane są na podstawie prawdopodobieństwa przynależności do danej grupy.

---

<sup>1</sup> AU – Approximately Unbiased; BP - Bootstrap Probability.

## CHARAKTERYSTYKA DANYCH

W badaniu empirycznym wykorzystano dane z 2015 roku gromadzone za pomocą ankiety na potrzeby targów poświęconych metodom analizy dużych zbiorów informacji. Wyboru respondentów dokonano metodą doboru celowego, w celu uzyskania próby bliskiej próbie reprezentatywnej. Otrzymano odpowiedzi od 1000 respondentów. Poddane maskowaniu dane prezentują ich cechy demograficzne oraz odpowiedzi na pytania związane z podejściem do wykorzystania metod analizy danych. Dotyczą obszarów takich jak: cel użycia, oczekiwania firmy, planowana strategia, zaawansowanie w użyciu metod, doświadczenie we wdrażaniu. Respondentami są przedstawiciele szeregu branż. Dominują firmy z krajów europejskich, ponad 30% ma siedzibę w Azji, pozostałe w Ameryce. Sposób doboru respondentów i konstrukcja ankiety narzucają pewne ograniczenia. Próba jest reprezentatywna dla populacji firm, które miały do czynienia z zaawansowanymi technologiami lub są zainteresowane ich wdrożeniem. Zainteresowanie to wyraża się poprzez utrzymywanie kontaktu z dostawcami rozwiązań lub śledzenie informacji o targach branżowych. Wynik badania można odnieść jedynie do firm spełniających takie kryteria.

## METODOLOGIA BADANIA

Pytania ankiety przełożono na zmienne obejmujące cechy demograficzne i stosunek do metod analizy danych. Dokonano standaryzacji zmiennych wyznaczonych z pytań otwartych. Na podstawie przesłanek teoretycznych zredukowano zmienne zbędne. Dokonano kodyfikacji zmiennych porządkowych do wartości od 0 do 5 w zależności od liczby odpowiedzi. Dla zmiennych kategoriycznych bez skal porządkowych wprowadzono zmienne sztuczne. Uzyskano w ten sposób zbiór: zmienne demograficzne (region, przychody, branża, leader grupy), związane z celem wykorzystania metod analizy (minimalizacja ryzyka, rozwój nowych produktów, poprawa wyników finansowych, zainteresowanie data science, oczekiwania co do łatwości wdrożenia), związane z doświadczeniem w stosowaniu metod (wsparcie kierownictwa, współpraca z dostawcą, przebieg wdrożenia, spełnienie wymagań, zaawansowanie w użyciu technik, wzrost dochodów, strategia). W celu redukcji wymiaru danych oraz eliminacji korelacji między zmiennymi zbiór poddano analizie PCA i dokonano segmentacji w oparciu o wybrany model.

## WYNIKI BADAŃ

W oparciu o kryterium wyjaśnienia wariancji ustalone na poziomie 75%, wybrano 10 głównych składowych, które przedstawia tabela 1.



Tabela 1. Macierz głównych składowych

Czynniki	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7	PC8	PC9	PC10
Ameryka Pd.	-0,017	0,100	-0,397	0,472	-0,121	0,067	-0,058	-0,096	-0,112	-0,127
Ameryka Pn.	-0,006	0,357	-0,270	-0,241	0,160	-0,263	0,186	0,069	0,110	0,558
Azja	-0,085	0,352	0,533	0,251	0,091	0,257	-0,043	-0,014	0,120	-0,139
Europa	0,090	-0,622	-0,120	-0,265	-0,145	-0,076	-0,068	0,005	-0,139	-0,216
Przychody	0,181	0,141	-0,335	-0,305	0,173	0,103	-0,076	0,021	0,346	-0,280
Finanse	0,103	0,381	0,110	-0,243	-0,196	-0,191	-0,133	-0,005	-0,131	-0,471
Energetyka	-0,128	-0,072	0,048	-0,008	0,129	-0,027	-0,646	0,534	0,026	0,239
Zdrowie	-0,060	-0,014	0,021	0,032	0,260	-0,168	0,596	0,412	-0,386	-0,157
Sprzedaż	0,053	-0,153	0,129	-0,008	0,511	-0,126	-0,114	-0,669	-0,123	0,132
Telekomunikacja	-0,013	-0,101	-0,032	-0,193	-0,176	0,783	0,227	-0,013	0,020	0,227
Usługi	-0,060	-0,159	0,173	0,059	-0,433	-0,353	0,215	-0,079	0,589	0,086
Ubezpieczenia	0,077	0,080	-0,478	0,437	-0,090	0,003	-0,067	-0,060	0,016	-0,037
Wzrost dochodów	0,318	0,161	-0,118	-0,270	0,192	0,118	0,015	-0,001	0,221	-0,187
Oczekiwania	0,398	-0,134	0,121	0,150	0,105	0,012	0,005	0,172	0,053	0,103
Wsparcie kierownictwa	0,364	0,090	0,136	-0,010	-0,269	-0,030	-0,031	-0,042	-0,237	0,084
Data science	0,350	0,141	0,081	-0,001	-0,246	-0,071	0,048	-0,054	-0,120	0,219
Współpraca z dostawcą	0,189	-0,140	0,037	0,291	0,301	0,049	0,189	0,136	0,347	-0,112
Przebieg wdrożenia	0,431	-0,155	0,117	0,141	0,111	-0,045	-0,029	0,141	0,106	-0,023
Spełnienie wymagań	0,416	0,046	-0,005	0,037	-0,075	0,036	-0,062	0,004	-0,196	0,181

Źródło: opracowanie własne

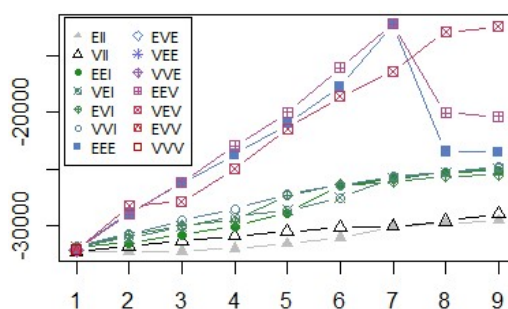
Poszczególne składowe zawierają informacje, na podstawie których można zidentyfikować cechy respondentów:

- Składowa 1: dominują respondenci o pozytywnych doświadczeniach we wdrażaniu nowych technologii, ich wymagania zostały spełnione, a kierownictwo firmy było przychylne przedsięwzięciu. Zastosowanie nowych rozwiązań wiązało się ze wzrostem przychodów.
- Składowa 2: respondenci z sektora finansowego, głównie z Ameryki Pn. lub Azji.
- Składowa 3: respondenci z Azji, spoza sektora ubezpieczeń, o raczej niskich przychodach.
- Składowa 4: respondenci z Ameryki Południowej lub z sektora ubezpieczeń.
- Składowa 5: respondenci z branży sprzedażowej.
- Składowa 6: respondenci reprezentujący branżę telekomunikacyjną.
- Składowa 7: respondenci reprezentujący głównie opiekę zdrowotną, rzadko sektor energetyczny.
- Składowa 8: respondenci reprezentujący służbę zdrowia lub sektor energetyczny.

- Składowa 9: respondenci z sektora usługowego, mający dobre doświadczenia we współpracy z dostawcą oraz odnotowujący wysokie przychody.
- Składowa 10: respondenci z Ameryki Północnej, reprezentujący głównie przemysł energetyczny i telekomunikację, zainteresowani data science.

Przy pomocy pakietu mclust programu R estymowano parametry modeli mieszanin rozkładów normalnych dla głównych składowych. Najwyższe wartości bayesowskiego kryterium informacyjnego<sup>2</sup> uzyskano dla modeli wielowymiarowych rozkładów normalnych EEV i EEE<sup>3</sup> dla 7 skupień, odpowiednio -12221,3 i -12289,5 (rys. 1). Modele zakładają te same rozkłady eliptyczne dla obserwacji tworzących dane skupienie oraz jednakowy kształt i wymiary tych rozkładów. W modelu EEE dodatkowo zakłada się ich jednakowe położenie. Skorygowany indeks Randa dla modeli wynosi 0,79, co świadczy o dużym podobieństwie segmentacji uzyskanej z obu modeli.

Rysunek 1. Wartości kryterium informacyjnego BIC w zależności od liczby skupień



Źródło: opracowanie własne

Wyznaczono 7 segmentów na podstawie najlepszego modelu EEV. Ze względu na dużą liczbę głównych składowych wizualizacji skupień dokonano jedynie dla 3 pierwszych. Rysunek 2 ilustruje rozkład obiektów. Elipsy określają kształt gęstości rozkładów, a ich środki wskazują na środki skupień. Rysunek 3 ilustruje prawdopodobieństwo przypisania do danego skupienia wyznaczone dla każdej obserwacji i wyrażone wartościami z przedziału (0,1). Pogrubione symbole na rysunku wskazują na obserwacje o wysokim współczynniku niepewności zaklasyfikowania do grupy, wyznaczonym na podstawie prawdopodobieństwa przynależności do danego rozkładu. Obserwacje te występują głównie na brzegach skupień, dlatego można traktować je jako wartości odstające, nie dające się

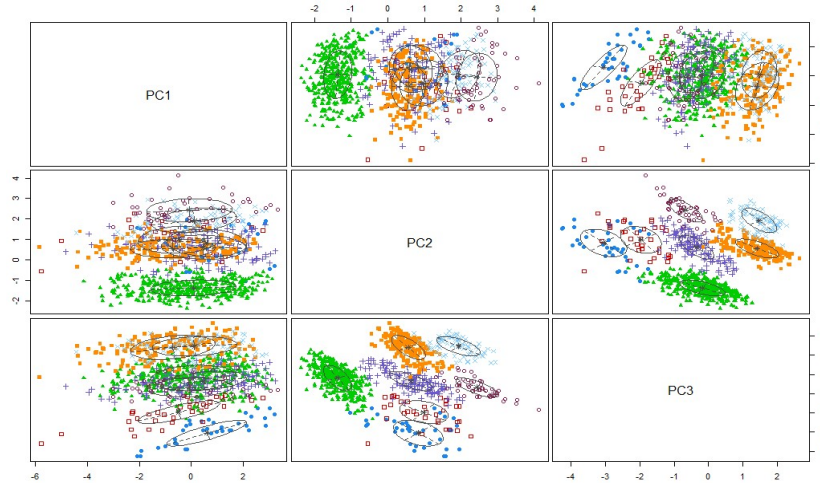
<sup>2</sup> Kryterium BIC jest stosowane w ocenie modeli mieszanin, w klasycznej analizie skupień powszechnie stosowany jest np. indeks Calińskiego-Harabasa.

<sup>3</sup> E – (ang. equal) równy, V – (ang. variable) zmienny - współczynniki dla określenia podobieństwa wymiarów, kształtu oraz położenia rozkładów dla obserwacji tworzących skupienie. Wyjaśnienie różnic między modelami m.in. u [Dang i in. 2017].

przypisać do żadnej grupy. Centra skupień pokrywają się z wierzchołkami funkcji gęstości rozkładów, z których pochodzą obserwacje.

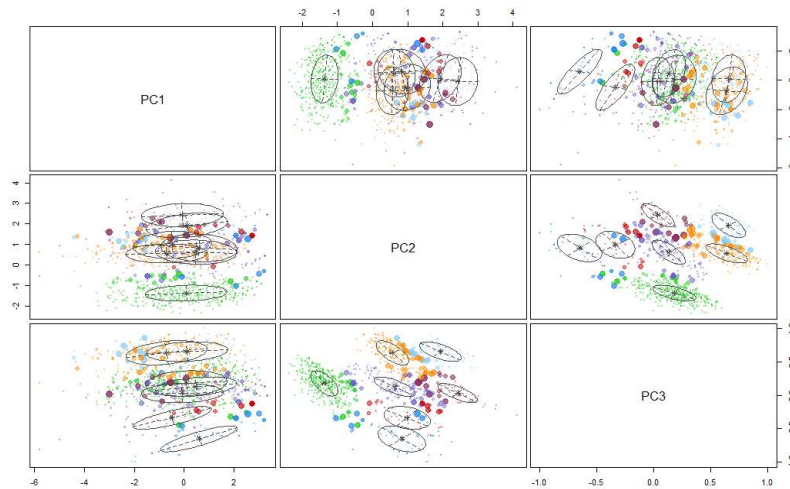
Optymalną liczbę segmentów badano też metodą Warda, ustalając ją na 7 ze względu na powolne tempo spadku wariancji w grupach dla większej liczby skupień. Wariancje w grupach w zależności od ich liczby przedstawia wykres na rysunku 4. Poziom odcięcia dla 7 skupień przedstawia dendrogram na rysunku 5.

Rysunek 2. Rozkład obiektów dla 3 głównych składowych



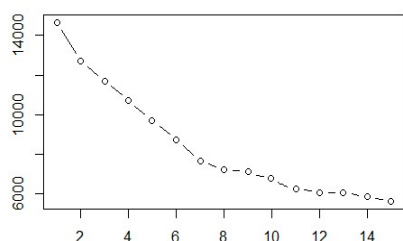
Źródło: opracowanie własne

Rysunek 3. Prawdopodobieństwo przypisania dla skupienia

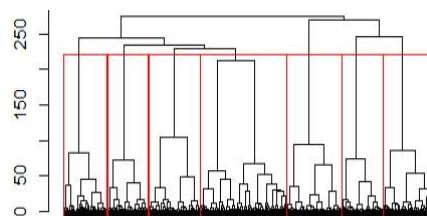


Źródło: opracowanie własne

Rysunek 4. Suma kwadratów błędów w grupach

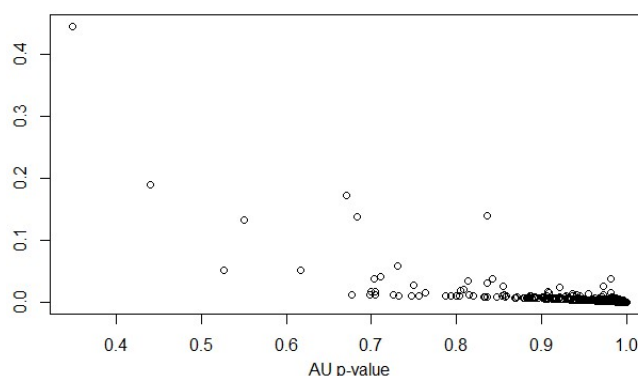


Rysunek 5. Dendrogram



Źródło: opracowanie własne

Korzystając z pakietu `pvcust` programu R dla każdej grupy wyodrębnionej na podstawie hierarchicznej analizy skupień wyznaczono dwie wartości  $p$  z przedziału  $[0,1]$  (AU i BP) dla 10000 prób bootstrap. Dla wszystkich skupień oprócz 4-ego wartość  $p$  dla AU jest większa lub równa 0,94, zatem odrzucono dla nich hipotezę o braku grupowania się obserwacji. W przypadku 4-ego skupienia  $p$  wynosi 0,70, co nie pozwala na odrzucenie tej hipotezy. Wartość  $p$  AU obciążona jest błędem próby. Błąd standardowy nigdy nie przekracza jednak 0,2, poza jednym przypadkiem, gdzie wartość  $p$  AU nie przekracza 0,4, co pokazano na rysunku 6. Daje to podstawy wnioskować o występowaniu 7 segmentów.

Rysunek 6. Błąd standardowy dla wartości  $p$  AU dla 10000 prób bootstrap

Źródło: opracowanie własne

Na podstawie wartości kryterium informacyjnego i metody Warda zdecydowano o wyborze 7 skupień. Segmentacji dokonano przy pomocy modelu EEV. Tabela 2 pokazuje średnie wartości składowych dla skupień. Pogrubiono składowe o największym udziale w tworzeniu danej grupy, a kursywą oznaczono te o udziale najniższym. Pierwsza grupa kształtowana jest przez respondentów z sektora finansowego z Ameryki Północnej lub Azji o raczej wysokich przychodach. Trudno jednoznacznie określić ich doświadczenia we wdrażaniu nowych technologii. Najliczniejszy jest segment drugi. Silny dodatni wpływ składowej 2 oraz silny negatywny wpływ składowej 10 wskazują na kształtowanie

tej grupy przez respondentów z branży finansowej, głównie z Azji, rzadko z branży telekomunikacyjnej oraz przemysłu energetycznego. Grupa ta charakteryzuje się bardzo dobrym doświadczeniem we wdrażaniu nowych technologii. Segment trzeci zdominowany jest przez branżę telekomunikacyjną, gdzie obserwujemy zainteresowanie data science, występują też przedstawiciele sektora opieki zdrowotnej i energetyki. Na kształtowanie czwartej grupy największy wpływ ma składowa 9, gdzie dominują respondenci z sektora usługowego, mający dobre doświadczenia we współpracy z dostawcą oraz odnotowujący wysokie przychody. W grupie piątej obserwujemy silny wpływ składowej 8, co wskazywałoby na przewagę respondentów reprezentujących służbę zdrowia oraz sektor energetyczny. Jednak silny negatywny wpływ składowej 7 wyklucza obecność tych pierwszych. Przedstawiciele tej grupy mają raczej negatywne doświadczenia we wdrażaniu big data. Segment szósty jest najmniej liczny. Stanowią go w większości przedstawiciele opieki zdrowotnej o nienajlepszych doświadczeniach we wdrażaniu technologii, rzadko pochodzący z Ameryki Północnej. Grupa siódma skupia przedstawicieli branży sprzedażowej o umiarkowanie dobrych doświadczeniach i wsparciu kierownictwa. Dominujący wpływ na tworzenie segmentów mają zatem region i branża działania, a także wcześniejsze doświadczenia.

Tabela 2. Centra skupień

Grupa	Liczność	SG1	SG2	SG3	SG4	SG5	SG6	SG7	SG8	SG9	SG10
1	128	-0,053	<b>1,674</b>	-1,855	0,468	0,009	-0,630	0,406	0,062	-0,157	0,265
2	205	<b>0,893</b>	0,672	0,152	0,070	-0,519	-0,157	-0,406	-0,004	-0,240	-1,034
3	170	-0,078	-0,415	-0,115	-0,660	-0,487	<b>2,088</b>	0,583	-0,034	0,045	0,501
4	120	-0,456	-0,803	0,758	0,247	-1,472	-1,153	0,677	-0,244	<b>1,666</b>	0,232
5	130	-0,936	-0,345	0,200	-0,031	0,419	-0,083	-1,939	<b>1,577</b>	0,070	0,618
6	78	-0,542	-0,429	0,397	0,222	0,895	-0,466	<b>1,958</b>	1,397	-1,275	-0,832
7	169	0,330	-0,631	0,462	-0,029	<b>1,423</b>	-0,336	-0,294	-1,693	-0,284	0,294

Źródło: opracowanie własne

## PODSUMOWANIE

Analiza skupień pozwala na wyznaczenie segmentów o podobnej charakterystyce oraz na dopasowanie strategii marketingowych przez dostawców nowoczesnych technologii. Do głównych czynników pogłębiających lub ograniczających zainteresowanie tego typu technologiami należą branża, region działania oraz wcześniejsze doświadczenia. Na podstawie segmentacji można wyodrębnić 3 główne grupy o zdecydowanie pozytywnych (skupienie 2) i zdecydowanie negatywnych doświadczeniach (skupienie 5 i 6). Ograniczeniem modelu jest korzystanie z badań wtórnych i opieranie się na pytaniach sformułowanych w ankiecie. Ponadto rezultatu nie można uogólnić ze względu na

dobór celowy respondentów. Opracowanie przedstawia możliwe kroki postępowania w tego typu badaniu oraz prezentuje metody sprawdzenia jakości segmentacji.

## BIBLIOGRAFIA

- Biecek P., Szczurek E., Vingron M., Tiurny J. (2011) The R Package bgmm: Mixture Modeling with Uncertain Knowledge. *Journal of Statistical Software*, 47 (3).
- Banfield J. D., Raftery A. E. (1993) Model-based Gaussian and non-Gaussian clustering. *Biometrics*, 49, 803-821.
- Churchill G.A. (2002) *Badania marketingowe. Podstawy metodologiczne*, PWN, Warszawa, 372-379.
- Dang U., Punzo A., McNicholas P., Ingrassia S., Browne R. (2017) Multivariate Response and Parsimony for Gaussian Cluster-Weighted Models. *Journal of Classification*, 34(1), 4-34.
- Eurostat (2017) 1 in 10 EU businesses analyses big data.  
<http://ec.europa.eu/eurostat/en/web/products-eurostat-news/-/EDN-20170516-1>.
- Frankfort-Nachmias C., Nachmias D. (2001) *Metody badawcze w naukach społecznych*, Wydawnictwo Zysk i S-ka, Poznań, 200-205.
- Gatnar M., Walesiak E. (2004) *Metody statystycznej analizy wielowymiarowej w badaniach marketingowych*. AE, Wrocław.
- Grabiński T., Wydymus S., Zeliś A. (1989) *Metody taksonomii numerycznej w badaniu zjawisk społeczno-gospodarczych*. PWN, Warszawa.
- Kutera M., Lasek M. (2010). Zastosowanie metod analizy skupień w przeprowadzaniu segmentacji klientów na potrzeby kampanii reklamowych. *Współczesna Ekonomia*, 3(15).
- Manyika J. at al. (2011) *Big Data: The Next Frontier For Innovation, Competition, And Productivity*. McKinsey & Company [dostęp 2017-01-25].
- Migdał-Najman K., Najman K. (2013) Analiza porównawcza wybranych metod analizy skupień w grupowaniu jednostek o złożonej strukturze grupowej. *Zarządzanie i finanse*, 11(3) cz. 2, 179-194.
- Pakiet mclust programu R: <https://cran.r-project.org/web/packages/mclust/mclust.pdf>
- Pakiet pvclust program R: <https://cran.r-project.org/web/packages/pvclust/pvclust.pdf>
- Scrucca L. (2016) Identifying Connected Components in Gaussian Finite Mixture Models for Clustering. *Computational Statistics & Data Analysis*, 93, 5-17.

## SURVEY ANALYSIS ON ENTREPRENEURS' PREFERENCES TOWARDS ADVANCED DATA ANALYSIS METHODS

**Abstract:** Entrepreneurs' needs in terms of advanced data analysis methods vary depending on the business sector, funding flexibility, competitors' behavior, volume and volatility of stored information. Business intelligence, visualisation or statistical methods become essential for performing daily

operations in some cases, while in the others they develop into a mean of increasing efficiency or gaining competitive advantage. This publication analyses the differences in enterprises' attitude towards application of hot technologies. An attempt is made to distinguish certain features that potentially make a particular group prone to use offered solutions. This objective is accomplished with a cluster analysis carried out to determine client segments sharing similar characteristics. The results indicate that main differences arise from demographic features, varied expectations and past experiences.

**Keywords:** cluster analysis, Gaussian mixture models

## UŻYTECZNOŚĆ METOD PROGNOZOWANIA SPRZEDAŻY Z ZASTOSOWANIEM RELACJI PRZEWYŻSZENIA – ELECTRE TRI

**Ryszard Budziński**

**Mariusz Doszyń (ORCID: 0000-0002-3710-1177)**

Wydział Nauk Ekonomicznych i Zarządzania  
Uniwersytet Szczeciński

e-mail: ryszard.budzinski@wneiz.pl; mariusz.doszyn@usz.edu.pl

**Bolesław Borkowski (ORCID: 0000-0001-6073-6173)**

**Artur Wiliński (ORCID: 0000-0002-3774-5909)**

Wydział Zastosowań Informatyki i Matematyki  
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie

e-mail: boleslaw\_borkowski@sggw.pl; artur\_wilinski@sggw.pl

**Streszczenie:** Artykuł zawiera wielokryterialną procedurę postępowania przy wyznaczaniu użyteczności stosowania metod prognozowania sprzedaży w przedsiębiorstwie. Problem polega na ocenie zastosowania systemu wspomaganie decyzji DSS 3.0 do wyboru najlepszej metody prognostycznej, ze szczególnym uwzględnieniem metody Electre Tri.

**Słowa kluczowe:** metody prognozowania sprzedaży, Electre Tri, wielokryterialne systemy wspomaganie decyzji

**JEL classification:** C44, C53, C88

### WSTĘP

Współcześnie, prowadzący analizy ekonomiczne dysponują dużą liczbą wypracowanych metod związanych z interpretacją odwzorowywanych zjawisk. Powstaje problem użyteczności tych metod. Pod pojęciem użyteczności będziemy rozumieli szeroki wachlarz technik i narzędzi służących pomiarowi, ocenie i porównaniom łatwości posługiwania się metodami przez użytkownika, efektywności realizacji zadań w prognozowaniu sprzedaży, ogólnej satysfakcji



użytkownika i innych pokrewnych zagadnień, omawianych w niniejszej pracy. W ogólności, badania winny dać odpowiedź na pytania:

- jaka jest jakość (użyteczność) stosowanych metod?
- które z nich zastosować, aby w sposób najbardziej precyzyjny określić cel, czy zweryfikować hipotezę badawczą?
- jakie składowe analizowanych metod usprawnić, aby podnieść użyteczność ich stosowania?

Problemem w artykule jest, jakich metod (odwzorowań) należy użyć, aby w sposób najbardziej sprawny (i precyzyjny) określić wyniki prognozowania sprzedaży, np. w działalności przedsiębiorstwa. Zasadniczym problemem jest dobór kryteriów oceny oraz wyznaczenie preferencji odbiorców prognoz sprzedaży. W dalszej kolejności, pozyskanie wiedzy o prawidłowościach związanych z zastosowaniem określonych metod identyfikacji i klasyfikacji. Reprezentuje się przy tym pogląd, że zastosowanie do jakościowej oceny metod prognozowania sprzedaży relacji przewyższenia Electre Tri pozwala na wskazanie tych metod, które są najbardziej użyteczne dla zarządzających.

## CHARAKTERYSTYKA BADANYCH METOD PROGNOZOWANIA

W artykule ocenie poddane zostaną metody prognozowania sprzedaży stosowane w pewnym centrum magazynowo – dystrybucyjnym, wchodzącym w skład przedsiębiorstwa o zasięgu międzynarodowym, w którym co tydzień obliczane są 5 – tygodniowe prognozy sprzedaży dla ok. osiemnastu tysięcy produktów. Obserwowane szeregi czasowe sprzedaży produktów to tzw. szeregi czasowe z dużą liczbą zer, w literaturze anglojęzycznej określane jako Zero-inflated Time Series. Charakteryzują się one zazwyczaj niską częstością sprzedaży. W wielu tygodniach sprzedaż nie występuje, stąd duża liczba zer. Kolejną cechą tego rodzaju szeregów czasowych jest ich duża zmienność (overdispersion), która wynika z dużych pojedynczych zamówień produktów („pików”).

Tego rodzaju zmienne, w większości przypadków, wymagają stosowania specjalnej klasy modeli statystycznych (lub ekonometrycznych), które można ogólnie określić jako modele dla zmiennych przeliczalnych (Models for Count Data). Do najczęściej stosowanych zalicza się następujące [Cameron, Trivedi 1998, Cameron, Trivedi 2005, Hilbe 2011, Hilbe 2014, Winkelmann 2008]:

1. Poisson Models (modele oparte na rozkładzie Poissona).
2. Negative Binomial Models (modele oparte na rozkładzie ujemnym dwumianowym).

3. Zero-inflated Poisson Models (modele oparte na rozkładzie Poissona z dużą liczbą zer).
4. Zero-inflated Negative Binomial Models (modele oparte na rozkładzie ujemnym dwumianowym z dużą liczbą zer).
5. Hurdle Poisson Models (modele z „przeskokiem” oparte na rozkładzie Poissona).
6. Hurdle Negative Binomial Models (modele z „przeskokiem” oparte na rozkładzie ujemnym dwumianowym).
7. Zero-inflated Poisson Time Series Models (modele szeregów czasowych oparte na rozkładzie Poissona z dużą liczbą zer).
8. Zero-inflated Negative Binomial Time Series Models (modele szeregów czasowych oparte na rozkładzie ujemnym dwumianowym z dużą liczbą zer)
9. Symulacja stochastyczna (wieloetapowa).

Modele 1 – 6 wymagają dobrania odpowiednich zmiennych objaśniających (regresorów), co w przypadku modelowania rozważanych szeregów czasowych sprzedaży jest zazwyczaj niemożliwe. Modele typu 1 i 2 nie uwzględniają zwiększonej masy rozkładu prawdopodobieństwa w zerze, co oznacza, że zerowe (teoretyczne) wartości sprzedaży będą pojawiać się zbyt rzadko. Modele oparte na ujemnym rozkładzie dwumianowym (Negative Binomial Distribution) pozwalają na uwzględnienie dużej zmienności zjawisk (overdispersion), stąd są częściej stosowane do modelowania tego rodzaju szeregów czasowych. Modele 7 – 8 to modele szeregów czasowych, w których wartości sprzedaży są modelowane za pomocą swoich opóźnionych wartości. Problem z ich stosowaniem polega na tym, że w szeregach czasowych sprzedaży często trudno doszukać się powtarzających się sekwencji, a zatem jakość tego typu modeli może być także wątpliwa.

Reasumując, stwierdzono wiele przeciwwskazań odnośnie stosowania modeli 1 – 8. Szczegółowa identyfikacja wskazuje na następujące czynniki:

- zbyt duża pracochłonność i czasochłonność procesu prognozowania (prognozy wyznaczone są co tydzień, na kolejnych 5 tygodni, dla ok. 18 000 produktów),
- duże prawdopodobieństwo błędnej specyfikacji modelu (m.in. brak możliwości prawidłowego dobrania zmiennych objaśniających),
- szeregi czasowe są często zbyt krótkie (mała liczba stopni swobody, zbyt duże błędy estymacji lub brak możliwości oszacowania modeli),
- w przypadku modeli szeregów czasowych – problemy z identyfikacją sekwencji sprzedaży poszczególnych produktów (o ile one występują),

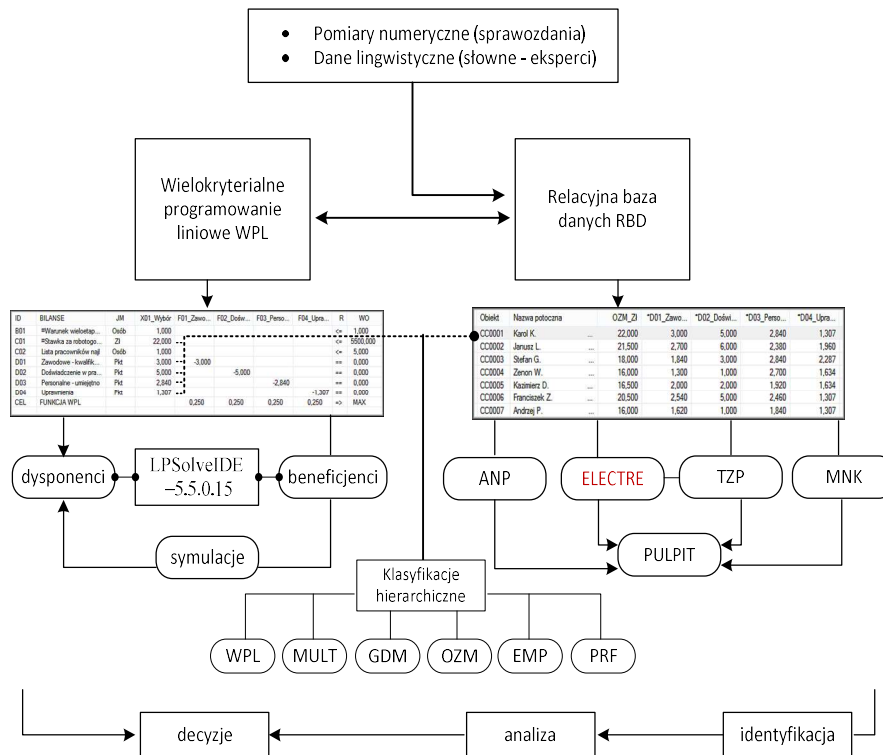
- w modelach z dużą liczbą zer (ZIM) zera muszą mieć charakter „strukturalny”, co w przypadku sprzedaży nie zawsze jest zasadne. Produktów musiałoby nie być w magazynie, co nie jest zgodne z polityką przedsiębiorstwa, związaną z utrzymywaniem poziomu realizacji zamówień na wysokim poziomie (min. 90%).

W metodzie opartej na symulacji stochastycznej prognozy są generowane w dwóch etapach. W pierwszej fazie, na podstawie symulacji stochastycznej, ustala się czy wystąpi sprzedaż  $i$  – tego produktu w określonym tygodniu  $T$ . Z rozkładu jednostajnego losowana jest wartość  $w_{iT}$ , gdzie  $w_{iT}$  to realizacja zmiennej losowej o rozkładzie jednostajnym  $W \sim U(0,1)$ . Jeśli empiryczna częstość względna sprzedaży danego produktu jest większa bądź równa wygenerowanej losowej wartości, czyli  $c_i \geq w_{iT}$ , to przyjmuje się, że sprzedaż produktu  $i$  w tygodniu  $T$  wystąpi. Zakłada się tutaj, że prawdopodobieństwo wystąpienia sprzedaży jest realizacją procesu dwumianowego, z prawdopodobieństwem „sukcesu” równym empirycznej częstości względnej sprzedaży:  $P(c_i \geq W) = c_i$ . Jeśli zatem np. częstość względna sprzedaży jest równa 0,2 ( $c_i = 0,2$ ) to prawdopodobieństwo wystąpienia sprzedaży w danym tygodniu jest równe 0,2:  $P(0,2 \geq W) = 0,2$ . W nawiązaniu do powyższych problemów, proponowana jest ocena opracowanego algorytmu prognozowania opartego na symulacji stochastycznej (metoda nr 9, nazwa metody: symulacja stochastyczna).

## SYSTEM ODWZOROWANIA - KRYTERIA I DANE DO OCENY

Do oceny wyspecyfikowanych metod prognozowania sprzedaży zastosowano system DSS 3.0, zob. np. [Becker, Budziński 2015], oparty na architekturze modelowania WPL (Wielokryterialnego Programowania Liniowego). Modele WPL są bardziej złożonymi strukturami, niż dwuwymiarowe tablice baz relacyjnych i tym samym tworzą najwyższą nośność informacyjną opisu rzeczywistości. Możliwości systemu koncentrują się na automatycznej transpozycji zapisów wierszowych w rekordach bazy danych na zapis modelowy. Każdy rekord może być cząstkowym modelem wielokryterialnym i odwrotnie. Są to wzajemnie współpracujące metody, bazujące w tych samych kolekcjach danych (rysunek 1).

Rysunek 1. Postać ogólna systemu DSS 3.0 ze specyfikacją metod odwzorowywania



Źródło: opracowanie własne (system DSS 3.0)

W efekcie otrzymujemy system hybrydowy, który na podstawie danych pomiarowych i/lub lingwistycznych (słów) generuje różne rozwiązania decyzyjne. Fakt ten pozwolił na takie zorganizowania danych, aby można było posadawiać opisy rzeczywistości w utworzonym modelu WPL (lub kolekcji modeli - patrz: multimodele) i zwrrotnie zapisywać w rekordach baz relacyjnych. tj. wierszach obserwacji. Umożliwia to zastosowanie, dla tych samych danych, względnie szerokiego wachlarza metod interpretacji decyzyjnych w jednym systemie informatycznym.

### "Drzewo kryterialne" oceny użyteczności

Aby model sprawnie funkcjonował, należy uzupełnić go w swoiste dla rozpatrywanych metod prognozowania sprzedaży, kryteria oceny użyteczności. Jest to ważny problem dla każdej analizy przyczynowo – skutkowej czy optymalizacji wielokryterialnej. W opracowaniu drzewa kryterialnego (o układzie: kryteria ↔ podkryteria ↔ pytania) posłużono się przeglądem literatury

i ustaleniami powołanej grupy eksperckiej. Model przyjętych parametrów kryterialnych (i preferencji) przedstawia rysunek 2.

Rysunek 2. Drzewo kryterialne w zadaniu oceny użyteczności metod prognozowania sprzedaży

IND	F_WPL	P_KRT	NAZWY KRYTERIÓW	JM	PROTOTYP	OD..	DO..	KWANT
CD1_C01	x	1.00	UŻYTECZNOŚĆ METODY	Pkt	2.500	0.000	5.000	QUIN_P
CD1_K01	*	0.50	opinia ekspercka	"	2.500	"	"	"
CD1_K02	*	0.50	ocena pomiarowa	"	2.500	"	"	"
D01_D01	0.49	1.00	TRAFNOŚĆ PROGNOZY	Pkt	2.500	0.000	5.000	QUIN_P
D01_K01	*	0.50	trafność prognozy	"	2.500	"	"	"
D01_K02	*	0.50	ex. połe wyniki	"	2.500	"	"	"
D02_D02	0.24	1.00	ZAUFANIE DO METODY	Pkt	2.500	0.000	5.000	QUIN_P
D02_K01	*	0.60	pewność stopień	"	2.500	"	"	"
D02_K02	*	0.40	populamość metody	"	2.500	"	"	"
D03_D03	0.18	1.00	ADAPTACJA DO WARUNKÓW	Pkt	2.500	0.000	5.000	QUIN_P
D03_K01	*	0.50	adaptacyjność	"	2.500	"	"	"
D03_K02	*	0.50	elastyczność	"	2.500	"	"	"
D04_D04	0.09	1.00	ŁATWOŚĆ POSLUGIWANIA SIĘ	Pkt	2.500	0.000	5.000	QUIN_P
D04_K01	*	0.30	pracochłonność	"	2.500	"	"	"
D04_K02	*	0.30	czasochłonność	"	2.500	"	"	"
D04_K03	*	0.40	skomplikowanie metody	"	2.500	"	"	"

Źródło: opracowanie własne (system DSS 3.0)

W efekcie konstruuje się zbiór kryteriów i podkryteriów, które tworzą „drzewo kryterialne”. Wszystkie elementy tego „drzewa” są przechodnie. Pozyskiwane danych rozpoczyna się od parametrów źródłowych (prototypów). Po transformacji preferencyjnej (strojeniu) grupy prototypów stają podkryteriami. Dalej, podkryteria te podlegają preferencjom globalnym i tworzą funkcję użyteczności dla danego problemu decyzyjnego. Określanie ważności podkryteriów (P) w kryteriach i samych kryteriów (S) zależy od odbiorcy metod prognozowania sprzedaży. Punktem wyjścia listy kryteriów są specyfikacje podkryteriów precyzujących listę pytań, na które winni odpowiadać respondenci (eksperci).

### Dane i preferencje w ocenie

Istotne są dwa momenty we wprowadzaniu danych: ich organizacja i wprowadzane wartości, które możemy zapisywać w postaci numerycznej lub lingwistycznej (wypowiedzi eksperckiej). Ma się na myśli proces walidacji systemu i dobór postaci danych do przeprowadzenia ocen porównawczych. Coraz częściej przydatnymi dla podjęcia decyzji okazują się być informacje wyrażone w formie słownej (lingwistycznej). Podstawę dla konwersji ocen słownych w liczbowe (i na

odwrót) stanowi zastosowana metodyka tworzenia kwantyfikatorów lingwistycznych. W systemie DSS 3.0 zastosowano w miarę bezstratne transformacje (nieliniowe) liczba  $\leftrightarrow$  słowa  $\leftrightarrow$  liczba, co umożliwia pozyskiwanie danych na drodze pomiarowej i/lub lingwistycznej.

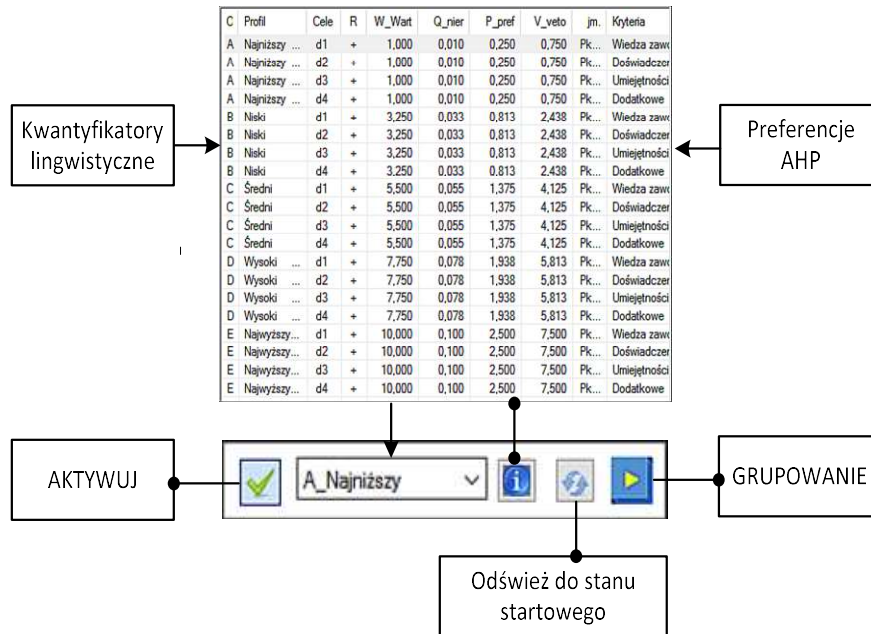
Jedynym warunkiem założonym dla przeprowadzenia rankingu, był wektor preferencji eksperckich opracowany metodą AHP. U podstaw tej metody leży twierdzenie T. L. Saaty'ego, zgodnie z którym osądy ludzkie mają charakter relatywny, zależny od aktualnego systemu wartości, zajmowanej roli i charakterystyki oceniającego. Uzyskane tą drogą preferencje obowiązują dalej we wszystkich klasyfikacjach i ocenach przeprowadzonych w niniejszym artykule. Przyjęto do analiz zespół danych w postaci: atrybutu decyzyjnego – „użyteczność prognozy”, pełnej kolekcji danych źródłowych (wypowiedzi 5 ekspertów) oraz preferencje do funkcji użyteczności: trafność prognozy – 49,49%, zaufanie do metody – 24,23%, adaptacyjność metody – 17,70% oraz łatwość posługiwania się metodą – 8,57%. Wskaźnik spójności (CR) wyniósł 0,054, co oznacza że wypowiedzi respondenta były spójne ( $CR < 0,10$ ).

## METODA ELECTRE TRI W OCENIE UŻYTECZNOŚCI

Metody ELECTRE obejmują modelowanie problemów decyzyjnych wraz z charakterystyczną dla nich niepewnością, niedokładnością i nieokreślonością danych (ocen) i podlegających silnym preferencjom użytkownika (decydenta). Podejście to wykorzystuje koncepcję relacji outrankingu  $A_k \rightarrow A_l$  (przewyższania), która mówi, że nawet jeśli dwa warianty nie dominują się wzajemnie, to decydent akceptuje ryzyko traktowania wariantu  $A_k$  jako prawie na pewno lepszego od wariantu  $A_l$ . W systemie DSS 3.0 zastosowano metodę Electre Tri [Roy 2008], za pomocą której obiekty można pogrupować według wybranego poziomu szczegółowości (liczba grup) i swoistego nazewnictwa. Opis metody Electre Tri można znaleźć w licznych opracowaniach, np. [Corrente i in. 2016].

Parametrami sterującymi (wejściowymi) w metodzie Electre Tri są wagi kryteriów ( $w_j$ ) oraz progi: nierozróżnialności ( $q_j$ ), preferencji ( $p_j$ ) i veta ( $v_j$ ). Należy również podać liczbę klas i określić ich granice, czyli profile separujące. Każdy wariant decyzyjny jest opisany ze względu na jego wartości na kryteriach (zmiennych). Działanie metody opiera się na wykonywaniu testów zgodności i niezgodności między wariantami decyzyjnymi, a profilami separującymi klasy (rysunek 3).

Rysunek 3. Macierz wariantów decyzyjnych - profile separujące w Electre Tri

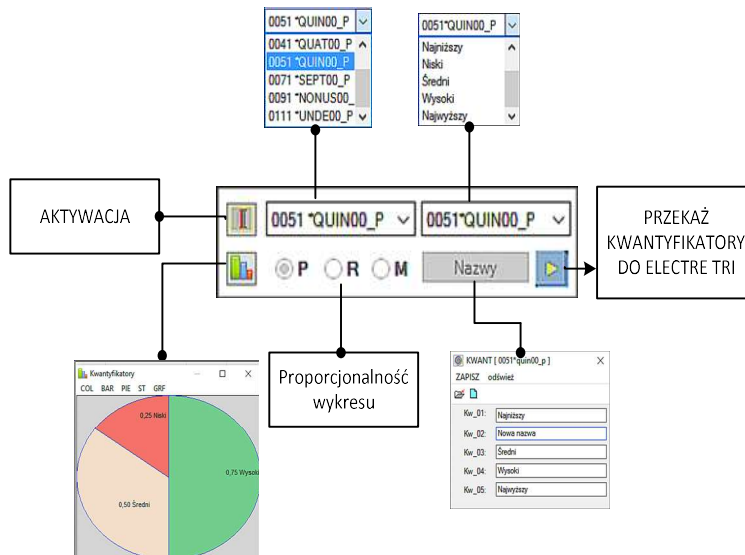


Źródło: opracowanie własne (system DSS 3.0)

W systemie DSS 3.0 dostępny jest m.in. moduł lingwistyka, który umożliwia użytkownikowi wybranie interpretacji graficznej edytowania wyników opartych na kwantyfikatorach lingwistycznych. Rzecz polega na tym, aby użytkownik miał możliwość wyboru tylko takiego zakresu edycji, którym jest zainteresowany (rysunek 4).

Moduł posiada możliwość wyboru z listy kwantyfikatorów rozwiązania o różnym poziomie szczegółowości (od 2 – 11 elementów) w różnej proporcjonalności.

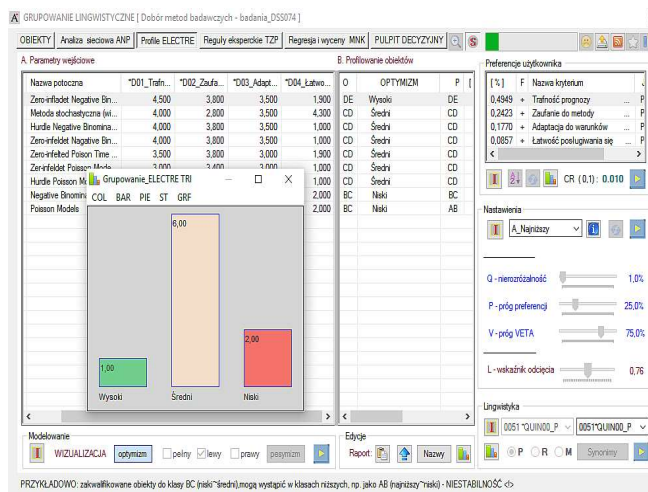
Rysunek 4. Kreowanie lingwistycznych wariantów decyzyjnych



Źródło: opracowanie własne (system DSS 3.0)

W prezentowanym przykładzie, uzyskano wyniki grupowania lingwistycznego, stosując kwantyfikatory QUIN00\_P, tj. pięciopunktową ocenę graficzną (proporcjonalną) w stosunku do ocenianych metod prognozowania sprzedaży (rysunek 5).

Rysunek 5. Ranking i grupowanie lingwistyczne metodą Electre Tri



Źródło: opracowanie własne (system DSS 3.0)



Przy zastosowaniu pięcio punktowego (proporcjonalnego) klasyfikatora lingwistycznego (QUIN00\_P) otrzymano 3 klasy jakości metod prognozowania sprzedaży. Ogólnie, metody prognozowania sprzedaży cechują się przeciętnym odbiorem u użytkowników (więcej obiektów poniżej średniej). Przeprowadzone oceny są stabilne, szczególnie w grupie ocen najwyższych. Najlepszą metodą prognozowania sprzedaży jest „Zero-inflated Negative Binomial Time Series Models” (modele szeregów czasowych oparte na rozkładzie ujemnym dwumianowym z dużą liczbą zer). Najmniej przydatną w ocenie ekspertów jest metoda „Poisson Models” (modele oparte na rozkładzie Poissona). Warto dodać, że jedna z klasyfikacji – „Poisson Models” (modele oparte na rozkładzie Poissona) jest lokowaniem niestabilnym i może się przemieszczać w obrębie profili (BC ↔ AB). Jednym z celów badania była ocena autorskiej metody „Symulacja stochastyczna”. Metoda ta lokuje się w grupie metod średniej jakości, na jej początku (2 miejsce w całościowym rankingu).

## ZAKOŃCZENIE

W artykule zweryfikowano hipotezę, że zastosowanie do jakościowej oceny metod prognozowania sprzedaży z zastosowaniem relacji przewyższenia (Electre Tri) pozwala na precyzyjniejsze ustalenie użyteczności tych metod dla określonych kręgów odbiorców. Warunkiem jest posiadanie wiedzy o preferencjach wskazanej grupy użytkowników i dostosowanie opisu metod do odwzorowywanej rzeczywistości. Metoda Electre Tri pomija w klasyfikacjach atrybut decyzyjny, tj. nie wprowadza się zmiennej zależnej, co pozwala na odkrywanie „niezdominowanej” wiedzy o rozpatrywanym procesie decyzyjnym. W wyniku przeprowadzonych badań możemy otrzymać sprzężenie zwrotne, mianowicie: gradacja profili (np. wysoki, niski), itp. Tego typu podejście może być stosowane m.in. do wyboru najlepszych metod prognozowania sprzedaży w przedsiębiorstwie.

## BIBLIOGRAFIA

- Becker J. (2008) Architektura informatycznego systemu generowania wielokryterialnych rozwiązań decyzyjnych: (cz. 1) Koncepcja budowy modelu WPL oparta na niestandardowych zadaniach decyzyjnych. Seria IBS PAN: Badania Systemowe, Tom 64, Wyd. Instytut Badań Systemowych PAN & Polskie Towarzystwo Badań Operacyjnych i Systemowych, Warszawa.
- Biswas A., Song P. (2009) Discrete-valued ARMA Processes. *Statistics and Probability Letters*, 79, 1841-1889.

- Budziński R., Becker J. (2015) Transformation of Knowledge Sources in Decision Support System. *Journal of Automation, Mobile Robotics & Intelligent Systems*, 9(2), 28-35.
- Cameron A. C, Trivedi P. K. (1998) *Regression Analysis of Count Data*. Cambridge University Press.
- Cameron A. C, Trivedi P. K. (2005) *Microeconometrics. Methods and Applications*. Cambridge University Press.
- Doszyń M. (2016) Sposoby badania trafności systemu prognoz sprzedaży w przedsiębiorstwie. *Studia Ekonomiczne UE w Katowicach. Modelowanie Preferencji a Ryzyko* 15.
- Goumas M., Lygerou V. (2000) An Extension of the Promethee Method for Decision Making in Fuzzy Environment: Ranking of Alternative Energy Exploitation Projects. *European Journal of Operational Research*, 123, 606-613.
- Hilbe J. M. (2011) *Negative Binomial Regression. Second Edition*. Cambridge University Press.
- Hilbe J. M. (2014) *Modeling Count Data*. Cambridge University Press.
- Mentzer J. T., Bienstock C. C. (1998) The Seven Principles of Sales Forecasting Systems. *Supply Chain Management Review*, 34(4), 76-83.
- Roy B., Słowiński R. (2008) Handling Effects of Reinforced Preference and Counter-Veto in Credibility of Outranking. *European Journal of Operational Research*, 188, 186-187.
- Corrente S., Greco S., Słowiński R. (2016) Multiple Criteria Hierarchy Process for ELECTRE Tri Methods. *European Journal of Operational Research*, 252(1), 191-203.
- Trzaskalik T. (2008) *Wprowadzenie do badań operacyjnych z komputerem*. PWE, Warszawa.
- Winkelmann R. (2008) *Econometric Analysis of Count Data*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

#### USEFULNESS OF SALES PREDICTION METHODS USING THE EXTENSION RELATIONSHIP - ELECTRE TRI

**Abstract:** The article contains a multi-criteria procedure for determining the usefulness of using sales forecasting methods in an enterprise. The problem is to assess the application of the DSS 3.0 decision support system to choose the best prognostic method.

**Keywords:** sales forecasting methods, Electre Tri, multi-criteria decision support systems

## KOSZTY OBSŁUGI A WYNIKI FUNDUSZY INWESTYCYJNYCH W POLSCE – RELACJA DŁUGOTERMINOWA

**Dariusz Filip (ORCID: 0000-0002-6905-1004)**

**Dariusz Karaś (ORCID: 0000-0003-0883-1944)**

Wydział Nauk Historycznych i Społecznych  
Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego w Warszawie  
e-mail: d.filip@uksw.edu.pl; dariusz.karas@uksw.edu.pl

**Streszczenie:** Celem artykułu jest ustalenie, czy między wskaźnikiem kosztów uczestnictwa a wynikami funduszy inwestycyjnych zachodzi długoterminowa relacja. W tym celu wykorzystano klasyczne narzędzia analizy szeregów czasowych, tj. test stacjonarności KPSS oraz analizę kointegracji procedurą Engle'a-Grangera i test Johansena. Badanie prowadzone było na podstawie relatywnie dużej próby badawczej dotyczącej czterech głównych segmentów funduszy działających w Polsce w okresie 2002-2015. W wyniku przeprowadzonej analizy kointegracji, pokazano jedynie częściowe występowanie długoterminowej relacji między wskaźnikiem kosztów uczestnictwa, będącym odzwierciedleniem pobieranych przez fundusz opłat, a osiąganymi wynikami inwestycyjnymi w wybranych grupach funduszy.

**Słowa kluczowe:** fundusze inwestycyjne, wyniki inwestycyjne, kointegracja, stacjonarność, wskaźnik kosztów uczestnictwa

**JEL classification:** G11, G23, G29

### WSTĘP

Rynek funduszy inwestycyjnych w Polsce, praktycznie od początku swojego istnienia, określany jest jako dynamicznie rozwijający się. Przechodząc okres dojrzwania przy jednoczesnym zwiększonym napływie aktywów, przekazywanych przez klientów do tego typu instytucji zbiorowego inwestowania, omawiany sektor charakteryzował się coraz bardziej umiarkowanymi wynikami inwestycyjnymi. Niemniej jednak pobierane przez polskie fundusze opłaty, w zestawieniu

z pozostałymi krajami Unii Europejskiej, wciąż należą do najwyższych [zob. Keswani i in. 2017].

Powiązanie osiągniętych przez fundusze inwestycyjne wyników z pobieranymi opłatami za zarządzanie analizowane było w literaturze przedmiotu wielokrotnie. Specyfika ww. badań skutkowała konfrontacją dwóch skrajnych, w tym przypadku, hipotez, tj. rynku efektywnego oraz teorii kapitału ludzkiego. Generalnie zmierzano do ustalenia, czy np. wysokie koszty obsługi, w tym manipulacyjne oraz za zarządzanie, są usprawiedliwione staranniejszą, a być może efektywniejszą analizą portfelową. To z kolei powinno przekładać się na lepsze wyniki inwestycyjne. Krótkoterminowe uchwycenie powiązania koszty-wyniki może być obciążone błędem wynikającym z anomalii rynkowych. Jedynie analiza długoterminowej relacji pozwoli odnieść się do faktycznej kointegracji omawianych zmiennych.

Celem przedkładanego artykułu jest ustalenie, czy między wskaźnikiem kosztów uczestnictwa a wynikami funduszy inwestycyjnych zachodzi długoterminowa relacja. Ustalenia w tym obszarze wydają się istotne dla klientów instytucji zbiorowego inwestowania, jak również teorii finansów. Informacja o występowaniu niestacjonarności procesu oraz kointegracji między uwzględnionymi zmiennymi może skutkować istnieniem, w dużym stopniu, zależności wskaźnika kosztów od uzyskiwanych wyników inwestycyjnych. A to z kolei pozwoli odpowiedzieć na pytanie o zasadność pobierania wyższych opłat w różnych segmentach funduszy.

## PRZEGLĄD LITERATURY

Prace naukowe poświęcone powiązaniu efektów alokacji aktywów z opłatami pobieranymi przez fundusze inwestycyjne sięgają przełomu lat sześćdziesiątych i siedemdziesiątych ubiegłego wieku. Badania m.in. Sharpe [1966], czy choćby Carlsona [1970] jako pierwsze pokazywały, że opłaty za zarządzanie znacząco ograniczają wyniki instytucji zbiorowego inwestowania, sprawiając, że stopy zwrotu netto tych podmiotów nie są w stanie przewyższać dochodu z benchmarku.

Jednak dopiero w kolejnych pracach, pochodzących z lat dziewięćdziesiątych, dyskusja dotycząca wpływu czynników związanych z opłatami na uzyskiwane wyniki inwestycyjne nabrała znaczenia. Przykładowo, Elton i in. [1993], Malkiel [1995] oraz Carhart [1997] przekonywali, że wskaźnik kosztów uczestnictwa negatywnie oddziałuje na wyniki inwestycyjne, natomiast Hooks [1996] oraz Droms i Walker [1996] dostarczali już nieco odmiennych wniosków, mówiących o tym, iż fundusze pobierające opłaty umorzeniowe przewyższają wynikami fundusze typu *no-load*.

Pojawiały się również badania, w których analizowano wyniki inwestycyjne omawianych instytucji finansowych w średnim lub długim okresie. Wśród takich prac warto wymienić choćby opracowanie Sauera [1997]. Przy okazji badania siły i stabilności związku między wynikami w dwóch kolejnych perspektywach

czasowych, pokazał on, że w podokresach jedno-, trzy- i pięcioletnich, może występować powtarzalność wyników. Wykorzystanymi w tej pracy miarami wyników były stopy zwrotu, wskaźniki Sharpe'a i Treynora oraz wyrazy wolne z jedno- oraz wieloczynnikowego modelu CAPM.

Analizą wyników w dłuższych okresach zajmowała się również Bers [1998]. Przy użyciu alfa Jensena, wskaźników Sharpe'a oraz Treynora ustaliła ona, że w horyzoncie trzyletnim część zarządzających funduszami była w stanie osiągać ponadprzeciętne wyniki, a zatem mogli się oni wykazywać większymi umiejętnościami. Podobne dowody, przemawiające za istnieniem pewnych zróżnicowanych umiejętności menedżerskich, które mogłyby uzasadniać wysokość pobieranych opłat, uzyskali Jan i Hung [2004]. Badali oni racjonalność strategii kupowania jednostek uczestnictwa funduszy inwestycyjnych, które w przeszłości osiągały sukces. Przy pomocy alfa Carharta znaleźli oni dowody mówiące o tym, że zwycięskie fundusze mogą powtórzyć swoje wyniki zarówno w krótkim, jak i długim okresie. Podobnie rzecz się ma w przypadku funduszy ze słabszymi wynikami.

Polska literatura przedmiotu jest stosunkowo bogata w analizy efektywności funduszy inwestycyjnych. Zagadnienie to było opisywane praktycznie od pierwszych prac pochodzących z lat dziewięćdziesiątych ubiegłego wieku [zob. Dziawgo, Dziawgo 1994], aż po bardziej współczesne opracowania [np. Witkowska 2009, Perez 2012]. Nowsze nurty badań, poświęcone funkcjonowaniu funduszy inwestycyjnych, koncentrowały się wokół powtarzalności wyników [np. Jackowicz, Filip 2009, Urbański 2017], wpływie zmian na stanowiskach menedżerskich [Asyngier, Miziołek 2017] oraz czynników organizacyjnych [Filip, 2017] na wyniki. Zauważano również, że koszty funduszy inwestycyjnych, w postaci opłaty za zarządzanie, mogą być czynnikiem determinującym decyzje indywidualnych inwestorów [Przybylska-Kapuścińska, Gabryelczyk 2004].

## ZAŁOŻENIA METODYCZNE BADANIA KOINTEGRACJI

Zmienne wykorzystywane w badaniach ekonomicznych, szczególnie odnoszące się do zagadnień makroekonomicznych i finansowych, zazwyczaj nie charakteryzują się stacjonarnością. Pojawia się wówczas problem tzw. regresji pozornej, której efektem mogą być prognozy rozbieżne od rzeczywistości. Konieczne jest wówczas zbudowanie takiego modelu ekonometrycznego, który pozwoli na obarczone mniejszym błędem prognozowanie. Przeprowadzenie analizy stacjonarności szeregów czasowych, wykorzystywanych w modelowaniu ekonometrycznym, ma wówczas na celu uniknięcie uzyskania istotnych statystycznie oszacowań w przypadku braku zależności pomiędzy zmiennymi. Jeśli zmienne są skointegrowane, to istnieje pomiędzy nimi związek powodujący, że kombinacja liniowa tych zmiennych jest stacjonarna, pomimo niestacjonarności samych zmiennych. Stwierdza się, że szeregi czasowe są skointegrowane w stopniu  $d$ , jeżeli oba szeregi są zintegrowane w tym samym stopniu oraz istnieje ich

kombinacja liniowa zintegrowana w stopniu niższym [Charemza, Deadman 1997]. Narzędzia analizy stacjonarności oraz kointegracji wykorzystywane są od jakiegoś czasu w finansach [np. Kłodzińska 2010, Tatarczak 2007]. Samą kointegrację definiuje się jako długookresową zależność procesów ekonomicznych, która interpretowana jest jako ścieżka równowagi [Dyduch 2016].

Biorąc pod uwagę, iż w poszczególnych segmentach polskich funduszy inwestycyjnych, charakteryzujących się określoną polityką inwestycyjną, istnieje możliwość wyliczenia średnich wartości dla całej grupy w kolejnych latach badania, stworzone na tej podstawie szeregi czasowe można było poddać ogólnej analizie zależności. W przypadku rynku funduszy szczególnie interesująca wydaje się relacja pomiędzy poziomem kosztów a wynikami inwestycyjnymi (mierzonymi na różne sposoby). Wspomniany poziom kosztów, będący odzwierciedleniem pobieranych przez fundusz opłat, był interpretowany jako wskaźnik kosztów ponoszonych przez uczestników funduszy i liczony jako stosunek sumy rocznych kosztów operacyjnych funduszu *i* w odniesieniu do posiadanych średnich aktywów w danym roku. Pomiar wyników dokonany został w oparciu o klasyczne roczne oceny alokacji aktywów, takie jak: stopa zwrotu, wskaźnik Sharpe'a, wskaźnik Treynora oraz alfa Jensena. Do obliczenia dwóch ostatnich miar wyników użyty został czynnik rynkowy, którym był indeks WIG, IROS lub IBS-52 – w zależności od przyjętej polityki inwestycyjnej. Badaniem objęto 264 podmioty, o określonych klasach ryzyka, działające w Polsce w okresie 2002-2015. Relatywnie dużą próbę badawczą podzielono na cztery główne segmenty rynkowe: fundusze akcji (82), fundusze mieszane (69), fundusze obligacji (69) oraz fundusze rynku pieniężnego (44). Dane, na podstawie których przeprowadzono badanie, pochodziły z serwisów informacyjnych firmy *Analizy Online*.

Hipoteza główna zakłada, że między wynikami inwestycyjnymi a kosztami uczestnictwa nie zachodzi długoterminowa relacja. Do badania wspomnianego związku wybrano analizę kointegracji. Kointegracja dotyczy zmiennych zintegrowanych, o stopniu integracji większym niż 0. Oznacza to, że kointegracja występuje, jeżeli każdy analizowany proces jest zintegrowany w stopniu pierwszym, zaś proces resztowy z równania kointegrującego nie jest zintegrowany. Generalnie zakłada się, iż zmienne skointegrowane w długim okresie zmiernają do równowagi długookresowej [Buszkowska 2014].

Analiza kointegracji przeprowadzona została za pomocą algorytmu Engle'a-Grangera z wykorzystaniem testu Dickey'a-Fullera, w następujących krokach [zob. Charemza, Deadman 1997, Syczewska 1999, Syczewska 2002, Tatarczak 2007]:

1. testowanie pierwiastka jednostkowego każdej ze zmiennych;
2. estymacja równania kointegrującego;
3. test na pierwiastek jednostkowy dla procesu resztowego w równaniu kointegrującym.

Do testowania pierwiastka jednostkowego wykorzystano rozszerzony test Dickeya-Fullera (ADF), zaś badanie uzupełniono dodatkowo testem stacjonarności

Kwiatkowskiego-Phillipsa-Schmidta-Shina (KPSS), w którym hipoteza zerowa zakłada stacjonarność szeregu czasowego. Testy zastosowane zostały dla wartości zmiennej i dla przyrostów zmiennej (przy czym dla przyrostów nie uwzględniano trendu w równaniu regresji). Jeśli szereg okazywał się być niestacjonarny, to obliczono dla niego pierwsze różnice i ponownie przeprowadzono test pierwiastka jednostkowego oraz test stacjonarności. Stwierdzano, że kointegracja występuje, jeżeli każdy wykorzystywany proces był zintegrowany w stopniu pierwszym  $I(1)$ , zaś proces resztowy z równania kointegrującego był zintegrowany w stopniu zerowym  $I(0)$ . Wykorzystane w analizie równanie kointegrujące było następującej postaci:

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_t + \varepsilon_t. \quad (1)$$

Alternatywnie do procedury Engle'a-Grangera, do badania występowania relacji kointegrującej zastosowano metodę Johansena, opartą na innym podejściu metodologicznym. Wykorzystuje ona dwa testy do badania rzędu kointegracji: śladu macierzy i maksymalnej wartości własnej macierzy [Johansen 1988]. Testowanie rzędu kointegracji za pomocą testu śladu, stanowiące tzw. podejście rekursywne, pozwala określić stabilność otrzymanych rezultatów kointegracji procesów [Hansen, Johansen 1999]. W pierwszej parze hipotez, hipoteza zerowa w teście śladu macierzy zakłada brak wektora kointegrującego, zaś hipoteza alternatywna podaje, że istnieje przynajmniej jeden wektor kointegrujący. Z kolei w drugiej parze hipotez, hipoteza zerowa mówi o istnieniu jednego wektora kointegrującego, zaś hipoteza alternatywna stwierdza, że są przynajmniej dwa liniowo niezależne wektory kointegrujące. Natomiast w teście maksymalnej wartości własnej, w pierwszej parze hipotez odrzucenie hipotezy zerowej oznacza, że istnieje jeden wektor kointegrujący, zaś w drugiej parze hipotez - hipoteza alternatywna mówi, że istnieją przynajmniej dwa liniowo niezależne wektory kointegrujące. Test przeprowadzany jest dla kolejnych par hipotez, zaś procedura jest kończona w momencie, gdy odpowiednia hipoteza zerowa zostaje odrzucona po raz pierwszy [zob. Charemza, Deadman 1997]. Dla wyjaśnienia, opóźnienie w modelu określone zostało na podstawie kryterium informacyjnego Akaike (AIC).

Statystyka testu śladu miała postać:

$$LR(r_0) = -T * \sum_{j=0}^m \ln(1 - \lambda_j), \quad (2)$$

zaś statystyka testu maksymalnej wartości własnej:

$$LR_{max}(r_0) = -T * \ln(1 - \lambda_{r_0+1}), \quad (3)$$

gdzie:  $m$  jest liczbą zmiennych,  $T$  – liczbą obserwacji,  $\lambda_j$  stanowią wartości własne, zaś  $r_0$  oznacza testowany rząd kointegracji.

## WYNIKI BADAŃ

Rezultaty badania dla czterech segmentów funduszy zostaną zaprezentowane w sposób zbiorczy, jednak interpretacja, dotycząca analizy stacjonarności procesu oraz kointegracji par zmiennych pomiędzy wskaźnikiem kosztów uczestnictwa

i miarami wyników, zostanie dokonana odrębnie dla każdego z analizowanych segmentów.

W pierwszym kroku badaniu zostanie poddana stacjonarność szeregów czasowych opisujących analizowane zmienne. Będzie ona stanowić pewną odpowiedź na istnienie ewentualnego związku kosztów uczestnictwa z osiąganymi wynikami inwestycyjnymi. Zbadanie stopnia integracji zmiennych poprzedza właściwą analizę kointegracji. Wyniki zaprezentowane w tabeli 1 dotyczą łącznie funduszy pogrupowanych w segmenty w całym horyzoncie badania. Odnotowano 601 obserwacji dotyczących funduszy akcji, 604 obserwacji w ramach funduszy mieszanych, 388 wśród funduszy obligacji, 337 – funduszy rynku pieniężnego.

Tabela 1. Analiza stacjonarności procesu dla danych dotyczących polskich funduszy inwestycyjnych

Panel A. Fundusze akcji			
Zmienna	Poziomy zmiennej	Pierwsze różnice zmiennej	Poziom zintegrowania
Wskaźnik kosztów	0,0379	0,0724	I(1)
Stopa zwrotu	0,1758	0,2068	I(0)
Wskaźnik Sharpe'a	0,1976	0,2029	I(0)
Wskaźnik Treynora	0,1730	0,2455	I(0)
Alfa Jensena	0,0842	0,0902	I(0)
Panel B. Fundusze mieszane			
Zmienna	Poziomy zmiennej	Pierwsze różnice zmiennej	Poziom zintegrowania
Wskaźnik kosztów	0,0230	0,1464	I(1)
Stopa zwrotu	0,1962	0,3073	I(0)
Wskaźnik Sharpe'a	0,0750	0,2918	I(0)
Wskaźnik Treynora	0,2071	0,2660	I(0)
Alfa Jensena	0,0660	0,2209	I(0)
Panel C. Fundusze obligacji			
Zmienna	Poziomy zmiennej	Pierwsze różnice zmiennej	Poziom zintegrowania
Wskaźnik kosztów	0,0380	0,1050	I(1)
Stopa zwrotu	0,1583	0,1749	I(0)
Wskaźnik Sharpe'a	0,0465	0,1712	I(1)
Wskaźnik Treynora	0,0344	0,1218	I(1)
Alfa Jensena	0,0460	0,1446	I(1)
Panel D. Fundusze rynku pieniężnego			
Zmienna	Poziomy zmiennej	Pierwsze różnice zmiennej	Poziom zintegrowania
Wskaźnik kosztów	0,0400	0,5097	I(1)
Stopa zwrotu	0,0390	0,1636	I(1)
Wskaźnik Sharpe'a	0,0530	0,1489	I(0)
Wskaźnik Treynora	0,1017	0,1188	I(0)
Alfa Jensena	0,1351	0,2220	I(0)

Źródło: opracowanie własne

W celu przeprowadzenia analizy relacji długookresowej zmiennych, które mogą być ze sobą powiązane, konieczne jest ustalenie, czy dwa analizowane szeregi czasowe są niestacjonarne, zaś ich kombinacja liniowa jest stacjonarna. Tabela 1 zawiera informacje o wartościach testu stacjonarności z których wynika, że wartości wskaźnika kosztów uczestnictwa okazują się być procesem niestacjonarnym niezależnie od segmentu funduszy, zaś miary wyników są w większości procesami stacjonarnymi. Na uwagę zasługują wartości statystyki



KPSS w przypadku wskaźników Sharpe'a, Treynora oraz Jensena dla funduszy obligacji, jak również stóp zwrotu dla funduszy rynku pieniężnego, które pozwalają na odrzucenie hipotezy zerowej i przyjęcie hipotezy alternatywnej mówiącej o niestacjonarności procesu dla poziomów zmiennych.

Następnie utworzono równania kointegrujące dla par zmiennych, gdzie jednym z procesów w każdym przypadku był wskaźnik kosztów, zaś drugim – odpowiedni wskaźnik wyników. Jednak w przypadku miar wyników można wnioskować o braku integracji I(1) poszczególnych szeregów czasowych, co oznacza, że mamy do czynienia ze szczególnym przypadkiem, dla którego prezentacja wyników analizy kointegracji (zob. tabela 2) nie powinna dostarczyć przydatnych rezultatów. Przeprowadzenie testu pierwiastka jednostkowego ADF również potwierdza niestacjonarność wskaźnika kosztów uczestnictwa oraz stacjonarność miar wyników.

Tabela 2. Wyniki testów ADF (wartość  $p$ ) w analizie kointegracji procedurą Engle'a-Grangera dla polskich funduszy inwestycyjnych

Panel A. Fundusze akcji				
Relacja	Test ADF dla procesu 1	Test ADF dla procesu 2	Test ADF dla procesu resztowego	Czy występuje kointegracja?
Wskaźnik kosztów - Stopa zwrotu	0,6235	0,0058	0,7606	NIE
Wskaźnik kosztów - Wskaźnik Sharpe'a	0,6235	0,0295	0,7781	NIE
Wskaźnik kosztów - Wskaźnik Treynora	0,6235	0,0027	0,7680	NIE
Wskaźnik kosztów - Alfa Jensena	0,6235	0,0009	0,7911	NIE
Panel B. Fundusze mieszane				
Relacja	Test ADF dla procesu 1	Test ADF dla procesu 2	Test ADF dla procesu resztowego	Czy występuje kointegracja?
Wskaźnik kosztów - Stopa zwrotu	0,5040	0,0528	0,6913	NIE
Wskaźnik kosztów - Wskaźnik Sharpe'a	0,5040	0,5759	0,5575	NIE
Wskaźnik kosztów - Wskaźnik Treynora	0,5040	0,0326	0,7102	NIE
Wskaźnik kosztów - Alfa Jensena	0,5040	0,2560	0,5890	NIE
Panel C. Fundusze obligacji				
Relacja	Test ADF dla procesu 1	Test ADF dla procesu 2	Test ADF dla procesu resztowego	Czy występuje kointegracja?
Wskaźnik kosztów - Stopa zwrotu	0,2027	0,0768	0,2953	NIE
Wskaźnik kosztów - Wskaźnik Sharpe'a	0,2027	0,5464	0,2687	NIE
Wskaźnik kosztów - Wskaźnik Treynora	0,2027	0,1055	0,4762	NIE
Wskaźnik kosztów - Alfa Jensena	0,2027	0,2514	0,6021	NIE

Panel D. Fundusze rynku pieniężnego				
Relacja	Test ADF dla procesu 1	Test ADF dla procesu 2	Test ADF dla procesu resztowego	Czy występuje kointegracja?
Wskaźnik kosztów - Stopa zwrotu	0,2891	0,7953	0,7951	NIE
Wskaźnik kosztów - Wskaźnik Sharpe'a	0,2891	0,2281	0,8901	NIE
Wskaźnik kosztów - Wskaźnik Treynora	0,2891	0,2201	0,5114	NIE
Wskaźnik kosztów - Alfa Jensena	0,2891	0,7345	0,8801	NIE

Źródło: opracowanie własne

Tabela 2 zawiera wyniki analizy kointegracji procedurą Engle'a-Grangera. Założono, że kointegracja występuje, jeżeli każdy wykorzystywany proces jest zintegrowany, tzn. hipoteza zerowa o pierwiastku jednostkowym nie jest odrzucana, oraz proces resztowy z równania kointegrującego nie jest zintegrowany -  $I(0)$ , tzn. hipoteza zerowa o pierwiastku jednostkowym jest odrzucana. Przeprowadzony w ramach procedury test ADF potwierdza otrzymane wyniki analizy stacjonarności procesów przy użyciu testu KPSS, co oznacza brak występowania relacji kointegrujących. Wynika to z faktu, iż w poszczególnych parach tylko jeden z procesów jest zintegrowany w stopniu pierwszym. Jak wspomniano wcześniej, badanie kointegracji będzie dokonane dwoma sposobami. Rezultaty badania z wykorzystaniem metody Johansena przedstawiono w tabeli 3.

Tabela 3. Wyniki testu Johansena na kointegrację dla polskich funduszy inwestycyjnych

Panel A. Fundusze akcji			
Relacja	Hipotezy	Test śladu	Test największej wartości własnej
Wskaźnik kosztów - Stopa zwrotu	$H_0: r=0; HA: r \geq 1$	17,8810 [0,0535]	13,7090 [0,0594]
	$H_0: r=1; HA: r \geq 2$	4,1719 [0,0411]	4,1719 [0,0411]
Wskaźnik kosztów - Wskaźnik Sharpe'a	$H_0: r=0; HA: r \geq 1$	15,6190 [0,1025]	11,9080 [0,1144]
	$H_0: r=1; HA: r \geq 2$	3,7105 [0,0541]	3,7105 [0,0541]
Wskaźnik kosztów - Wskaźnik Treynora	$H_0: r=0; HA: r \geq 1$	18,1880 [0,0488]	13,9720 [0,0537]
	$H_0: r=1; HA: r \geq 2$	4,2166 [0,0400]	4,2166 [0,0400]
Wskaźnik kosztów - Alfa Jensena	$H_0: r=0; HA: r \geq 1$	18,2910 [0,0474]	14,9500 [0,0368]
	$H_0: r=1; HA: r \geq 2$	3,3410 [0,0676]	3,3410 [0,0676]
Panel B. Fundusze mieszane			
Relacja	Hipotezy	Test śladu	Test największej wartości własnej
Wskaźnik kosztów - Stopa zwrotu	$H_0: r=0; HA: r \geq 1$	14,4900 [0,1393]	12,5420 [0,0913]
	$H_0: r=1; HA: r \geq 2$	1,9476 [0,1628]	1,9476 [0,1628]
Wskaźnik kosztów - Wskaźnik Sharpe'a	$H_0: r=0; HA: r \geq 1$	7,4065 [0,5377]	6,5407 [0,5526]
	$H_0: r=1; HA: r \geq 2$	0,8658 [0,3521]	0,8658 [0,3521]
Wskaźnik kosztów - Wskaźnik Treynora	$H_0: r=0; HA: r \geq 1$	15,8820 [0,0953]	13,9590 [0,0540]
	$H_0: r=1; HA: r \geq 2$	1,9226 [0,1656]	1,9226 [0,1656]
Wskaźnik kosztów - Alfa Jensena	$H_0: r=0; HA: r \geq 1$	17,5480 [0,0225]	14,9550 [0,0367]
	$H_0: r=1; HA: r \geq 2$	2,5927 [0,1074]	2,5927 [0,1074]

Panel C. Fundusze obligacji			
Relacja	Hipotezy	Test śladu	Test największej wartości własnej
Wskaźnik kosztów - Stopa zwrotu	H0: $r=0$ ; HA: $r \geq 1$	27,8070 [0,0021]	21,0620 [0,0028]
	H0: $r=1$ ; HA: $r \geq 2$	6,7457 [0,0246]	6,7457 [0,0246]
Wskaźnik kosztów - Wskaźnik Sharpe'a	H0: $r=0$ ; HA: $r \geq 1$	28,6850 [0,0015]	20,8330 [0,0031]
	H0: $r=1$ ; HA: $r \geq 2$	7,8520 [0,0153]	7,8520 [0,0153]
Wskaźnik kosztów - Wskaźnik Treynora	H0: $r=0$ ; HA: $r \geq 1$	29,7190 [0,0011]	22,8860 [0,0012]
	H0: $r=1$ ; HA: $r \geq 2$	6,8324 [0,0237]	6,8324 [0,0237]
Wskaźnik kosztów - Alfa Jensena	H0: $r=0$ ; HA: $r \geq 1$	14,2080 [0,0764]	7,5067 [0,4399]
	H0: $r=1$ ; HA: $r \geq 2$	6,7016 [0,0096]	6,7016 [0,0096]
Panel D. Fundusze rynku pieniężnego			
Relacja	Hipotezy	Test śladu	Test największej wartości własnej
Wskaźnik kosztów - Stopa zwrotu	H0: $r=0$ ; HA: $r \geq 1$	30,4210 [0,0001]	28,7850 [0,0008]
	H0: $r=1$ ; HA: $r \geq 2$	1,6360 [0,2009]	1,6360 [0,2009]
Wskaźnik kosztów - Wskaźnik Sharpe'a	H0: $r=0$ ; HA: $r \geq 1$	31,5960 [0,0001]	25,0460 [0,0005]
	H0: $r=1$ ; HA: $r \geq 2$	6,5501 [0,0105]	6,5501 [0,0105]
Wskaźnik kosztów - Wskaźnik Treynora	H0: $r=0$ ; HA: $r \geq 1$	36,1210 [0,0001]	25,5090 [0,0004]
	H0: $r=1$ ; HA: $r \geq 2$	10,6120 [0,0049]	10,6120 [0,0049]
Wskaźnik kosztów - Alfa Jensena	H0: $r=0$ ; HA: $r \geq 1$	32,4810 [0,0004]	25,1520 [0,0004]
	H0: $r=1$ ; HA: $r \geq 2$	7,3294 [0,0191]	7,3294 [0,0191]

Uwaga: Dla przedstawionych w tabeli wyników weryfikacji hipotezy o istnieniu różnych od siebie wektorów kointegrujących przyjęto poziom istotności  $\alpha=0,05$ . Wartości prawdopodobieństwa popełnienia błędu I rodzaju zostały podane w nawiasach kwadratowych.

Źródło: opracowanie własne

Tabela 3 zawiera wartości testu śladu macierzy i testu maksymalnej wartości własnej macierzy. Hipoteza zerowa, zakładająca brak wektora kointegrującego, odrzucana była przy poziomie istotności wynoszącym 5%. Analiza kointegracji metodą Johansena wskazywała na występowanie relacji kointegrującej pomiędzy wskaźnikiem kosztów a miarami Treynora i Jensena dla funduszy akcji, zaś dla funduszy mieszanych – pomiędzy wskaźnikiem kosztów i miarą Jensena. Dla pozostałych sposobów pomiaru wyników nie wykazano występowania długookresowych zależności, co nie oznacza, że dla ww. funduszy w ujęciu krótkookresowym one nie występują. Analogicznie dla funduszy obligacji, zestawiane w pary zmienne niestacjonarne, dotyczące wskaźnika kosztów oraz odpowiednio stóp zwrotu, wskaźników Sharpe'a, jak i wskaźników Treynora, kształtują się w kolejnych okresach w sposób podobny. Również dla funduszy rynku pieniężnego, weryfikacja liczby wektorów kointegrujących we wszystkich relacjach wskaźnika kosztów uczestnictwa z miarami wyników dostarczyła całkowicie odmiennych rezultatów w stosunku do procedury Engle'a-Grangera.

Rozbieżność rezultatów nie powinna być zaskakująca, uwzględniając fakt, iż obie procedury opierają się na innym podejściu metodologicznym. Podobne rozbieżności pojawiają się w badaniach kointegracji np. kursów walutowych [zob. Tatarczak 2007]. Niemniej jednak, w wyniku otrzymanych rezultatów dla polskich

funduszy inwestycyjnych możemy mówić o pewnej długoterminowej relacji, zachodzącej między wskaźnikiem kosztów uczestnictwa a wspomnianymi sposobami pomiaru wyników. To zagadnienie z kolei zasługuje na dalsze analizy, koncentrujące się na egzogeniczności zmiennych oraz odchylen od relacji długookresowej.

## PODSUMOWANIE

Opracowania dociekające, czy wysokie opłaty pobierane przez fundusze inwestycyjne są usprawiedliwione staranniejszą, lepszą analizą inwestycyjną, wiążą się z badaniem efektywności tych podmiotów. Część badań przeczy jednak istnieniu umiejętności menedżerskich albo dowodzi, że fundusze chcą za świadczone usługi finansowe zbyt wysokie wynagrodzenie. W związku z powyższym, omawiane zagadnienie wydaje się istotne zarówno dla teorii finansów, jak i samych klientów funduszy.

Celem artykułu było ustalenie, czy między wskaźnikiem kosztów uczestnictwa a efektami lokowania aktywów przez fundusze inwestycyjne zachodzi długoterminowa relacja. Hipoteza główna, mówiąca o braku występowania długoterminowej relacji między wynikami funduszy a kosztami, nie została jednoznacznie zweryfikowana. W przypadku niestacjonarności zmiennych, istnienie wektora kointegrującego świadczy o występowaniu pomiędzy procesami relacji stabilnej równowagi ekonomicznej. Dla wszystkich segmentów funduszy jedynie wskaźnik kosztów charakteryzował się niestacjonarnością. Natomiast szeregi czasowe, utworzone na podstawie uśrednionych wyników inwestycyjnych, wykazywały się niestacjonarnością w przypadku funduszy obligacji i częściowo rynku pieniężnego, zaś w przypadku funduszy akcji i mieszanych charakteryzowały się stacjonarnością. Procedura badania kointegracji metodą Engle'a-Grangera wskazywała na brak występowania długookresowej relacji pomiędzy wskaźnikami, co wynikało ze stacjonarności jednego z procesów, bądź też braku stacjonarności procesu resztowego wektora kointegrującego. Częściowo odmienne rezultaty widoczne były przy metodzie Johansena, której zastosowanie pozwoliło na stwierdzenie istnienia wektorów kointegrujących w każdym segmencie, jednak w różnym zakresie. W przypadku funduszy akcji i funduszy mieszanych metoda Johansena wskazywała na występowanie wektora kointegrującego dla relacji wskaźnika kosztów z miarami Treynora i Jensena. Natomiast w przypadku funduszy obligacji oraz rynku pieniężnego, wyniki uzyskane metodą Johansena były zupełnie odmienne od uzyskanych procedurą Engle'a-Grangera i wykazywały istnienie wektora kointegrującego dla relacji wskaźnika kosztów uczestnictwa ze wszystkimi miarami wyników. W związku z powyższym, omawiane zagadnienie zasługuje na dalsze analizy, koncentrujące się na badaniu egzogeniczności zmiennych oraz odchylen od relacji długookresowej.

## BIBLIOGRAFIA

- Asyngier R., Miziołek T. (2017) Impact of Fund Managers Changes on Polish Equity Funds Performance. *Folia Oeconomica Stetinensia*, 17(1), 97-108.
- Bers M. K. (1998) Causal Relations Among Stock Returns, Inflation: Persistence of International Mutual Fund Performance. *Global Finance Journal*, 9(2), 225-240.
- Buszkowska E. (2014) Badanie zależności między indeksami giełdowymi a kursami walutowymi. *Zeszyty Naukowe UEK*, 4(928), 5-20.
- Carhart M. (1997) On Persistence in Mutual Fund Performance. *The Journal of Finance*, 52(1), 57-82.
- Carlson R. S. (1970) Aggregate Performance of Mutual Funds: 1948–1967. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 5, 1-32.
- Charemza W., Deadman D. (1997) *Nowa ekonometria*. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Droms W. G., Walker D. A. (1996) Mutual Fund Investment Performance. *Quarterly Review of Economics and Finance*, 36(3), 347-363.
- Dyduch J. (2016) Analiza zależności długookresowych między indeksem WIG i indeksem obligacji skarbowych TBSP.INDEX. *Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach*, 282, 26-34.
- Dziawgo D., Dziawgo L. (1994) *Fundusze powiernicze*. Towarzystwo Naukowe Organizacji i Kierownictwa, Toruń.
- Elton E., Gruber M., Das S. R., Hlavka M. (1993) Efficiency with Costly Information: A re-Interpretation of Evidence for Managed Portfolios. *Review of Financial Studies*, 6(1), 1-22.
- Filip D. (2017) Wartość aktywów zarządzanych przez polskie fundusze inwestycyjne a efekty ich gospodarowania. [w:] Wieteska S., Burzyńska D. (red.) *Granice finansów XXI wieku. Finanse publiczne. Rynki finansowe. Finanse przedsiębiorstw*. Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, 89-107.
- Hansen H., Johansen S. (1999) Some Tests for Parameter Constancy in Cointegrated VAR-Models. *Econometrics Journal*, 2(2), 306-333.
- Hooks J. A. (1996) The Effects of Loads and Expenses on Open end Mutual Fund Returns. *Journal of Business Research*, 36, 199-202.
- Jackowicz K., Filip D. (2009) Powtarzalność wyników funduszy inwestycyjnych w Polsce. *Materiały i Studia*, 236. NBP. Warszawa.
- Jan Y-Ch., Hung, M-W. (2004) Short-Run and Long-Run Persistence in Mutual Funds. *Journal of Investing*, 13(1), 67-71.
- Johansen S. (1988) Statistical Analysis of Cointegration Vectors. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12(2-3), 231-254.
- Keswani A., Miguel A. F., Ramos S. B. (2017) Mutual Fund Size versus Fees: When Big Boys Become Bad Boys. *E-Proceedings of World Finance Conference, Sardinia*, 113.
- Kłodzińska A. (2010) Analiza kointegracji stóp procentowych w Polsce. *Zeszyty Naukowe Wydziału Nauk Ekonomicznych Politechniki Koszalińskiej*, 14, 107-114.
- Malkiel B. G. (1995) Returns from Investing in Equity Mutual Funds 1971 to 1991. *Journal of Finance*, 50(2), 549-572.

- Perez K. (2012) *Efektywność funduszy inwestycyjnych. Podejście techniczne i fundamentalne*, Difin, Warszawa.
- Przybylska-Kapuścińska W., Gabryelczyk K. (2004) Czynniki determinujące decyzje inwestorów indywidualnych o wyborze funduszy inwestycyjnych jako formy alokacji kapitału w Polsce. [w:] Dziawgo D. (red.) *Indywidualni inwestorzy na rynku finansowym*. Wydawnictwo Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń, 341-368.
- Sauer D. A. (1997) Information Content of Prior Period Mutual Fund Performance Rankings. *Journal of Economics and Business*, 49(6), 549-567.
- Sharpe W. F. (1966) Mutual Fund Performance. *Journal of Business*, 39(1), 119-138.
- Syczewska E. M. (2002) Analiza niestacjonarności kursu walutowego USD/PLN na podstawie danych dziennych i miesięcznych. *Roczniki Kolegium Analiz Ekonomicznych*, 10, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa, 159-175.
- Tataczak E. (2007) Badanie stacjonarności oraz analiza kointegracji kursów walutowych. *Roczniki Nauk Rolniczych, seria G*, 94(1), 149-156.
- Urbański S. (2017) Short-, Medium- and Long-Run Performance Persistence of Investment Funds in Poland. *Bank i Kredyt*, 48(4), 343-374.
- Witkowska D. (2009) Efektywność wybranych funduszy akcyjnych w latach 2005-2007. *Ekonomika i Organizacja Gospodarki Żywnościowej*, 74, 39-61.

#### EXPENSES AND PERFORMANCE OF MUTUAL FUNDS IN POLAND: LONG-TERM RELATION

**Abstract:** This paper aims to find a possible long-term correlation between mutual funds' performance and expenses. The examination was conducted by means of classical approaches of the time series analysis, such as the KPSS test for stationarity, the Engle-Granger approach to cointegration and the Johansen test. The study was conducted on the basis of a relatively large study sample concerning four segments of funds operated in Poland in the 2002-2015 period. The obtained results of cointegration tests provide partial evidence that a long-term relation between the expense ratio, which reflects the fees charged by funds, and the achieved mutual fund performance exists in some groups of funds only.

**Keywords:** mutual funds, performance, cointegration, stationarity, expense ratio

## **IDENTYFIKACJA ZAINTERESOWANIA DOTACJAMI JAKO ZJAWISKA SEZONOWEGO**

**Dorota Jegorow (ORCID: 0000-0002-0968-4109)**

Wydział Nauk Społecznych  
Katolicki Uniwersytet Lubelski Jana Pawła II  
e-mail: dorotajegorow@kul.pl

**Streszczenie:** W artykule podjęto próbę identyfikacji zainteresowania dotacjami w Polsce na podstawie danych wygenerowanych z aplikacji Google Trends. Przedmiotem przeprowadzonej analizy były szeregi czasowe obejmujące drugą dekadę XXI wieku. Rozstrzygnięcie faktu występowania statystycznie istotnych różnic pomiędzy średnimi w badanych grupach, wyznaczonych układem poszczególnych miesięcy, oparte zostało na analizie ANOVA. Otrzymane wyniki pozwalają twierdzić, że zainteresowanie dotacjami ma charakter sezonowy, z wyraźnym nasileniem na początku roku oraz tendencją spadkową w okresie wakacji oraz pod koniec roku.

**Słowa kluczowe:** analiza ANOVA, analiza post hoc, dotacje, Google Trends, przedsiębiorczość zależna, sezonowość

**JEL classification:** C10, H20

### **WSTĘP**

Wzajemne przenikanie się funduszy prywatnych i publicznych jest immanentną cechą współczesnej gospodarki. Dostęp do bezzwrotnych środków finansowych zgodnie z lansowaną od lat polityką rozwoju, w dużej mierze za sprawą funduszy europejskich, znacząco wpłynął na krajową przestrzeń społeczno-gospodarczą. Zarówno przedsiębiorcy, jak i osoby fizyczne, planując rozwój działalności gospodarczej lub jej uruchomienie mogą korzystać z różnorodnych programów pomocowych. Świadomości tej towarzyszy poszukiwanie potencjalnych źródeł finansowania. Zainteresowanie tego typu środkami identyfikowane jest zazwyczaj poprzez liczbę składanych wniosków w poszczególnych programach pomocowych (konkursach). Sprawozdań tych nie

charakteryzuje jednak powszechność, co w wymiarze poznawczym stanowi kluczową barierę.

Głównym celem artykułu jest określenie poziomu zainteresowania dotacjami na podstawie danych ilościowych pochodzących z aplikacji Google Trends obejmujących lata 2011-2018. Podjęta problematyka wpisuje się pośrednio w badania nad przedsiębiorczością zależną rozumianą jako aktywność gospodarcza podmiotów rynkowych zdominowana względnie trwałym i bezzwrotnym współfinansowaniem m.in. w formie subsydiów oraz dotacji [Jegorow 2017a, 2017c]. Przyjęty zakres analizy sprowadza tytułowe zagadnienie dotacji do bezzwrotnych funduszy pomocowych znajdujących się przede wszystkim w kręgu zainteresowania osób planujących podjęcie działalności gospodarczej lub rozwój istniejących firm.

Metody i narzędzia badawcze zastosowane w artykule podporządkowane zostały identyfikacji występowania statystycznie istotnych różnic między średnimi w trzech niezależnych grupach haseł w układzie miesięcznym. W procesie badawczym wykorzystane zostały testy post hoc poprzedzone analizą ANOVA. Wymiar poznawczy przeprowadzonego badania ma charakter metodologiczny obejmujący nowe źródła danych możliwe do zastosowania w analizach ekonomicznych łącznie z użytym instrumentarium narzędziowym. Z kolei wymiar aplikacyjny opracowania sprowadza się do weryfikacji hipotezy o występowaniu sezonowości w zainteresowaniu dotacjami łącznie z określeniem znaczących różnic w tym zakresie.

## GOOGLE TRENDS JAKO ELEMENT BIG DATA

Jednym z ważniejszych wyzwań świata cyfrowego stanowią obecnie technologie gromadzenia i przetwarzania danych o dużej objętości i złożoności, tzw. Big Data. Termin ten odnosi się do dużych i różnorodnych zbiorów danych, których przetwarzanie i analiza jest trudna, ale jednocześnie jest wartościowa, ponieważ może prowadzić do zdobycia nowej wiedzy [Tabakow i in. 2014]. Dostęp do nowych zbiorów danych, jak również możliwość wykorzystywania zautomatyzowanych narzędzi statystycznych, stanowią szansę, a jednocześnie wyzwanie dla analityków zajmujących się przetwarzaniem tych danych. Szczególne znaczenie odgrywają w tym zakresie wyszukiwarki internetowe przechowujące dane na temat poszukiwanych treści i częstotliwości zapytań użytkowników. Niezwykle ważnym ogólnodostępnym narzędziem wpisującym się w koncepcję Big Data jest Google Trends. Aplikacja ta zwraca odsetek zapytań dotyczących wskazanego hasła lub frazy w wyszukiwarce Google (nie są to zatem bezwzględne liczby wyszukiwań). Generowane zbory danych są znormalizowane do skali od 0 do 100 [Koszewska i in., 2014]. Wartość 100 określa punkt wyznaczony skalą czasu (minuta, godzina, dzień, tydzień lub miesiąc) na który przypadło relatywnie najwięcej zapytań w wybranym przedziale czasowym stanowiącym podstawowy układ odniesienia analizy (najwyższa popularność



hasła). Narzędzie dostarcza ponadto możliwość wygenerowania rozkładu przestrzennego zapytania w zawężeniu do poziomu NUTS2 (w Polsce jest to układ wyznaczony przez województwa). Google Trends pozwala zatem na określenie liczby operacji wyszukiwania podanego zapytania w stosunku do całkowitej liczby operacji wyszukiwania w przeglądarce Google dokonanych w tym samym czasie. Narzędzie pozwala również na dokonywanie porównań wybranych zapytań w sposób łączny, tj. wyznaczony układem odniesienia najbardziej popularnego w zbiorze hasła lub frazy. Wygenerowanie informacji zwrotnej nie jest jednak zawsze możliwe. Ograniczenia pojawiają się w przypadku zapytań charakteryzujących się relatywnie niewielką popularnością [Jegorow 2018].

Dane możliwe do wygenerowania z Google Trends stanowią alternatywę dla innych źródeł informacji, które nie są dostępne w istniejących zbiorach, bądź pojawiają się z opóźnieniem lub których kolekcja jest czasochłonna i kosztowna. Zaletą wykorzystania zapytań z wyszukiwarek internetowych jest szybkość i bezwarunkowa dostępność [Bulczak 2014]. Istotę i precyzję informacji pochodzących z wyszukiwarek internetowych w identyfikowaniu i prognozowaniu procesów społecznych i gospodarczych ma pokrycie w systematycznie zwiększającym się dorobku naukowym w tym zakresie [Bock 2018; Boone i in. 2018; Jegorow 2017b; Jun i in. 2018; Matias 2013] obejmującym m.in. problematykę sezonowości [Naccarato i in. 2018; Zhang i in. 2018].

## METODA BADAWCZA I WYKORZYSTANE DANE

Modelowanie ekonomiczne oparte na analizie sezonowości ma duże znaczenie gospodarcze [Hylleberg 1992]. Procedura ta obejmuje identyfikację składowych szeregu czasowego w postaci trendu i sezonowości w zakresie ich występowania i wielkości, a docelowo konstrukcję prognoz. Narzędzia analityczne zastosowane w zrealizowanym badaniu zawężone zostały do instrumentarium pozwalającego na stwierdzenie faktu występowania wahań sezonowych w wygenerowanych szeregach czasowych. Badanie oparte zostało na jednoczynnikowej analizie wariancji ANOVA (test F), która poprzedzona została weryfikacją spełnienia kryterium normalności rozkładu (testem Shapiro-Wilka) i jednorodności wariancji (testem Levene'a). Do stwierdzenia, które pary średnich są od siebie istotnie różne wykorzystany został test post hoc Tukey'a (zastosowanie analizy warunkowane jest statystycznie istotnym wynikiem testu F).

Analizą objęte zostały szeregi czasowe (styczeń 2011 – kwiecień 2018) znormalizowanych wartości trzech cech prezentowanych w układzie miesięcznym – haseł wygenerowanych niezależnie z aplikacji Google Trends:

- $X_1$  - dotacje,
- $X_2$  - dotacja,
- $X_3$  - dofinansowanie.

Przyjęty zakres przedmiotowy i czasowy analizy poprzedzony został licznymi eksperymentami uwzględniającymi zarówno dobór haseł, jak i długość szeregów czasowych. Wyraźnie dominującym rozszerzającym obszarem poszukiwań internautów były środki na podjęcie działalności gospodarczej, a w dalszej kolejności fundusze UE. Wynika to z katalogu „podobnych zapytań” generowanych automatycznie w aplikacji Google Trends. Skala i struktura zapytań w przypadku kategorii: „dotacje” i „dotacja” wskazuje na wyraźną przewagę zainteresowania zdobyciem bezzwrotnych środków finansowych na podjęcie działalności gospodarczej nad pozostałymi kategoriami, co nie jest już tak oczywiste w przypadku hasła „dofinansowanie”.

Zasadność doboru wybranych zapytań potwierdza analiza korelacji wykonana niezależnie z wykorzystaniem trzech testów (tabela 1). Otrzymane wyniki wskazują, na występowanie silnej zależności w przypadku każdej pary zmiennych.

Tabela 1. Wyniki analizy korelacji

Test		Pearsona			Tau b Kendalla			rho Spearmana		
Hasło		X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
X <sub>1</sub>	WK	1,000			1,000			1,000		
	p									
X <sub>2</sub>	WK	0,756**	1,000		0,533**	1,000		0,702**	1,000	
	p	0,000			0,000			0,000		
X <sub>3</sub>	WK	0,527**	0,598**	1,000	0,385**	0,448**	1,000	0,551**	0,622**	1,000
	p	0,000	0,000		0,000	0,000		0,000	0,000	

WK – współczynnik korelacji

p – istotność (dwustronna)

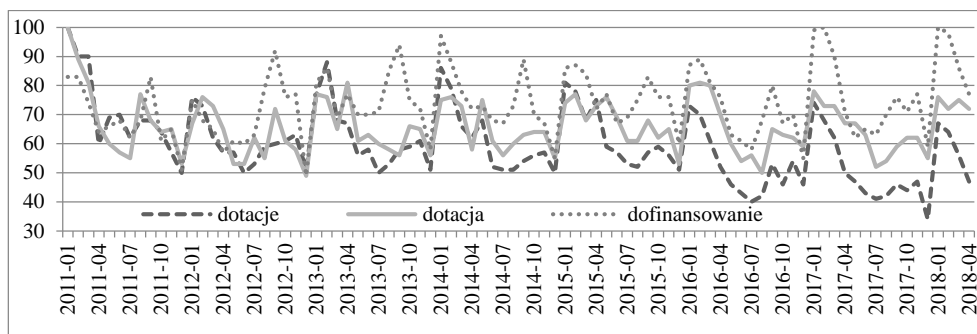
\*\* korelacja jest istotna na poziomie 0,01

Źródło: opracowanie własne

## WYNIKI BADAŃ

Przypuszczenie o występowaniu wahań sezonowych zostało sformułowane na podstawie obserwacji graficznej prezentacji poszczególnych cech w układzie bezwzględny (rysunek 1) i względnym (rysunek 2).

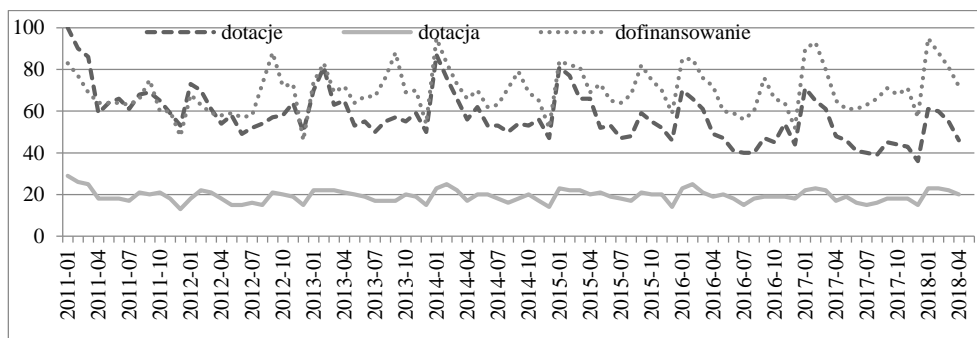
Rysunek 1. Szeregi czasowe haseł: dotacje, dotacja i dofinansowanie (układ bezwzględny)



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Google Trend

Wśród analizowanych trzech haseł internauci najczęściej wyszukiwali „dofinansowanie” (średnia: 70), a nieco mniej zapytań przypadło na kategorię „dotacje” (średnia: 58). Najrzadziej wyszukiwanym hasłem w analizowanym zbiorze cech była „dotacja” (średnia: 19).

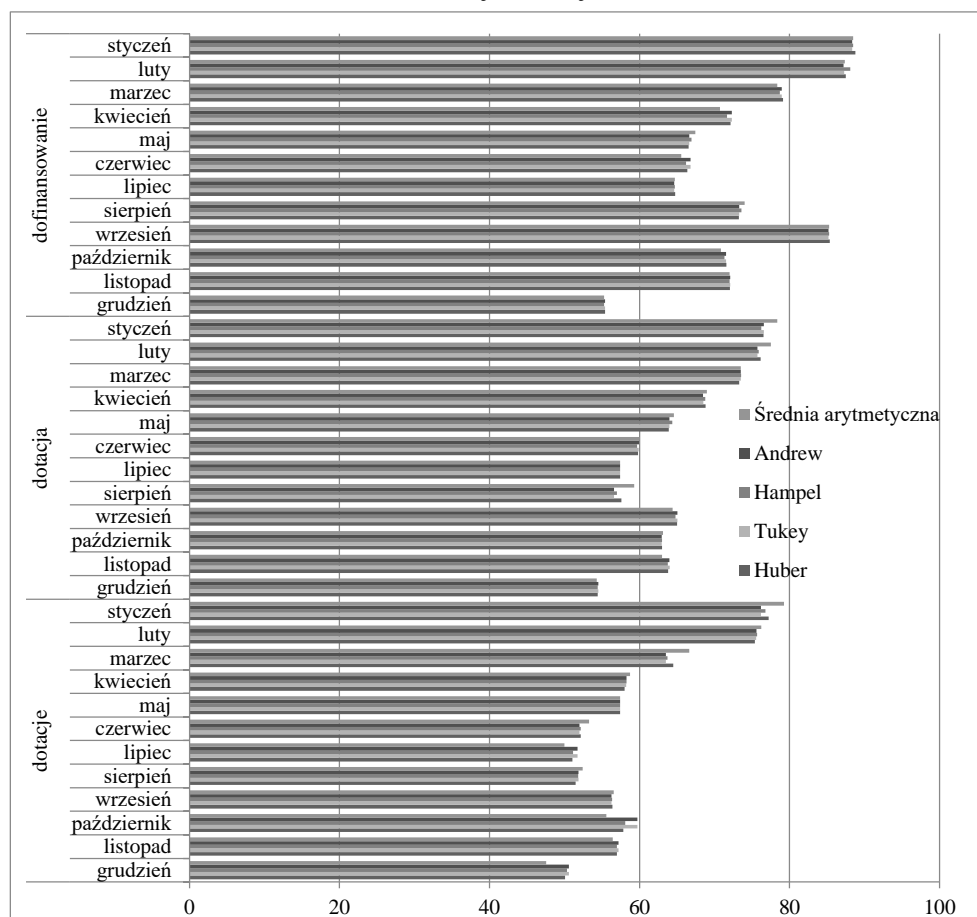
Rysunek 2. Szeregi czasowe haseł: dotacje, dotacja i dofinansowanie (układ relacyjny)



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Google Trend

Przy założeniu o występowaniu sezonowości w popycie na dotacje umacnia analiza oparta na wartościach średnich arytmetycznych i M-estymatorów odpowiadających kolejnym okresom sprawozdawczym (rysunek 3). W przypadku każdego hasła miesiącem charakteryzującym się najniższym natężeniem zapytań jest grudzień. Z kolei największa intensyfikacja wyszukiwania ujętych w analizie haseł przypada na styczeń i luty, a w przypadku „dofinansowanie” dodatkowo na wrzesień.

Rysunek 3. Średnia arytmetyczna i M-estymatory prezentowane w układzie miesięcznym dla haseł: dofinansowanie, dotacja i dotacje



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Google Trend

### Analiza normalności rozkładu

Kryterium normalności rozkładu (tabela 2) zostało potwierdzone w całości w przypadku hasła „dofinansowanie”. W przypadku zapytania „dotacje” badanego kryterium nie spełniły dane sklasyfikowane w kategoriach marzec i grudzień, a w przypadku hasła „dotacja” warunek nie został spełniony dla stycznia. Bezpośrednia analiza wartości poszczególnych podzbiorów nie wskazuje jednak na występowanie istotnych odstępstw – wyników nietypowych. Można zatem przyjąć, że kryterium normalności rozkładu zostało spełnione w przypadku każdej cechy w poszczególnych podgrupach.

Tabela 2. Wyniki testu Shapiro-Wilka

miesiąc / cecha	X <sub>1</sub>		X <sub>2</sub>		X <sub>3</sub>		df
	W	p	W	p	W	p	
styczeń	0,904	0,314	0,790	0,022	0,919	0,424	8
luty	0,945	0,657	0,836	0,068	0,907	0,335	8
marzec	0,785	0,020	0,937	0,583	0,971	0,906	8
kwiecień	0,967	0,875	0,975	0,937	0,850	0,096	8
maj	0,911	0,401	0,910	0,395	0,921	0,478	7
czerwiec	0,927	0,522	0,946	0,689	0,898	0,322	7
lipiec	0,918	0,452	0,931	0,557	0,958	0,802	7
sierpień	0,926	0,513	0,855	0,138	0,907	0,376	7
wrzesień	0,975	0,931	0,967	0,878	0,950	0,730	7
październik	0,869	0,181	0,951	0,739	0,893	0,291	7
listopad	0,937	0,610	0,811	0,052	0,895	0,303	7
grudzień	0,642	0,001	0,959	0,813	0,928	0,534	7

W – statystyka testowa

p – istotność (w przypadku  $p > 0,05$  nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o normalności rozkładu)

Źródło: opracowanie własne

### Analiza jednorodności wariancji

Kryterium jednorodności wariancji (tabela 3) zostało pozytywnie zweryfikowane w przypadku wszystkich badanych cech.

Tabela 3. Wyniki testu Levene'a

cecha	bazując na:	F-Levene'a	df1	df2	p
X <sub>1</sub>	średniej	0,447	11	76	0,929
	medianie	0,430	11	76	0,938
	medianie i skorygowanych df	0,430	11	63,709	0,937
	średniej obciętej	0,443	11	76	0,931
X <sub>2</sub>	średniej	1,382	11	76	0,199
	medianie	0,952	11	76	0,497
	medianie i skorygowanych df	0,952	11	40,770	0,504
	średniej obciętej	1,300	11	76	0,241
X <sub>3</sub>	średniej	1,111	11	76	0,365
	medianie	0,850	11	76	0,592
	medianie i skorygowanych df	0,850	11	51,414	0,593
	średniej obciętej	1,099	11	76	0,374

F-Levene'a – statystyka testowa

p – istotność (w przypadku  $p > 0,05$  nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o jednorodności wariancji)

Źródło: opracowanie własne

### Analiza ANOVA

Otrzymane w ramach jednoczynnikowej analizy wariancji ANOVA wyniki (tabela 4) nie dają podstaw do przyjęcia hipotezy o równości średnich we wszystkich badanych podgrupach w przypadku ogółu uwzględnionych w badaniu hasel. Wyniki testu upoważniają zatem do twierdzenia, że średnie w poszczególnych próbach, analizowanych niezależnie w trzech kategoriach, różnią się między sobą w sposób statystycznie istotny.

Tabela 4. Wyniki analizy ANOVA

cecha	statystyka testowa / istotność (p)*
X <sub>1</sub>	F(11;76) = 10,295, p = 0,000
X <sub>2</sub>	F(11;76) = 12,228, p = 0,000
X <sub>3</sub>	F(11;76) = 16,263, p = 0,000

\* w przypadku  $p < 0,05$  co najmniej jedna para średnich różni się istotnie statystycznie od siebie

Źródło: opracowanie własne

### Analiza post hoc

Wyniki testu post hoc Tukey'a wskazały na występowanie statystycznie istotnej różnicy średnich w przypadku wszystkich miesięcy w odniesieniu do co najmniej dwóch innych miesięcy ( $p < 0,05$ ). W przypadku hasel „dotacje” i „dotacja” statystycznie istotnych różnic było po 61, a w przypadku hasła „dofinansowanie” 65. Zestawienie oparte na grupach homogenicznych pozwala twierdzić, że miesiącami charakteryzującymi się najmniejszym zainteresowaniem dotacjami są: grudzień i lipiec, z kolei największe zainteresowanie dotacjami występowało kolejno w styczniu i lutym.

Tabela 5. Test post hoc Tukey'a – grupy jednorodne

X <sub>1</sub>				X <sub>2</sub>				
miesiąc	I*	II*	III*	miesiąc	I*	II*	III*	IV*
grudzień	47,5714			grudzień	54,2857			
lipiec	50,0000			lipiec	57,4286			
sierpień	52,4286	52,4286		sierpień	59,2857	59,2857		
czerwiec	53,2857	53,2857		czerwiec	60,0000	60,0000		
październik	55,5714	55,5714		listopad	63,0000	63,0000		
listopad	56,4286	56,4286		październik	63,1429	63,1429		
wrzesień	56,5714	56,5714		wrzesień	64,4286	64,4286	64,4286	
maj	57,4286	57,4286		maj	64,5714	64,5714	64,5714	
kwiecień	58,7500	58,7500		kwiecień		69,0000	69,0000	69,0000
marzec		66,6250	66,6250	marzec			73,5000	73,5000
luty			76,2500	luty				77,5000
styczeń			79,2500	styczeń				78,3750

X <sub>3</sub>				
miesiąc	I*	II*	III*	IV*
grudzień	55,2857			
lipiec	64,7143	64,7143		
czerwiec		65,5714		
maj		67,4286	67,4286	
kwiecień		70,7500	70,7500	
październik		70,8571	70,8571	
listopad		72,0000	72,0000	
sierpień		74,0000	74,0000	
marzec			78,3750	78,3750
wrzesień				85,2857
luty				87,3750
styczeń				88,5000

\* podzbiory dla alfa = 0,05

Źródło: opracowanie własne

## DYSKUSJA WYNIKÓW

Dotacje oraz inne bezzwrotne fundusze, choć nie stanowią nowych instrumentów pomocowych w polskiej gospodarce, to jednak ich obecność w przestrzeni publicznej łączona jest aktualnie zazwyczaj z funduszami europejskimi. Nie zmienia to jednak faktu, że w praktyce podaż dotacji wpisana jest w instytucje będące dysponentami środków publicznych. Tak, jak fundusze europejskie identyfikowane są zarówno jako stymulanta, jak i destymulanta rozwoju, tak również cechy te przypisywane są dotacjom kierowanym do podmiotów funkcjonujących w krajowej gospodarce przedtransformacyjnej. Podstawowym problemem ograniczającym efektywność programów pomocowych była i jest ich doraźność [Lach, Nowak 1990; Jegorow 2015, 2016, 2017a]. Niezależnie od niejednoznacznych ocen efektywności udzielanego w ramach dotacji wsparcia publicznego tworzone są nowe fundusze i programy pomocowe. Przeprowadzona analiza objęła w przeważającej mierze dotacje możliwe do pozyskania przez osoby fizyczne na podjęcie działalności gospodarczej. Atrakcyjność tego bezzwrotnego instrumentu pomocowego ma swoje podłoże w jego powszechności i ograniczonej warunkowości ekonomicznej.

Przeprowadzona analiza wskazuje na względnie trwałe poziomy zainteresowania dotacjami w drugiej dekadzie XXI wieku, przy czym jednocześnie zauważalny jest niewielki spadek w tym zakresie. Fakt ten należy łączyć zarówno z większą wiedzą dotyczącą instytucji pośredniczących w programach pomocowych (wyszukiwanie instytucjonalne a nie hasłowe), jak również zmniejszającym się bezrobociem, co niewątpliwie miało przełożenie na mniejsze zainteresowanie podejmowaniem aktywności zawodowej w ramach

samozatrudnienia. Sezonowy charakter zainteresowania dotacjami należy łączyć głównie z sezonowością podaży pracy [Jegorow 2018]. Zależność ta ma potwierdzenie w dość wysokiej wartości współczynnika korelacji Pearsona (0,684,  $p=0,000$ ) dla szeregów czasowych popularności haseł: „dotacje” i „praca” (styczeń 2001 – czerwiec 2018).

## PODSUMOWANIE

Zainteresowanie dotacjami stanowi naturalną konsekwencję obecności bezzwrotnych środków pomocowych na rynku. Środki te traktowane są zarówno jako szansa na rozwój zawodowy, czy rozwój firmy, jak i okazja skłaniająca do zagospodarowania środków publicznych w sposób doraźny. Niezależnie od motywów przyświecających osobom poszukującym dotacji zjawisko to ma charakter sezonowy dość silnie skorelowany z aktywnością zawodową. Wyraźna różnica skrajnie sklasyfikowanych wyników odpowiednio w styczniu i grudniu tworzy przewagę wynoszącą przeciętnie dla trzech badanych haseł prawie 57% na korzyść stycznia. Ta wyraźna amplituda wahań okresowych występująca na przełomie roku w przeważającej mierze ma podłoże społeczne. Analogicznie należy ocenić wyraźnie mniejsze zainteresowanie dotacjami w okresie wakacyjnym. Złożoność problematyki okresowości procesów gospodarczych, a jednocześnie stwierdzone na łamach niniejszego opracowania fakty determinują potrzebę prowadzenia dalszych badań opartych zarówno na alternatywnym instrumentarium, jak i analiz zmierzających do stworzenia bazy pozwalającej na konstruowanie prognoz gospodarczych, w tym ocen *ex ante* oraz *ex post*. Niezwykle ważnym w wymiarze poznawczym jest również kontekst jakościowy zainteresowania dotacjami, co związane jest z coraz większą dostępnością różnorodnych programów publicznych kierowanych bezpośrednio do osób fizycznych.

## BIBLIOGRAFIA

- Bulczak G. (2014) Zastosowanie Google Trends w prognozowaniu zmian na rynku nieruchomości. *Zarządzanie i Finanse*, 12(4), 79-90.
- Bock J. (2018), Quantifying Macroeconomic Expectations in Stock Markets using Google Trends. Papers 1805.00268, arXiv.org.
- Boone, T., Ganeshan R., Hicks R.L., Sanders N.R (2018) Can Google Trends Improve Your Sales Forecast? *Production and Operations Management*, forthcoming.
- Hylleberg S. (1992) *Modelling seasonality*. Oxford University Press, New York.
- Jegorow D. (2015) Fundusze europejskie - stymulanta i destymulanta rozwoju Polski. *Roczniki Ekonomii i Zarządzania*, 7(43), 7-20.
- Jegorow D. (2016) Uruchamianie działalności gospodarczej przy wsparciu dotacji a rozwój przedsiębiorczości. *Edukacja Ekonomistów i Menedżerów*, 3(41), 59-74.
- Jegorow D. (2017a) Kreacja przedsiębiorczości zależnej od funduszy publicznych. *Optimum. Studia Ekonomiczne*, 6(90), 93-106.



- Jegorow D. (2017b) Odpis podatkowy „1%” jako źródło finansowania podmiotów ekonomii społecznej w Polsce. *Ekonomia Społeczna*, 1, 48-63.
- Jegorow D. (2017c) Przedsiębiorczość zależna jako celowy model biznesowy wpisany w bezzwrotne transfery finansowe. [w:] *Projekty lokalne i regionalne - interesariusze projektu*. Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach, 139-150.
- Jegorow D. (2018) Zastosowanie Google Trends w analizie podaży pracy w Polsce. *Przedsiębiorczość i Zarządzanie*, XIX/3(2), 119-133.
- Jun S.-P., Yoo H. S., Choi S. (2018) Ten Years of Research Change using Google Trends: From the Perspective of Big Data Utilizations and Applications. *Technological Forecasting and Social Change*, Elsevier, 130(C), 69-87.
- Koszevska I., Średniawa M., Koszevska J. (2014) Internet i nowe technologie w zapobieganiu zabójstwom. Ministerstwo Administracji i Cyfryzacji, Warszawa.
- Lach W., Nowak L. (1990) Dotacje a efektywność funkcjonowania podmiotów rynkowych. *Zeszyty Naukowe, Seria 1, Akademia Ekonomiczna w Poznaniu*, 66-76.
- Matias Y. (2013) Nowcasting with Google Trends. [in:] *String Processing and Information Retrieval. Lecture Notes in Computer Science*, 8214. Springer, Cham.
- Naccarato A., Falorsi S., Loriga S., Pierini A. (2018). Combining Official and Google Trends Data to Forecast the Italian Youth Unemployment Rate. *Technological Forecasting and Social Change*, 130, 114-122.
- Tabakow M., Korczak J., Franczyk B. (2015) Big Data – definicje, wyzwania i technologie informatyczne. *Informatyka Ekonomiczna*, 1(31), 138-153.
- Zhang X., Dang S., Ji F., Shi J., Li Y., Li M., Jia X., Wan Y., Bao X., Wang W. (2018) Seasonality of Cellulitis: Evidence from Google Trends. *Infection and Drug Resistance*, 11, 689-693.

#### **IDENTIFICATION OF INTEREST FOR SUBSIDIES AS A SEASONAL PHENOMENA**

**Abstract:** The article attempts to identify the demand for subsidies in Poland based on data generated using the Google Trends application. The subject of the analysis were the time series covering the second decade of the 21st century. The decision on the occurrence of statistically significant differences between means in the studied groups (months) was based on the ANOVA analysis. The obtained results allow to claim that the demand for subsidies is seasonal, with a pronounced intensity at the beginning of the year and a downward trend in the period of holidays and at the end of the year.

**Keywords:** ANOVA analysis, post hoc analysis, Google Trends, subsidies, dependent entrepreneurship, seasonality

## WYKORZYSTANIE PRODUKTU REGIONALNEGO BRUTTO W MIĘDZYREGIONALNEJ ANALIZIE ROZWOJU GOSPODARCZEGO (NA PRZYKŁADZIE UKRAINY)

**Ruslan Motoryn (ORCID: 0000-0001-9344-2315)**

Wydział Zarządzania  
Politechnika Lubelska  
e-mail: motoryn@i.ua

**Streszczenie:** Artykuł pokazuje możliwości wykorzystania produktu regionalnego brutto w międzyregionalnej analizie rozwoju gospodarczego (na przykładzie Ukrainy). Analiza ta została przeprowadzona przy użyciu wskaźników systemu rachunków narodowych. Natomiast analiza międzyregionalna przeprowadzona na podstawie danych z rachunków narodowych Ukrainy. Zwrócono uwagę na problem miejsca i roli regionów w gospodarce kraju, efektywności produkcji, oraz znaczenia branży w gospodarce regionu. Przeprowadzono również analizę dynamiki i struktury produktu regionalnego brutto Ukrainy.

**Słowa kluczowe:** międzyregionalna analiza, produkt regionalny brutto, podejścia metodyczne

**JEL classification:** O18, R11

### WSTĘP

Analiza rozwoju gospodarczego regionów jest konieczna dla organów administracji państwowej i samorządowej, zarówno na poziomie regionalnym, jak i centralnym, w celu rozwiązania problemów związanych z rozwojem i realizacją gospodarczej polityki regionalnej.

W tym celu ważne jest zidentyfikowanie wskaźników, których obliczenia stanowią podstawę analizy ekonomicznej na poziomie regionalnym. Mają one względnie ograniczony zasięg w porównaniu do wskaźników w całym kraju, ale w przypadku ich zastosowania obowiązują te same podstawowe zasady.

Według V. Keretsmana [Keretsman 2004], rozwój regionalny, który jest interpretowany w kategoriach orientacji społecznej, trwałości i równowagi wymaga odpowiedniej informacji i oprogramowania analitycznego, które powinny być źródłem systemów informacyjnych, które współpracują i wzajemnie się uzupełniają. V. Kolesnik [Kolesnik 2008] podkreśla, że rozwój regionalnych danych statystycznych jest przeprowadzany w kontekście zadań, aby zaspokoić potrzeby bezpieczeństwa informacji i regionalnych celów statystyki. Ich wdrożenie przyczyni się do poprawy jakości ram statystycznych i zaspokojenia potrzeb bezpieczeństwa informacyjnego. I. Verbitsky [Verbitsky 2008] twierdzi, że "obecny system wskaźników pozwala ogólnie scharakteryzować treść głównych procesów społeczno-gospodarczych...". Jednak niektóre kategorie danych statystycznych, szczególnie te, które charakteryzują dzisiejszy potencjał społeczno-kulturowy regionów, są wykorzystywane tylko w ograniczonym zakresie. Bardzo interesująca praca metodyczna ilustrująca wskaźniki na poziomie regionalnym została opublikowana w 1969 roku [Moody, Puffer 1969]. A. Zhandarow i F. Schiller sugerują ocenę sytuacji gospodarczej w regionie za pomocą siedmiu wskaźników: minimum egzystencji na jednego mieszkańca; średnie wynagrodzenie (w tym świadczenia socjalne), zaległe zobowiązania do zapłaty na mieszkańca, wskaźnik przestępczości na 100 tys. osób, zaległości płacowe na mieszkańca, stopa bezrobocia, stosunek liczby bezrobotnych do liczby wolnych miejsc pracy (można znaleźć w pracy L. Antonyuk, V. Satsik [Antonyuk, Satsik 2011]). Moim zdaniem taki system wskaźników może jedynie określać poziom rozwoju sektora socjalnego i rynku konsumenckiego, a nie ogólną sytuację gospodarczą w regionie.

Celem pracy jest przedstawienie systemu wskaźników rozwoju regionalnego Ukrainy w międzyregionalnej analizie rozwoju gospodarczego.

## METODA BADAWCZA

Rozważmy wskaźniki, obliczenia których stanowią podstawę do analizy makroekonomicznej na poziomie regionalnym. Wskaźniki te mają stosunkowo ograniczony zakres w porównaniu do całego kraju, ale w przypadku ich zastosowania stosuje się te same podstawowe podejścia.

Poziom rozwoju gospodarczego w regionie, miejsce w gospodarce kraju oraz wzrost gospodarczy są ważnymi obszarami dla takiej analizy. Produkt regionalny brutto (PRB) jest ogólnym wskaźnikiem rozwoju regionu. Podobnie, PKB stanowi wartość końcowych towarów i usług wytwarzanych przez podmioty gospodarcze w regionie i odzwierciedla wyniki ich działalności. Wielkość PRB w cenach bieżących charakteryzuje skalę gospodarki regionu, a wskaźnik wolumenu fizycznego jest dynamiką jego rozwoju. Należy podkreślić, że PRB nie jest wskaźnikiem do analizy poziomu życia ludności (w tym celu bardziej odpowiedni jest dochód do dyspozycji brutto gospodarstw domowych).

Tabela 1 zawiera wykaz i krótko opisuje wskaźniki, które mogą być opracowane na podstawie obliczeń PRB i wykorzystane do ekonomicznej analizy

poziomu rozwoju gospodarczego, miejsca regionów w gospodarce kraju oraz wzrostu gospodarczego na poziomie regionalnym. Do analizy miejsca i roli regionów w gospodarce kraju wykorzystuje się dane dotyczące udziału regionów PRB w PKB (lub całkowitej kwoty PRB).

Tabela 1. Poziom rozwoju gospodarczego, miejsce w gospodarce kraju, wzrost gospodarczy

Nazwa wskaźników	Jednostki miary
Produkt regionalny brutto (PRB)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wielkości bezwzględne (mld. UAH)</li> <li>• indeksy wolumenu fizycznego (%)</li> <li>• udział w PKB (%)</li> </ul>
PRB na 1 osobę	<ul style="list-style-type: none"> <li>• bezwzględne wielkości (tys. UAH)</li> <li>• indeksy wolumenu fizycznego (%)</li> <li>• stosunek do średniego poziomu (%)</li> </ul>
PRB na 1 pracownika	<ul style="list-style-type: none"> <li>• bezwzględne wielkości (tys. UAH)</li> <li>• indeksy wolumenu fizycznego (%)</li> <li>• stosunek do średniego poziomu (%)</li> </ul>

Źródło: opracowanie własne

Określenie kierunku, dynamiki i struktury produkcji (dla regionu jako całości i według branży) jest następnym kierunkiem analizy (tabela 2). W analizie znaczenia przemysłu w gospodarce regionu wykorzystywane są dane w cenach bieżących w sektorowej strukturze produkcji i wartości dodanej brutto. Dane te, podawane przez wiele lat w cenach stałych, mogą ujawnić tendencje zmian w sektorowej strukturze produkcji w regionie, a także proporcje między produkcją towarów i usług, w tym rynkowych i nierynkowych. Aby uzyskać bardziej szczegółową charakterystykę produkcji, konieczne jest wykorzystanie wskaźników branżowych, które umożliwiają powiązanie wskaźników regionalnych z danymi dotyczącymi grup przedsiębiorstw, rodzajów towarów i innych (patrz tabela 2).

Tabela 2. Wielkość, dynamika i struktura produkcji (dla regionu jako całości i według branż)

Nazwa wskaźników	Jednostki miary
PRB jako suma branż o wartości dodanej brutto (WDB)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• bezwzględne wielkości (mld UAH)</li> <li>• struktura (w % do całości)</li> <li>• indeksy wolumenu fizycznego (%)</li> </ul>
Udział bezpośrednio nieobserwowanych działań w PRB (WDB)	%
Produkcja globalna	<ul style="list-style-type: none"> <li>• bezwzględne wielkości (mld UAH)</li> <li>• struktura (w % do całości)</li> <li>• indeksy wolumenu fizycznego (%)</li> </ul>
Struktura wartości produkcji globalnej: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Zużycie pośrednie</li> <li>• Koszty związane z zatrudnieniem</li> <li>• Podatki związane z produkcją i importem netto</li> <li>• Nadwyżka operacyjna brutto/dochód mieszany</li> <li>• Zużycie środków trwałych</li> <li>• Nadwyżka operacyjna netto/dochód mieszany</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• bezwzględne wielkości (mld UAH)</li> <li>• struktura (w % do całości)</li> </ul>

Nazwa wskaźników	Jednostki miary
Udział bezpośrednio nieobserwowanych działań w produkcji globalnej	%
Zużycie pośrednie według rodzajów towarów i usług	<ul style="list-style-type: none"> <li>• bezwzględne wielkości (mld UAH)</li> <li>• struktura (w % do całości)</li> <li>• indeksy wolumenu fizycznego (%)</li> </ul>

Źródło: opracowanie własne

Porównanie struktury i dynamiki produkcji globalnej, zużycia pośredniego i wartości dodanej w cenach bieżących i stałych brutto pozwala określić w jakim stopniu wzrost (spadek) produkcji w branżach odbywa się przez zmianę ze względu na zmiany wielkości produkcji i cen. Porównanie dwóch regionów dla analitycznych grup towarów i komponentów PRB można określić za pomocą tradycyjnych formuł Paascha i Laspeyres'a. Aby uzyskać więcej dogłębnej analizy wpływu zmian cen na dynamikę produkcji w niektórych sektorach, należy porównać za pomocą statystyki, jak zmieniają się z jednej strony ceny wyrobów gotowych w sektorach, a z drugiej, ceny surowców, paliw i energii, usług transportowych.

Aby przeanalizować dynamikę lub strukturę dla regionalnych porównań należy użyć wskaźniki zmian strukturalnych:

1. Współczynnik zmian strukturalnych

$$K_1 = \frac{\sum |V_{1i} - V_{0i}|}{n}$$

2. Kwadratowy współczynnik stosunkowych zmian strukturalnych

$$K_2 = \sqrt{\frac{\sum |V_{1i} - V_{0i}|^2}{n}}$$

$K_1$  i  $K_2$  pozwalają porównać zmiany w strukturze populacji w ciągu kilku lat.

3. Integralny współczynnik zmian strukturalnych Gateva

$$Kg = \sqrt{\frac{\sum (V_{1i} - V_{0i})^2}{\sum V_{1i}^2 + V_{0i}^2}}$$

gdzie:  $V_{1i}$ ,  $V_{0i}$  - udział  $i$ -ej części populacji, odpowiednio w bieżącym i początkowym okresie,  $n$  - liczba elementów struktury zbiorowości.

Współczynnik Gateva waha się od -1 do 1. Jeżeli współczynnik jest bliski 0 – oznacza to niewielkie zmiany strukturalne, jeśli jest bliski [1] - struktura jest znacznie zmieniona.

Konkurencyjność przemysłowa regionu determinowana jest umiejętnościami i ich wdrażaniem w powiązaniu z technologiami, inwestycjami w regionie, jakością

dostępnego kapitału fizycznego, jak i poziomem rozwoju struktur gospodarczych sieci regionalnej [Антонюк , Сацик 2011].

Ważnym obszarem analizy jest również porównywanie efektywności produkcji (zarówno dla regionu jako całości, jak i branży). Do międzyregionalnej analizy wydajności produkcji można użyć PRB na 1 pracownika. Jego wielkość w cenach bieżących, która charakteryzuje poziom wydajności pracy, można porównać ze średnim poziomem dla kraju i innych regionów, a także w różnych branżach. PRB na 1 pracownika w cenach stałych wykorzystuje się do analizy dynamiki wydajności pracy, wyłączając wpływ zmian cen. Taką analizę należy przeprowadzić w gałęziach przemysłu, z określeniem konkretnych czynników, które wpływają na dynamikę wydajności pracy (na przykład przywrócenie środków trwałych, wprowadzenie nowych technologii itp.). W tym przypadku celowe jest również wykorzystanie wskaźnika produktywności kapitału (PRB na jednostkę środków trwałych).

Tabela 3. Efektywność produkcji (dla regionu jako całości i według branży)

Nazwa wskaźników	Jednostki miary
Wydajność pracy (PRB lub WDB przy stałych cenach na 1 pracownika lub na 1 roboczogodzinę)	Stopa wzrostu (%)
Produktywność kapitału (PRB lub WDB w cenach stałych za jednostkowy koszt rzeczowych aktywów trwałych (lub inwestycje kapitałowe) średnio w danym okresie)	Stopa wzrostu (%)
Udział zużycia pośredniego w produkcji globalnej	%
Zawartość metalu w PRB lub w WDB (stosunek ilości zużytego metalu w kategoriach fizycznych do PRB lub WDB)	-Bezwzględne objętości (tony na PRB lub WDB) -Stopa wzrostu (%)
Energochłonność PRB lub WDB (stosunek ilości zużytej energii w kategoriach fizycznych do PRB lub WDB)	- Bezwzględne objętości (kWh na PRB lub WDB) -Stopa wzrostu (%)

Źródło: opracowanie własne

Udział zużycia pośredniego w produkcji globalnej charakteryzuje względną wartość kosztów produkcji towarów i usług pośrednich. W przypadku zastosowania w analizie tego wskaźnika powinny być uwzględniane obiektywne różnice pomiędzy sektorami ze względów technologicznych i regionalnych. Jeżeli analiza przeprowadzona była w przemyśle, to jest wskazane, aby uzupełnić jej wydajność energochłonności PRB i zawartość metalu w PRB.

Dodatkowym obszarem analizy jest analiza porównawcza generowania dochodów dla podmiotów gospodarczych (dla regionu jako całości i według branży). Analiza generowania dochodu oparta jest na danych o strukturze PRB według rodzajów dochodów w cenach bieżących:

- Koszty związane z zatrudnieniem:
  - płace,

- składki na ubezpieczenia społeczne płacone przez pracodawców;
- Podatki netto od produkcji i importu (inne podatki netto od produkcji);
- Nadwyżka operacyjna brutto/dochód mieszany brutto;
- Zużycie środków trwałych;
- Nadwyżka operacyjna netto/dochód mieszany.

Tabela 4. Generowanie dochodów (dla regionu jako całości i według branży)

Nazwa wskaźników	Jednostki miary
PRB (WDB) według rodzaju dochodu: - koszty związane z zatrudnieniem, w tym: płace składki na ubezpieczenia społeczne płacone przez pracodawców - podatki netto od produkcji i importu (inne podatki netto od produkcji) - nadwyżka operacyjna brutto, dochód mieszany brutto - zużycie środków trwałych - nadwyżka operacyjna netto/dochód mieszany	- bezwzględne wielkości (mld UAH) - struktura (w % do całości)
Stosunek między wynagrodzeniem a nadwyżką operacyjną brutto	%
Stosunek między podatkami i subsydiami	%

Źródło: opracowanie własne

Dane te pozwalają nam prześledzić, w jaki sposób dochody generowane w wyniku działalności przemysłowej w regionie jako całości, a także w niektórych sektorach są rozdzielane pomiędzy pracowników najemnych (wynagrodzenia), przedsiębiorstwa (zysk) i przedsiębiorstwa spoza sektora przedsiębiorstw (dochody mieszane). Wskaźniki można porównywać między branżami zarówno wewnątrz regionu, jak i między regionami.

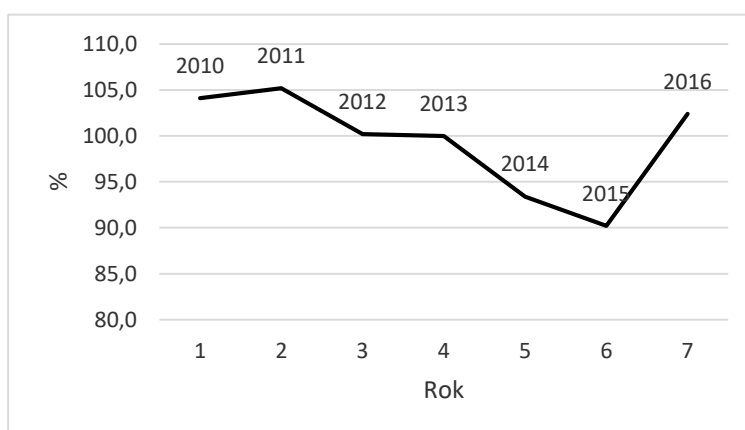
## WYNIKI BADAŃ

Istniejąca baza informacji na temat statystyki regionalnej na Ukrainie nie pozwala na pełne wdrożenie systemu wskaźników zaproponowanych powyżej. Poniżej znajduje się analiza regionalna dostępnych danych statystycznych Ukrainy.

### Poziom rozwoju gospodarczego, miejsce w gospodarce kraju, wzrost gospodarczy

Jak widać z danych na rysunku 1 zmiany produktu regionalnego brutto Ukrainy z biegiem lat nie są równomierne. Indeksy wolumenu produktu regionalnego brutto Ukrainy w latach 2010-2016 charakteryzują dynamikę PRB jako niestabilną. Po niewielkim wzroście w 2011 r. nastąpił znaczny spadek tego wskaźnika w ciągu 4 lat do 2015 r. Następnie w 2016 r., obserwujemy znaczny wzrost PRB na Ukrainie. Produkt regionalny brutto Ukrainy w 2016 r. wyniósł więcej niż 2 tryliony hrywien (tabela 5). Jeśli przeliczyć PRB na ceny z poprzedniego roku byłoby to o 9,8% mniej. PRB na 1 osobę w tym roku wynosiło 55,9 tysięcy UAH, a PRB na 1 pracownika - 146,5 tysięcy UAH. Pierwsze miejsce w produkcji wartości dodanej brutto zajmuje Kijów - 559140 milionów UAH (23,4% łącznego PKB Ukrainy) w 2016 roku.

Rysunek 1. Indeks wolumenu produktu regionalnego brutto Ukrainy w latach 2010-2016



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Państwowej Służby Statystyki Ukrainy [www.ukrstat.gov.ua](http://www.ukrstat.gov.ua)

Jest to naturalne, ponieważ Kijów - stolica Ukrainy, jest najbardziej rozwiniętym miastem pod względem finansowym, przemysłowym, handlowym i kulturalnym. Tu znajdują się główne obiekty w różnych sektorach gospodarki i finansów, które wytwarzają towary i usługi. W tabeli 5 uwzględniono pierwszych sześć najbardziej rozwiniętych gospodarczo regionów, w których są zlokalizowane duże ośrodki przemysłowe (przemysł należy do najlepszych branż wytwarzających PKB Ukrainy) - Donieckaya, Dniepropietrowskaya, Charkówskaya, Kijówskaya i Odesskaya oblasti. Przyczynami tej sytuacji są wyższe wskaźniki wydajności pracy i kapitału w tych regionach. Ostatnie miejsca należą do Czerniowckaya i Tarnopolskaya oblasti, które praktycznie nie są zaangażowane w działalność



produkcyjną i mają charakter ośrodków rekreacyjnych, i oblast Ługańskaya, w którym odbywa się akcja wojskowa.

Inaczej wygląda region pod względem PRB na 1 osobę w 2016 roku, który charakteryzuje standard życia mieszkańców regionu (zakładając sprawiedliwy podział dochodów). Na pierwszym miejscu był Kijów - 191736 UAH. (ponad 3 razy wyższa niż średnia dla Ukrainy). Na drugim miejscu znalazł się Poltavski region - 81145 UAH. (w 1,5 razy większa w porównaniu do średniej dla Ukrainy), a na 3 miejscu był Dnipropetrovski region, ze wskaźnikiem 75396 UAH. Ostatnie trzy regiony dla tego wskaźnika: Ługański region - 14251 UAH. (4 razy niższe niż średnia dla Ukrainy), Czerniowiecki region - 36585 UAH. Zakarpacki region - 25727 UAH. Możemy tu zauważyć, że udział gospodarstw domowych w regionach z dochodami miesięcznie poniżej średniego poziomu dochodów pieniężnych w Ukrainie wahał się od 61,9% w Kijowie i do 56,8% w regionie Zakarpacki i poniżej faktycznego minimum egzystencji z 40,5% w Chernovetskimi Regionie do 69,4% w regionie.

Tabela 5. Produkt regionalny brutto Ukrainy w 2016 roku (w rzeczywistych cenach)

Regiony	Ogólnie		Na 1 osobę		Na 1 pracownika	Na 1 UAH inwestycje kapitałowe	Udział zużycia pośredniego w produkcji globalnej
	mln UAH	% od całości	UAH	Ukraina 100%	tys. UAH	UAH	%
Ukraina	2385367	100,0	55899	100,0	146,5	6,6	60
Autonomiczna Republika Krymu	...	...	...	...	...	...	
<b>oblast</b>							
Winnickaya	74411	3,1	46615	83	112,9	9,0	63
Wołyńskaya	35744	1,5	34310	61	93,5	5,6	58
Dnipropetrovskaya	244478	10,2	75396	135	171,5	7,4	64
Donieckaya	137500	5,8	32318	58	183,7	11,6	67
Zhytomyrskaya	47919	2,0	38520	69	94,4	8,6	58
Zakarpackaya	32390	1,4	25727	46	64,1	6,9	54
Zaporozhskaya	104323	4,4	59729	107	142,0	9,4	66
Iwano-Frankowskaya	51404	2,2	37220	67	92,3	6,5	58
Kievskaya	128638	5,4	74216	133	174,7	3,9	61
Kirowogradskay	46021	1,9	47469	85	122,5	7,2	58
Ługańskaya	31356	1,3	14251	25	105,0	7,6	63
Lwówskaya	114842	4,8	45319	81	109,7	6,2	56
Nikolaevskaya	57815	2,5	50091	90	116,1	5,9	59
Odesskaya	119800	5,0	50159	90	119,7	7,2	58
Poltavskaya	116272	4,9	81145	145	203,8	7,6	58
Rówenskaya	39469	1,7	33958	61	83,2	9,1	58
Sumskaya	46287	1,9	41741	75	96,7	8,0	57
Tarnopolskaya	31072	1,3	29247	52	76,2	6,4	58
Charkówskaya	154871	6,5	57150	102	125,2	9,4	59
Khersonskaya	38743	1,6	36585	65	87,9	8,4	58
Chmielnickaya	48859	2,0	37881	68	95,8	5,4	60
Czerkasskaya	59412	2,5	48025	86	114,8	9,1	63
Czerniowieckaya	21239	0,9	23365	42	56,5	8,0	54

Regiony	Ogólnie		Na 1 osobę		Na 1 pracownika	Na 1 UAH inwestycje kapitałowe	Udział zużycia pośredniego w produkcji globalnej
	mln UAH	% od całości	UAH	Ukraina 100%	tys. UAH	UAH	%
Czernihówska	43362	1,8	41726	75	102,1	8,2	57
<b>miasta</b>							
Kijów	559140	23,4	191736	343	409,8	5,3	57
Sewastopol	...	...	...	...	...	...	...

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Państwowej Służby Statystyki Ukrainy

Oznacza to, że im biedniejszy region, tym mniej jest gospodarstw domowych, których dochody gotówkowe są niższe niż faktyczne minimum egzystencji.

### Wielkość, dynamika i struktura produkcji

Struktura regionalna PRB przez 2 lata po rewolucji godności w 2016 roku w porównaniu z 2014 rokiem nie zmieniła się znacząco. Współczynnik zmian strukturalnych równa się 0,312 (3,1%). Dla porównania, w latach 2012-2014 współczynnik ten był wyższy (8,5%). Zmiany w strukturze PRB w latach 2012-2014 wystąpiły głównie ze względu na spadek udziału PRB Donieckiego i Ługańskiego, regionów w których odbywa się akcja wojskowa oraz wzrasta udział regionów Dniepropietrowsktgo i Kijowa, gdzie wielu uchodźców wyprowadziło się ze strefy wojennej na wschodzie Ukrainy.

Produkcja globalna, która pokazuje ogólne wyniki produkcji na Ukrainie, systematycznie wzrasta od 2000 do 2016 r., z wyjątkiem roku kryzysu 2008. Struktura regionalna produkcji globalnej w 2016 r. jest następująca: na pierwszym miejscu wśród regionów był Kijów - 1123823 mln UAH, czyli prawie 6 razy więcej niż średnia dla Ukrainy, na drugim miejscu był region Dniepropietrowskij - 544816 mln UAH, który jest 2,5 razy wyższy niż średnia dla Ukrainy, na trzecim miejscu był region Donieckij, ze wskaźnikiem 324178 UAH. Ostatnie trzy regiony dla tego wskaźnika: Czerniowieckij - 43068 mln UAH (prawie 5 razy niższy niż średnia dla Ukrainy), Zakarpackij - 63914 mln UAH Tarnopolskij- 66046 mln UAH.

### Efektywność produkcji

Wskaźnik udziału zużycia pośredniego w produkcji globalnej, który charakteryzuje względną wartość kosztów produkcji towarów i usług pośrednich (materiałochłonność), różni się istotnie w zależności od regionu. Najwyższy jej poziom obserwowany w 2016 roku w regionach uprzemysłowionych (Dniepropietrowsk, Donieck, Zaporizhzhya, region Luhansk), natomiast najniższy - w regionach zdominowanych przez usługi (Kijów, Lwowski, Zakarpackij). Wysoka wydajność pracy była w regionach - Kijów, Połtawskij, Donieckij i Dniepropietrowskij, a niskie poziomy obserwowane w 2016 w regionach: Chernovetskij, Zakarpaciaji Tarnopolskij. Najwyższe wskaźniki wydajności

kapitału zaobserwowano w 2016 roku w regionach: Donieckemu, Zaporozhskemu, Charkówskiemu, natomiast najniższy - w regionach Kijów i Chmielnickiemu.

## PODSUMOWANIE

Zgodnie z wynikami analizy na poziomie regionalnym, możliwe jest wyciągnięcie wniosków i sugestii:

- po pierwsze, wykorzystanie metodologii obliczania PRB na poziomie regionalnym jest okazją do uzyskania danych na temat istotnych proporcji i tendencji rozwoju gospodarczego samych regionów, do przeprowadzenia dogłębnej analizy porównawczej;
- po drugie, obliczone wskaźniki nie tylko określają fakty, ale także dają możliwość poznania przyczyn zmian, oceny wpływu czynników i przewidywania rozwoju zjawisk w przyszłości;
- po trzecie, konieczne jest nie tylko obliczenie wskaźników, ale także wykorzystanie ich do analitycznego opracowania dokumentów normatywnych niezbędnych do zarządzania gospodarką.

Przegląd fundamentów naukowych i teoretycznych wskazuje na potrzebę kompleksowej analizy rozwoju gospodarczego opartego na nowoczesnych metodach. Jednak analiza metodologicznych podejść do oceny poziomu dostarczania informacji o regionalnym rozwoju gospodarczym wykazała, że wybór odpowiedniej metodologii oceny jest złożonym zadaniem.

## BIBLIOGRAFIA

- Antonyuk L.L., Satsyk V.I. (2011) Production competitiveness of Ukraine's regions. *Actual Problems of Economics*, 5(119), 149-161.
- Keretsman V. Yu. (2004) To the problem of information support of regional development. *Statistics of Ukraine*, 2, 34-36.
- Kolesnik V. (2008) Regional statistics as a component of information management support. *Statistics of Ukraine*, 4, 69-73.
- Moody H. T., Puffer F. W. (1969) A Gross Regional Product Approach to Regional Model-building. *Economic Inquiry*, 7(4), first published: December 1969.
- The European System of Regional and National Accounts 2010. Eurostat. Regulation (EU) No 549/2013 21 May 2013.
- Verbitsky I. (2008) Methodical bases for developing a system of indicators for strategic planning of socio-economic development of regions. *Entrepreneurship, economy, law*, Kiev, 1, 139-143.
- [www.ukrstat.gov.ua](http://www.ukrstat.gov.ua) [dostęp: 12.07.2018]

**USE OF GROSS REGIONAL PRODUCT IN INTERREGIONAL  
ANALYSIS OF ECONOMIC DEVELOPMENT  
(ON THE EXAMPLE OF UKRAINE)**

**Abstract:** The article shows the possibilities of using the regional gross product in the interregional analysis of economic development (by the example of Ukraine). This analysis was carried out using the indices of the system of national accounts. On the other hand, interregional analysis based on the data of the national accounts of Ukraine. Attention is paid to the problem of the place and role of regions in the country's economy, the efficiency of production and the importance of the sector in the economy of the region. An analysis of the dynamics and structure of the gross regional product of Ukraine was also carried out.

**Keywords:** interregional analysis, regional gross product, methodological approaches

## EFEKT ZARAŻANIA NA RYNKU KRYPTOWALUT

**Anna Siwek-Skrzypek (ORCID: 0000-0002-6656-3215)**

Wydział Zarządzania

Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

e-mail: anna.siwek91@gmail.com

**Streszczenie:** W artykule podjęto próbę odpowiedzenia na pytania: czy po wstrząsie, 5-go stycznia 2018 roku, na rynku kryptowalut wystąpił efekt zarażania oraz czy wahania kursu Bitcoina mają wpływ na kształtowanie się cen innych kryptowalut. Dodatkowo sprawdzono czy czynnik zewnętrzny ma wpływ na notowania kryptowalut. Badania przeprowadzono na danych z przełomu 2017 i 2018 roku. Do celów badawczych użyto modelu VAR-DCC-GARCH. Przeprowadzone analizy wykazały, że wystąpił efekt zarażania na badanym rynku oraz spadki zanotowane dla kryptowaluty Bitcoin, spowodowały spadki cen innych badanych kryptowalut.

**Słowa kluczowe:** kryptowaluta, rynek kryptowalut, model VAR-DCC-GARCH, efekt zarażania, czynnik globalny

**JEL classification:** C58, G10, F44, E44

### WSTĘP

Celem badań jest analizowanie powiązań i zależności pomiędzy kryptowalutami pod kątem możliwości wystąpienia efektu zarażania (ang. Contagion effect). Została również podjęta próba odpowiedzenia na pytanie, czy spadki zanotowane przez kryptowalutę Bitcoin, w styczniu 2018 roku spowodowały spadki cen innych badanych kryptowalut. Badaniu poddano kryptowaluty występujące na giełdzie Bitbay.net to są: Bitcoin, Bitcoin Cash, Litecoin, Dash, Ethereum oraz Lisk.

### **Efekt zarażania**

Dzięki rozwojowi Internetu oraz technologii komputerowej powstało pojęcie efektu zarażania, które cechuje się szybkim, nagłym i niespodziewanym rozprzestrzenianiem się wydarzeń niepożądanych. Według jednej z definicji zapro-

ponowanej przez [ Forbes, Rigobon 2002], zarażanie obserwujemy, gdy następuje znaczący wzrost powiązań między rynkami (bądź grupą rynków) po wstrząsie. Drugą z definicji, która będzie pomocna w postawieniu wniosków na postawione powyżej cele jest definicja empiryczna, która mówi, że efekt zarażania występuje, gdy po zdarzeniu niepożądanym na danym rynku, następuje wzrost zależności między rynkiem zarażającym, a pozostałymi rynkami (zwanymi rynkami zarażanymi).

### Kryptowaluta

Kryptowaluta jest to wirtualny pieniądz powstały w sieci za pomocą koparek kryptowalut, który do zabezpieczeń transakcji stosuje kryptografię. Szyfrowanie zapobiega dokonywaniu nieautoryzowanych zmian w zapisach znajdujących się w systemie. Pierwsza kryptowaluta, Bitcoin, powstała w 2009 roku. Twórcami była osoba (lub grupa osób) ukrywająca się pod pseudonimem Satoshi Nakamoto. Obecnie na rynku znajduje się około 1600 kryptowalut. Kryptowaluta, jako środek płatniczy, różni się od tych „tradycyjnych”: brakiem centralnego emitenta, anonimowością transakcji oraz brakiem centralnej administracji. Wirtualne waluty można gromadzić w portfelach, gdzie dostęp mają tylko właściciele kluczy prywatnych. Zaletą tej formy walut jest anonimowość oraz szybkość transakcji, która trwa około 6 do 30 minut. Kryptowaluta jest cyfrowym wytworem działającym w sieci, stąd główną wadą kryptowalut jest możliwość włamań hakerów. Poniżej przedstawiono specyfikację wybranych do badań kryptowalut.

Tabela 1. Specyfikacja kryptowalut

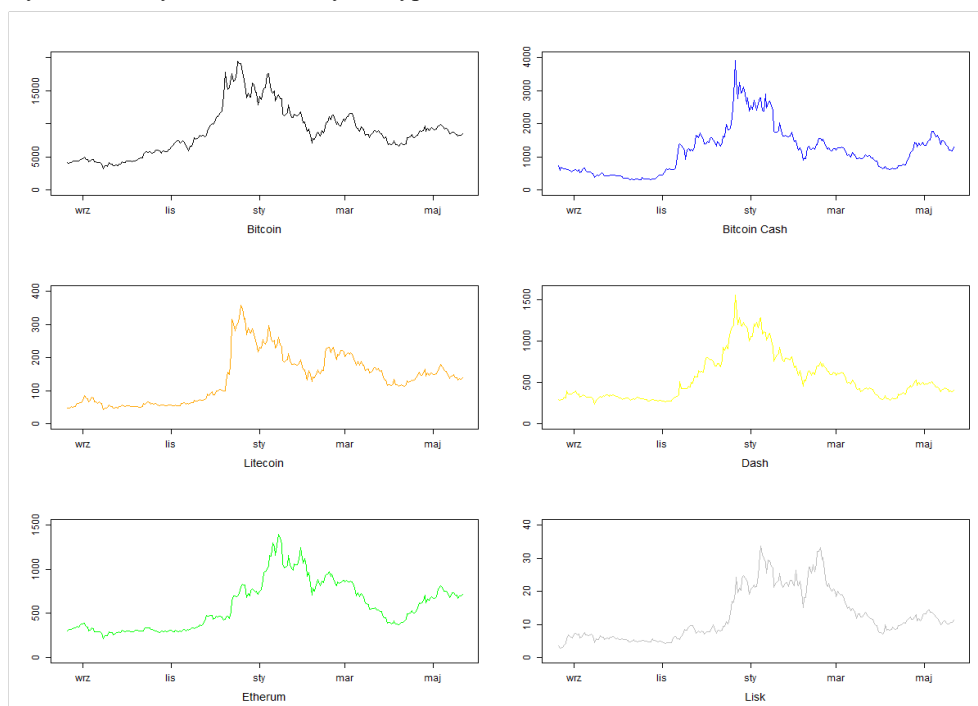
Nazwa	Symbol	Rok wyprodukowania	Twórca/ Twórcy	Wydobytych monet	Maksymalna ilość monet
Bitcoin	BTC	sty 2009	Satoshi Nakamoto (osoba lub grupa osób)	16,2 mln	21 mln
Bitcoin Cash	BCH	sie 2017	Zespoły	17,0 mln	21 mln
Etherum	ETH	lip 2015	Vitalika Buterina	92,2 mln	brak
Dash	DASH	sty 2014	Satoshi Nakamoto (osoba lub grupa osób)	7,2 mln	ok. 18 mln
Lisk	LSK	mar 2016	Max Kordek, Oliver Beddows	114,6 mln	brak
Litecoin	LTC	paź 2011	Charles Lee	50,6 mln	84 mln

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych ze strony BitHub.pl

## DANE I METODY BADAWCZE

Do badań wybrano sześć kryptowalut: Bitcoin (BTC), Bitcoin Cash (BCH), Litecoin (LTC), Dash (DASH), Ethereum (ETH) oraz Lisk (LSK), występujących na giełdzie Bitbay.net. Dane pobrano ze strony stooq.pl. Dodatkowo pobrano dane U.S. Dolar Index wykorzystany jako czynnik globalny. Dane pochodzą z okresu od 21 sierpnia 2017 roku do 21 maja 2018 roku (co stanowi 274 obserwacji). Poniżej przedstawiono wykres kształtowania się cen kryptowalut dla badanego okresu.

Rysunek 1. Wykres cen badanych kryptowalut



Źródło: opracowanie własne, na podstawie danych ze strony stooq.pl

Na wykresie cen badanych kryptowalut (rysunek 1) widzimy, że Bitcoin osiągnął najwyższą cenę pod koniec 2017 roku. Od dnia 5-go stycznia 2018 roku obserwujemy spadki cen. Do badań, jako datę graniczną wybrano właśnie datę 5-go stycznia 2018 roku i podzielono dane na dwie części: pierwszy okres od 21/08/2017 do 04/01/2018, drugi okres od 05/01/2018 do 21/05/2018. Powodów jakie mogły spowodować styczniowe spadki jest kilka:

1. Złe wiadomości z Korei Południowej – Korea Południowa jest jednym z największych aktywnych rynków kryptowalut na świecie. W styczniu Ministerstwo Sprawiedliwości ogłosiło, że chce wprowadzić zaraz handlu kryptowalutami. Decyzja ta jednak nie doszła do skutku. Następnie ogłoszono,

iż zostanie wprowadzona weryfikacja użytkowników inwestujących na giełdach kryptowalut. Obie te wiadomości spowodowały panikę wśród inwestorów.

2. Widmo zakazu „kopania” kryptowalut w Chinach – 65% transakcji realizowanych na giełdach kryptowalut jest potwierdzanych w chińskich kopalniach z uwagi na fakt iż to właśnie w Chinach jest tani prąd. W styczniu pojawiła się informacja, że rząd chiński wprowadzi zakaz kopania kryptowalut w Chinach.
3. Panika wśród nowicjuszy – duże zainteresowanie kryptowalutami spowodowało, że coraz więcej osób zaczęło inwestować w wirtualne pieniądze bez wiedzy i umiejętności. Gdy ceny zaczęły spadać, nowi inwestorzy wyprzedawali swoje waluty, gdyż bali się, że stracą wszystko.
4. Wyplata świąteczna w krajach azjatyckich – w styczniu przypadł chiński nowy rok. Azjaci wypłacają swoje oszczędności zainwestowane w kryptowaluty aby zrobić zakupy świąteczne.
5. Teoria spiskowa Wall Street – na początku roku zostały wypłacone dywidendy w największych bankach światowych. Teoria spiskowa mówi, iż bankierzy zmanipulowali rynkiem kryptowalut, aby mogli oni tanio kupić wirtualny pieniądz.
6. Efekt stycznia – obserwując rynek kryptowalut, od 3 lat można zaobserwować te same zachowania na przełomie końca i początku roku. Według analiz minima roczne osiągnęte są właśnie w styczniu.

Na początku badań zastanowiono się, czy ceny badanych kryptowalut kształtowały się podobnie jak ceny kryptowaluty Bitcoin. Wykresy na (rysunek 1) pokazują, że dzienne notowania badanych kryptowalut mają podobny charakter. Największe wartości osiągnięte zostały pod koniec roku, natomiast najniższą cenę osiągnięto w styczniu 2018 roku.

Przeprowadzona została analiza korelacji dziennych notowań cen pomiędzy kryptowalutą Bitcoin i pozostałymi badanymi kryptowalutami. Obliczono korelacje próbkowe dla logarytmicznych stóp zwrotu badanych kryptowalut. Z punktu widzenia badań, najbardziej interesują nas korelacje pomiędzy Bitcoinem, a pozostałymi kryptowalutami. Zaobserwowano wysoki współczynnik korelacji pomiędzy logarytmicznymi stopami zwrotu interesujących nas kryptowalut (tabela 2). Biorąc pod uwagę korelację pomiędzy kryptowalutą Bitcoin a pozostałymi kryptowalutami największe skorelowanie obserwujemy dla par Bitcoin-Litecoin oraz Bitcoin-Etherum na poziomie 0,65, a najniższe wystąpiło dla pary Bitcoin-Bitcoin Cash równe 0,33.



Tabela 2. Współczynniki korelacji próbkowych dla badanych kryptowalut dla okresu 21/08/2017 – 21/05/2018

	BTC	BCH	LTC	DASH	ETH	LSK
BTC	1	0,3348	0,6420	0,5934	0,6556	0,4162
BCH	0,3348	1	0,4477	0,6151	0,5458	0,3135
LTC	0,6420	0,4477	1	0,6716	0,7524	0,4508
DASH	0,5934	0,6151	0,6716	1	0,7532	0,5805
ETH	0,6556	0,5458	0,7524	0,7532	1	0,5258
LSK	0,4162	0,3135	0,4508	0,5805	0,5258	1

Źródło: opracowanie własne

Aby oszacować warunkowe korelacje oraz odpowiedzieć na postawione w artykule pytania, wykorzystano model VAR-DCC-GARCH. Model DCC-GARCH (ang. Dynamic Conditional Correlation Model) który został sformułowany w pracy [Engel 2002]. Główną ideą tej klasy modeli jest dekompozycja macierzy kowariancji  $H_t$  na macierz warunkowych odchyień standardowych  $D_t = \text{diag}(h_{11t}^{1/2}, \dots, h_{nnt}^{1/2})$  oraz macierz warunkowych korelacji  $R_t$ . Na podstawie prac [Fiszeder 2009] i [Orskaug 2009], przyjęto następujący model:

$$r_{it} = a_{it} + \sum_{j=1}^n \left( \sum_{l=1}^k a_{il}^j r_{jt-l} \right) + \varepsilon_{it}, \quad (1)$$

gdzie:  $r_t$  to wektor  $n \times 1$  logarytmicznych stóp zwrotu w chwili  $t$ ,

$$\varepsilon_t | \Psi_{t-1} \sim N(0, H_t), \quad (2)$$

$$H_t = D_t R_t D_t, \quad (3)$$

gdzie:  $H_t$  to macierz kwadratowa wymiaru  $n \times n$ , warunkowych kowariancji w chwili  $t$ ,

$$D_t = \begin{bmatrix} \sqrt{h_{11,t}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{22,t}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sqrt{h_{nn,t}} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

gdzie:  $D_t$  to macierz diagonalna wymiaru  $n \times n$  warunkowych odchyień standardowych dla składowych wektora  $\varepsilon_t$ ,

$$h_{ii,t} = \alpha_{ii,0} + \sum_{q=1}^Q \alpha_{ii,q} \varepsilon_{i,t-q}^2 + \sum_{p=1}^P \beta_{ii,p} h_{ii,t-p}, \quad (5)$$

gdzie:  $h_{ii,t}$  to warunkowe wariancje opisane za pomocą jednorównaniowych modeli GARCH,

$$R_t = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12,t} & \rho_{13,t} & \cdots & \rho_{1n,t} \\ \rho_{12,t} & 1 & \rho_{23,t} & \cdots & \rho_{2n,t} \\ \rho_{13,t} & \rho_{23,t} & 1 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \rho_{n-1,n,t} \\ \rho_{1n,t} & \rho_{2n,t} & \cdots & \rho_{n-1,n-t} & 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

gdzie:  $R_t$  to macierz kwadratowa wymiaru  $n \times n$  warunkowych korelacji dla  $\varepsilon_t$ ,  $\alpha_{ii,q}$ ,  $\beta_{ii,p}$  ( $i = 1, \dots, n$ ,  $q = 1, \dots, Q$ ,  $p = 1, \dots, P$ ) współczynniki, których suma  $\sum_{q=1}^Q \alpha_{ii,q} + \sum_{p=1}^P \beta_{ii,p} \in (0,1)$ .

$$R_t = Q_t^{*-1} Q_t Q_t^{*-1}, \quad (7)$$

$$Q_t = (1-a-b)\bar{Q} + a\delta_{t-1}\delta_{t-1}^T + bQ_{t-1}, \quad (8)$$

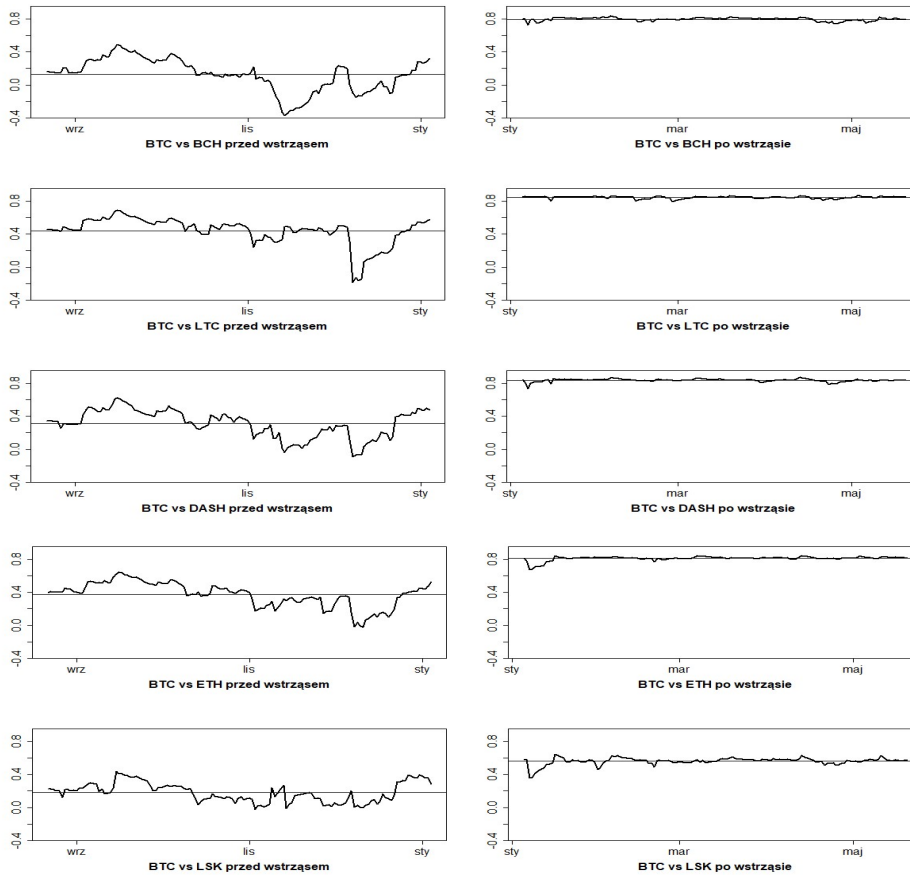
$$\delta_{t-1} = \varepsilon_t D_t^{-1}, \quad (9)$$

$$Q_t^* = \begin{bmatrix} \sqrt{q_{11,t}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{q_{22,t}} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \sqrt{q_{nn,t}} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

Do estymacji modelu zastosowano metodę największej wiarygodności. Obliczenia przeprowadzono w programie „R”.

W modelu zostały wykorzystane logarytmiczne stopy zwrotu z dziennych notowań sześciu wybranych kryptowalut. Dane podzielono na dwie części, pierwsza zawierała dane od 21 sierpnia 2017 roku do 5 stycznia 2018 roku, natomiast druga część zawierała dane od 6 stycznia 2018 roku do 21 maja 2018 roku. Każdy okres to 137 obserwacji. Podział ten został zastosowany w celu zbadania zachowań oszacowanych z modelu warunkowych korelacji pomiędzy logarytmicznymi stopami zwrotu cen kryptowalut przed wstrząsem (przed 5-tym stycznia 2018 roku) oraz po wstrząsie (po 5-tym stycznia 2018 roku). Na podstawie kształtowania się warunkowych korelacji wyciągnięto wnioski dotyczące efektu zarażania.

Rysunek 2. Wykresy ocen warunkowych korelacji dla stóp zwrotu dziennych notowań kryptowalut dla okresu przed i po wstrząsie otrzymanych z modelu



Źródło: opracowanie własne

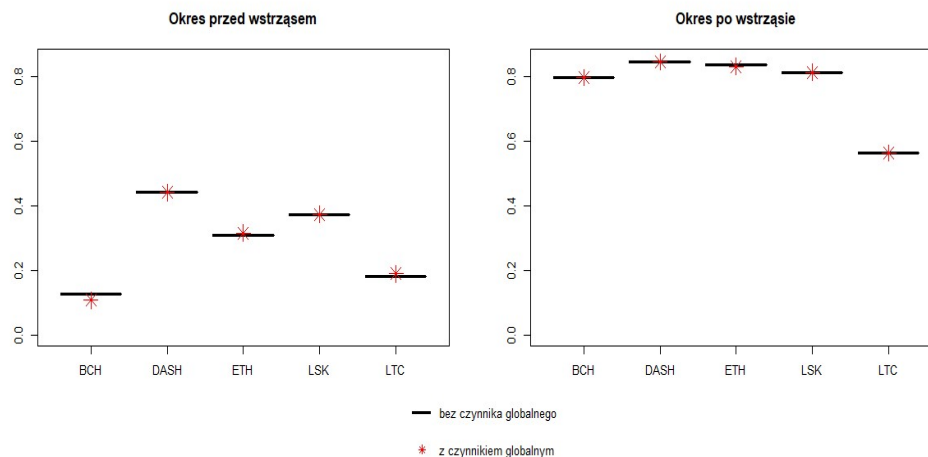
Oceny warunkowych korelacji dla okresu przed wstrząsem oscylowały w granicach od -0,2 do 0,7, natomiast dla okresu po wstrząsie oceny te utrzymywały się na poziomie około 0,8. Widoczny jest znaczny wzrost średniej wartości ocen warunkowych korelacji stóp zwrotu dziennych notowań kryptowalut (rysunek 2).

## CZYNNIK GLOBALNY

W badaniu postawiono również pytanie o wpływ czynnika zewnętrznego (inaczej czynnika globalnego) na kształtowanie się cen na rynku kryptowalut. W tym celu do rozważanego modelu VAR-DCC-GARCH w równaniu (1) wprowadzono, jako zmienną egzogeniczną, czynnik globalny oznaczony jako  $r_{Gt}$ .

Jako czynnik zewnętrzny wybrano notowania indeksu U.S. Dollar. Indeks ten odzwierciedla zachowanie się dolara amerykańskiego na podstawie kursów walut składowych USD/CHF, USD/EUR, USD/GBP i USD/JPY. Wartość indeksu obliczana jest z sumy liczby 100 (wartość bazowa indeksu) oraz średniej arytmetycznej procentowych zmian kursów składowych wobec ich kursów z 4 stycznia 1971 roku. Dla każdego okresu z osobna (okres przed 5-tym stycznia 2018 roku oraz okres po 5-tym stycznia 2018 roku), obliczono średnie z otrzymanych z modelu ocen warunkowych korelacji. Średnie policzono dla danych pochodzących z modelu bez czynnika globalnego oraz dla danych pochodzących z modelu uwzględniającego czynnik globalny.

Rysunek 3. Wykresy średnich ocen warunkowych korelacji dla stóp zwrotu dziennych notowań kryptowalut dla okresu przed i po wstrząsie otrzymanych z modelu VAR-DCC-GARCH



Źródło: opracowanie własne

Na podstawie wyliczeń, zaobserwowano, iż czynnik globalny, w postaci indeksu USD, nie miał istotnego wpływu na wyniki otrzymane z modelu. Średnie z ocen warunkowych korelacji dziennych logarytmicznych stóp zmian cen kryptowalut otrzymane z modelu bez oraz z czynnikiem globalnym, pokrywają się zarówno dla okresu przed, jak i po wstrząsie (rysunek 3). Dodatkowo przeprowadzono analizę parametrów modelu, która wykazała, że współczynniki stojące przy czynniku globalnym są statystycznie nieistotne, co dodatkowo potwierdza brak istotnego wpływu czynnika globalnego na kształtowanie się cen kryptowalut.

## PODSUMOWANIE

Przeprowadzona analiza wykazała, że istnieją silne zależności pomiędzy kryptowalutą Bitcoin, a kryptowalutami: Bitcoin Cash, Litecoin, Dash, Ethereum oraz Lisk. Bitcoin jest jedną z głównych kryptowalut, której kapitał to około 40% całego rynku kryptowalut. Jest to jeden z powodów dlaczego kształtowanie się cen tej kryptowaluty ma ogromny wpływ na zachowanie się cen innych kryptowalut. Zaobserwowano znaczny wzrost ocen współczynnika warunkowych korelacji pomiędzy Bitcoinem a pozostałymi kryptowalutami. Na rynek kryptowalut nie ma wpływu czynnik zewnętrzny w postaci indeksu USD. Można zatem wnioskować, że rynki te są niezależne i zmiany zachodzące na innych, realnych rynkach, nie mają wpływu na kształtowanie się cen kryptowalut.

## BIBLIOGRAFIA

- Engle R. F. (2002) Dynamic Conditional Correlation: A Simple Class of Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Models. *Journal of Business and Economic Statistics*, 20(3), 339-350.
- Fiszeder P. (2009) Modele klasy GARCH w empirycznych badaniach finansowych. Wyd. Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń.
- Forbes K., Rigobon R. (2002) No Contagion, only Interdependence: Measuring Stock Market Comovements. *Journal of Finance*, 57(5), 2223-2261.
- Orskaug E.(2009) Multivariate DCC-GARCH Model – With Various Distributions. NTNU Norwegian University of Science and Technology.
- BitHub.pl [dostęp: 18.06.2018].
- Stooq.pl [dostęp: 18.06.2018].

## CONTAGION EFFECT ON THE CRYPTOCURRENCY MARKET

**Abstract:** The aim of this paper was to answer two questions: whether the contagion effect occurred in the cryptocurrency market after the shock of the 5<sup>th</sup> of January 2018 and whether the price changes observed for Bitcoin had an impact on other examined cryptocurrencies. This paper examined whether adding external factors affected the cryptocurrency market. Data used in this article were from the turn of 2017 and 2018. In addition, the VAR-DCC-GARCH model was employed for research purposes. Above all, this paper argued that contagion effect did occur in the market analysed. Secondly, the decreases recorded for Bitcoin cryptocurrency indeed caused price drops for other cryptocurrencies examined.

**Keywords:** cryptocurrency, cryptocurrency market, VAR-DCC-GARCH model, contagion effect, global factor

## OCENA PRZESTRZENNEGO ZRÓŻNICOWANIA ZJAWISKA STAROŚCI DEMOGRAFICZNEJ W POLSCE

**Ewa Wasilewska (ORCID: 0000-0001-9065-5526)**  
Wydział Nauk Ekonomicznych  
Szkola Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie  
e-mail: ewa\_wasilewska@sggw.pl

**Streszczenie:** W opracowaniu przedstawiono przestrzenne zróżnicowanie poziomu starości demograficznej w Polsce w przekroju województw. Okres badań obejmował lata 1992-2016. Wykorzystano relacyjne miary starości demograficznej w ujęciu statycznym. Stosując metodę rang utworzono rankingi województw z punktu widzenia zaawansowania starości demograficznej. Na podstawie miary zagregowanej dokonano podziału województw na grupy charakteryzujące się podobieństwem poziomu starości społeczeństwa.

**Słowa kluczowe:** starość demograficzna, starzenie się ludności, miary starości demograficznej

**JEL classification:** J11

### WPROWADZENIE

Od kilkudziesięciu lat kraje wysoko rozwinięte, w tym Polskę, dotyka problem starzenia demograficznego. Wyraża się ono stale wzrastającym udziałem ludzi starych w ogólnej liczbie ludności [Urbanik i in. 2015]. Proces starzenia się społeczeństwa jest konsekwencją dwóch głównych czynników: spadku dzietności i wydłużania się oczekiwanej długości życia [Diaconu 2015]. Istotnym czynnikiem, który przyspiesza proces starzenia się społeczeństwa jest również ujemny bilans migracji, szczególnie jeśli emigruje ludność w wieku młodym i średnim [Rakowska 2016].

Starzenie się społeczeństwa ma nie tylko wymiar demograficzny, ale wpływa także na wiele dziedzin życia społeczno-gospodarczego, w szczególności na rynek pracy, zabezpieczenie społeczne, usługi publiczne, konsumpcję, wydatki publiczne, w tym wydatki na cele emerytalno-rentowe [Kłos, Russel 2016]. Tak

więc problematyka zmian stanu i struktury ludności jest szczególnie ważna dla formułowania odpowiednich polityk rynku pracy czy zabezpieczenia społeczno-ekonomicznego ludności, zarówno obecnie jak i w przyszłości [Podogrodzka 2014].

Celem opracowania jest określenie przestrzennego zróżnicowania poziomu starości demograficznej w Polsce. Za jednostkę terytorialną przyjęto województwo. Wartościowanie obiektów przeprowadzono na podstawie utworzonych rankingów. Wykorzystując skonstruowane rankingi dokonano podziału województw na grupy charakteryzujące się podobnym poziomem starości demograficznej. Okres badań obejmował lata 1992-2016. Materiał empiryczny stanowiły dane publikowane przez urząd statystyczny Unii Europejskiej – Eurostat [Eurostat 2017].

Bieżąca ocena sytuacji demograficznej i stały monitoring procesów ludnościowych mogą być pomocne w określaniu i usuwaniu negatywnych następstw starzenia się społeczeństwa oraz dostosowaniu instrumentów wspierania rozwoju społeczno-gospodarczego. Stąd wyniki podjętych badań mogą być przydatne decydom z ośrodków kształtujących polityki krajowe i regionalne. Mogą też zainteresować ekspertów z różnych dziedzin naukowych, w tym ekonomistów, demografów, geografów ludnościowych, jak też szeroko rozumianą opinię publiczną.

## METODA BADAŃ

W badaniach demograficznego starzenia się ludności zasadniczą kwestią jest wyznaczenie tzw. „progu starości”, czyli dolnej granicy starości indywidualnej. W literaturze przedmiotu jako „próg starości” przyjmuje się najczęściej wiek metrykalny 60 lub 65 lat. Obecnie, w związku z wydłużaniem się trwania życia, większość badaczy – zgodnie z koncepcją zaproponowaną przez ONZ – opowiada się za przyjęciem „progu starości” na poziomie 65 lat [Król 2014]. Koncepcję tę przyjęto w niniejszym opracowaniu.

Do oceny stopnia zaawansowania starości demograficznej wykorzystano następujące miary relacyjne [Cieślak 1992; Kurek 2008; Kurkiewicz 2010]:

- Współczynnik starości (stopa starości)  $W_s$  określający udział ludności starszej (w wieku 65 lat i więcej) w ogólnej liczbie ludności:

$$W_s = \frac{L_{65+}}{L} \cdot 100\% \quad (1)$$

- Współczynnik sędziwej starości  $W_{ss}$  wyrażający udział ludności w wieku 80 lat i więcej w ogólnej liczbie ludności:

$$W_s = \frac{L_{80+}}{L} \cdot 100\% \quad (2)$$

- Współczynnik podwójnego starzenia się  $W_{ps}$  określający udział ludności najstarszej (w wieku 85 lat i więcej) w populacji osób starszych (w wieku 65 lat i więcej):

$$W_{ps} = \frac{L_{85+}}{L_{65+}} \cdot 100\% \quad (3)$$

- Indeks starości demograficznej  $I_s$ , wyznaczany jako iloraz liczby osób w wieku 65 lat i więcej do liczby dzieci i młodzieży w wieku 0-14 lat:

$$I_s = \frac{L_{65+}}{L_{0-14}} \cdot 100 \quad (4)$$

- Współczynnik obciążenia demograficznego wyznaczany jako iloraz liczby osób w wieku 65 lat i więcej do liczby osób w wieku 15-64 lata:

$$W_{od} = \frac{L_{65+}}{L_{15-64}} \cdot 100 \quad (5)$$

gdzie we wzorach 1-5:

- $L$  – liczba ludności ogółem w momencie  $t$ ,
- $L_{65+}$  – liczba ludności w wieku 65 lat i więcej w momencie  $t$ ,
- $L_{80+}$  – liczba ludności w wieku 80 lat i więcej w momencie  $t$ ,
- $L_{85+}$  – liczba ludności w wieku 85 lat i więcej w momencie  $t$ ,
- $L_{0-14}$  – liczba ludności w wieku 0-14 lat w momencie  $t$ ,
- $L_{15-64}$  – liczba ludności w wieku 15-64 lat w momencie  $t$ .

W celu utworzenia rankingu województw z punktu widzenia zaawansowania starości demograficznej wykorzystano miarę zagregowaną skonstruowaną przy wykorzystaniu metody rang (Kowaleski, Majdzińska 2012; Malina, Wanat 1995; Panek, Zwierzchowski 2013). Istotą konstrukcji tej miary jest „uśrednienie” lokat zajmowanych przez poszczególne obiekty w rankingach utworzonych na podstawie wielu miar. Na wstępie, dla każdego roku, utworzono oddzielne rankingi na podstawie każdej z wyznaczonych miar starości (1-5). W kolejnym kroku, dla każdego województwa, wyznaczono średnią arytmetyczną  $\bar{r}_i$  przyporządkowanych mu rang ze względu na wszystkie badane miary starości według wzoru:

$$\bar{r}_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m r_{ij} \quad (i = 1, \dots, n) \quad (6)$$

- gdzie:  $r_{ij}$  – ranga nadana  $i$ -temu obiektowi ze względu na  $j$ -tą miarę starości,
- $m$  – liczba badanych miar starości.

Tak obliczona średnia rang stanowiła miarę zagregowaną, która posłużyła do uporządkowania województw ze względu na poziom starości demograficznej. Im wyższą wartość przyjęła miara zagregowana  $\bar{r}_i$ , tym dalszą lokatę w rankingu zajęło dane województwo.



Skonstruowana miara zagregowana była także podstawą podziału województw na grupy charakteryzujące się podobieństwem poziomu starości demograficznej. Wykorzystując wartość średniej arytmetycznej i odchylenia standardowego miary zagregowanej, dokonano podziału województw na cztery grupy w następujący sposób (Malina 2004):

grupa I:           gdym  $\bar{r}_i \in [r_{\min}; \bar{r} - s]$  – grupa najmłodsza,

grupa II:          gdym  $\bar{r}_i \in (\bar{r} - s; \bar{r}]$ ,

grupa III:         gdym  $\bar{r}_i \in (\bar{r}; \bar{r} + s]$ ,

grupa IV:         gdym  $\bar{r}_i \in (\bar{r} + s; r_{\max}]$  – grupa najstarsza,

gdzie:

$\bar{r}$            – średnia arytmetyczna miary zagregowanej  $\bar{r}_i$ ,

$s$            – odchylenie standardowe miary zagregowanej  $\bar{r}_i$ ,

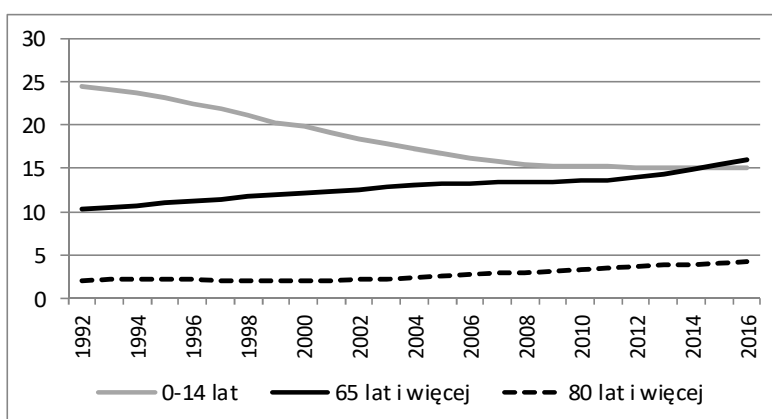
$r_{\min}$        – wartość najmniejsza miary zagregowanej  $\bar{r}_i$ ,

$r_{\max}$        – wartość największa miary zagregowanej  $\bar{r}_i$ .

## WYNIKI BADAŃ

Poziom starości demograficznej w sposób najprostszy można określić wyznaczając współczynnik starości, tj. udział osób w wieku 65 lat i więcej w liczbie ludności ogółem. Zmiany tego udziału obserwowane w latach 1992-2016 wskazują na silne starzenie się społeczeństwa w Polsce (rysunek 1).

Rysunek 1. Udział osób starszych i dzieci (%) w ogólnej liczbie ludności Polski w latach 1992-2016



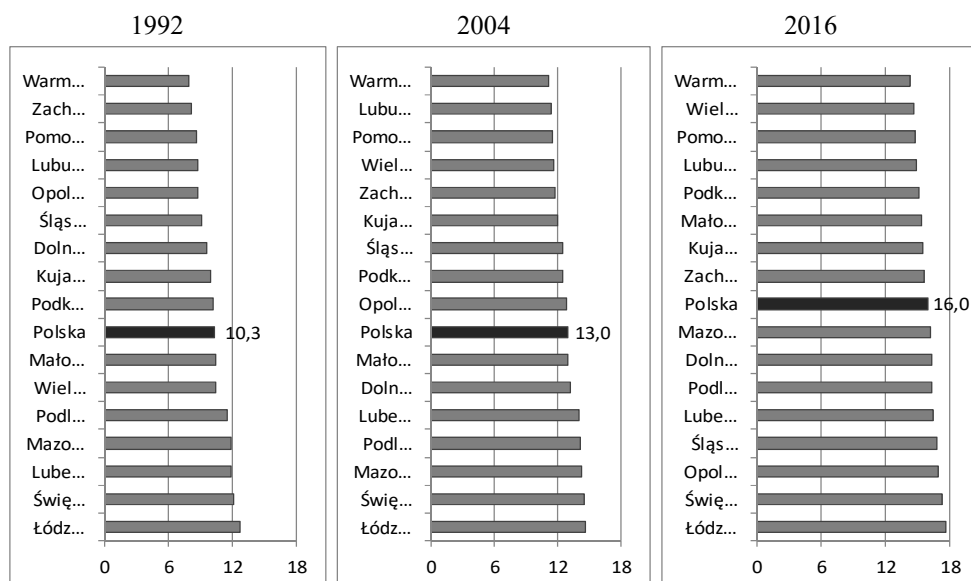
Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Eurostat

W badanym okresie udział osób starszych (65+) wzrósł o 5,6 p.p., przy jednoczesnym zmniejszeniu się udziału dzieci i młodzieży (0-14 lat) o 9,5 p.p.

Zmianom tym towarzyszył wzrost udziału osób sędziwych (80+) o 2,1 p.p. Zaobserwowane tendencje są wyrazem postępujących przemian demograficznych. Niska dzietność oraz wydłużanie przeciętnego trwania życia spowodowały wzrost liczby osób starszych oraz ich udziału w całej populacji, prowadząc w ten sposób do starzenia się społeczeństwa.

Udział osób w wieku 65+ w ogólnej liczbie ludności (stopę starości) w poszczególnych województwach obrazuje rysunek 2. O ile w 1992 r. udział ten zamykał się w przedziale od 8,0% (w warmińsko-mazurskim) do 12,8% (w łódzkim) i wynosił średnio w Polsce 10,3%, to w ciągu 25 lat wzrósł znacząco we wszystkich województwach osiągając w 2016 r. poziom średni 16,0%. Najbardziej niepokojącą sytuację z punktu widzenia tempa wzrostu stopy starości zaobserwowano w województwie opolskim, gdzie wskaźnik ten wzrósł w latach 1992-2016 aż o 8,1 p.p.

Rysunek 2. Współczynnik starości demograficznej  $W_s$  (%) (odsetek osób w wieku 65+) w Polsce w 1992 r., 2004 r. i 2016 r.

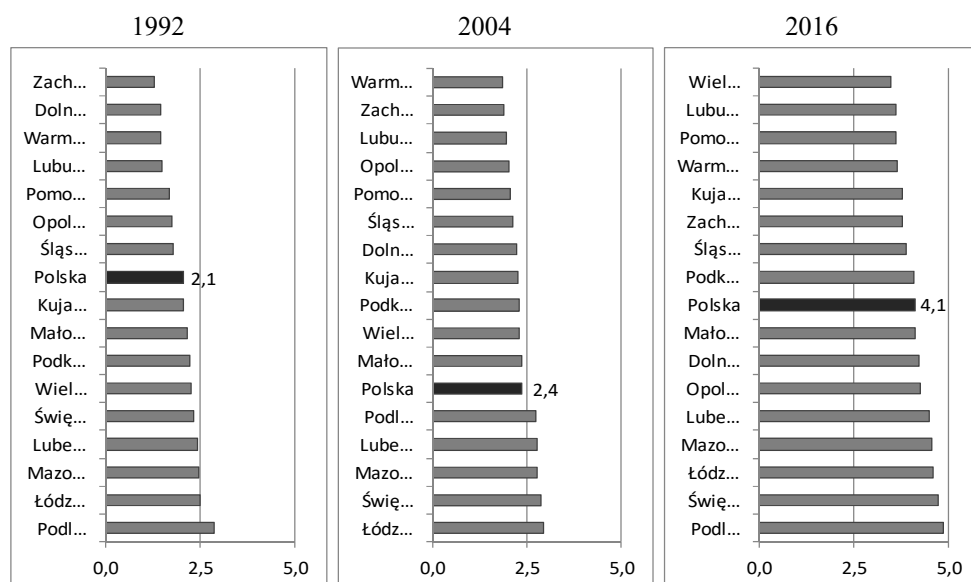


Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Eurostat

Odnosząc się do zmodyfikowanej skali ONZ (*World...*, 2005), używanej obecnie do oceny stopnia zaawansowania starości demograficznej, w 1992 roku wszystkie województwa określić należy jako starzejące się (tj. stopa starości z zakresu 7%-14%). Zaledwie po 25 latach wszystkie województwa „awansowały” do grupy starych, co wskazuje na bardzo szybko postępujący proces starzenia się społeczeństwa w Polsce, w konsekwencji – na bardzo duży wzrost obciążenia demograficznego osobami w wieku poprodukcyjnym.

W analizowanym okresie 1992-2016 wzrósł również w Polsce, jak i w poszczególnych województwach udział osób sędziwych (w wieku 80 lat i więcej), wyrażony przez współczynnik sędziwej starości  $W_{ss}$  (rysunek 3). W okresie dwudziestu lat udział ten wzrósł dwukrotnie i w 2016 r. wyniósł 4,1% średnio w Polsce. Wśród województw charakteryzujących się najwyższym odsetkiem osób w wieku 80+ znalazły się w 1992 roku podlaskie (2,9%), łódzkie (2,5%) i mazowieckie (2,5%), natomiast w 2016 roku – podlaskie (4,9%) i świętokrzyskie (4,7%).

Rysunek 3. Współczynnik sędziwej starości  $W_{ss}$  (%) (odsetek osób w wieku 80+) w Polsce w 1992 r., 2004 r. i 2016 r.

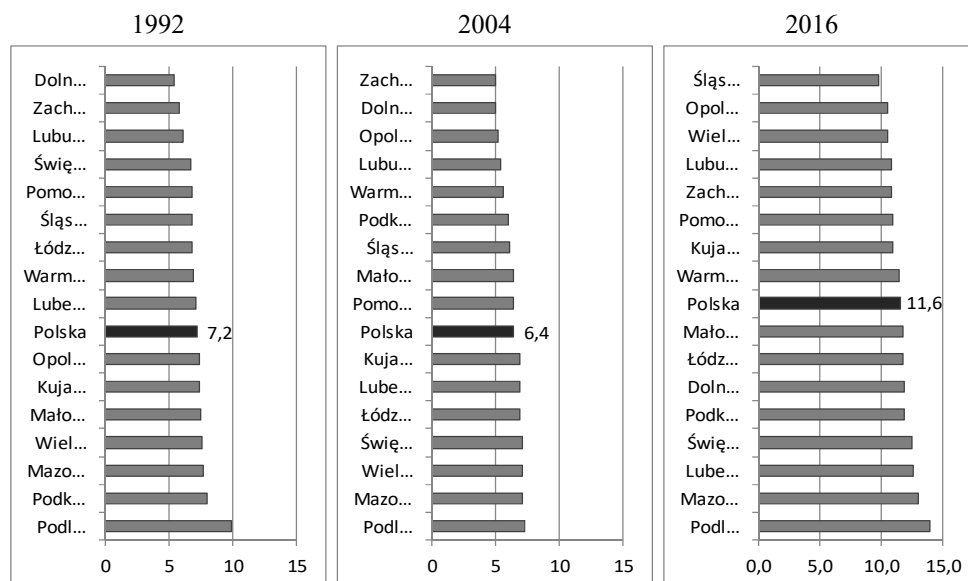


Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Eurostat

Subpopulacja osób starszych (w wieku 65 lat i więcej) charakteryzuje się odmienną strukturą wiekową w poszczególnych województwach. Szczególnie istotny, z punktu widzenia kształtowania polityki gospodarczej i społecznej państwa, jest udział w tej subpopulacji osób najstarszych (w wieku 85 lat i więcej). Inne bowiem rozwiązania należy wprowadzać, gdy wśród ludności starszej dominują osoby w wieku sędziwym, a inne jeśli są to osoby np. będące jeszcze w grupie osób aktywnych zawodowo [Gierańczyk, Sadoch 2016]. Udział osób najstarszych (85+) w subpopulacji osób starszych (65+) wyraża współczynnik podwójnego starzenia (rysunek 4). W 1992 r. udział ten ( $W_{ps}$ ) zamykał się w zakresie od 5,5% (dolnośląskie) do 9,9% (podlaskie), przyjmując średnio w Polsce wartość 7,2%. W okresie 1992-2016 wzrósł średnio o 4,4 p.p. i w 2016 r. wyniósł 11,6%, co oznacza, że wśród ludności starszej blisko co ósma osoba była w wieku 85+. Najwyższą wartość współczynnika podwójnego starzenia w 2016

roku zanotowano w woj. podlaskim (14,0%), natomiast najniższą – w woj. śląskim (9,9%). Zaobserwowane tendencje wskazują, że wraz ze wzrostem stopy starości w społeczeństwie, wzrasta udział osób najstarszych w subpopulacji osób starszych.

Rysunek 4. Współczynnik podwójnego starzenia  $W_{ps}$  (%) (udział osób w wieku 85+ w subpopulacji osób w wieku 65+) w Polsce w 1992 r., 2004 r. i 2016 r.

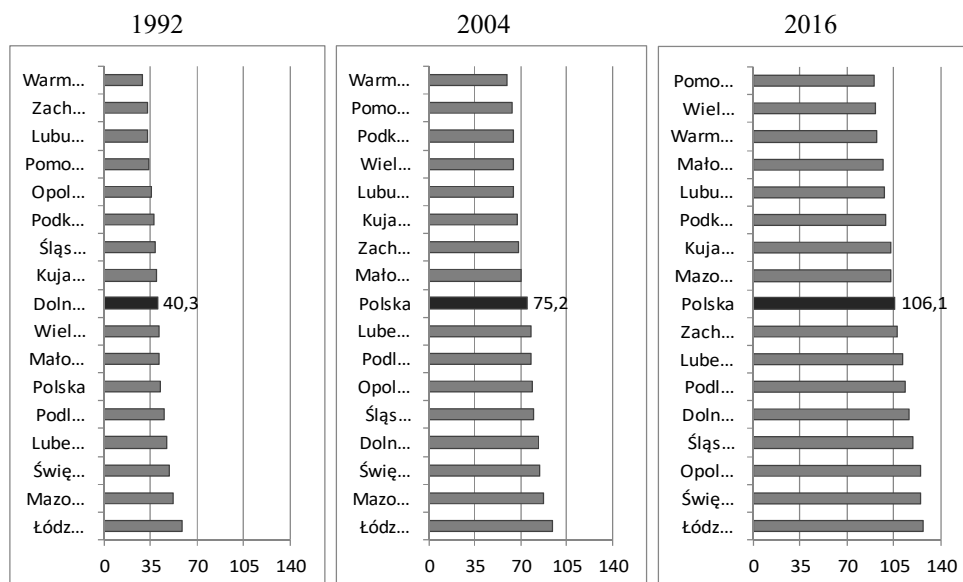


Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Eurostat

Pełniejszy obraz sytuacji demograficznej wyraża się uwzględniając udział populacji dzieci i młodzieży. Bazując na relacji pomiędzy liczebnością grupy osób starszych (w wieku 65 lat i więcej) i grupy osób najmłodszych (w wieku 0-14 lat) indeks starości demograficznej ( $I_s$ ), wskazuje na niepokojąco wysoki stopień zaawansowania procesu starzenia się populacji w Polsce (rysunek 5). O ile w 1992 r. indeks ten wynosił średnio w Polsce 42,0, to w 2016 r. był wyższy od 100 w większości województw, osiągając średnio w Polsce poziom 106,1. Oznacza to, że w większości województw w 2016 r. liczba osób starszych (65 lat i więcej) przekroczyła liczbę dzieci i młodzieży w wieku 0-14 lat. Najwyższą wartość indeksu starości demograficznej odnotowano w 2016 r. w woj. łódzkim (126,6) oraz w woj. świętokrzyskim (125,1), co wskazuje na wysokie obciążenie najmłodszej grupy wiekowej grupą osób starszych (65+) w tych województwach. Odwołując się do indeksu starości demograficznej, populację uznaje się za starą, gdy miara ta przekracza wartość 100. Tak więc w 2016 r. większość województw (10) można uznać za demograficznie stare.

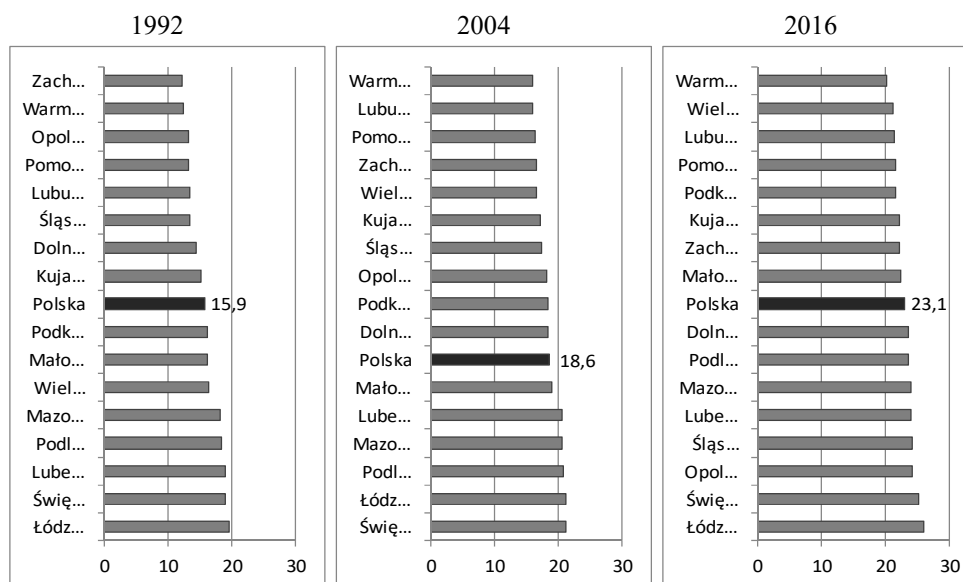
Niepokojącą sytuację odnotowano również jeśli chodzi o obciążenie osobami starszymi osób w wieku 15-64 (rysunek 6). O ile w 1992 r. współczynnik obciążenia demograficznego ( $W_{od}$ ) wynosił średnio w Polsce 15,9, co oznacza, że

Rysunek 5. Indeks starości  $I_s$  (liczba osób w wieku 65+ w przeliczeniu na 100 osób w wieku 0-14 lat) w Polsce w 1992 r., 2004 r. i 2016 r.



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Eurostat

Rysunek 6. Współczynnik obciążenia demograficznego  $W_{od}$  (liczba osób w wieku 65+ w przeliczeniu na 100 osób w wieku 15-64 lat) w Polsce w 1992 r., 2004 r. i 2016 r.



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Eurostat

na jedną osobę starszą przypadało ponad 6 osób w wieku produkcyjnym, to w 2016 r. współczynnik ten osiągnął wartość 23,1, czyli na jedną osobę starszą przypadały tylko 4,3 osoby w wieku 15-64 lata. Najbardziej niekorzystną sytuację z punktu widzenia obciążenia demograficznego odnotowano w województwach łódzkim i świętokrzyskim.

Prezentowane miary starości demograficznej (1-5) posłużyły do zbudowania rankingu województw z punktu widzenia zaawansowania starości. Wykorzystując miarę zagregowaną (6) sporządzono dla analizowanych lat 1992, 2004 i 2016 trzy oddzielne rankingi. Następnie, na podstawie sporządzonych rankingów, dokonano podziału województw na cztery grupy charakteryzujące się podobieństwem poziomu starości (tabela 1). Rankingi skonstruowane zostały według niemalejącej wartości miary zagregowanej, stąd w grupie I znalazły się województwa najmłodsze i odpowiednio w grupie IV – województwa najstarsze.

Tabela 1. Ranking województw ze względu na poziom starości demograficznej w 1992 r., 2004 r. i 2016 r. (grupa I – województwa najmłodsze, grupa IV – najstarsze)

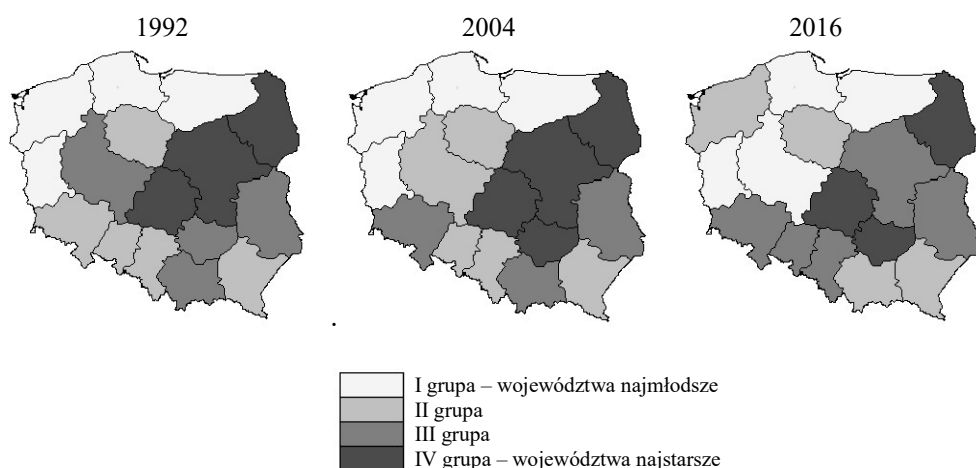
Grupa	1992 r.		2004 r.		2016 r.	
	Województwo	$\bar{r}_i$	Województwo	$\bar{r}_i$	Województwo	$\bar{r}_i$
I	Zachodniopomorskie	3,0	Warmińsko-mazurskie	1,8	Wielkopolskie	2,0
	Warmińsko-mazurskie	3,2	Lubuskie	3,0	Warmińsko-mazurskie	3,4
	Lubuskie	3,4	Zachodniopomorskie	4,0	Pomorskie	3,4
	Pomorskie	4,4	Pomorskie	4,4	Lubuskie	3,6
II	Dolnośląskie	5,0	Opolskie	7,0	Kujawsko-pomorskie	6,4
	Opolskie	5,8	Podkarpackie	7,0	Zachodniopomorskie	7,0
	Śląskie	6,6	Kujawsko-pomorskie	7,2	Podkarpackie	7,2
	Kujawsko-pomorskie	7,2	Wielkopolskie	7,4	Małopolskie	7,2
	Podkarpackie	8,4	Śląskie	7,8		
III	Małopolskie	10,6	Dolnośląskie	8,6	Śląskie	9,4
	Wielkopolskie	11,2	Małopolskie	9,6	Dolnośląskie	10,4
	Świętokrzyskie	11,8	Lubelskie	11,4	Opolskie	11,0
	Lubelskie	12,8			Mazowieckie	11,2
				Lubelskie	12,0	
IV	Mazowieckie	13,2	Podlaskie	13,0	Podlaskie	12,8
	Podlaskie	14,0	Mazowieckie	14,2	Łódzkie	14,4
	Łódzkie	15,4	Świętokrzyskie	14,6	Świętokrzyskie	14,6
			Łódzkie	15,0		

Źródło: opracowanie własne

W 1992 r. do grupy województw najmłodszych (grupa I) zaklasyfikowano: zachodniopomorskie, warmińsko-mazurskie, lubuskie i pomorskie, natomiast do grupy województw najstarszych (grupa IV) – mazowieckie, podlaskie i łódzkie, przy czym najstarszym było województwo łódzkie.

W 2016 r. uporządkowanie województw uległo zmianie, jednak część z nich nie zmieniło swojej przynależności do grupy typologicznej. Należy przy tym zaznaczyć, że o ile w 1992 r. widoczna jest wyraźna polaryzacja na młodsze ziemie północno-zachodnie i starsze środkowo-wschodnie, to w 2016 r. polaryzacja ta uległa zatarciu (rysunek 7). I tak, w grupie województw najmłodszych pozostały w 2016 r. warmińsko-mazurskie, pomorskie i lubuskie. Do grupy tej dołączyło województwo wielkopolskie, które zajęło pierwszą lokatę w rankingu stając się najmłodszym województwem w Polsce. Natomiast województwem najstarszym w 2016 r. było świętokrzyskie, obok którego w grupie IV znalazły się łódzkie i podlaskie. Przyczyn stosunkowo korzystnej sytuacji demograficznej województwa wielkopolskiego należy upatrywać w jednym z najwyższych w Polsce wskaźników dzietności i stosunkowo wysokim przyroście naturalnym.

Rysunek 7. Poziom starości demograficznej według województw w 1992 r., 2004 r. i 2016 r. na podstawie miary zagregowanej  $\bar{r}_i$



Źródło: opracowanie własne

Istotny wpływ na przestrzenne zróżnicowanie starości demograficznej ma bilans migracji. Najatrakcyjniejsze osiedleńczo obszary wyraźnie przyciągają ludność, w tym w wieku zakładania rodzin. Można zatem wskazać na pojawienie się zjawiska „wzmacniania potencjału demograficznego przez potencjał gospodarczy” [Sytuacja... 2016]. Zatem celem polityk lokalnych i regionalnych powinna być aktywizacja gospodarcza poprzez stwarzanie warunków do napływu różnego rodzaju inwestycji i oferowanie nowych miejsc pracy, aby zapobiegać odpływowi ludzi młodych [Kurek 2008].

## PODSUMOWANIE

1. W okresie 1992-2016 Polska charakteryzowała się postępującym procesem starzenia, przy czym poziom starości demograficznej jest wyraźnie zróżnicowany przestrzennie.
2. W 1992 r. i 2004 r. zaobserwowano wyraźną polaryzację starości (młodsze ziemie północno-zachodnie i starsze – środkowo-wschodnie), natomiast w 2016 r. polaryzacja ta uległa zatarciu.
3. Stopień zaawansowania starości demograficznej (według miary zagregowanej) w 1992 r. i w 2004 r. najwyższy był w województwie łódzkim, natomiast w 2016 r. w świętokrzyskim. Do województw najmłodszych należały: w 1992 r. – zachodniopomorskie, w 2004 r. – warmińsko-mazurskie, w 2006 r. – wielkopolskie.
4. Bieżąca ocena sytuacji demograficznej i stały monitoring procesów ludnościowych mogą być pomocne w określaniu i usuwaniu negatywnych następstw starzenia się społeczeństwa oraz dostosowaniu instrumentów wspierania rozwoju społeczno-gospodarczego w skali kraju oraz w wymiarze regionalnym i lokalnym.

## BIBLIOGRAFIA

- Cieślak M. (1992) Demografia. Metody analizy i prognozowania. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 106.
- Diaconu (Maxim) L. (2015) Ageing Population: Comparative Analysis among European Union States. CES Working Papers, VII(1).
- Eurostat (2017) <http://ec.europa.eu/eurostat/data/database> [Access: November 2017].
- Gierańczyk W., Sadoch A. (2016) Starzenie się ludności w miastach województwa kujawsko-pomorskiego w świetle prognozy demograficznej do 2050 r. [w:] Gierańczyk W. (red.) Starzenie się ludności jako wyzwanie XXI wieku. Ujęcie interdyscyplinarne. Wyższa Szkoła Bankowa w Toruniu, 31-48.
- Kłos B., Russel P. (red.) (2016) Przemiany demograficzne w Polsce i ich społeczno-ekonomiczne konsekwencje. Wydawnictwo Sejmowe, Warszawa, 7-8.
- Kowaleski J. T., Majdzińska A. (2012) Starzenie się populacji krajów Unii Europejskiej – nieodległa przeszłość i prognoza. *Studia Demograficzne*, 1(161), PAN, Warszawa.
- Król M. (2014) Starzenie się populacji Polski [w:] Król M. (red.) Współczesna polityka gospodarcza i społeczna. *Przegląd Nauk Stosowanych* 4, 9-21.
- Kurek S. (2008) Typologia starzenia się ludności Polski w ujęciu przestrzennym. Wydawnictwo Naukowe Akademii Pedagogicznej w Krakowie, *Prace Monograficzne*, 497, 7-10.
- Kurkiewicz J. (red.) (2010) Procesy demograficzne i metody ich analizy. Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, 128-130.
- Malina A. (2004) Wielowymiarowa analiza przestrzennego zróżnicowania struktury gospodarki Polski według województw. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, 76.



- Malina A., Wanat S. (1995) Przestrzenna analiza rozwoju Polski. *Wiadomości Statystyczne*, 5, 20-25.
- Panek T., Zwierzchowski J. (2013) *Statystyczne metody wielowymiarowej analizy porównawczej. Teoria i zastosowania*. Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa, 64.
- Podogrodzka M. (2014) Przestrzenne zróżnicowanie ludności według wieku w Polsce w latach 1991-2010. *Studia Ekonomiczne. Polityka społeczna wobec przemian demograficznych*, 167, 62-76.
- Rakowska J. (2016) Analysis of the Degree of Population Ageing in Poland on LAU2 Level. *Economic and Regional Studies*, 9(2), 13-23.
- Sytuacja demograficzna Polski. Raport 2015-2016 (2016) Rządowa Rada Ludnościowa, Warszawa.
- Urbaniak B., Gładzicka-Janowska A., Żyra J., Kaliszczak L., Piekutowska A., Rollnik-Sadowska E., Sobolewska-Poniedziałek E., Niewiadomska A., Gagacka M. (2015) *Socjoekonomika starzenia się współczesnych społeczeństw*. Wydawnictwo CeDeWu, Warszawa, 111-127.
- World Population Prospects: The 2004 Revision (2005) ONZ, UN Department of Economic and Social Affairs, Population Division, New York.

#### **EVALUATION OF SPATIAL DIVERSITY OF DEMOGRAPHIC AGEING IN POLAND**

**Abstract:** The study presents the spatial diversity of the demographic old age in Poland in the cross-section of voivodships. The research period covered the years 1992-2016. The relational measures of demographic ageing in a static approach were used. Using the rank method, rankings of voivodships were created from the point of view of the advancement of demographic ageing. Based on the aggregate measure, the voivodships were grouped due to the demographic old age.

**Keywords:** demographic ageing, population ageing, measures of demographic senility

## ANALIZA WSKAŹNIKA ZATRUDNIENIA W KRAJACH NOWEJ UE Z WYKORZYSTANIEM FPCA

**Jolanta Wojnar (ORCID: 0000-0001-6962-4610)**

Wydział Ekonomii  
Uniwersytet Rzeszowski  
e-mail: jwojnar@ur.edu.pl

**Wojciech Zieliński (ORCID: 0000-0003-0749-8764)**

Wydział Zastosowań Informatyki i Matematyki  
SGGW w Warszawie  
e-mail: wojciech\_zielinski@sggw.pl

**Streszczenie.** W pracy porównano kraje nowej Unii Europejskiej ze względu na wskaźnik zatrudnienia w latach 2004-2016. Zastosowano analizę funkcjonalnych składowych głównych (ang. *Functional Principal Components Analysis*). Metoda ta polega na transformacji pierwotnych zmiennych funkcyjnych w zbiór nowych wzajemnie ortogonalnych zmiennych, zwanych funkcjonalnymi składowymi głównymi. Możliwości wizualizacyjne pozwoliły na porównanie krajów i wyodrębnienie grup o zbliżonym poziomie wskaźnika zatrudnienia w całym badanym okresie.

**Słowa kluczowe:** analiza funkcjonalnych składowych głównych, wskaźnik zatrudnienia

**JEL classification:** C83, C99

### WSTĘP

Obserwowane zmiany na rynku pracy są pochodną zmian zachodzących w całej gospodarce narodowej. W latach 2004-2008 sytuacja na rynku pracy we wszystkich krajach nowej UE kształtowała się pod wpływem procesów makroekonomicznych, których rozwój, w pierwszej części tego okresu, był ściśle związany z przystąpieniem do Unii Europejskiej. Był to czas wyso-

kiej dynamiki wzrostu gospodarczego, wzrostu wpływów do budżetu funduszy europejskich oraz niskiej i relatywnie stabilnej stopy inflacji. W tym okresie we wszystkich krajach sytuacja na rynku pracy z każdym rokiem była coraz lepsza. Odsetek osób zatrudnionych dynamicznie wzrastał. Załamanie gospodarcze w 2008 roku, które z sektora finansów przeniosło się na całą gospodarkę objęło swym zasięgiem niemal wszystkie kraje. Światowy kryzys zmienił oblicze europejskiego rynku pracy niwecząc wcześniejsze osiągnięcia wielu krajów w walce z bezrobociem. Poszczególne kraje wykazały jednak różną odporność na wpływ kryzysu.

Celem pracy jest porównanie krajów nowej Unii Europejskiej pod kątem wskaźnika zatrudnienia w latach 2004-2016. Ważnym zagadnieniem jest rozpatrywanie wskaźnika zatrudnienia w badanych krajach w całym analizowanym okresie łącznie, a nie oddzielnie dla każdego roku. Można to było osiągnąć po przedstawieniu oryginalnych szeregów czasowych oddzielnie dla każdego kraju w postaci funkcji ciągłych określonych na ustalonym przedziale czasowym zwanych danymi funkcjonalnymi [Jacques, Preda 2014; Górecki i in. 2014]. Do syntetycznego scharakteryzowania zmian odsetka zatrudnionych w badanych krajach zastosowano analizę składowych głównych dla danych funkcjonalnych (analizę funkcjonalnych składowych głównych). Jest to analiza podobna do znanej klasycznej analizy składowych głównych dla obiektów obserwowanych wielocechowo. Analiza funkcjonalnych składowych głównych jest stosowna w przypadku, gdy obiekty opisane są pewnymi funkcjami. Ta technika statystyczna została wprowadzona przez Ramseya i Silvermana (2002, 2005) (patrz również Ramsay J. O., Dalzell C. J. (1991), Horváth L., Kokoszka P. (2012)). Pozwala na dokonanie rzutu wysokowymiarowych danych na przestrzeń o dużo mniejszym wymiarze jednocześnie zachowując maksymalnie dużo informacji dotyczącej zmienności danych. W pracy ten rodzaj analizy został zastosowany do badania zatrudnienia jako funkcji czasu.

## METODYKA

Analizowane zjawisko opisane jest pewnym procesem stochastycznym  $X(t)$  obserwowanym na przedziale  $[0, T]$ . Zakładamy, że dla tego procesu istnieje operator kowariancji  $\mathcal{C}$ , tzn. zakładamy istnienie kowariancji

$$c(s, t) = E(X(s) - EX(s))(X(t) - EX(t)), \quad \text{dla } s, t \in T.$$

Oznacza to, że proces stochastyczny jest klasy  $L^2[0, T]$ , czyli funkcji określonych na przedziale  $[0, T]$  całkowalnych z kwadratem. Z ogólnej teorii wiadomo, że proces  $X(t)$  można przedstawić w następującej postaci

$$X(t) = \sum_{j=1}^{\infty} \varepsilon_j c_j(t),$$

gdzie  $\mathbf{c}_j(t)$  jest bazą w przestrzeni  $L^2[0, T]$  oraz  $\varepsilon_j$  są zmiennymi losowymi.

Zadanie polega na takim wyborze bazy  $\mathbf{b}_j(t)$  i zmiennych losowych  $\eta_j$ , by

$$\int_0^T \mathbf{b}_j^2(t) dt = 1, \quad \int_0^T \mathbf{b}_j(t) \mathbf{b}_k(t) dt = 0, \quad \text{dla wszystkich } j \neq k$$

oraz  $D^2\eta_1 \geq D^2\eta_2 > \dots$ . Elementy bazy nazywamy funkcjonalnymi składowymi głównymi.

Niech  $X_1(t), \dots, X_n(t)$  będą obserwacjami procesu stochastycznego  $X(t)$  dokonanymi w punktach czasowych  $t_1 < t_2 < \dots < t_p$  na  $n$  obiektach, tzn. dysponujemy  $n \times p$  macierzą obserwacji

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_1(t_1) & X_1(t_2) & \dots & X_1(t_p) \\ X_2(t_1) & X_2(t_2) & \dots & X_2(t_p) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_n(t_1) & X_n(t_2) & \dots & X_n(t_p) \end{bmatrix}.$$

Na podstawie tych obserwacji wyznaczmy funkcjonalne składowe główne. Ponieważ mamy do dyspozycji skończoną liczbę obserwacji, więc nie jest możliwe wyznaczenie całej bazy (formalnie elementów bazy jest nieskończenie wiele), więc musimy ograniczyć się do skończonej liczby elementów bazy. Naturalnym ograniczeniem liczby wyznaczanych składowych jest liczba  $p$  punktów pomiarowych.

Metodą najmniejszych kwadratów dopasowujemy każdą z obserwacji do bazy:

$$\hat{X}_i(t) = \sum_{j=1}^p \hat{a}_{ij} b_j(t) \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, n$$

i wyznaczamy próbkowy operator kowariancji

$$c(s, t) = \frac{1}{n} \sum_{i,j=1}^n (\hat{X}_i(s) - \bar{X}_i)(\hat{X}_j(t) - \bar{X}_j),$$

Numerycznie rozwiązujemy zagadnienie własne dostając próbkowe funkcjonalne składowe główne  $\hat{\mathbf{b}}_1, \dots, \hat{\mathbf{b}}_p$  oraz próbkowe wariancje funkcjonalnych składowych głównych  $\hat{\lambda}_1 \geq \dots \geq \hat{\lambda}_p$ . Do wybrania „efektywnej” liczby funkcjonalnych składowych wykorzystuje się wykres osypiska, czyli wykres skumulowanego udziału kolejnych składowych głównych w wyjaśnianej ogólnej zmienności:

$$\frac{\sum_{i=1}^m \hat{\lambda}_i}{\sum_{i=1}^p \hat{\lambda}_i}.$$

Dla porównania analizowanych obiektów wykorzystuje się wykresy typu biplot. Na biplotcie  $r$ -tej oraz  $s$ -tej składowej głównej umieszcza się punkty

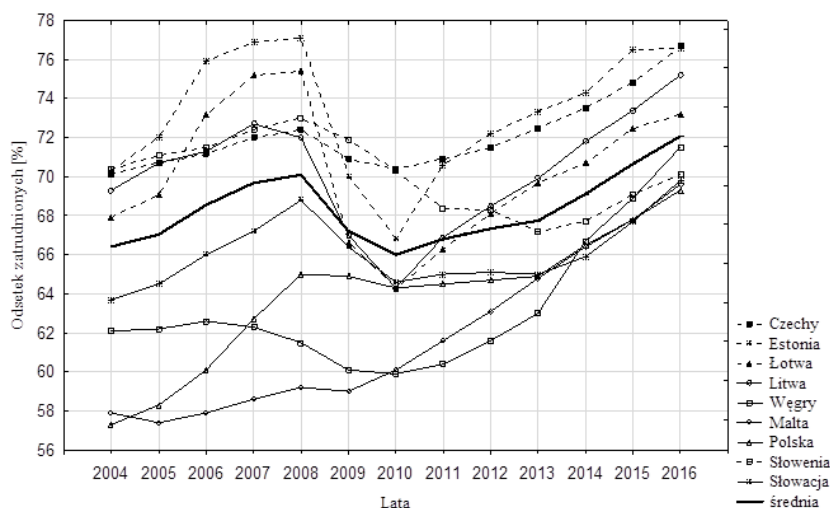
$$\left\{ \left( \int_0^T \hat{\mathbf{b}}_r(t) (\hat{X}_i(t) - \bar{X}_i(t)) dt, \int_0^T \hat{\mathbf{b}}_s(t) (\hat{X}_i(t) - \bar{X}_i(t)) dt \right) : i = 1, \dots, n \right\}.$$

## ANALIZA WSKAŹNIKA ZATRUDNIENIA

Analizowany jest wskaźnik zatrudnienia, obliczany jako udział pracujących w ogólnej liczbie ludności w wieku 20-64 lata, w nowych krajach Unii Europejskiej, tzn. w krajach które 1 maja 2004 roku przystąpiły do Unii Europejskiej. Są to: Cypr, Czechy, Estonia, Łotwa, Litwa, Węgry, Malta, Polska, Słowenia i Słowacja ( $n = 10$ ). Wskaźnik zatrudnienia obserwowany był w latach 2004-2016, tzn. w ciągu trzynastu lat ( $p = 13$ ).

Analizę wskaźnika zatrudnienia rozpoczynamy od naszkicowania jego przebiegu w badanych latach (Rys. 1). Wykres jest pomocny przy wyborze typu bazy w przestrzeni  $L^2[0, T]$ . Do dalszych analiz wybrano bazę funkcji  $B$ -sklejanych.

Rysunek 1. Wskaźnik zatrudnienia



Źródło: Eurostat (2018)

Do wyznaczenia funkcjonalnych składowych głównych zastosowano autorski\* program napisany w języku R (w programie wykorzystano pakiety `fda` oraz `fda.usc`). Początkowo wyznaczono dziesięć składowych głównych, których procenty wyjaśnianej zmienności podane są w Tabeli 1 oraz graficznie na wykresie osypiska (Rys. 2).

W ustaleniu liczby składowych głównych „wystarczająco” opisujących zmienność analizowanego zjawiska pomocny jest wykres osypiska (Rys. 2), na którym przedstawione jest tempo spadku wartości własnych, czyli procentu wyjaśnionej wariancji. Kolejne funkcjonalne składowe główne wyjaśniają coraz

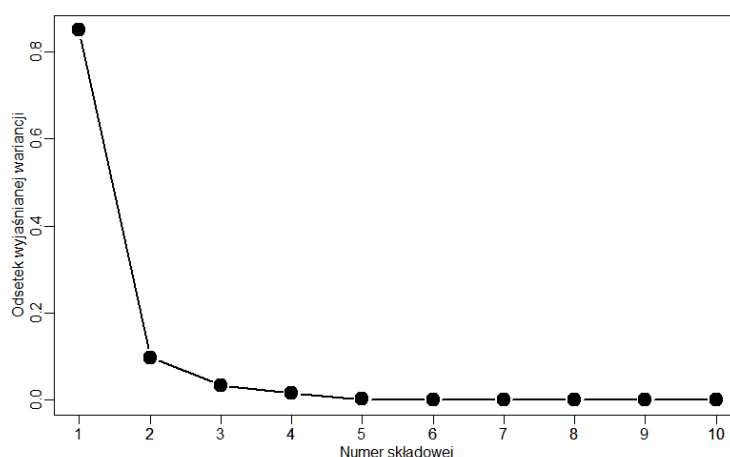
\* Autorzy dziękują drowi Stanisławowi Jaworskiemu za istotną pomoc w napisaniu programu

Tabela 1. Udziały składowych głównych

składowa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
procent	84.89	9.75	3.47	1.52	0.20	0.09	0.04	0.02	0.01	0.00

Źródło: obliczenia własne

Rysunek 2. Wykres osypiska

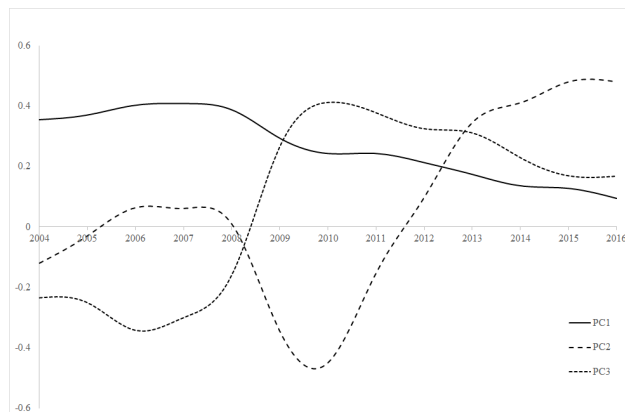


Źródło: obliczenia własne

mniejszą część zmienności, stąd spadki wartości na wykresie są coraz mniejsze. Pierwsza składowa główna wyjaśnia najwięcej zmienności, druga jest ortogonalna do pierwszej i wyjaśnia maksymalnie dużo z tego co pozostało. Wkład każdej kolejnej składowej w ogólna zmienność początkowych zmiennych jest coraz mniejszy i może być pominięty w dalszej analizie, z uwagi na to, że wyjaśnia znikomy zakres zmienności i nie wnosi istotnych informacji. Do dalszych analiz wybrano pierwsze trzy funkcjonalne składowe główne wyjaśniające łącznie 98.11% całkowitej zmienności zatrudnienia w analizowanych krajach w badanych latach. Wybrane funkcjonalne składowe główne przedstawione są na rysunku 3.

Pierwsza składowa wyjaśniająca prawie 85% całkowitej zmienności odssetka zatrudnionych w badanej grupie państw w analizowanym okresie jest uśrednieniem zatrudnienia w latach 2004-2016. Nieco większe wagi przypisane są wskaźnikowi zatrudnienia w okresie przed kryzysowym. Większa wartość składowej może być interpretowana jako ponadprzeciętne zatrudnienie. Dokładniej mówiąc, większą wartość tej składowej ma to państwo, w którym wskaźnik zatrudnienia był wyższy niż jego średnia wartość w analizowanych krajach. Wartości tej składowej głównej dla poszczególnych krajów można odczytać na osi poziomej biplotu dla pierwszych dwóch składowych głównych (Rys. 4) lub biplotu dla pierwszej i trzeciej składowej głównej (Rys. 5). Analiza wartości pierwszej funkcjonalnej składowej głównej wskazuje, że do

Rysunek 3. Składowe główne



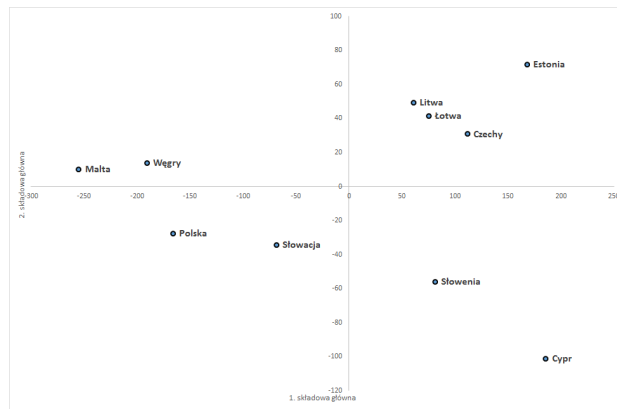
Źródło: obliczenia własne

krajów o ponadprzeciętnym wskaźniku zatrudnienia (oś pozioma) należą Litwa, Łotwa, Estonia oraz Czechy, Słowenia i Cypr, zaś do krajów o wskaźniku zatrudnienia niższym niż średni należą Słowacja, Węgry, Malta oraz Polska.

Druga składowa wyjaśniająca niemal 10% zmienności wskaźnika zatrudnienia w analizowanych państwach w badanym okresie jest porównaniem poziomu tego wskaźnika w latach 2008-2011 a jego poziomu w latach 2013-2016. Dodatnia wartość tej składowej może być interpretowana jako wzrost wskaźnika zatrudnienia w latach 2013-2016. Ujemna wartość tej składowej może być interpretowana w ten sposób, że państwo nie „poradziło” sobie z odrobieniem pokryzysowego spadku poziomu zatrudnienia. Analiza wykresu biplotu dla pierwszych dwóch składowych głównych (Rys. 4) wskazuje, że do krajów, które nadrobiły pokryzysowy spadek zatrudnienia (oś pionowa) należą kraje nadbałtyckie oraz Czechy, Węgry i Malta, zaś pozostałe wciąż odczuwają skutki kryzysu (w tym Polska). Należy pamiętać, że ten wniosek jest względny, tzn. odnosi się do sytuacji w danym kraju na tle pozostałych z badanej grupy państw.

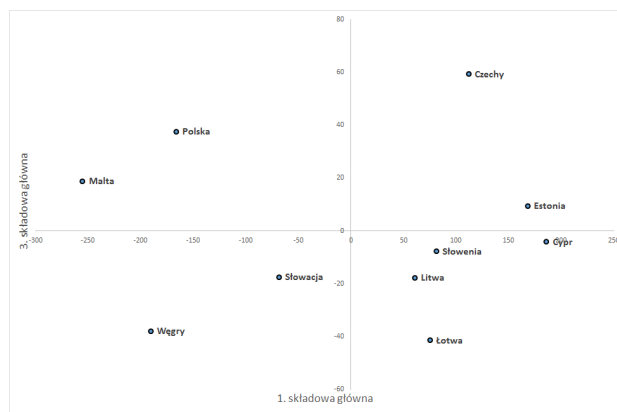
Trzecia składowa wyjaśniająca niecałe 3.5% ogólnej zmienności, porównuje wskaźnik zatrudnienia na początku i na końcu badanego okresu. Dodatnia wartość tej składowej oznacza, że zmiany wskaźnika zatrudnienia w początkowym okresie tj. latach 2004-2010 były wyższe niż w końcowym. Analiza wykresu biplotu dla drugiej i trzeciej składowej głównej (Rys. 6) wskazuje, że Polska wraz z Estonią, Malta i Czechami należy do krajów, w których zatrudnienie w latach 2010-2016 wzrastało zdecydowanie wolniej niż na początku badanego okresu (kraje te zmniejszały tempo wzrostu wskaźnika). W pozostałych krajach nowej UE większe tempo zmian zatrudnienia było na końcu badanego okresu.

Rysunek 4. Bi-plot pierwszej i drugiej składowej



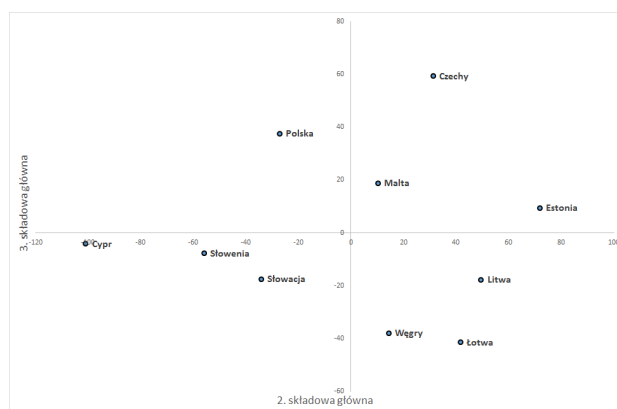
Źródło: obliczenia własne

Rysunek 5. Bi-plot pierwszej i trzeciej składowej



Źródło: obliczenia własne

Rysunek 6. Bi-plot drugiej i trzeciej składowej



Źródło: obliczenia własne



## WNIOSKI

Przystąpienie do Unii Europejskiej zapewniło Polsce i pozostałym krajom UE-10 poprawę sytuacji na rynku pracy. Wskaźnik zatrudnienia w Polsce pomimo wyraźnego wzrostu w ostatnich latach nadal jest jednym z najniższych wskaźników wykorzystania zasobów pracy w krajach nowej Unii. Podobna sytuacja jest na Węgrzech natomiast nieco gorsza na Malcie. Wśród krajów które najlepiej wykorzystały swoje szanse na szybszy rozwój i pozytywne zmiany na rynku pracy po integracji z Unią Europejską należy wymienić kraje nadbałtyckie (Litwę, Łotwę i Estonię) oraz Czechy i Cypr.

Uzyskane wyniki pokazują dużą użyteczność opisanej metodyki zarówno w wizualizacji jak również we wnioskowaniu na podstawie szeregów czasowych z innej perspektywy niż było to czynione do tej pory przy użyciu powszechnie wykorzystywanych metod. Klasyczne metody statystycznej analizy wielowymiarowej (grupowania obiektów, analiza czynnikowa, analiza składowych głównych, itp.), mimo że są prostsze nie prezentują pełnego obrazu sytuacji. W prezentowanej pracy porównano kraje nowej Unii Europejskiej pod kątem jednej cechy (wskaźnika zatrudnienia) w wielu punktach czasowych. W takich analizach istnieje potrzeba badania wielu cech obserwowanych równocześnie w wielu punktach czasowych, co skłania do przeniesienia proponowanej metody na przypadek wielowymiarowy - analiza składowych głównych dla wielowymiarowych danych funkcjonalnych

## BIBLIOGRAFIA

- Eurostat (2018) <http://ec.europa.eu/eurostat/data/database> (stan na dzień 11.01.2018).
- Górecki T., Krzyśko M., Waszak Ł., Wołyński W. (2014) Methods of Reducing Dimension for Functional Data. *Statistics in Transition - new series*, 15 (2), 231-242.
- Horváth L., Kokoszka P. (2012) *Inference for Functional Data with Applications*. Springer, New York.
- Jacques J., Preda C. (2014) Model-based Clustering for Multivariate Functional Data. *Computational Statistics & Data Analysis*, 71, 92-106.
- Ramsay J. O., Dalzell C. J. (1991) Some Tools for Functional Data Analysis. *Journal of the Royal Statistical Society, Ser. B*, 53, 539-572.
- Ramsay J. O., Silverman B. W. (2002) *Applied Functional Data Analysis: methods and case studies*, Springer, New York.
- Ramsay J. O., Silverman B. W. (2005) *Functional Data Analysis*, Springer, New York.

---

## AN ANALYSIS OF EMPLOYMENT RATE IN NEW UE COUNTRIES USING FPCA

**Abstract.** In the paper new countries of UE are compared with respect to employment rate in 2004-2016. Functional principal components analysis was applied. On the basis of results of this analysis the groups of countries of similar employment rate were determined.

**Keywords:** Functional principal components analysis, employment rate

## ZASTOSOWANIE DRZEW KLASYFIKACYJNYCH DO ANALIZY POKERA ONLINE

**Marek Zaslona**

Kolegium Zarządzania i Finansów  
Szkola Główna Handlowa w Warszawie  
e-mail: mz75781@doktorant.sgh.waw.pl

**Tomasz Ząbkowski (ORCID: 0000-0003-1722-1179)**

Wydział Zastosowań Informatyki i Matematyki  
Szkola Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie  
e-mail: tomasz\_zabkowski@sggw.pl

**Streszczenie:** Niniejsza publikacja stanowi próbę scharakteryzowania deterministycznych czynników wpływających na wygraną w pokera. Przeprowadzono analizę w oparciu o jedną z metod eksploracji danych – drzewa klasyfikacyjne. Wybór tej techniki podyktowany był wykorzystaniem danych jakościowych jako zmiennych objaśniających rozgrywkę pokerową oraz prostotą prezentacji otrzymanych wyników, nawet przy bardzo rozbudowanych drzewach. W badaniu odkryto kilka czynników, które w istotny sposób mają wpływ na przebieg gry.

**Słowa kluczowe:** eksploracja danych, drzewa klasyfikacyjne, poker

**JEL classification:** C15, C38, C44, C57

### WPROWADZENIE I CEL BADANIA

Nie ulega wątpliwości, że w każdej grze karcianej, również w pokerze, występuje element losowy. W tym miejscu należy jednak zadać pytanie, czy oprócz elementu losowego występuje także element związany z umiejętnościami, uwzględniający doświadczenie gracza. Jeśli tak to, który z tych elementów ma większy wpływ na rezultat rozgrywki? Gdyby bowiem okazało się, że umiejętności gracza są bardziej istotne niż szczęśliwy traf, należałoby wtedy stwierdzić, że poker nie jest grą hazardową (losową), lecz grą umiejętności z elementem losowym.

Celem pracy jest zastosowanie drzew klasyfikacyjnych jako metody eksploracji danych w badaniu rozgrywki pokerowej w celu identyfikacji czynników determinujących wynik gry, co może być istotnym elementem strategii gracza. W pracy zostanie zweryfikowana hipoteza, że gra w pokera jest grą umiejętności z elementem losowym, a nie tylko grą losową i uzależniona jest w znacznym stopniu od właściwego wykorzystania przez gracza danych w postaci kolorów i figur otrzymanych kart.

## ZAŁOŻENIA DO DANYCH

Wszystkie dane, które zostały poddane analizie, zostały uzyskane poprzez rozegranie gier według jednej odmiany pokera, *Texas Hold'em* w formacie turnieju jednostolikowego (*Sit'n'Go*) dla sześciu graczy na tym samym poziomie wpisowego. 30 tysięcy rozdań (rozegranych przez jednego gracza) było wybrane w sposób losowy, przedział czasowy z posiadanej przez gracza całej jego historii.

Tabela 1. Startowe karty gracza

Grupa	Karty gracza
1	AA, AKs, KK, QQ, JJ
2	AK, AQs, AJs, KQs, TT
3	AQ, ATs, KJs, QJs, JTs, 99
4	AJ, KQ, KTs, QTs, J9s, T9s, 98s, 88
5	A9s - A2s, KJ, QJ, JT, Q9s, T8s, 97s, 87s, 77, 76s, 66
6	AT, KT, QT, J8s, 86s, 75s, 65s, 55, 54s
7	K9s - K2s, J9, T9, 98, 64s, 53s, 44, 43s, 33, 22
8	A9, K9, Q9, J8, J7s, T8, 96s, 87, 85s, 76, 74s, 65, 54, 42s, 32s
9	Pozostałe karty, których nie ma w poprzednich grupach

Oznaczenia kart: A – As, K – Król, Q – Dama, J – Walet, T - Dziesiątka.

Źródło: opracowanie własne

Sklansky i Malmuth [Sklansky, Malmuth 1999] na bazie doświadczeń, statystyki i własnych spostrzeżeń stworzyli podział wszystkich możliwych kombinacji kart w celu łatwego określenia siły swojej ręki. Na tej podstawie opierają się wszystkie strategie gry w pokera [Harrington, Robertie 2006]. W tabeli 1 został przedstawiony podział kart gracza, z którymi może zacząć rozgrywkę pokerową. Karty te zostały podzielone na dziewięć grup ze względu na ich siłę tzn. karty w pierwszej grupie są najsilniejsze, a w dziewiątej najsłabsze. Litera „s” przy kartach oznacza, że obie karty są w tym samym kolorze (AKs może oznaczać zarówno Asa pik i Króla pik jak i Asa trefl i Króla trefl – analogicznie karo lub kier).

## CHARAKTERYSTYKA DANYCH

Z trzydziestu tysięcy rozegranych rozdań do dalszej analizy zostało zakwalifikowanych 23481. Zakwalifikowane rozdania odbyły się podczas 346 jednostolikowych turniejów. Podczas zakwalifikowanych rozdań gracz zajął 215 razy miejsca płatne, tzn. takie, którego uzyskanie pozwala na otrzymanie nagrody.

Spośród rozdań, które zostały poddane analizie wynika, że co czwarte z nich (5873 rozdania z 23481) zostało wygrane przez gracza, którego gra została przeanalizowana.

Powody usunięcia 6506 rozdań:

- Zbędne rekordy: rozdania, których historia rozgrywki turniejowej nie uwzględniała całego przebiegu turnieju: brakowało początkowych lub końcowych rozdań.
- Rekordy z brakującymi wartościami: rozdania, które z niewyjaśnionych powodów nie miały ciągłej struktury. Problemem mogło być zerwanie połączenia z Internetem lub wyłączenie aplikacji podczas rozgrywki.
- Punkty oddalone: rozdania, które zostały rozegrane w turniejach, gdzie była inna liczba graczy, inne wpisowe lub inny rodzaj rozgrywki niż przyjęte w założeniach.

Jednym z problemów towarzyszących budowie drzew klasyfikacyjnych jest wybór cech (zmiennych), na których będzie dokonywany podział zbioru. Dlatego też nie wszystkie informacje, które były dostępne zostały wykorzystane w tej pracy. W analizie pominięte zostały informacje dotyczące m.in.:

1. Opisu rozgrywki: wysokość wpisowego, data i godzina rozpoczęcia danego rozdania, unikalny numer przypisany do każdego rozdania, numer wirtualnego stolika, na którym zostało rozegrane rozdanie.
2. Przebiegu rozgrywki: poziom gry, liczbę wyświetlanych kart wspólnych (*Flop*, *Turn*, *River*), na której rundzie rozdania wystąpiło zakończenie rozgrywki, kto wygrał dane rozdanie, jak wyglądał podział puli nagród (jeśli wygrał więcej niż jeden gracz).
3. Graczy: nazwa gracza, ilość żetonów posiadanych przez danego gracza, miejsce, na którym siedzi dany gracz, wielkość zakładu wniesionego przez gracza w poszczególnych turach licytacji, rodzaj reakcji gracza, układ kart posiadanych przez gracza na koniec rozgrywki (o ile dochodzi do pokazania kart).
4. Inne: rozmowy graczy poprzez wbudowany moduł służący do komunikacji między graczami podczas rozgrywki, informacje reklamowe automatycznie wysyłane do graczy przez aplikację, z której korzystają.

W celu analizy danych, pozycja danego gracza została najpierw przekształcona na pozycję danego gracza względem rozdającego, a później została wystandaryzowana ze względu na ilość graczy biorących udział w danym rozdaniu.

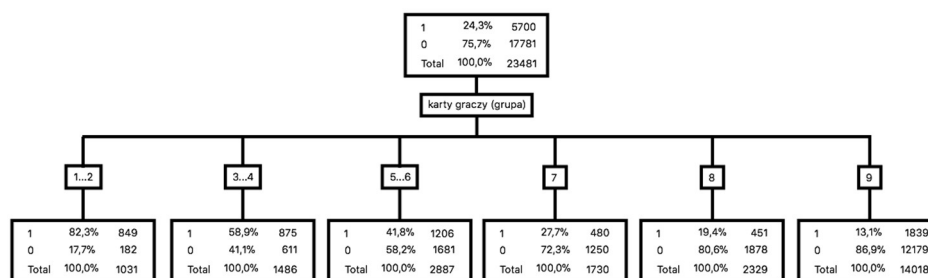
## ANALIZA DANYCH Z WYKORZYSTANIEM DRZEW KLASYFIKACYJNYCH

Do analizy zostały wykorzystane drzewa klasyfikacyjne. Wybór taki podyktowany był prostotą prezentacji uzyskanych reguł klasyfikacyjnych, nawet przy rozbudowanych drzewach [Larose 2006]. Do analizy zgromadzonych danych zostały zastosowane dwa różne modele drzewiaste, gdzie skorzystano z indeksu Giniego lub testu Chi2 jako metod wyboru zmiennych do podziału drzewa. Kryterium Giniego oparte jest na indeksie Giniego jako mierze koncentracji zmiennej losowej. Nadrzędnym celem w tym przypadku jest dokonanie podziału na możliwie jednorodny przypadki w węzłach potomnych. Z kolei w drugim przypadku ocena wykonywana jest przez obliczenie testu Chi-kwadrat (Pearsona) i wybierany jest predyktor o najniższej wartości poziomu p, a więc ten, który daje najbardziej istotny podział populacji.

Wszystkie przedstawione w tej pracy drzewa są drzewami niebinarnymi tzn. z każdego węzła mogły wychodzić więcej niż dwie gałęzie.

Punktem wyjściowym jest 23481 rozdań z czego 5700 (co stanowi 24,3% wszystkich rozdań) uzyskało sukces (wygrane rozdanie), natomiast reszta rozdań tzn. 17781 (co stanowi 75,7% wszystkich rozdań) reprezentuje porażkę (przegrane rozdanie). Podział puli (remis) zaliczany jest do sukcesu. Jako pierwszą zmienną występującą w rozdaniu, która została poddana analizie, wybrano karty gracza. Zaznaczyć należy, iż nie są istotne poszczególne karty, tylko ich połączenie. Każda para kart została zaklasyfikowana do jednej z 9 grup (zgodnie z tabelą 1). Po zastosowaniu drzewa otrzymano graf składający się z korzenia i sześciu liści (rysunek 1), jako „1” oznaczono sukces, a „0” porażkę.

Rysunek 1. Podział drzewa ze względu na otrzymane przez gracza karty



Źródło: opracowanie własne

Z analizy drzewa na rysunku 1 jednoznacznie wynika, że karty z pierwszych dwóch grup zdecydowanie zwiększają prawdopodobieństwo wygranej, i to ponad trzykrotnie względem ogółu (82,3% na sukces w pierwszym liściu w porównaniu do 24,3% ogółu). Ze względu na to, że wszystkie rozdania można przypisać do jednej z dwóch grup (zwycięstwo lub porażka), przy czym remis został zaliczony

do zwycięstwa, można zauważyć, że szansa na porażkę gracza, którego karty znajdują się w jednej z pierwszych dwóch grup zmniejsza się ponad trzykrotnie względem całej populacji (17,7% na porażkę w pierwszym liściu w porównaniu do 75,7% ogółu). Zdecydowanie inaczej wygląda sytuacja w ostatnim liściu, w którym znalazło się 14018 rozdań. Tam prawdopodobieństwo sukcesu wynosi 13,1%. Jest to o 11,2 punktów procentowych mniej porównując ze wszystkimi rozdaniem.

W dalszej części artykułu zostały zaprezentowane oraz ocenione wyniki klasyfikacji dla modeli korzystających atrybutów innych niż karty startowe gracza.

Do oceny modeli wykorzystano szereg miar takich jak trafność klasyfikacji, czułość i specyficzność. Punktem wyjścia było zbudowanie macierzy klasyfikacji zgodnie z tabelą 2.

Tabela 2. Macierz klasyfikacji

Wartości rzeczywiste	Wartości zakładane	
	Pozytywna (1)	Negatywna (0)
Pozytywna (1)	TP	FN
Negatywna (0)	FP	TN

Źródło: opracowanie własne

Oznaczenia wykorzystane w tabeli:

- TP (ang. *True positive*) – poprawna klasyfikacja do klasy pozytywnej
- FN (ang. *False negative*) – błędna klasyfikacja do klasy pozytywnej
- TN (ang. *True negative*) – poprawna klasyfikacja do klasy negatywnej
- FP (ang. *False positive*) – błędna klasyfikacja do klasy negatywnej

Następnie, na tej podstawie macierzy klasyfikacji wyznaczono następujące miary:

- Trafność/Dokładność (ang. *Accuracy*)

$$\text{trafność} = \frac{TP + TN}{TP + FN + FP + TN}$$

- Czułość/Wrażliwość (ang. *Sensitivity*)

$$\text{czułość} = \frac{TP}{TP + FN}$$

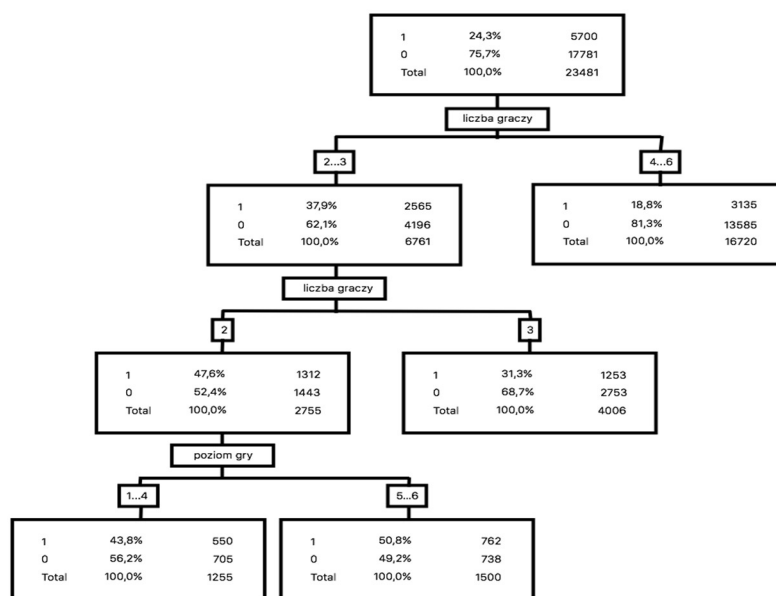
- Specyficzność/Swoistość (ang. *Specificity*)

$$\text{specyficzność} = \frac{TN}{TN + FP}$$

Dodatkowo można zauważyć następujące zależności:  $FP = 1 - \text{specyficzność}$  oraz  $FN = 1 - \text{czułość}$ .

W wyniku analizy zbudowano szereg drzew, z różną liczbą zmiennych oraz o różnej głębokości. Jedno z przykładowych drzew zaprezentowane zostało na rysunku 2. W strukturze tej, „liczba graczy” oraz „poziom gry” są cechami, w oparciu o które dokonał się podział (biorąc pod uwagę kryterium Giniego). Dla przykładu, liczba graczy nie większa niż 2 oraz wysoki poziom gry warunkują ponad dwukrotnie większą szansę na wygraną.

Rysunek 2. Drzewo uzyskane w oparciu o dwie zmienne (poziom gry i liczba graczy)



Źródło: opracowanie własne

Zbiorcze zestawienie wyników dla wszystkich rozważanych drzew (łącznie 14), z różną liczbą zmiennych oraz o różnej głębokości przedstawiają tabela 3 oraz tabela 4. Przy czym tabela 3 zawiera wyniki dla zbioru uczącego, a tabela 4 dla zbioru walidacyjnego, gdzie przypisania dokonano w sposób losowy w proporcjach 60% i 40%, odpowiednio dla zbioru uczącego i walidacyjnego.

Z analizy tabel wynika, że tam gdzie występuje zmienna „Karty gracza”, trafność oraz czułość jest o kilka punktów procentowych większa niż w innych modelach. Porównując obie tabelę można zauważyć, że nie ma znacznej różnicy w miarach jakości modeli (poza drzewem nr 8), co wskazywuje na stabilność uzyskanych wyników.



Tabela 3. Zbiorcze porównanie wybranych drzew decyzyjnych – zbiór uczący

Nr drzewa	Zmienne	Trafność	Czułość	Specyficzność
1	Karty gracza	79,7%	30,2%	95,5%
2	Poziom gry	75,7%	0,0%	100 %
3	Liczba graczy	75,7%	0,0%	100 %
4	Pozycja gracza	75,7%	0,0%	100 %
5	Kolor kart	75,7%	0,0%	100 %
6	Karty gracza Liczba graczy	80,8%	36,4%	95,1%
7	Kolor kart Liczba graczy	75,9%	5,9%	98,3%
8	Poziom gry Liczba graczy	75,9%	2,2%	99,5%
9	Karty gracza Kolor kart	80,0%	28,1%	96,7%
10	Pozycja gracza Liczba graczy	76,2%	13,1%	96,4%
11	Pozycja gracza Poziom gry	75,9%	1,3%	99,9%
12	Poziom gry Pozycja gracza Liczba graczy	76,3%	12,5%	99,9%
13	Poziom gry Pozycja gracza Kolor kart Liczba graczy	76,3%	14,1%	96,3%
14	Poziom gry Pozycja gracza Kolor kart Karty gracza Liczba graczy	81,4%	38,6%	95,1%
Średnia		77,2%	13,0%	98,0%
Odchylenie		0,02	0,14	0,02

Źródło: opracowanie własne

Tabela 4. Zbiorcze porównanie wybranych drzew testowych – zbiór walidacyjny

Nr drzewa	Zmienne	Trafność	Czułość	Specyficzność
1'	Karty gracza	79,2%	29,3%	95,3%
2'	Poziom gry	75,6%	0%	100%
3'	Liczba graczy	75,6%	0%	100%
4'	Pozycja <b>gracz</b>	75,6%	0%	100%
5'	Kolor kart	75,6%	0%	100%
6'	Karty gracza Liczba graczy	80,4%	37,8%	94,2%
7'	Kolor kart Liczba graczy	75,7%	5,9%	98,2%
8'	Poziom gry Liczba graczy	75,9%	13,9%	95,8%

Nr drzewa	Zmienne	Trafność	Czułość	Specyficzność
9'	Karty gracza Kolor kart	79,6%	27,2%	96,5%
10'	Pozycja gracza Liczba graczy	76,0%	13,0%	96,3%
11'	Pozycja gracza Poziom gry	75,8%	1,4%	99,8%
12'	Poziom gry Pozycja gracza Liczba graczy	76,2%	12,5%	96,8%
13'	Poziom gry Pozycja gracza Kolor kart Liczba graczy	76,2%	12,5%	96,8%
14'	Poziom gry Pozycja gracza Kolor kart Karty gracza Liczba graczy	81,0%	36,3%	95,4%
Średnia		77,0%	13,6%	97,1%
Odchylenie		0,02	0,14	0,02

Źródło: opracowanie własne

## WNIOSKI

W niniejszej pracy wykazano, że istnieją czynniki, które mają istotny wpływ na wygraną w rozgrywce pokerowej. Stopień tego wpływu jest zróżnicowany, przy czym duży wpływ na wynik rozgrywki mają startowe karty gracza i poziom gry. Umiarkowany wpływ jest związany z takimi cechami jak liczba graczy, pozycja gracza oraz kolor kart gracza. Dodatkowo, znaczenie tych czynników podkreśla fakt, iż wszystkie z nich występują w każdej odmianie pokera i można je odpowiednio stosować. Jednocześnie w niniejszej pracy potwierdzono użyteczność i zaletę wykorzystania drzew decyzyjnych jako sposobu przejrzystej prezentacji wyników, co sprzyja łatwości ich zrozumienia oraz interpretacji reguł klasyfikacyjnych.

Zaprezentowane wyniki dowodzą, że kluczowe jest, aby z posiadanych danych wywnioskować jak najwięcej, co pozwoli graczowi w rozgrywce podjąć lepszą decyzję względem innych graczy. Wykorzystywanie tak pojętej dodatkowej wiedzy do osiągnięcia celu można nazwać umiejętnością. Specyfika pokera sprawia, że podczas gry nie mamy pełnych informacji dotyczących wszystkich przeciwników, gdyż związane jest to z losowym przydziałem graczy do określonych stołów pokerowych. Dlatego istotne jest zwiększenie umiejętności i poprawienie gry nie koncentrując się na poszczególnych graczach, ale na ogóle zachowań czy charakterystyk dla większej liczby graczy.

Wyniki zaprezentowanych badań mają potencjał wykorzystania w kilku dziedzinach. Pierwszą z nich jest prawo. Zmiana definicji pokera i zaklasyfikowanie go jako gry umiejętności z elementem losowym wymuszałoby na prawodawcy zmianę m.in. ustawy o grach losowych, co w dalszej konsekwencji doprowadziłoby do organizacji wielu legalnych imprez (turniejów) pokerowych, w tym nawet rozgrywek na skalę krajową (ligi, mistrzostw Polski). Drugim obszarem zastosowania pracy jest rozwój strategii pokerowej. Zapoznanie się z wynikami pracy może posłużyć graczom pokerowym, zarówno początkującym jak i tym bardziej zaawansowanym, do osiągania lepszych wyników poprzez właściwą analizę czynników. Wreszcie lektura tej pracy mogłaby zostać uznana za przydatną w sferze szeroko pojętej kultury i obyczajowości. Wbrew pozorom, tego typu rozrywki, mają negatywny wizerunek, ponieważ postrzeganie pokera i negatywne stereotypy z nim związane są mocno zakorzenione w ogólnym przekazie społecznym. Jednak zaakcentowanie czynnika umiejętności jako rozgraniczającego grę amatorską, kojarzoną z hazardem, od profesjonalnej, wymagającej wiedzy matematycznej i dużego poziomu umiejętności, pomogłoby ukształtować bardziej pozytywny stosunek społeczeństwa do tej formy rozrywki.

Planowana jest kontynuacja badań związanych z analizą pokera on-line, mająca na celu próbę identyfikacji nowych czynników wpływających na rozgrywkę, a także analiza zagadnień takich jak ryzyko, czy zarządzanie budżetem gracza.

## BIBLIOGRAFIA

- Berthet V. (2010) Best Hand Wins: How Poker Is Governed by Chance, *Chance* 23(3), 34-38.
- Billings D., Davidson A., Schaeffer J., Szafron S. (2000) The Challenge of Poker. *Artificial Intelligence*, 134(1-2), 201-240.
- Czajkowski M. (2015) Poker – gra szczęścia czy umiejętności. *Ekonomia*, 40, 33-56.
- Demski T. (2004) Drzewa klasyfikacyjne w przewidywaniu migracji klientów (churn). *SYSTEMY IT*, 53-57.
- Hand D., Mannila H., Smyth P. (2005) *Eksploracja danych*. Wydawnictwo Naukowo – Techniczne, Warszawa.
- Harrington D., Robertie B. (2006) *Harrington on Hold'em Expert Strategy for No-Limit Tournaments; Volume I: Strategic Play*. Creel Printing, Inc. Las Vegas, Nevada.
- Kantardzic M. (2003) *DATA MINING. Concepts, Models, Methods and Algorithms*. IEEE Computer Society, Sponser, University of Louisville.
- Larose D. T. (2006) *Odkrywanie wiedzy z danych. Wprowadzenie do eksploracji danych*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Potter van Loon R. J. D., Van den Assem M. J., Van Dolder D. (2014) Beyond Chance? The Persistence of Performance in Online Poker, *SSRN*, 10(3), 1-35.
- Sklansky D., Malmuth M. (1999) *Hold'em poker for advanced players*. Two Plus Two Publishing LLC.

**APPLICATION OF CLASSIFICATION TREES  
TO ANALYSE POKER GAME OUTCOME**

**Abstract:** The paper aims to characterize key factors determining poker game outcome. The analysis was based on classification trees and this was due to the qualitative data used as the explanatory variables. The method enables clear presentation of the results even in case of very complex tree structures. The study describes also a few other factors that significantly influence the game outcome.

**Keywords:** data mining, classification trees, poker