

**METODY ILOŚCIOWE
W BADANIACH EKONOMICZNYCH**

QUANTITATIVE METHODS
IN ECONOMICS

Vol. XV, No. 3

Warsaw University of Life Sciences – SGGW
Faculty of Applied Informatics and Mathematics
Department of Econometrics and Statistics

**METODY ILOŚCIOWE
W BADANIACH EKONOMICZNYCH**

**QUANTITATIVE METHODS
IN ECONOMICS**

Volume XV, No. 3

Warsaw 2014

EDITORIAL BOARD

Editor-in-Chief: Bolesław Borkowski

Deputy Editor-in-Chief: Hanna Dudek

Theme Editors:

Econometrics: Bolesław Borkowski

Multidimensional Data Analysis: Wiesław Szczesny

Mathematical Economy: Zbigniew Binderman

Analysis of Labour Market: Joanna Landmesser

Financial Engineering: Grzegorz Koszela

Statistical Editor: Wojciech Zieliński

Technical Editors: Jolanta Kotlarska, Elzbieta Saganowska

Language Editor: Agata Kropiwek

Native Speaker: Yochanan Shachmurove

Editorial Assistant: Monika Krawiec

SCIENTIFIC BOARD

Peter Friedrich (University of Tartu, Estonia)

Paolo Gajo (University of Florence, Italy)

Vasile Glavan (Moldova State University, Moldova)

Yuriy Kondratenko (Black Sea State University, Ukraine)

Vassilis Kostoglou (Alexander Technological Educational Institute of Thessaloniki, Greece)

Robert Kragler (University of Applied Sciences, Weingarten, Germany)

Karol Kukuła (University of Agriculture in Krakow)

Alexander N. Prokopenya (Brest State Technical University, Belarus)

Yochanan Shachmurove (The City College of The City University of New York, USA)

Mirbulat B. Sikhov (al-Farabi Kazakh National University, Kazakhstan)

Ewa Syczewska (Warsaw School of Economics, Poland)

Andrzej Wiatrak (University of Warsaw, Poland)

Dorota Witkowska (University of Lodz, Poland)

ISSN 2082 – 792X

© Copyright by Department of Econometrics and Statistics WULS – SGGW
(Katedra Ekonometrii i Statystyki SGGW)

Warsaw 2014, Volume XV, No. 3

The original version is the paper version

Journal homepage: qme.sggw.pl

Published by Warsaw University of Life Sciences Press

SPIS TREŚCI

Hanna G. Adamkiewicz-Drwiłło – Korzyści z konkurencyjności międzynarodowej w krajach strefy euro	7
Aleksandra Baszczyńska, Dorota Pekasiewicz – Współczynnik dwumodalności BC i jego zastosowanie w analizach rozkładów zmiennych losowych	20
Anna Ćwiąkała-Małys, Monika Mościbrodzka – Hierarchiczne procedury aglomeracyjne w badaniu poziomu i struktury kosztów publicznych uczelni akademickich	30
Karol Flisikowski – Zagregowana mobilność a poziom nierówności płacowych	42
Andrzej Geise – Asymetria wpływu cenowych szoków naftowych na produkcję oraz inflację wybranych krajów Unii Europejskiej	53
Michał Gostkowski, Krzysztof Gajowniczek, Piotr Jałowicki – Porównanie modelu regresji wielorakiej oraz drzewa regresyjnego na przykładzie indeksu korupcji	65
Joanna Górna, Karolina Górna, Dagna Wleklińska – Implementacja odległości ekonomicznej do modelowania kapitalizacji wybranych giełd	75
Magdalena Homa – Propozycja modyfikacji składki netto w ubezpieczeniach na życie z funduszem kapitałowym uwzględniająca dodatkowe ryzyko finansowe	86
Andrzej Karpio, Dorota Żebrowska – Suchodolska – Strata jako podstawa oceny efektywności inwestycyjnej FIO akcji i zrównoważonych	99
Joanna Kisielińska – Szacowanie mediany przy użyciu dokładnej metody bootstrapowej	111
Małgorzata Kobylińska – Miara zanurzania w monitorowaniu procesów o wielu właściwościach	122
Michał Konopczyński – Wpływ podatku inflacyjnego na dobrobyt w warunkach doskonałej mobilności kapitału	133
Stanisław Maciej Kot – Dokładność skal ekwiwalentności a indyferencja stochastyczna	145
Justyna Kujawska – Ocena efektywności systemu pomocy doraźnej i ratownictwa medycznego w Polsce z wykorzystaniem DEA	159

Karol Kukuła – Wybrane problemy ochrony środowiska w Polsce w świetle wielowymiarowej analizy porównawczej	169
Ewa M. Kwiatkowska – Miary koncentracji – teoria a praktyka ich wykorzystania przez organy regulacyjne na rynkach telekomunikacyjnych	189
Mirosław Liana, Tomasz Pisula – Zastosowanie programowania matematycznego do wyboru tras dostaw w sieci dystrybucji	199
Lidia Luty – Zmiany struktury obszarowej gospodarstw ekologicznych w Polsce w latach 2004-2012	208
Łukasz Mach – Próba budowy homogenicznych grup województw w obszarze lokalnych rynków nieruchomości mieszkaniowych	219
Agnieszka Mazur-Dudzińska – Analiza dynamiki zmian na rynku transakcji kupna-sprzedaży nieruchomości w Polsce	228
Jan Murak – Niepewna niepewność- liczba widzów a niepewność wyniku meczu	238

KORZYŚCI Z KONKURENCYJNOŚCI MIĘDZYNARODOWEJ W KRAJACH STREFY EURO

Hanna G. Adamkiewicz-Drwiłło

Katedra Nauk Ekonomicznych, Politechnika Gdańska
e-mail: had@zie.pg.gda.pl

Streszczenie: W pracy traktujemy konkurencyjność międzynarodową (ang. International Competitiveness - IC) jako katalizator produktywności. Zbudowaliśmy teoretyczny model rozwoju gospodarczego, w którym IC wchodzi w interakcję z klasycznymi czynnikami produkcji. Model ujawnia, że składowe IC zwiększają produktywność, ale nie zużywają się w trakcie interakcji z czynnikami produkcji. Wykazaliśmy również, że korzyści kraju z IC zależą zarówno od poziomu IC, jak również poziomu kapitału na pracownika. Oszacowano parametry modelu teoretycznego, korzystając z danych panelowych dla krajów strefy euro w latach 2006-2011.

Słowa kluczowe: konkurencyjność międzynarodowa, rozwój gospodarczy, katalizator, korzyści z konkurencyjności, strefa euro

WSTĘP

Celem badań jest uzyskanie odpowiedzi na następujące dwa pytania: „W jakiej relacji pozostają względem siebie konkurencyjność kraju (konkurencyjność międzynarodowa)¹ i makroekonomiczna produktywność kraju?” oraz „Jakie czynniki determinują korzyści danego kraju z owej konkurencyjności?”. Pod pojęciem *korzyści z konkurencyjności międzynarodowej* rozumiana będzie nadwyżka produktywności z uwzględnieniem konkurencyjności nad hipotetyczną produktywnością w sytuacji braku konkurencyjności.

Przeprowadzone badania dostarczyły argumentów na rzecz następujących hipotez, będących odpowiedziami na sformułowane powyżej pytania badawcze²:

Hipoteza 1. Konkurencyjność międzynarodowa jest katalizatorem produktywności kraju.

¹ W pracy będziemy używać obu tych określeń zamiennie.

² Oczywiście, w trakcie badań wysuwano wiele hipotez roboczych, o których nie wspominamy w tekście niniejszej pracy, ponieważ zostały sfalsyfikowane.

Hipoteza 2. O korzyściach z konkurencyjności międzynarodowej decyduje jej poziom osiągnięty przez dany kraj oraz zasób kapitału fizycznego kraju na jednostkę pracy efektywnej.

Podstawą do zweryfikowania wyżej wymienionych hipotez jest model funkcji produkcji typu Cobb-Douglassa. W tym modelu konkurencyjność międzynarodowa, jako katalizator produktywności, jest ujęta w formie członu odzwierciedlającego interakcje z czynnikami produkcji. Tak poszerzony model funkcji produkcji stanowi podstawę wydedukowania *funkcji korzyści z konkurencyjności międzynarodowej* (ang. *International Competitiveness Gain Function* - ICGF). Parametry modelu teoretycznego są szacowane na podstawie danych panelowych dla krajów strefy euro w latach 2006-2011. Empiryczna weryfikacja postawionych hipotez sprowadza się wówczas do testowania statystycznej istotności parametrów w członie modelu, ujmującym interakcje konkurencyjności z czynnikami produkcji.

Problematyka korzyści kraju z konkurencyjności międzynarodowej nie była dotychczas podejmowana w żadnym nurcie ekonomii międzynarodowej. Same bowiem rankingi konkurencyjności krajów, prezentowane przez rozmaite instytucje, nie dostarczają odpowiedzi na pytanie, czy kraj korzysta na podnoszeniu poziomu konkurencyjności na arenie międzynarodowej, a jeśli tak, to jak duże są owe korzyści. Pytanie wydaje się ważne z czysto poznawczego punktu widzenia. Istotny wydaje się również aspekt praktyczny, ponieważ w celu osiągnięcia i utrzymania określonego poziomu konkurencyjności rządy poszczególnych krajów muszą dysponować środkami ponoszonymi kosztem innych, być może ważniejszych, potrzeb, np. walka z bezrobociem [Krugman, 1994].

Należy nadmienić, że koncepcja konkurencyjności międzynarodowej, wywodząca się z praktyki zarządzania, rzadko stanowi przedmiot zainteresowania ekonomistów. Nie dziwi więc fakt, że teoretyczne podstawy owej koncepcji są, jak dotąd, bardzo słabe [Krugman, 1994].

W odróżnieniu od nikłego zainteresowania teoretyków problematyką konkurencyjności międzynarodowej, praktyczny jej nurt rozwija się bardzo dynamicznie. Najpoważniejsze osiągnięcia na tym polu ma niewątpliwie Światowe Forum Ekonomiczne (ang. *World Economic Forum* - WEF) oraz Międzynarodowy Instytut Rozwoju Zarządzania (ang. *International Institute for Management Development* - IMD). Jak dotychczas nie wiadomo jednak, w jakim stopniu korzystanie z rankingów przywołanych instytucji przekłada się na skuteczność decyzji politycznych i gospodarczych [Lall, 2001].

Układ pracy jest następujący. Po wprowadzeniu i sformułowaniu hipotez badawczych zaprezentowano autorską koncepcję konkurencyjności międzynarodowej jako katalizatora produktywności kraju. Kolejna część zawiera omówienie formalnego modelu funkcji produkcji, w którym katalityczny charakter konkurencyjności międzynarodowej uwzględniono w postaci interakcji z kapitałem fizycznym, pracą i kapitałem ludzkim, proponując jednocześnie formalizację

koncepcji korzyści kraju z konkurencyjności międzynarodowej. W następnej części omówiono dane statystyczne wykorzystane w pracy do estymacji parametrów modelu, by w dalszych rozważaniach przedstawić wyniki owej estymacji. Na zakończenie podjęto próbę sformułowania wniosków wynikających z przeprowadzonych analiz z jednoczesnym wskazaniem kierunków dalszych badań.

KONKURENCYJNOŚĆ MIĘDZYNARODOWA JAKO KATALIZATOR PRODUKTYWNOŚCI KRAJU

Pojęcie *konkurencyjności międzynarodowej* nie doczekało się, jak dotąd, jednoznacznego i powszechnie akceptowanego zdefiniowania na gruncie ekonomii międzynarodowej. Z uwagi na ograniczone ramy tekstu, nie będziemy tu prezentować definicji dotychczasowych proponowanych, ani komentować ich trafności, odsyłając czytelnika do najważniejszych źródeł bibliograficznych [Hickman, 1992, Krugman, 1994, Aiginger, 2006, Grilo, Koopman, 2006, Ketels, 2006, Kohler, 2006, Siggel, 2006, Arslan, Tathdil, 2012].

Z racji tego, że będziemy korzystać z indeksu konkurencyjności GCI (ang. *Global Competitiveness Index*) publikowanego w raportach WEF, przytoczymy definicję *konkurencyjności międzynarodowej* przyjętą przez tę prominentną organizację międzynarodową.

WEF definiuje konkurencyjność międzynarodową jako „(..) zbiór instytucji, polityk i czynników, które oddziałują na produktywność gospodarki” [Sala-i-Martin et al. 2008, p. 3]. Na ten zbiór składa się dwanaście nierozłącznych podzbiorów, zwanych *filarami*, pogrupowanych w trzy grupy: warunki podstawowe (ang. *Basic requirements*), akceleratory efektywności (ang. *Efficiency enhancers*) oraz innowacje i czynniki zaawansowania (ang. *Innovation and sophistication factors*). W obrębie każdego z filarów oceniane są rozmaite elementy takie, jak: instytucje (w tym: system prawny, rządowy, instytucje publiczne), infrastruktura (m.in. drogi, porty, lotniska, systemy komunikacji i telekomunikacji), stabilność makroekonomiczna, zdrowie i szkolnictwo, rynek finansowy, gotowość technologiczna, innowacje, itp. [Sala-i-Martin et al. 2008, pp. 3-6].

W koncepcji WEF konkurencyjność międzynarodowa odnosi się, w głównej mierze, do otoczenia autonomicznego względem systemu produkcji, za kształtowanie którego odpowiadają rządy danego kraju oraz rozmaite instytucje ogólnokrajowe, zarówno publiczne, jak i prywatne. Należy jednak zauważyć, że definicja WEF jest „nadmiarowa” w tym sensie, że autorzy koncepcji włączają czynniki, które oddziałują na produktywność gospodarki, takie, jak - przykładowo - kapitał ludzki (w filarze czwartym i piątym). Tymczasem w ekonomii znane są od dawna czynniki produkcji. Nie ma więc teoretycznych podstaw ich redefiniowania na potrzeby koncepcji konkurencyjności międzynarodowej.

Należy również zauważyć, że w skali mikroekonomicznej relacje między czynnikami a produktem są regulowane prawami ekonomicznymi, które są autonomiczne względem otoczenia. Oznacza to, że zewnętrzne ingerencje, w tym rządu danego kraju i jego instytucji, nie są w stanie tych praw naruszać. Z tego powodu rozszerzenie zakresu konkurencyjności międzynarodowej na obszar, który jest regulowany wspomnianymi prawami, jawi się teoretycznie nieuzasadnioną próbą zastępowania znanych ustaleń ekonomii. Z tego więc powodu określiliśmy definicję WEF konkurencyjności międzynarodowej jako „nadmiarową”.

Uznając za zasadne ograniczenie koncepcji konkurencyjności międzynarodowej WEF do otoczenia systemu produkcji, wydaje się istotne poznanie mechanizmu oddziaływania tak rozumianego otoczenia na czynniki produkcji (kapitał fizyczny, praca, kapitał ludzki i postęp techniczny). Owo otoczenie nie jest przy tym jakimś dodatkowym, dotychczas nieznanym, czynnikiem produkcji. Jednak dopuszczamy możliwość jego interakcji ze wspomnianymi czynnikami.

Naszym zdaniem, konkurencyjność międzynarodowa oddziałuje na produktywność kraju na zasadzie katalizatora. Pojęcie to zaczerpnięto z nauk chemicznych, w których katalizator jest substancją, która przyspiesza reakcję, ale sama się nie zużywa³. Nie oznacza to wszak, że nie bierze udziału w reakcji. Łączy się bowiem przejściowo z jednym ze składników, powodując obniżenie poziomu energii aktywacji reakcji, dzięki czemu reakcja zachodzi szybciej niż w wypadku nieobecności katalizatora.. Po utworzeniu się produktu końcowego katalizator jest uwalniany w niezmienionej postaci. Nie ulega więc trwałej przemianie, natomiast wpływa na przebieg reakcji, zmieniając jej mechanizm [Gates et al. 1979, p. 71].

Ekonomiczna analogia między mechanizmem działania katalizatora a konkurencyjnością międzynarodową wydaje się zasadna. Konkurencyjność międzynarodowa, rozumiana jako katalizator, nie jest dodatkowym czynnikiem produkcji, lecz uczestniczy w interakcjach znanych czynników produkcji, dających w efekcie produkt. Tak ujmowana konkurencyjność międzynarodowa jedynie przyspiesza, bądź intensyfikuje, interakcje tak, że wyjściowy produkt jest większy niż byłby w wypadku jej nieobecności. Sam katalizator nie zużywa się w trakcie wspomnianych powyżej interakcji: instytucje, infrastruktura komunikacyjna, telekomunikacyjna, itp. nie legają zmianie po zakończeniu procesu produkcji.

Warto też zauważyć, że wzbogacenie problematyki rozwoju czy wzrostu gospodarczego o konkurencyjność międzynarodową, jako katalizator, nie wymaga rewizji dotychczasowych modeli ekonomicznych poprzez rozszerzanie zestawu czynników produkcji. Natomiast modyfikacji może ulec mechanizm procesu produkcji, o czym będzie mowa w części następnej.

³ Działanie przeciwne do katalizatorów mają *inhibitory*, czyli substancje spowalniające reakcję. Jednakże w odróżnieniu od katalizatorów łączą się z substratem na stałe, nie są więc uwalniane bądź odtwarzane po zakończeniu reakcji chemicznej.

MODEL

Przyjęto założenie, że rozwój gospodarczy⁴ jest opisany funkcją produkcji, która łączy kapitał fizyczny K i zasoby pracy L z produktywnością równą b , otrzymując wielkość produkcji równą Y (GDP), tzn. $Y=bf(K, L)$. Pracę efektywną HL definiuje się jako iloczyn zasobów pracy L i kapitału ludzkiego H . Zakładamy, że funkcja produkcji ma postać funkcji Cobb-Douglasa:

$$Y = bK^\alpha (LH)^{1-\alpha} \quad (1)$$

Parametr α jest elastycznością produktu względem kapitału K . Funkcja produkcji (1) jest jednorodna w stopniu pierwszym, co oznacza brak korzyści skali. W warunkach doskonałej konkurencji α wyraża udział kapitału w produkcji. Z kolei $1-\alpha$ jest udziałem pracy w produkcji [Solow, 1957].

Model funkcji produkcji (1) można przedstawić w postaci *intensywnej*, dzieląc obie strony równości (1) przez LH :

$$\frac{Y}{LH} = b \left(\frac{K}{LH} \right)^\alpha \quad (2)$$

Oznaczmy symbolem $y=Y/LH$ produktywność pracy, czyli wielkość produktu przypadającą na jednostkę pracy efektywnej. Niech ponadto iloraz $k=K/LH$ oznacza wielkość kapitału fizycznego na jednostkę pracy efektywnej. Wstawiając obie wielkości, tj. y i k do modelu (2) otrzymamy:

$$y = bk^\alpha \quad (3)$$

Model (3) funkcji produkcji jest faktycznie rozszerzoną postacią oryginalnego modelu Solowa, ponieważ zawiera kapitał ludzki H jako dodatkową zmienną objaśniającą [Mankiw, Romer, Weil, 1992].

Logarytmując obie strony równości (3), otrzymuje się zlinearyzowaną postać funkcji produkcji, która jest użyteczna dla estymacji parametrów α i b w populacji generalnej:

$$\log y = \log b + \alpha \log k \quad (4)$$

W celu uwzględnienia katalizacyjnego działania konkurencyjności międzynarodowej (w skrócie: IC) proponujemy następującą postać modelu funkcji produkcji (4):

$$\log Y = \log b + \alpha \log K + \beta \log HL \quad (5)$$

Uchylmy też chwilowo założenie jednorodności funkcji produkcji (5), tzn. przyjmijmy, że $\alpha+\beta$ niekoniecznie równa się jedności.

Koncepcja katalizatora ekonomicznego dopuszcza, by IC stanowiła kompozycję rozmaitych składowych takich, jak: instytucje, infrastruktura, itp. Niektóre składowe mogą wchodzić w interakcję z kapitałem fizycznym K , inne z

⁴ Termin *rozwój gospodarczy* ma tu znaczenie czysto techniczne. W literaturze przedmiotu produkt Y , jako funkcja czasu, odzwierciedla rozwój (development), natomiast w modelach wzrostu zmienną zależną jest stopa wzrostu.

kapitałem ludzkim i pracą HL ⁵. Niech parametr $\gamma \in [0,1]$ będzie proporcją składowych IC , które wchodzi w interakcje z K , natomiast $1-\gamma$ - proporcją składowych IC wchodzących w interakcje z HL . Niech ponadto c będzie pewnym empirycznym miernikiem (wskaźnikiem) IC .

Dla uwzględnienia wspomnianych interakcji proponuje się rozszerzoną wersję modelu (5):

$$\log Y = \log b + \alpha \log K + \gamma \cdot \log c \cdot \log K + \beta \log HL + (1 - \gamma) \cdot \log c \cdot \log HL \quad (6)$$

lub równoważnie:

$$\log Y = \log b + (\alpha + \gamma \cdot \log c) \cdot \log K + [\beta + (1 - \gamma) \cdot \log c] \cdot \log HL \quad (7)$$

Zauważmy, że c pojawia się w modelu (7) w postaci $\log c \cdot \log K$ oraz $\log c \cdot \log HL$, czyli jako interakcja z K i HL , a nie jako osobny, dodatkowy czynnik produkcji. Jest to zgodne z proponowaną koncepcją IC jako katalizatora.

Przywróćmy teraz uchylone wcześniej założenie jednorodności funkcji produkcji (7), tzn. założmy, że spełniona jest tożsamość $(\alpha + \gamma \cdot \log c) + [\beta + (1 - \gamma) \log c] = 1$. Wówczas parametr β spełnia równość: $\beta = 1 - \alpha - \log c$. Wstawiając tak obliczoną wartość β do modelu (7), po prostych przekształceniach otrzymamy:

$$\log y = \log b + (\alpha + \gamma \cdot \log c) \cdot \log k \quad (8)$$

lub równoważnie:

$$y = bk^{\alpha + \gamma \cdot \log c} \quad (9)$$

Równość (9) ukazuje, iż elastyczność produktywności względem kapitału na jednostkę pracy efektywnej równa $\alpha + \gamma \cdot \log c$ nie jest stała, gdyż jest nieliniową i rosnącą funkcją c . To oznacza, że im wyższy jest *relatywny* poziom IC osiągnięty przez dany kraj, tym efektywniejsza jest kombinacja kapitału fizycznego K i efektywnej pracy HL , ponieważ z założenia $\gamma > 0$.

Parametry uogólnionego modelu funkcji produkcji (9) będziemy estymować na podstawie danych panelowych. Wyboru adekwatnej wersji dokonamy na podstawie statystycznego testu dobroci dopasowania.

Dla oceny tego, jakie korzyści daje IC gospodarce kraju, proponujemy indeks opisany następującą funkcją:

$$g(c, k) = 100 \frac{y - y_0}{y_0} \quad (12)$$

gdzie y oznacza produktywność danej kombinacji czynników K i HL w obecności IC jako katalizatora, natomiast y_0 oznacza produktywność bazową w hipotetycznej sytuacji braku IC .

Indeks (12) będzie nazywany *funkcją korzyści z konkurencyjności międzynarodowej* (ang. *International Competitiveness Gain Function - ICGF*). $ICGF$ można interpretować jako procentową nadwyżkę produktywności z powodu IC nad produktywnością bazową.

⁵ Na przykład, indeks konkurencyjności WEF jest kompozycją dwunastu filarów.

Szczegółową postać $ICGF$ otrzymamy na podstawie modelu (9). Produktywność y obliczymy podstawiając za c aktualną wartość miernika IC , natomiast produktywność bazową y_0 obliczymy, przyjmując $c = 1$, czyli $y_0 = b \cdot k^\alpha$. W pracy będziemy bowiem korzystać z Globalnego Indeksu Konkurencyjności (ang. *Global Competitiveness Index - GCI*), który przyjmuje wartości z przedziału $[1,7]$, gdzie wartość 1 oznacza brak IC danego kraju. Po przekształceniach indeks (12) przyjmie postać:

$$g(c, k) = 100(k^{c \log c} - 1) \quad (13)$$

Z równania (13) wynika, że korzyści kraju z osiągniętego poziomu konkurencyjności międzynarodowej c zależą od k , czyli zasobu kapitału fizycznego przypadającego na jednostkę pracy efektywnej. Oznacza to, że dwa kraje o takim samym poziomie IC mogą czerpać z niej odmienne korzyści w zależności od poziomu k .

DANE STATYSTYCZNE I METODA ESTYMACJI PARAMETRÓW MODELU

Jako miernik konkurencyjności międzynarodowej przyjęto *Global Competitiveness Index (GCI)* publikowany w rocznikach *The Global Competitiveness Reports* przez *WEF*. W analizie ograniczono się do siedemnastu krajów strefy euro.

Jako źródło danych panelowych o produkcie (Y) przyjęto oceny *GDP* opublikowane w *Penn World Table 8.0 (PWT 8.0)* [Feenstra et al., July 2013]. Również z tego opracowania zaczerpnięto dane o kapitale fizycznym (K), zasobach siły roboczej (L) oraz indeksie kapitału ludzkiego (H). Analizą objęto lata 2006-2011 z powodu dostępności porównywalnych danych w obu wspomnianych źródłach.

Zgromadzony materiał statystyczny ma charakter danych panelowych (przekrojowo-czasowych). Do opisu związków między zmiennymi, dla których są dostępne tego typu dane, można wykorzystać następujący model:

$$y_{it} = \alpha + \mathbf{X}'\boldsymbol{\beta} + \mu_i + v_{it}, \quad i=1, \dots, N, t=1, \dots, T \quad (14)$$

gdzie y_{it} jest obserwacją i -tej jednostki w chwili t , \mathbf{X} jest macierzą obserwacji zmiennych objaśniających, α jest stałą, $\boldsymbol{\beta}$ jest wektorem parametrów, μ_i oraz v_{it} są zmiennymi nieobserwowalnymi.

Wektor μ_i N nieobserwowalnych efektów charakterystycznych dla i -tego kraju może być dwójakiego rodzaju. Jeśli jest to wektor stałych, to mamy do czynienia z modelem efektów stałych (ang. *Fixed effects model*), natomiast gdy jest wektorem zmiennych losowych - z modelem efektów losowych (ang. *Random effects model*).

Oдноśnie składnika losowego v_{it} zakłada się, iż ma jednakowy rozkład dla każdego i oraz t , średnią zero, odchylenie standardowe σ_v i nie jest skorelowany ze zmiennymi objaśniającymi i zmienną μ_i [Baltagi, 2005, s. 11].

W prezentowanej analizie wskaźnik i oznacza i -ty kraj, natomiast wskaźnik t - rok. Zmienna zależna y_{it} jest logarytmem produktywności i -tego kraju w roku t , X_{it} - macierzą zaobserwowanych wartości l zmiennych niezależnych, w szczególności logarytmów kapitału K , pracy efektywnej HL i konkurencyjności międzynarodowej c . Wektor parametrów β ma wymiar $l \times 1$, α jest stałą. Do estymacji parametrów modelu panelowego skorzystano z pakietu *STATA-12*.

WYNIKI

Na podstawie danych panelowych siedemnastu krajów strefy euro dla lat 2006-2011 oszacowano parametry dwóch modeli. Pierwszy model jest funkcją produkcji Cobba-Douglasa w wersji intensywnej (3), w której zmienną objaśnianą k jest kapitał fizyczny na jednostkę pracy efektywnej. Drugi model ma postać opisaną równością (9) i stanowi poszerzenie modelu pierwszego o interakcję k z konkurencyjnością międzynarodową, mierzoną indeksem GCI , oznaczonym symbolem c . Wyniki estymacji parametrów obu modeli przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Oceny parametrów modeli panelowych z efektami stałymi

	Model (3)	Model (9)
log(k)	0.28918*** (0.07359)	0.36905*** (0.07340)
log(k)*log(GCI)		0.05567** (0.01709)
Const.	6.73060*** (0.82312)	4.85928*** (0.96375)
Liczba obserwacji	91	91
Liczba krajów	17	17
σ_v	0.19422	0.15345
σ_e	0.03041	0.02859
ρ	0.97606	0.96645
R_w^2	0.17459	0.28059
R_b^2	0.57929	0.64954
R_o^2	0.37098	0.49268
Test Hausmana	$\chi^2 = 5.81; p = 0.0159$	$\chi^2 = 0.50; p = 0.7787$

W nawiasach zamieszczono błędy standardowe ocen

* $p < 0.05$, ** $p < 0.01$, *** $p < 0.001$

Źródło: obliczenia własne

Pod tabelą zamieszczono wartości prawdopodobieństwa testowego p . Są one mniejsze od przyjętego poziomu istotności $\alpha=0.05$, zatem oceny parametrów są statystycznie istotnie różne od zera. Oznacza to, że ustalona zależność między produktem Y a czynnikami produkcji K i HL jest statystycznie istotna.

Test Hausmana, dla hipotezy zerowej o równości zbiorów parametrów modeli z efektami losowymi i efektami stałymi, wskazuje, że specyfikacja modelu

z efektami stałymi jest poprawna⁶. Wariancja⁷ σ_v^2 jest większa od zera, co oznacza, że efekty stałe różnicują istotnie kraje strefy euro. Z kolei ρ wyraża frakcję wariancji wyjaśnionej przez N nieobserwowalnych stałych μ_i .

W tabeli 1 przytoczono trzy miary dobroci dopasowania, które pomnożone przez 100 informują, jaki procent wariancji zmiennej zależnej jest wyjaśniony przez oszacowany model. R_w^2 wskazuje, że oszacowany model wyjaśnia 17% zmienności wewnątrz krajów. Z kolei wartość R_b^2 wskazuje, iż model wyjaśnia 58% zmienności między krajami. Wreszcie, R_o^2 informuje, że oszacowany model wyjaśnia 37% łącznej zmienności, tj. zmienności między krajami i wewnątrz nich.

Omawiany model (3) można zapisać następująco:

$$\hat{Y} = 837.6K^{0.289}HL^{0.711} \quad (15)$$

Elastyczność produktywności względem kapitału jest w równa 0.289. Przy założeniu doskonałej konkurencji byłaby to wartość równa udziałowi kapitału w produkcji. Dopełnienie do jedności, czyli wielkość 0.711 byłaby wtedy równa udziałowi pracy w produkcji. Warto dodać, że Gollin (2002) otrzymał ocenę udziału pracy równą 0.7.

Parametr $b = 837.6$ [mln US\$] można interpretować jako przeciętny poziom produktywności y przy jednostkowym nakładzie kapitału fizycznego na jednostkę pracy efektywnej. Parametr ten odzwierciedla przeciętny poziom egzogenicznego postępu technicznego.

Drugi model w tabeli 1, opisany wzorem (9), różni się od modelu omawianego powyżej tym, że uwzględnia dodatkowo interakcję konkurencyjności międzynarodowej - jako katalizatora - z kapitałem i pracą w postaci członu $\gamma \cdot (\log c) \cdot (\log k)$, lub równoważnie $k^{\gamma \cdot \log c}$.

Z tabeli 1 wynika, że parametry omawianego modelu są statystycznie istotne. Uwzględnienie w modelu 9 interakcji kapitału k z konkurencyjnością c zwiększyło dobroć dopasowania modelu 3, zarówno w odniesieniu do różnicowania wewnątrz krajów, między krajami, jak i w ujęciu łącznym.

Zauważmy również, że test Hausmana dla modelu 9 nie wykazał statystycznie istotnych różnic między parametrami modelu z efektami stałymi i modelu z efektami losowymi. To spostrzeżenie może stanowić ważną wskazówkę dalszych badań.

Oszacowany model (9) można zapisać w następującej postaci:

$$\hat{y} = 128.9k^{0.369+0.0734 \log c} \quad (16)$$

⁶ Problem specyfikacji modelu za pomocą testu Hausmana jest bardziej złożony [por. Baltagi (2005), p. 65].

⁷ W modelach z efektami stałymi μ_i nie jest zmienną losową, dlatego wariancję należy rozumieć jako średnią arytmetyczną kwadratów N „zwykłych” liczb.

Elastyczność produktu Y względem kapitału K jest zmienna i zależy od poziomu c konkurencyjności międzynarodowej kraju. Gdy podstawimy w miejsce c przeciętną wartość indeksu $GCI=4.83$, to rozważana elastyczność będzie równa 0.4846 . Przy założeniu doskonałych rynków międzynarodowych wielkość ta wyrażałaby przeciętny udział kapitału w produkcie. Stąd udział pracy w produkcie byłby równy 0.515 .

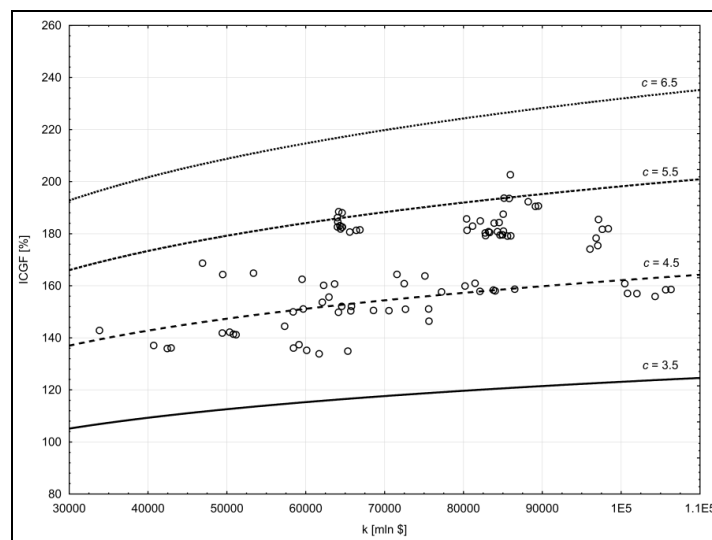
Zgodnie z koncepcją konkurencyjności jako katalizatora produktywności, parametr $\gamma=0.0734$ modelu (9) wyraża proporcję, w jakiej ów katalizator oddziałuje na kapitał K , natomiast $1-\gamma=0.9266$ wyraża proporcję oddziaływania katalizatora na pracę. Uzyskane wyniki świadczą o tym, że katalityczne działanie konkurencyjności międzynarodowej dotyczy głównie czynnika ludzkiego.

Korzystając z uzyskanych ocen parametrów modelu (9), funkcja $ICGF$ (13) korzyści z konkurencyjności międzynarodowej będzie postaci:

$$g(c, k) = 100(k^{0.0734 \log c} - 1) \quad (17)$$

Rysunek 1 przedstawia zależność $ICGF$ od k dla wybranych poziomów GCI .

Rysunek 1. $ICGF$ jako funkcja k dla wybranych poziomów IC (c)



Źródło: opracowanie własne

Gdyby na rysunku 1 poprowadzić linię pionową, przechodzącą przez wybrany poziom k , to byłoby widoczne, że kraje o tym samym poziomie kapitału będą miały tym wyższe korzyści im wyższy osiągnęły poziom IC . Z kolei, dla jednakowego poziomu IC korzyści są większe dla krajów o wyższym zasobie kapitału na jednostkę pracy efektywnej. Wynika z tego, że rankingi krajów wyłącznie według indeksu konkurencyjności ukazują tylko część ogólniejszego zjawiska.

W tabeli 2 przedstawiono rankingi siedemnastu krajów strefy euro według indeksów *GCI* publikowanych przez *WEF* oraz według *ICGF*.

Tabela 2. Konkurencyjność (*GCI*) i funkcja korzyści z konkurencyjności (*ICGF*) w krajach strefy euro

Kraj	<i>GCI</i>	<i>ICGF</i>	Ranking według	
			<i>GCI</i>	<i>ICGF</i>
Finlandia	5.37	190.64	2	1
Niemcy	5.39	182.55	1	2
Luksemburg	5.05	181.91	7	3
Holandia	5.33	181.51	3	4
Francja	5.13	180.79	4	5
Austria	5.09	179.51	5	6
Belgia	5.07	179.21	6	7
Irlandia	4.74	160.70	8	8
Hiszpania	4.49	158.69	11	9
Włochy	4.37	158.64	14	10
Cypr	4.50	158.36	10	11
Portugalia	4.38	151.03	13	12
Słowenia	4.42	150.37	12	13
Estonia	4.61	142.86	9	14
Malta	4.34	141.86	15	15
Słowacja	4.25	136.13	16	16
Grecja	3.99	134.93	17	17

Źródło: obliczenia własne

Finlandia o poziomie *IC* równym 5.37 (pozycja 2 w rankingu *GCI*) osiąga korzyści z *IC* równe 190.64 (pozycja 1 w rankingu *ICGF*). Niemcy o poziomie *IC* równym 5.39 (pozycja 1 w rankingu *GCI*) osiągają korzyści z *IC* równe 182.64 (pozycja 2 w rankingu *ICGF*). Różnica między wartościami *GCI* dla obu krajów rzędu 0.02, czyli 0.37%, i różnica między wartościami *ICGF* rzędu 8.09, czyli 4.25%, wskazują, iż oba kraje, mając prawie jednakowe wartości *GCI*, osiągają różne korzyści z *IC*. W wypadku Finlandii (w porównaniu do Niemiec) są one rekompensowane wzrostem kapitału fizycznego przypadającego na jednostkę pracy efektywnej. Istotna różnica pozycji w obu rankingach Luksemburga (*GCI* - pozycja 7, *ICGF* - pozycja 3) wskazuje również, iż mimo relatywnie niskiej (wśród krajów strefy euro) pozycji według *WEF*, kraj ten osiąga większe korzyści z *IC* rekompensowane wysokim poziomem wspomnianego kapitału.

Pointując niniejszy fragment rozważań można skonstatować, iż w wypadku większości badanych krajów występuje jedno- lub dwupunktowa różnica osiągniętej pozycji w obu rankingach. Zarówno ten fakt, jak i spektakularne różnice takich krajów, jak Luksemburg czy Włochy oraz Estonia, wzmacniają tylko zasadność prowadzenia dalszych badań korzyści z konkurencyjności międzynarodowej na bazie danych, uwzględniającej również pozostałe kraje świata.

WNIOSKI

Konfrontacja proponowanego modelu teoretycznego z rzeczywistością wykazała, że konkurencyjność międzynarodowa jest katalizatorem produktywności ($\gamma > 0$). Konsekwencją tego jest prawdziwość postawionej hipotezy 2, że korzyści zależą od konkurencyjności międzynarodowej oraz wielkości kapitału fizycznego na jednostkę pracy efektywnej. Presja na wzrost konkurencyjności bez uwzględniania poziomu kapitału krajowego może nie dawać oczekiwanych korzyści. Spadek konkurencyjności międzynarodowej może nie zmniejszać korzyści, gdyż mogą być one rekompensowane wzrostem kapitału fizycznego przypadającego na jednostkę pracy efektywnej.

BIBLIOGRAFIA

- Aiginger K. (2006) Competitiveness: From a Dangerous Obsession to a Welfare Creating Ability with Positive Externalities. *Journal of Industrial Competition and Trade*, 6, pp. 161–177
- Arslan N., Tathdil H. (2012) Defining and Measuring Competitiveness: A Comparative Analysis of Turkey with 11 Potential Rivals. *International Journal of Basic & Applied Sciences*, 12, pp. 31-43.
- Baltagi B.H. (2005) *Econometric Analysis of Panel Data*, Wiley&Sons, Chichester.
- Feenstra R.C., Heston A., Timmer M.P., Deng H. (2009) Estimating Real Production and Expenditures Across Countries: A Proposal for Improving the Penn World Tables. *Review of Economics and Statistics*, 9, pp. 201-212.
- Feenstra R.C., Inklaar R., Timmer M.P. (2013) The Next Generation of the Penn World Table, available for download at www.ggdc.net/pwt
- Gates B.C., Katzer J.R., Schuit G.C.A. (1979) *Chemistry of Catalytic processes*, McGraw-Hill, University of Michigan.
- Gollin D. (2002) Getting Income Shares Right. *Journal of Political Economy*, 110, pp. 458-474.
- Grilo I., Koopman G.J. (2006) Productivity and Microeconomic Reforms: Strengthening EU Competitiveness. *Journal of Industrial Competition and Trade*, 6, pp. 67-84.
- Hausman J.A. (1978) Specification Tests in Econometrics. *Econometrica*, 46, pp. 1251-1271.
- Hickman, B. G., (1992), "International Productivity and Competitiveness", Oxford University Press, Oxford.
- Huggins R., Davies W. (2006) *European Competitiveness Index 2006-07*, Robert Huggins Associates Ltd., Pontypridd.
- Ketels C.H.M. (2006) Michael Porter's Competitiveness Framework—Recent Learnings and New Research Priorities. *Journal of Industrial Competition and Trade*, 6, pp. 115-136.
- Kohler W. (2006) The Lisbon Goal' of the EU: Rhetoric or Substance? *Journal of Industrial Competition and Trade*, 6, pp. 58-113.

- Krugman P.R. (1994) Competitiveness: A Dangerous Obsession. *Foreign Affairs*, 73, pp. 28-44.
- Lall S. (2001) Competitiveness Indices and Developing Countries: An Economic evaluation of the Global competitiveness Report, *World Development*, 29, pp. 1501-1525.
- Porter M.E. (1990) *The Competitive Advantage of Nations*, The Free Press, New York.
- Porter M.E., Schwab K., Sala-i-Martin X. (2007) *The Global Competitiveness Report 2007-2008*, World Economic Forum, Geneva.
- Sala-i-Martin X., Blanke J., Drzeniek-Hanouz M., Mia I., Paua F. (2008) *The Global Competitiveness Index: Prioritizing the Economic Agenda*. W: Schwab K., Porter M.E. (eds.) *The Global Competitiveness Report 2008-2009*, World Economic Forum, Geneva, pp. 3-41.
- Schwab K. (2010) *The Global Competitiveness Report 2010-2011*, World Economic Forum, Geneva.
- Schwab K. (2011) *The Global Competitiveness Report 2011-2012*, World Economic Forum, Geneva.
- Schwab K., Porter M.E. (2006) *The Global Competitiveness Report 2006-2007*, World Economic Forum, Geneva.
- Schwab K., Porter M.E. (2008) *The Global Competitiveness Report 2008-2009*, World Economic Forum, Geneva.
- Schwab K., Sala-i-Martin X. (2009) *The Global Competitiveness Report 2009-2010*, World Economic Forum, Geneva.
- Siggel E. (2006) International Competitiveness and Comparative Advantage: A Survey and a Proposal for Measurement. *Journal of Industrial Competition and Trade*, 6, pp. 137-159.
- Solow R.M. (1956) A Contribution to the Theory of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics*, LXX, pp. 65-94.

THE GAINS FROM INTERNATIONAL COMPETITIVENESS IN EURO ZONE COUNTRIES

Abstract: In the paper, we treat international competitiveness (IC) as a catalyst of productivity. We build a theoretical model of economic development where IC interacts with classical factors of productivity. The model shows that the components of IC enhance a nation's productivity but they are not consumed when interacting with production factors. We also show that a country's productivity gain due to IC depends both on the IC level and the level of physical capital per worker. We estimate the theoretical model using panel data euro zone countries in the years 2006-2011.

Keywords: international competitiveness, economic development, catalyst, gains from competitiveness, euro zone

WSPÓŁCZYNNIK DWUMODALNOŚCI BC I JEGO ZASTOSOWANIE W ANALIZACH ROZKŁADÓW ZMIENNYCH LOSOWYCH

Aleksandra Baszczyńska, Dorota Pekasiewicz
Katedra Metod Statystycznych Uniwersytet Łódzki
e-mail: albasz@uni.lodz.pl, pekasiewicz@uni.lodz.pl

Streszczenie: W analizach zjawisk ekonomicznych, przyrodniczych i psychologicznych istotne znaczenie ma badanie modalności rozkładu zmiennej losowej utożsamianej z analizowaną cechą statystyczną. Jedną z metod polega na wyznaczeniu na podstawie próby losowej współczynnika dwumodalności BC . Jego wartość pozwala podjąć decyzję o jednomodalności lub dwumodalności rozkładu analizowanej zmiennej. W pracy zaprezentowane zostały wyniki badań symulacyjnych dotyczących własności współczynnika BC . Ponadto zastosowano analizowany współczynnik do badania modalności rozkładu cen surowców na giełdach towarowych.

Słowa kluczowe: modalność, współczynnik dwumodalności BC , mieszaniny rozkładów

WSTĘP

Dwumodalność jest przedmiotem analiz w obszarze zagadnień nie tylko ekonomicznych. Badanie dwumodalności ma zastosowanie w analizach zagadnień przyrodniczych, lingwistycznych oraz dotyczących psychologii i socjologii [Knapp 2007].

Jedną z pierwszych prac, w której rozważane były procedury określające czy badany rozkład może być traktowany jako dwa rozkłady normalne jest praca Karola Pearsona z 1894 roku [Pearson 1894]. Jeżeli badany rozkład charakteryzował się dwoma „szczytami” oddalonymi od siebie to taki rozkład określany był jako dwumodalny. W badaniach dwumodalności wykorzystywane były, m.in., następujące miary: czwarty moment centralny, kwadrat momentu trzeciego centralnego (metody Pearsona, Darlinga), kurtoza (metoda Chissoma).

Rozwój metod wnioskowania statystycznego sprawił, że skonstruowano testy weryfikujące hipotezę o jednomodalności wobec hipotezy o wielomodalności, w tym test Dip Hartigana [Hardigan, Hartigan 1985] oraz test Silvermana [Silverman 1996]. Zastosowanie wymienionych testów statystycznych jest możliwe w praktyce dzięki istniejącemu oprogramowaniu (np. Matlab, R). Wyniki badania własności testu Dip i jego wykorzystania w analizach modalności rozkładu populacji przedstawione są w pracach Baszczyńska, Pekasiewicz 2014a, 2014b.

Alternatywną metodą określania modalności rozkładu jest wyznaczanie współczynnika dwumodalności BC . Współczynnik ten skonstruowany jest w oparciu o miarę asymetrii i kurtozę. W pracy przedstawiono wyniki analiz jego własności dla grup rozkładów jedno- i dwumodalnych. Badania przeprowadzone zostały metodą Monte Carlo i miały na celu oszacowanie odsetka błędnych decyzji o dwumodalności rozkładu mimo, że rozkład był jednomodalny i odwrotnie. Analizowano również charakterystyki liczbowe współczynnika dwumodalności BC i badano zgodność jego rozkładu z rozkładem normalnym.

WSPÓŁCZYNNIK DWUMODALNOŚCI BC

Współczynnik dwumodalności BC określony jest następującym wzorem:

$$BC = \frac{m_3^2 + 1}{m_4 + 3 \cdot \frac{(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}}, \quad (1)$$

gdzie: m_3 jest współczynnikiem asymetrii opartym na trzecim momencie centralnym, natomiast m_4 jest kurtozą rozkładu.

Decyzję o dwumodalności rozkładu podejmuje się porównując obliczony współczynnik BC z wartością krytyczną: $BC_{kryt.} = \frac{5}{9} \approx 0,555$. Jeśli $BC > BC_{kryt.}$, to przyjmuje się, że rozkład analizowanej zmiennej losowej jest dwumodalny.

ANALIZA MONTE CARLO WŁASNOŚCI WSPÓŁCZYNNIKA BC

W celu zbadania własności współczynnika dwumodalności rozważano następujące grupy rozkładów:

- rozkłady normalne $N(\mu; \sigma)$,
- rozkłady gamma $G(k; \theta)$,
- mieszaniny rozkładów o funkcji gęstości:

$$f(x) = wf_1(x) + (1-w)f_2(x), \quad (2)$$

gdzie $w \in (0, 1)$ oraz f_1, f_2 to funkcje gęstości rozkładu normalnego lub rozkładu gamma i normalnego.

W przypadku populacji o rozkładzie normalnym $N(\mu; \sigma)$ zastosowanie współczynnika dwumodalności BC prowadziło do podjęcia decyzji o jednomodalności rozkładu populacji nawet dla prób małych, np. dla prób 20-elementowych tylko 1% decyzji była błędnych.

Drugi z rozważanych rozkładów, rozkład gamma $G(k; \theta)$ o funkcji gęstości:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq 0 \\ \frac{\theta^{-k} x^{k-1} \exp\left(-\frac{x}{\theta}\right)}{\Gamma(k)} & \text{dla } x > 0 \end{cases}, \quad (3)$$

jest rozkładem jednomodalnym, ale odpowiednio dobierając parametr k można uzyskać różną asymetrię i kurtozę (współczynnik asymetrii $\gamma = \frac{2}{\sqrt{k}}$,

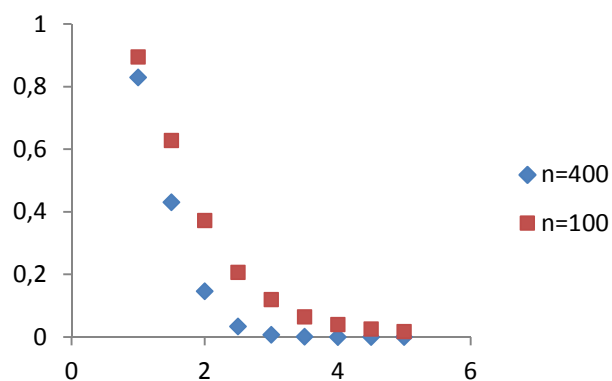
$\kappa = \frac{6}{k}$). W przypadku tego rozkładu badano zależność liczby błędnych decyzji od wielkości parametru k . Dla wygenerowanych populacji weryfikację hipotez powtarzano 20000 razy. W Tabeli 1 podano odsetek błędnych decyzji związanych z odrzuceniem hipotezy o jednomodalności populacji o rozkładzie gamma w oparciu o próbę 100-elementową i 400-elementową, a na Rysunku 1 graficznie zaprezentowane są odsetki niepoprawnych decyzji dla różnych wielkości parametru k . Na podstawie otrzymanych rezultatów można sformułować wniosek, iż przy dużej asymetrii rozkładu liczebności prób muszą być znacznie większe niż przy małej asymetrii i kurtozie, aby prawdopodobieństwo błędu związanego z przyjęciem hipotezy o dwumodalności było na poziomie 0,05.

Tabela 1. Odsetek błędnych decyzji związanych z odrzuceniem hipotezy o jednomodalności populacji o rozkładzie $G(k; 2)$

n	k								
	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
100	0,895	0,628	0,372	0,207	0,119	0,065	0,040	0,025	0,017
400	0,829	0,430	0,146	0,034	0,007	0,001	0,000	0,000	0,000

Źródło: obliczenia własne

W Tabeli 2 przedstawione są podstawowe charakterystyki liczbowe współczynnika dwumodalności. Choć współczynnik asymetrii jest bliski 0, a kurtoza 3, zastosowanie testu Shapiro-Wilka prowadziło do podjęcia decyzji o odrzuceniu hipotezy zerowej o normalności rozkładu BC . W Tabeli 3 podane są wartości statystyk testu Shapiro-Wilka i p -value dla współczynnika BC wyznaczonego w oparciu o 400 obserwacji.

Rysunek 1. Graficzna prezentacja zależności odsetka błędnych decyzji od parametru k 

Źródło: opracowanie własne

Tabela 2. Oszacowane wartości charakterystyk rozkładu współczynnika BC dla wybranych rozkładów jednomodalnych

f	n	Charakterystyki liczbowe rozkładu BC					
		min.	max.	wartość średnia	odchylenie standardowe	współczynnik asymetrii	kurtoza
$N(4; 2)$	100	0,1397	0,5401	0,3526	0,0443	-0,0425	3,0178
	400	0,2338	0,4243	0,3395	0,0256	-0,1354	3,0591
$N(2; 2)$	100	0,1699	0,5351	0,3538	0,0440	-0,0373	2,9823
	400	0,2227	0,4417	0,3374	0,0260	-0,1301	3,0693
$G(4; 2)$	100	0,2658	0,6699	0,4703	0,0484	-0,0317	2,9879
	400	0,3189	0,5653	0,4574	0,0321	-0,4018	3,4460
$G(2; 2)$	100	0,3455	0,7547	0,5400	0,0494	-0,0595	2,9438
	400	0,3680	0,6354	0,5230	0,0347	-0,4548	3,3714

Źródło: obliczenia własne

Tabela 3. Test Shapiro-Wilka – normalność rozkładu BC

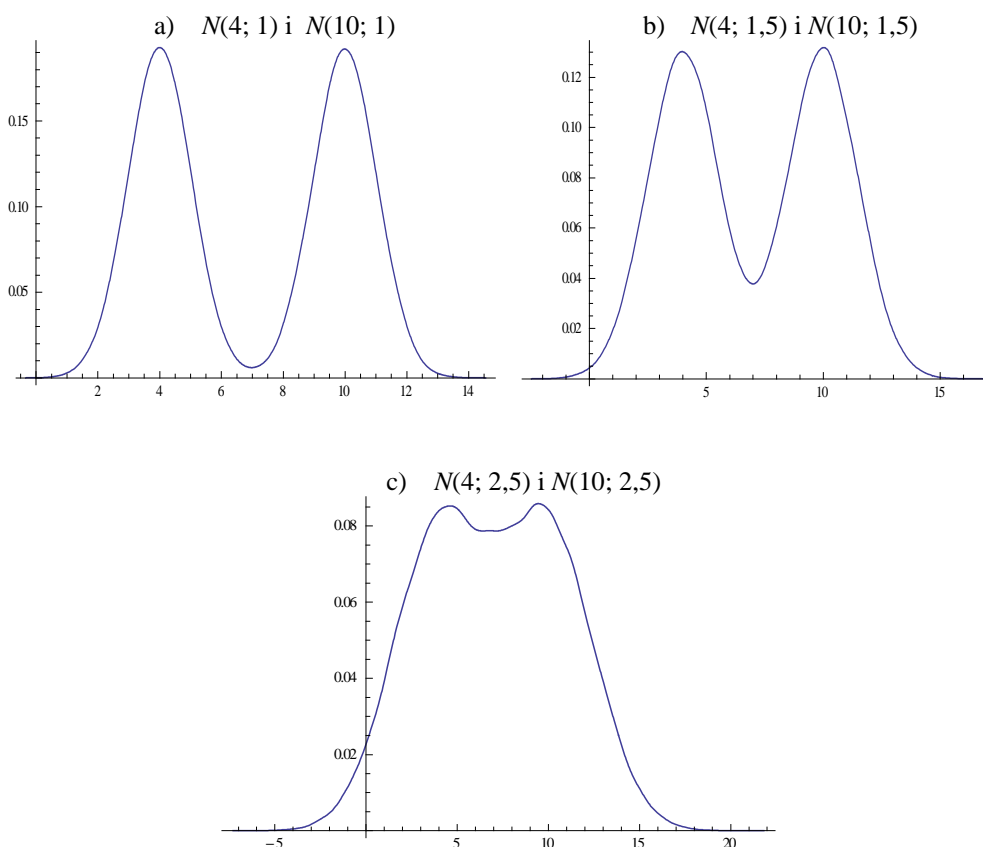
Rozkład	Statystyka testu	p -value
$N(4; 2)$	0,9977	0,1904
$N(2; 2)$	0,9957	0,0069
$G(4; 2)$	0,9832	0,0000
$G(2; 2)$	0,9853	0,0000

Źródło: obliczenia własne

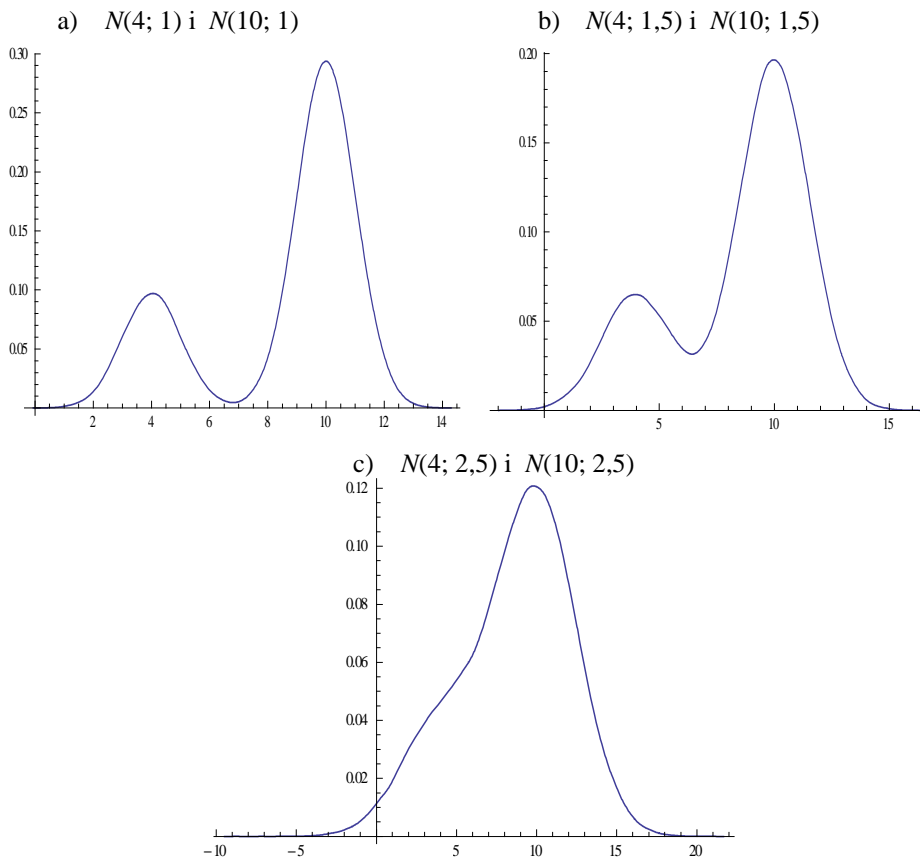
Dla mieszanin rozkładów przeprowadzono analogiczne rozważania. Odpowiednio ustalając parametry i udziały rozkładów wchodzących w skład mieszanin otrzymuje się rozkłady dwumodalne lub jednomodalne. Funkcje gęstości dla mieszanin dwóch wybranych rozkładów normalnych, dla $w=0,5$ oraz $w=0,25$, przedstawione są na Rysunkach 2 i 3.

Odsetki decyzji o dwumodalności populacji obliczone w wyniku powtórzenia 20000 razy procedury wyznaczania BC przedstawia Tabela 4. Uzyskane rezultaty są zgodne z rozkładami populacji, z których pochodzą próby (por. Rys. 2 i 3). Większe wartości odchyłeń standardowych rozkładów wchodzących w skład mieszanin sprawiają, że rozkłady populacji są praktycznie rozkładami jednomodalnymi. W przypadku małych wartości σ rozkłady populacji są dwumodalne i współczynnik BC różnicuje te rozkłady.

Rysunek 2. Funkcje gęstości wybranych populacji będących mieszaninami dwóch rozkładów dla $w=0,5$



Źródło: opracowanie własne

Rysunek 3. Funkcje gęstości wybranych populacji będących mieszaninami dwóch rozkładów dla $w=0,25$ 

Źródło: opracowanie własne

Tabela 4. Odsetek decyzji o dwumodalności rozkładów populacji będących mieszanką rozkładów $N(4; \sigma)$ i $N(10; \sigma)$

w	n	σ						
		0,5	1,0	1,25	1,5	1,75	2,0	2,5
0,5	100	1,0000	1,0000	0,9771	0,5993	0,1702	0,0241	0,0008
	400	1,0000	1,0000	1,0000	0,8409	0,0917	0,0006	0,0000
0,25	100	1,0000	1,0000	0,9841	0,7316	0,2771	0,0617	0,0029
	400	1,0000	1,0000	1,0000	0,9330	0,1940	0,0033	0,0000

Źródło: obliczenia własne

Dla populacji będących mieszankami rozkładów, podobnie jak w przypadku populacji o rozkładach normalnym i gamma, szacowano charakterystyki liczbowe rozkładu współczynnika BC i sprawdzano, czy jego rozkład można uznać za

normalny stosując test Shapiro-Wilka. Uzyskane rezultaty dla wybranych mieszanin rozkładów zawarte są w Tabelach 5 i 6, przy czym wyniki testu Shapiro-Wilka dotyczą badania normalności współczynnika BC wyznaczanego w oparciu o 400 obserwacji.

Tabela 5. Oszacowane wartości charakterystyk rozkładu współczynnika BC dla wybranych mieszanin rozkładów

$f_1,$ f_2	w	n	Charakterystyki liczbowe rozkładu BC					
			min.	max.	wartość średnia	odchylenie standardowe	współczynnik asymetrii	kurtoza
$N(4;1), (10;1)$	0,5	100	0,5615	0,8088	0,6868	0,0269	-0,1768	3,1103
		400	0,6573	0,7699	0,7151	0,0149	-0,1141	2,9921
	0,25	100	0,5739	0,8446	0,7281	0,0318	-0,2282	3,0754
		400	0,6782	0,8111	0,7487	0,0161	-0,1234	3,0414
$N(4;1,5), N(10;1,5)$	0,5	100	0,4058	0,6878	0,5632	0,0351	-0,1256	3,0234
		400	0,4927	0,6494	0,5784	0,0193	0,0870	3,0251
	0,25	100	0,3617	0,7358	0,5786	0,0465	-0,2372	3,1298
		400	0,4798	0,6875	0,5942	0,0243	-0,1534	3,1036
$N(4;2,5), N(10;2,5)$	0,5	100	0,2680	0,5830	0,4352	0,0402	-0,0881	3,0211
		400	0,3415	0,5163	0,4370	0,0222	-0,0656	3,0183
	0,25	100	0,2320	0,6143	0,4237	0,0490	-0,0222	2,9927
		400	0,3046	0,5234	0,4228	0,0272	-0,0334	3,0467

Źródło: obliczenia własne

Tabela 6. Test Shapiro-Wilka – normalność rozkładu BC

Rozkłady	w	Statystyka testu	p -value
$N(4;1)$ i $N(10;1)$	0,5	0,9958	0,0080
	0,25	0,9969	0,0474
$N(4;1,5)$ i $N(10;1,5)$	0,5	0,9965	0,0266
	0,25	0,9975	0,1391
$N(4;2,5)$ i $N(10;2,5)$	0,5	0,9963	0,0181
	0,25	0,9977	0,1818

Źródło: obliczenia własne

ZASTOSOWANIE WSPÓŁCZYNNIKA BC W BADANIACH MODALNOŚCI ROZKŁADÓW CEN SUROWCÓW Z GIEŁD TOWAROWYCH

Współczynnik dwumodalności BC zastosowano do badania modalności rozkładów cen pszenicy konsumpcyjnej w Polsce i cen złota na giełdzie nowojorskiej. Korzystając z danych zawartych na stronach internetowych: http://agrolok.pl/matif/wykres_okno.php?id_menu=291 oraz <http://gieluda.onet.pl/zloto,41920,430,1,8,1,histeryczne,profile-surowce-archiwum-s?dateRadio=radioDate3&fromDate=2012-06-01&toDate=2014-05-31> badano modalność rozkładów cen rozważanych artykułów w oparciu o dzienne ceny w następujących okresach:

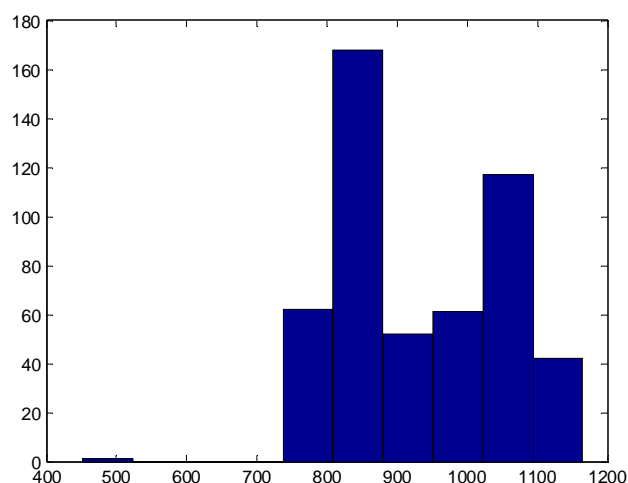
- 3.06.2013 - 30.05.2014,
- 26.10.2012 - 30.05.2014,
- 1.06.2012 - 30.05.2014 .

W badaniu dotyczącym rozkładów cen pszenicy otrzymano następujące współczynniki dwumodalności:

$$BC_{p,a} = 0,3128; \quad BC_{p,b} = 0,4176; \quad BC_{p,c} = 0,4698,$$

świadczące o jednomodalności cen pszenicy konsumpcyjnej w Polsce. Rysunek 4 przedstawia histogram rozkładu cen pszenicy w ostatnich dwóch latach.

Rysunek 4. Ceny pszenicy konsumpcyjnej w Polsce (1.06.2012 - 30.05.2014)



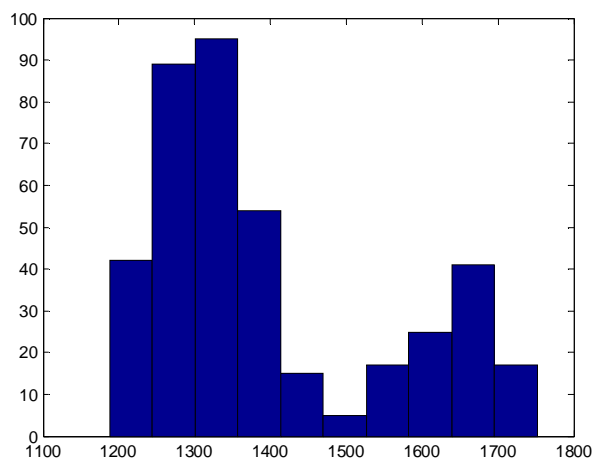
Źródło: opracowanie własne

W przypadku badania modalności cen złota w wyszczególnionych okresach otrzymano następujące wartości współczynnika BC :

$$BC_{z,a} = 0,3986 ; BC_{z,b} = 0,7415 ; BC_{z,c} = 0,7012 .$$

Rysunek 5 przedstawia histogram rozkładu cen złota w ostatnich dwóch latach, który wskazuje na wyraźną dwumodalność.

Rysunek 5. Ceny złota (1.06.2012 - 30.05.2014)



Źródło: opracowanie własne

UWAGI KOŃCOWE

Współczynnik dwumodalności BC stosuje się do badania modalności rozkładów zmiennych losowych. Dość prosta jego konstrukcja wykorzystująca tylko współczynnik asymetrii oparty na trzecim momencie centralnym i kurtozę zachęca do praktycznego stosowania w różnego rodzaju analizach statystycznych. Może on być traktowany jako podstawowe narzędzie w badaniu modalności rozkładów zmiennych losowych oraz jako metoda inicjująca lub wspomagająca bardziej zaawansowane metody statystyczne w analizach dotyczących zmiennych losowych. Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że wartość współczynnika BC dość dobrze klasyfikowała rozkłady. Różnice pojawiały się jedynie w przypadku bardzo silnej asymetrii rozkładów jednomodalnych i braku wyraźnych „szczytów” w rozkładach dwumodalnych. Uogólnienie wyników na inne klasy rozkładów wymaga dalszych badań symulacyjnych, ale otrzymane rezultaty wskazują na możliwość zastosowania tego współczynnika do badania modalności rozkładów.

BIBLIOGRAFIA

- Baszczyńska A., Pekasiewicz D. (2014a) Statistical Inference About Modality of Random Variable, Proceedings of the 32nd International Conference Mathematical Methods in Economics 2014.
- Baszczyńska A., Pekasiewicz D. (2014b) Biavarage and Multimodality in Investigating Distribution of Electricity Prices, Folia Oeconomica, Acta Universitatis Lodziensis.
- Hartigan J., Hartigan P. (1985) The Dip Test of Unimodality, The Annals of Statistics, 13, 1, 70-84.
- Knapp T.R. (2007) Bimodality Revisited, Journal of Modern Applied Statistical Methods, 6, 1, 8 – 20.
- Pearson K. (1894) Contributions to the Mathematical Theory of Evolution: On the Dissection of Asymmetrical Frequency Curves, Philosophical Transaction of the Royal Society, A, 1, 185, 71-90.
- Silverman B. W. (1996) Density Estimation for Statistics and Data Analysis, Chapman & Hall, London.

**BIMODALITY COEFFICIENT BC AND ITS APPLICATION
IN ANALYSES OF RANDOM VARIABLES DISTRIBUTIONS**

Abstract: In the analyses of economic, natural and psychological phenomena, it is important to study the modality of distribution of a random variable identified with the analyzed statistical feature. One of the methods involves the determination of the coefficient of bimodality BC based on a random sample. Its value can decide about unimodality or bimodality of the analyzed variable distribution. The paper presents the results of simulation studies on the properties of the coefficient BC . Furthermore, the bimodality coefficient was used in the analyses of distributions of prices on commodity exchanges.

Keywords: modality, bimodality coefficient BC , mixtures of distributions

HIERARCHICZNE PROCEDURY AGLOMERACYJNE W BADANIU POZIOMU I STRUKTURY KOSZTÓW PUBLICZNYCH UCZELNI AKADEMICKICH

Anna Ćwiąkała-Małys

Monika Mościbrodzka

Zakład Zarządzania Finansami

Zakład Statystyki i Badań Operacyjnych

Uniwersytet Wrocławski

e-mail: acwmalys@prawo.uni.wroc.pl

e-mail: m.moscibrodzka@prawo.uni.wroc.pl

Streszczenie: W artykule zaprezentowano wykorzystanie hierarchicznych procedur aglomeracyjnych jako narzędzia stosowanego w analizie porównawczej polskich uczelni publicznych. Badanie dotyczyło 57 uczelni publicznych o charakterze akademickim.

Słowa kluczowe: metody taksonomiczne, uczelnie publiczne, analiza poziomu kosztów

WPROWADZENIE

Właściwy sposób zarządzania uczelnią publiczną, który warunkuje jej funkcjonowanie na szerokim rynku usług edukacyjnych, zależy dziś w bardzo dużej mierze od sprawnego zarządzania informacją ekonomiczną, której podstawowym źródłem są dane księgowe. Szczególnie istotna staje się analiza uzyskanych przychodów i wygenerowanych kosztów. Wszelkie zestawienia w tym zakresie powinny iść w kierunku pełnej przejrzystości i jawności materiału dowodowego. Te wymogi są istotne szczególnie w analizach porównawczych. Te zaś prowadzą do tworzenia rankingów, co daje możliwość podejmowania określonych działań w zakresie oceny sytuacji jednostki na tle podobnych.

Celem pracy jest prezentacja możliwości zastosowania metod grupowania jednostek budżetowych ze względu na poziom i strukturę generowanych przez nie kosztów. Artykuł stanowi kontynuację podjętych badań autorek w tym zakresie [Ćwiąkała-Małys 2009]

PODSTAWY TEORETYCZNE

Analizę poziomu i struktury kosztów w ujęciu przestrzennym przeprowadzono przy zastosowaniu hierarchicznych metod aglomeracyjnych. Do podstawowych hierarchicznych metod grupowania należą metody: najbliższego sąsiedztwa, najdalszego sąsiedztwa, mediany, średniej grupowej, środka ciężkości i Warda. Metody te różnią się od siebie sposobem wyznaczania odległości międzygrupowych [Wishart 1969].

Wszystkie powyższe procedury aglomeracyjne można opisać za pomocą jednego ogólnego schematu, który uznawany jest za centralną procedurę aglomeracyjną [por. Nowak 1990: 80-81]. Opiera się ona na macierzy odległości pomiędzy badanymi obiektami. Ogólna formuła na przekształcenie macierzy odległości podczas łączenia grup A_p i A_q w nową grupę A_r dla hierarchicznych metod aglomeracyjnych ma następującą postać:

$$d_{ir} = a_p \cdot d_{ip} + a_q \cdot d_{iq} + b \cdot d_{pq} + c \cdot |d_{ip} - d_{iq}| \quad (1)$$

gdzie d_{ir} – odległość między grupami A_i oraz A_r , d_{ip} – odległość między grupami A_i oraz A_p , d_{iq} – odległość między grupami A_i oraz A_q , d_{pq} – odległość między grupami A_p oraz A_q , a_p , a_q , b , c – parametry przekształcenia charakterystyczne dla różnych metod tworzenia grup.

W celu przeprowadzenia przestrzennego grupowania, porównania i analizy publicznych uczelni akademickich w Polsce wykorzystano metodę Warda¹, która została zaprezentowana w pracy J.H. Warda (1963). W metodzie tej parametry do formuły przekształcania macierzy odległości mają następujące wartości:

$$a_p = \frac{N_i + N_p}{N_i + N_r}, \quad a_q = \frac{N_i + N_q}{N_i + N_r}, \quad b = -\frac{N_i}{N_i + N_r}, \quad c = 0,$$

gdzie N_i , N_p , N_q oraz N_r oznaczają liczbę elementów grup A_i , A_p , A_q oraz A_r [Nowak 1990: 81].

Metoda Warda polega na łączeniu takich skupień, które zapewniają minimum sumy kwadratów odległości od środka ciężkości nowego skupienia, które tworzą. W efekcie w danej grupie znajdą się te obiekty, które są najmniej zróżnicowane ze względu na opisujące je zmienne [Panek, Zwierzchowski 2013]. W wyniku analizy otrzymuje się dendrogram, będący graficzną interpretacją uzyskanych efektów.

Kolejnym etapem badania jest ustalenie optymalnej liczby klas. W swoich pracach Milligan i Cooper [Milligan, Cooper 1985] przetestowali kilkadziesiąt procedur dotyczących wyznaczania liczby klas na podstawie danych o znanej strukturze. W pracy do wyboru optymalnej liczby klas jak i również do oceny jakości otrzymanej klasyfikacji użyto indeksu Silhouette, który został

¹ Grupowanie innymi hierarchicznymi metodami dawało zbliżone wyniki. Wyniki mogą być udostępnione na życzenie.

zaproponowany w pracach Kaufmana i Rousseeuw [Kaufmann, Rousseeuw 1990, Rousseeuw 1987].

Wartość indeksu Silhouette dla ustalonej liczby klas wyznacza się ze wzoru:

$$S(u) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{b(i) - a(i)}{\max\{a(i); b(i)\}}, \quad (2)$$

gdzie u jest liczbą klas, n liczbą obiektów, i numerem obiektu ($i=1, \dots, n$), $a(i)$ średnią odległością i -tego obiektu od pozostałych obiektów należących do tej samej klasy co obiekt i oraz $b(i)$ średnią odległością i -tego obiektu od obiektów należących do najbliższej klasy obiektu i .

Wartość rozważanego indeksu zawiera się w przedziale $[-1, 1]$. Argument maksymalizujący wartość wskaźnika Silhouette daje optymalną, pod względem oceny jakości klasyfikacji, liczbę klas ze względu na jej zwartość i separowalność. Dodatkowo, wartość ta pozwala na subiektywną ocenę jakości dokonanej klasyfikacji [Walesiak, Gatnar 2012]

Kolejnym krokiem badania jest wybór reprezentantów grup typologicznych ze względu na wynik przeprowadzonej klasyfikacji. W tym przypadku wybiera się po jednym obiekcie z poszczególnych grup, a wybór ten powinien być tak przeprowadzony, aby reprezentanci byli jak najbardziej podobni do pozostałych elementów grupy z której pochodzą oraz jak najmniej podobni do siebie. W pracy do wyboru reprezentantów posłużono się metodą środka ciężkości [por. Pluta 1976].

Ostatnim etapem pracy jest ocena podobieństwa wyników klasyfikacji. W wyniku klasyfikacji tego samego zbioru obiektów ekonomicznych ze względu na różne zjawiska ekonomiczne otrzymuje się podziały, które różnią się zazwyczaj między sobą. Aby odpowiedzieć na pytanie, w jakim stopniu wyniki podziału zbioru obiektów pokrywają się z rezultatami podziału tego samego zbioru względem innego kryterium przy zastosowaniu tej samej procedury taksonomicznej, w pracy wykorzystano miarę podobieństwa opartą na dwuwymiarowej tablicy kontyngencji, zaproponowaną między innymi w pracach Greena i Rao [Green, Rao 1969] oraz Randa [Rand 1971]. Na podstawie tej tablicy, wyznacza się wskaźnik podobieństwa, który jest unormowaną miarą w przedziale $[0, 1]$ i jej większe wartości wskazują na większe wartości podobieństwa wyników porównywalnych klasyfikacji.

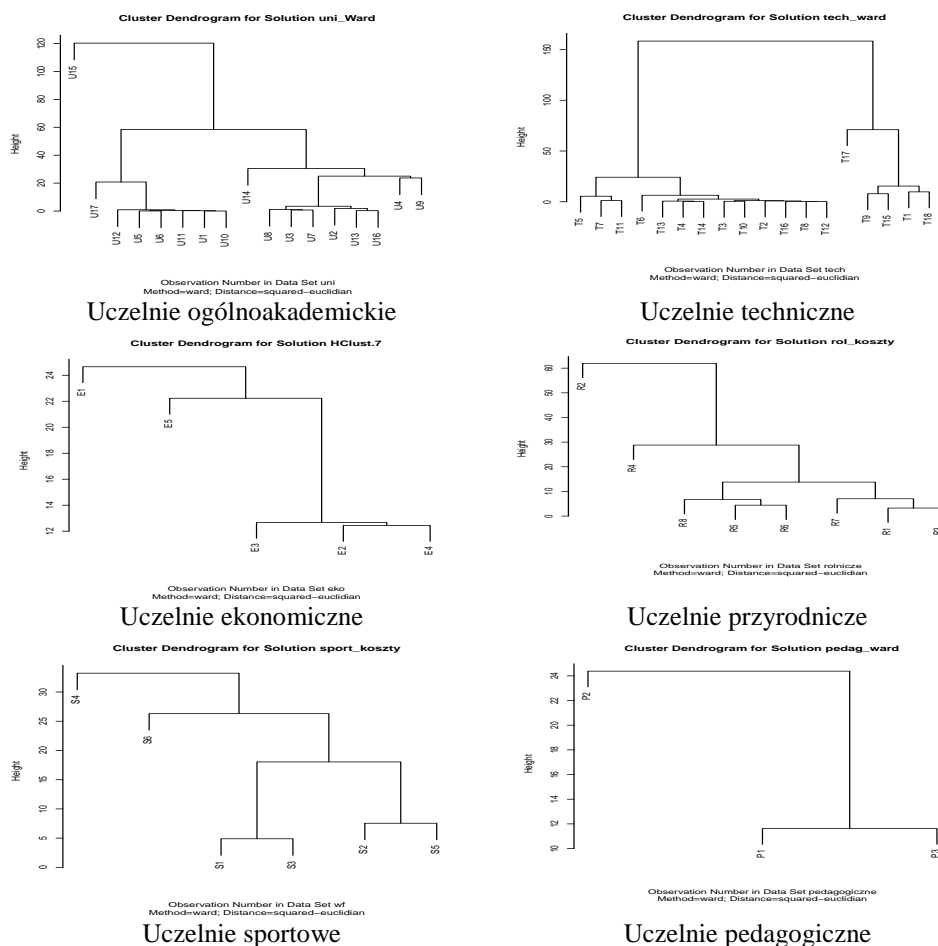
WYNIKI BADAŃ

Analizę wykonano dla danych uzyskanych z raportów bilansowych za rok 2008, dotyczących kosztów uczelni publicznych. Dane dotyczące liczby studentów pochodziły z bazy danych Głównego Urzędu Statystycznego. Uczelnie dla celów badawczych zostały podzielone na sześć grup, według następującego układu: ogólnoakademiczne (U), techniczne (T), ekonomiczne (E), przyrodnicze (R), sportowe (S) i pedagogiczne (P). Pełne nazwy uczelni we wszystkich

województwach Polski zostały zamieszczone w tabeli 7. Na podstawie macierzy odległości unormowanych wartości cech, dokonano podziału uczelni w każdej z kategorii, ze względu na strukturę kosztów. Wynik zastosowania tej procedury został przedstawiony na wykresie 1.

Na podstawie rysunku 1 można zauważyć, że liczba klas w przypadku podziału ogólnych uczelni uniwersyteckich oraz technicznych powinna zawierać się pomiędzy 3 a 7, dla uczelni przyrodniczych oraz sportowych optymalna liczba klas powinna być nie większa niż 4. Dla uczelni ekonomicznych przyjęto, że największa liczba klas to 3. W przypadku uczelni pedagogicznych, których liczba była stosunkowo mała, zdecydowano się na podział tych uczelni na 2 grupy.

Rysunek 1. Hierarchiczne uporządkowanie uczelni metodą Warda ze względu na strukturę kosztów



Źródło: opracowanie własne

Wartości wskaźnika Silhouette dla takich podziałów zostały zamieszczone w Tabeli 1.

Tabela 1. Wartości miernika Silhouette dla grupowania uczelni metodą Warda względem kryterium struktury kosztów

u	2	3	4	5	6	7
$S_U(u)$	-	0,400551	0,551671	0,562336	0,722840	0,879252
$S_T(u)$	-	0,547223	0,736279	0,557652	0,716816	0,729824
$S_E(u)$	0,393099	0,564076	-	-	-	-
$S_R(u)$	0,647077	0,724847	0,485373	-	-	-
$S_S(u)$	0,524086	0,641598	0,609995	-	-	-
$S_P(u)$	0,632648	-	-	-	-	-

Źródło: opracowanie własne

Wartość indeksu Silhouette dodatkowo daje informację o silnej strukturze otrzymanych klas dla uczelni ogólnych, technicznych oraz przyrodniczych. Uczelnie ekonomiczne, pedagogiczne oraz sportowe wykazują poważną strukturę klas. Do otrzymanego podziału w obrębie danej kategorii uczelni, wyznaczono reprezentantów grupy oraz wartości średnie wszystkich zmiennych wziętych do grupowania. Wyniki zamieszczono w tabelach 2 i 3.

Tabela 2. Grupy uczelni wraz z reprezentantami w podziale metodą Warda ze względu na strukturę kosztów

Grupa	Uczelnie	Reprezentant
Uczelnie ogólnookademiackie		
1	U1,U5,U6,U10,U11,U12	Uniwersytet w Białymstoku
2	U2,U3,U7,U8,U13,U16	Uniwersytet Śląski w Katowicach
3	U4	Uniwersytet Jagielloński w Krakowie
4	U9	Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu
5	U14	Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie
6	U15	Uniwersytet Warszawski
7	U17	Uniwersytet Zielonogórski
Uczelnie techniczne		
1	T1,T9,T15,T18	Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie
2	T2,T3,T4,T6,T8,T10,T12 T13,T14,T16	Politechnika Białostocka
3	T5,T7,T11	Politechnika Poznańska
4	T17	Politechnika Warszawska
Uczelnie przyrodnicze		
1	R1,R3,R5,R6,R7,R8	Akademia Rolnicza w Szczecinie
2	R2	Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie
3	R4	Uniwersytet Przyrodniczy im. Augusta Cieszkowskiego w Poznaniu

Grupa	Uczelnie	Reprezentant
Uczelnie ekonomiczne		
1	E1	Akademia Ekonomiczna im. Karola Adameckiego w Katowicach
2	E2,E3,E4	Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie
3	E5	Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Uczelnie sportowe		
1	S1,S2,S3,S5	Akademia Wychowania Fizycznego i Sportu im. Jędrzeja Śniadeckiego w Gdańsku
2	S4	Akademia Wychowania Fizycznego Józefa Piłsudskiego w Warszawie
3	S6	Akademia Wychowania Fizycznego we Wrocławiu
Uczelnie pedagogiczne		
1	P1,P3	Akademia Pedagogiki Specjalnej im. Marii Grzegorzewskiej w Warszawie
2	P2	Akademia Pedagogiczna im. Komisji Edukacji Narodowej w Krakowie

Źródło: opracowanie własne

Tabela 3. Średnie wartości cech dotyczących wartości kosztów w poszczególnych grupach uczelni publicznych w podziale metodą Warda (koszty w tys. zł)

Grupa	Amortyzacja	Materiały i energia	Usługi obce	Podatki i opłaty	wynagrodzenia z narzutami	Pozostałe koszty	Wartość sprzedanych towarów i materiałów	Pozostałe koszty operacyjne	Koszty finansowe	średnie koszty	średnia liczba studentów
Uczelnie ogólnoakademiczne											
1	2894,8	5371,9	5527,3	481,9	85125,3	3887,1	31,7	487,9	83,4	103891,4	18673,0
2	10237,1	20142,8	22336,4	1385,0	223333,3	14844,9	2,6	812,4	363,3	293457,7	36457,8
3	27745,0	43050,3	37393,2	6468,9	379337,6	45826,9	44,8	4439,9	1503,7	545810,3	44183,0
4	14740,7	33336,7	16989,2	157,8	234379,6	10428,3	628,3	53457,7	255,6	364373,9	34689,0
5	12437,8	26714,5	24603,1	479,4	186088,3	11832,5	2725,9	983,4	1195,8	267060,7	35886,0
6	55163,7	35530,6	60814,1	42434,5	438045,2	65020,4	0,0	36860,6	1982,0	735851,1	52230,0
7	5377,2	8285,4	7829,9	335,2	106543,2	4734,4	0,0	281,2	3024,3	136410,8	12117,0
Uczelnie techniczne											
1	17733,9	16450,5	25840,8	3740,3	242943,2	18207,2	18,7	2304,6	339,7	327578,9	27092,3
2	3372,1	5223,9	5533,4	253,9	64463,4	4125,1	5,1	480,2	78,8	83535,7	11097,9
3	11048,0	14201,3	17218,6	639,2	147779,8	7769,2	30,7	1228,8	232,2	200147,8	16435,3
4	19137,2	32909,2	28142,3	846,8	369195,6	31086,9	659,6	23929,1	539,0	506445,7	28217,0
Uczelnie przyrodnicze											
1	3418,2	8478,3	7515,8	530,1	83161,7	4369,1	181,5	614,3	134,7	108403,6	12891,0
2	47067,8	36594,1	21591,9	579,0	177794,4	7567,8	32,9	3801,3	520,2	295549,4	21776,0
3	8485,0	11622,6	3966,8	3668,1	101626,9	11078,8	1,8	1943,0	538,5	142931,5	12057,0

Grupa	Amortyzacja	Materiały i energia	Usługi obce	Podatki i opłaty	wynagrodzenia z narzutami	Pozostałe koszty	Wartość sprzedanych towarów i materiałów	Pozostałe koszty operacyjne	Koszty finansowe	średnie koszty	średnia liczba studentów
Uczelnie ekonomiczne											
1	2684,1	4037,9	6691,2	2011,7	64960,5	3590,8	0,0	277,4	36,6	84290,2	12291,0
2	2513,0	6725,2	8203,1	278,2	97082,1	6316,3	0,0	2358,9	74,1	123550,9	13623,7
3	1721,9	6935,2	4739,0	404,6	89153,5	5924,7	625,7	1096,0	356,6	110957,2	15356,0
Uczelnie sportowe											
1	1461,9	2805,6	2160,1	63,4	31272,1	1934,0	0,0	6654,6	29,7	46381,3	4853,5
2	1582,8	7745,7	5676,8	177,5	50119,6	3267,5	0,0	7258,7	204,0	76032,6	6319,0
3	534,5	3438,9	4003,1	839,9	36419,7	1260,2	25,1	184,7	1,0	46707,1	3993,0
Uczelnie pedagogiczne											
1	930,8	2141,9	2136,5	438,0	36138,8	816,5	84,9	677,2	79,7	43444,1	7789,5
2	2657,6	3596,5	5451,7	37,2	83730,2	2821,9	2,7	622,9	46,1	98920,7	16668,0

Źródło: opracowanie własne

Dodatkowo, do oceny zgodności wyników otrzymanej klasyfikacji posłużono się innym podziałem uczelni publicznych według kryterium liczby studentów, wykorzystując dwuwymiarowe tablice kontyngencji i obliczony na ich podstawie wskaźnik podobieństwa wyników klasyfikacji. Cechy dotyczące liczby studentów obejmowały liczbę studentów studiów stacjonarnych i niestacjonarnych I stopnia i jednolitych magisterskich oraz liczbę studentów studiów II stopnia. Wynik klasyfikacji uczelni metodą Warda względem dodatkowego kryterium został zamieszczony na rysunku 2 oraz w tabeli 5.

Tabela 4. Wartości miernika Silhouette dla grupowania uczelni metodą Warda względem liczby studentów

U	2	3	4	5	6	7
$S_U(u)$	-	0,6538	0,6615	0,7490	0,6876	0,6843
$S_T(u)$	-	0,5117	0,5201	0,6531	0,5971	0,6337
$S_E(u)$	0,4339	0,7188	-	-	-	-
$S_R(u)$	0,8745	0,9489	0,7650	-	-	-
$S_S(u)$	0,7372	0,8282	0,7109	-	-	-
$S_P(u)$	0,4769	-	-	-	-	-

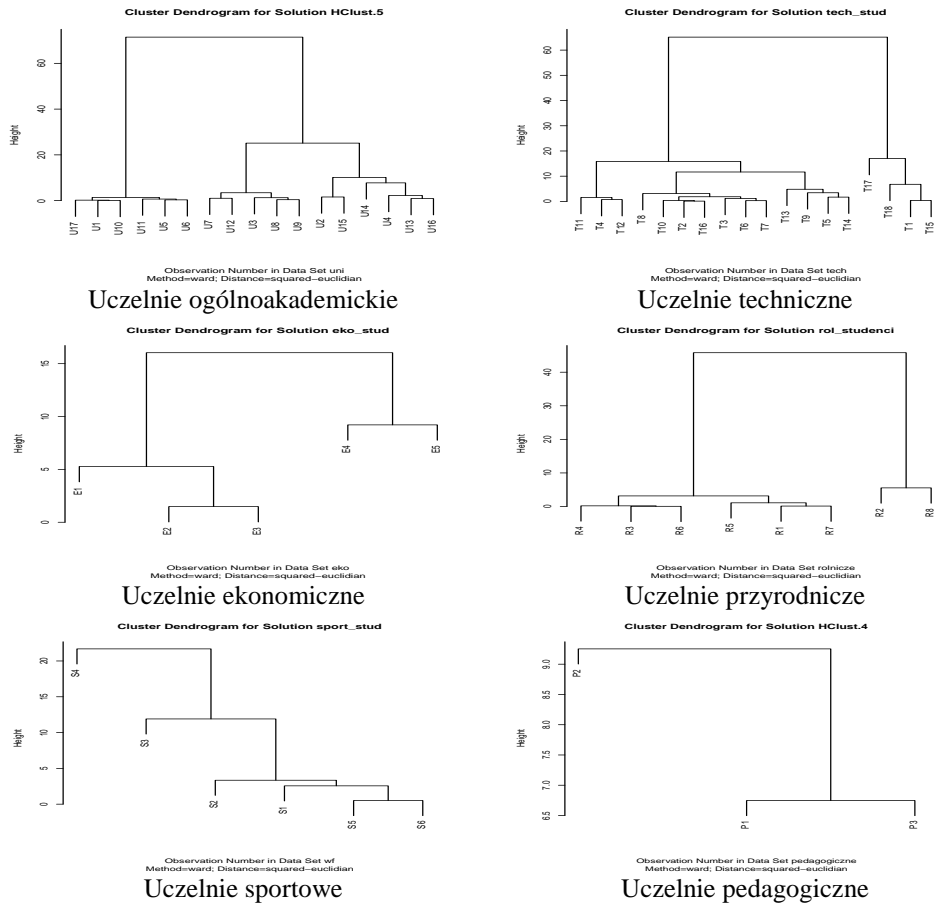
Źródło: opracowanie własne

Wartość indeksu Silhouette (tabela 4) dla takiego grupowania wskazywała na podział uczelni na pięć klas w przypadku uczelni ogólniakademicznych i technicznych oraz na trzy klasy w przypadku pozostałych grup uczelni. Taką liczbę klas przyjęto do badania zgodności obu podziałów.

W przypadku uczelni pedagogicznych, ze względu na zbyt małą liczbę reprezentantów, uczelnie te podzielono na dwie grupy. Mimo, że niska wartość

miernika informuje o słabej strukturze tak powstałych klas, to podział ten był zgodny z podziałem uczelni pedagogicznych ze względu na kryterium kosztów.

Rysunek 2. Hierarchiczne uporządkowanie uczelni metodą Warda ze względu na liczbę studentów



Źródło: opracowanie własne

Tabela 5. Średnie wartości cech dotyczących liczby studentów w poszczególnych grupach uczelni publicznych w podziale metodą Warda

Grupa	Uczelnie	średnia liczba studentów			
		studia stacjonarne I stopnia i jednolite magisterskie	studia niestacjonarne I stopnia i jednolite magisterskie	studia stacjonarne II stopnia	studia niestacjonarne II stopnia
Uczelnie ogólnoakademickie					
1	U1,U5,U6,U10,U11,U17	8083,50	4602,33	497,33	2010,00
2	U2,U15	25840,50	15531,00	2532,00	6673,50
3	U3,U7,U8,U9,U12	17427,40	8836,40	707,80	5821,00
4	U4,U13,U16	19446,00	11990,67	3369,33	4436,67
5	U14	23864,00	8814,00	1450,00	1758,00
Uczelnie techniczne					
1	T1,T15,T18	21629,33	5938,67	374,33	1835,33
2	T2,T3,T6,T7,T8,T10,T16	6642,57	3201,43	114,86	686,00
3	T4,T11,T12	9425,67	4238,67	156,33	1720,00
4	T5,T9,T13,T14	10682,25	2272,00	513,50	1078,50
5	T17	18542,00	6404,00	1659,00	1612,00
Uczelnie przyrodnicze					
1	R1,R3,R4,R5,R6,R7	7185,50	2928,00	198,83	553,17
2	R2,	11721,00	7446,00	1465,00	1144,00
3	R8	11997,00	7051,00	1318,00	3844,00
Uczelnie ekonomiczne					
1	E1,E2,E3	6206,33	2221,67	128,33	3149,67
2	E4	8191,00	5756,00	409,00	3688,00
3	E5	8424,00	4737,00	0,00	2195,00
Uczelnie sportowe					
1	S1,S2,S5,S6	2309,75	1203,25	61,50	693,75
2	S3	3487,00	1155,00	472,00	1205,00
3	S4	2135,00	1077,00	0,00	824,00
Uczelnie pedagogiczne					
1	P1,P3	4428,00	2332,00	262,50	767,00
2	P2	8506,00	5880,00	257,00	2025,00

Źródło: opracowanie własne

Zgodność podziałów zbadano na podstawie dwuwymiarowych tablic kontyngencji, które zostały zbudowane na bazie macierzy przyporządkowania obiektów dla klasyfikacji uwzględniającej wartość kosztów oraz dla klasyfikacji uwzględniającej liczbę studentów². Wartości wskaźników podobieństwa tych klasyfikacji zostały przedstawione w tabeli 6. W przypadku uczelni ogólnoakademickich zauważalna jest wysoka zgodność obu podziałów, więc wnioskować należy, że w dużej mierze poniesione koszty tych uczelni

² Ze względu na ograniczenia związane z artykułem, w pracy nie zamieszczono macierzy przyporządkowania uczelni dla klasyfikacji uwzględniającej strukturę kosztów i liczbę studentów w uczelniach publicznych. Wyniki mogą być udostępnione na życzenie.

akademickich są zależne od liczby przyjmowanych studentów. Dla pozostałych uczelni (oprócz uczelni pedagogicznych) wskaźnik zgodności zaproponowanych klasyfikacji (nie mniejszy niż 0,6) może również wskazywać na zgodność obu podziałów.

Tabela 6. Wartość wskaźnika zgodności podobieństwa wyników dla grupowań uczelni publicznych

Uczelnie ogólnoakademickie	0,787	Uczelnie techniczne	0,693
Uczelnie ekonomiczne	0,600	Uczelnie przyrodnicze	0,643
Uczelnie sportowe	0,600	Uczelnie pedagogiczne	1,000

Źródło: opracowanie własne

PODSUMOWANIE

Wielocechowe grupowanie uczelni wyższych realizowane przy pomocy analizy skupień przy zastosowaniu hierarchicznych procedur aglomeracyjnych dostarcza znaczących informacji ilościowych i jakościowych z badawczego, jak i użytecznego punktu widzenia.

Identyfikacja i charakterystyka uzyskanych wyników umożliwia odzwierciedlenie zjawiska zróżnicowania obiektów, a także wykrycie występujących prawidłowości pomiędzy obiektami i ich atrybutami oraz wygenerowanie wniosków uogólniających, istotnych z punktu widzenia racjonalnej polityki zarządzania uczelniami publicznymi przez decydentów wewnętrznych i zewnętrznych.

ANEKS

Tabela 7. Wykaz uczelni publicznych

Symbol	Uczelnia
U1	Uniwersytet w Białymstoku
U2	Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu
U3	Uniwersytet Gdański
U4	Uniwersytet Jagielloński w Krakowie
U5	Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego w Warszawie
U6	Uniwersytet Kazimierza Wielkiego w Bydgoszczy
U7	Uniwersytet Łódzki
U8	Uniwersytet Marii Cure Skłodowskiej w Lublinie
U9	Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu
U10	Uniwersytet Opolski
U11	Uniwersytet Rzeszowski
U12	Uniwersytet Szczeciński
U13	Uniwersytet Śląski w Katowicach
U14	Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie
U15	Uniwersytet Warszawski

Symbol	Uczelnia
U16	Uniwersytet Wrocławski
U17	Uniwersytet Zielonogórski
T1	Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie
T2	Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej
T3	Politechnika Białostocka
T4	Politechnika Częstochowska
T5	Politechnika Gdańska
T6	Politechnika Koszalińska
T7	Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki
T8	Politechnika Lubelska
T9	Politechnika Łódzka
T10	Politechnika Opolska
T11	Politechnika Poznańska
T12	Politechnika Radomska im. Kazimierza Pułaskiego
T13	Politechnika Rzeszowska im. Ignacego Łukasiewicza
T14	Politechnika Szczecińska
T15	Politechnika Śląska w Gliwicach
T16	Politechnika Świętokrzyska w Kielcach
T17	Politechnika Warszawska
T18	Politechnika Wrocławska
E1	Akademia Ekonomiczna im. Karola Adamieckiego w Katowicach
E2	Akademia Ekonomiczna w Poznaniu
E3	Szkoła Główna Handlowa w Warszawie
E4	Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie
E5	Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
R1	Akademia Rolnicza w Szczecinie
R2	Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie
R3	Uniwersytet Przyrodniczy w Lublinie
R4	Uniwersytet Przyrodniczy im. Augusta Cieszkowskiego w Poznaniu
R5	Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu
R6	Uniwersytet Rolniczy im. Hugona Kołłątaja w Krakowie
R7	Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy im. J. Śniadeckich w Bydgoszczy
R8	Uniwersytet Humanistyczno-Przyrodniczy Jana Kochanowskiego w Kielcach
S1	Akademia Wychowania Fizycznego im. Bronisława Czecha w Krakowie
S2	Akademia Wychowania Fizycznego im. Eugeniusza Piaseckiego w Poznaniu
S3	Akademia Wychowania Fizycznego im. Jerzego Kukuczki w Katowicach
S4	Akademia Wychowania Fizycznego Józefa Piłsudskiego w Warszawie
S5	Akademia Wychowania Fizycznego i Sportu im. Jędrzeja Śniadeckiego w Gdańsku
S6	Akademia Wychowania Fizycznego we Wrocławiu
P1	Wyższa Szkoła Pedagogiczna w Częstochowie
P2	Akademia Pedagogiczna im. Komisji Edukacji Narodowej w Krakowie
P3	Akademia Pedagogiki Specjalnej im. Marii Grzegorzewskiej w Warszawie

Źródło: opracowanie własne

BIBLIOGRAFIA

- Green P.E., Rao V.R. (1969), A Note of Proximity Measures and Cluster Analysis, "Journal of Marketing Research" nr 6
- Ćwiąkała-Małys A. (2009), Zastosowanie taksonomii wrocławskiej w analizie porównawczej publicznych uczelni akademickich, "Badania Operacyjne i Decyzje", str. 5-26
- Kaufman L., Rousseeuw P.J. (1990) Finding Groups in Data: an Introduction to Cluster Analysis, Wiley, New York
- Milligan G.W., Cooper M.C. (1985) An examination of procedures for determining the number of clusters in a data set, "Psychometrika", nr 2, str.159-179
- Nowak E. (1990), Metody taksonomiczne w klasyfikacji obiektów społeczno-gospodarczych, PWN, Warszawa, str. 80-85
- Panek T, Zwierzchowski J. (2013), Statystyczne metody wielowymiarowej analizy porównawczej. Teoria i zastosowania, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa, str. 97-100
- Pluta W. (1976), Wielowymiarowa analiza porównawcza w badaniach ekonomicznych, PWE, Warszawa
- Rand W.M. (1971), Objective Criteria for the Evaluation of Clustering Methods, „Journal of the American Statistical Association”, nr 66
- Rousseeuw P.J. (1987), Silhouettes: a graphical aid to the interpretation and validation of cluster analysis, "Journal of Computational and Applied Mathematics", nr 20, str. 53-65
- Statystyczna analiza danych z wykorzystaniem programu R (2012), red. Walesiak M., Gatnar E., PWN, Warszawa, str. 420
- Ward J.H. (1963), Hierarchical Grouping of Optimize an Objective Function, "Journal of the American Statistical Association", vol. 58, str. 236-244
- Wishart D. (1969), An Algorithm for Hierarchical Classification, "Biometrics" vol.22, nr 1, str. 165-170

**HIERARCHICAL AGGLOMERATIONAL PROCEDURES
IN THE ANALYSIS OF THE COSTS LEVEL AND STRUCTURE
OF PUBLIC ACADEMIC INSTITUTIONS**

Abstract: In this article hierarchical agglomerational procedures were presented as a tool used in a comparative analysis of polish public universities. The research has been conducted in a spatial interpretation during one year and concerned 57 public universities of academic character.

Keywords: taxonomic methods, public universities, analysis of the cost level

ZAGREGOWANA MOBILNOŚĆ A POZIOM NIERÓWNOŚCI PŁACOWYCH

Karol Flisikowski

Katedra Nauk Ekonomicznych

Politechnika Gdańska

e-mail: karol.flisikowski@pg.gda.pl

Streszczenie: Praca przedstawia rozważania nad zależnością między poziomem nierówności płacowych a uogólnioną, zagregowaną mobilnością płac. Większość analiz prowadzonych w tym zakresie bazuje na twierdzeniu Friedmana (1962), iż wśród dwóch społeczeństw z jednakowymi rozkładami dochodów, to właśnie kraj z najwyższym poziomem mobilności jest najbardziej egalitarny. Badania nad ogólnym pojęciem nierówności i ich wpływem na mobilność prowadzili między innymi: Burkhauser (1997), Buchinsky, Hunt (1999), Dickens (2000), Cardoso (2006). Bardzo ciekawe analizy w ostatnich latach w tym zakresie przeprowadzili również Kopczuk, Saez, Song (2010). Na podstawie indywidualnych danych sięgających 1937 roku (USA) przedstawili oni kompleksowe badania wpływu nierówności na poziom mobilności płacowych. Nierówność rocznych płac układała się w kształcie krzywej „U”, opadając gwałtownie w 1953 roku, następnie przechylając się ku górze. Krótkoterminowe wskaźniki mobilności natomiast otrzymano na niskich poziomach. Nawiązując do samej struktury płac, ruchliwość w górnych partiach rozkładu okazała się bardzo stabilna (nie wykazano znaczących wahań od lat 70-tych XX wieku). Badania nad zależnością mobilność płac – nierówności i teorii krzywej o kształcie litery „U” stały się niezwykle popularne także w ostatnich latach. Niniejsza praca weryfikuje dotychczas przeprowadzone badania w tym zakresie, a także wprowadza element nowości – mobilność mierzona jest na wysoce zagregowanych danych, na poziomie sektorów gospodarki.

Słowa kluczowe: mobilność, nierówności, zagregowana mobilność, nierówności płac, miary mobilności, mobilność sektorowa

WSTĘP

W literaturze przedmiotu natrafić można na bardzo podobne próby wyjaśnienia determinant kształtujących poziom mobilności płacowej. Do najczęściej wymienianych w literaturze przedmiotu jak i w badaniach empirycznych determinant mobilności międzysektorowej (skrót: MMS) należą: stopień specyficznej dla sektora akumulacji wiedzy, szeroki wachlarz restrykcji instytucjonalnych rynku pracy, jak też poziom nierówności płacowych i zagregowanego bezrobocia.

Celem niniejszej pracy jest dokonanie próby odpowiedzi na pytanie, czy zagregowana na poziomie sektorowym mobilność międzysektorowa płac wykazuje istotny związek z poziomem nierówności płacowych.

Niniejsza praca jest rozszerzeniem metodycznym dotychczas przeprowadzonych badań w tym zakresie - wprowadza element nowości, jakim jest pomiar mobilności dokonywany na wysoce zagregowanych danych, na poziomie sektorów gospodarki.

MOBILNOŚĆ MIĘDZYSEKTOROWA A NIERÓWNOŚCI

Większość badań nad związkiem mobilności międzysektorowej i poziomu nierówności płacowych bazuje na twierdzeniu Friedmana (1962), iż wśród dwóch społeczeństw z jednakowymi rozkładami dochodów, to właśnie kraj z najwyższym poziomem mobilności jest bardziej egalitarny. Friedman wskazuje też na to, iż wyższa mobilność płacowa jest oznaką bardziej dynamicznej, elastycznej i wydajnej gospodarki, a także jest czynnikiem wyrównującym szanse.

Pojęcie mobilności płacowej jest bardzo blisko spokrewnione z nierównościami płac, zarówno w wymiarze przejściowym jak i trwałym i jest regulowane przez relatywne zmiany w poziomach obu tych składników. Rozwój trwałych nierówności może być spowodowany poprzez rosnące pokłady kapitału ludzkiego takie jak np.: zwrot nakładów na edukację, trening przy pracy – staż, umiejętności, doświadczenie oraz innych czynników stałego – trwałego elementu płacy. Oznacza to, iż wzrosłaby również relatywnie pozycja płacowa wysoko wykwalifikowanych pracowników [Mincer 1974; Hause 1980]. Niektóre ze zmian składowych stałych mogą wpływać jednocześnie na składowe przejściowe nierówności płac. Przykładem takiej sytuacji może być np. okres, w którym dokonują się zmiany na linii technologia – umiejętności pracowników. Może zarówno występować nagły wzrost popytu na specyficzne umiejętności jak i spadek stabilności struktur płacowych, jako że firmy mogą obawiać się braku pokrycia tych specyficznych umiejętności przez swoich pracowników [Katz, Autor 1999]. Z drugiej jednak strony część badaczy ostrzega, iż rosnące zwroty nakładów na umiejętności mają znacznie większy wpływ na długookresowe nierówności płac niż wzrost w składniku trwałym nierówności [Katz, Autor 1999; Moffitt, Gottschalk 2002].

Badania nad ogólnym pojęciem nierówności i ich wpływem na mobilność prowadzili między innymi: Burkhauser i in. (1997), Buchinsky, Hunt (1999), Dickens (2000), Cardoso (2006). Bardzo ciekawe analizy w ostatnich latach w tym zakresie przeprowadzili również Kopczuk, Saez, Song (2010). Na podstawie indywidualnych danych sięgających 1937 roku (USA) przedstawili oni kompleksowe badania wpływu nierówności na poziom mobilności płacowych. Nierówność rocznych płac układała się w kształcie krzywej „U”, opadając gwałtownie w 1953 roku, następnie przechylając się ku górze. Krótkoterminowe wskaźniki mobilności natomiast otrzymano na niskich poziomach. Nawiązując natomiast do samej struktury płac, ruchliwość w górnych partiach rozkładu okazała się bardzo stabilna (nie wykazano znaczących wahań od lat 70-tych XX wieku).

Badania nad zależnością mobilność płac – nierówności i teorie krzywej o kształcie litery „U” stały się niezwykle popularne. Dotyczyły one nie tylko mobilności indywidualnej, ale także np. stanowiskowej, sektorowej. Manovskii i in. (2009) zweryfikowali tę teorię na gruncie indywidualnych danych dotyczących stanowisk. Otrzymane rezultaty pokazały, iż w nisko i wysoko opłacanych zawodach prawdopodobieństwo zmiany pracy było najwyższe (ponad $\frac{3}{4}$ badanych zasobów wykazywało tę cechę). Wyjątek stanowili pracownicy pozostający w tej samej firmie oraz w przedsiębiorstwach o spadkowej produktywności (tam z kolei jedynie najgorzej lub też najlepiej opłacani decydowali się odejść).

Z zagadnieniem krzywej „U” wiąże się kilka teorii. Po pierwsze nawiązać należy do badań McCall (1990) oraz Neala (1999) wywodzących się z kolei z pierwotnej wersji teorii przedstawionej przez Jovanovic (1979). Przedstawia ona ideę, jakoby stanowiska były jednakowe pod względem wymagań dotyczących umiejętności, lecz pracownicy odnajdywali je w pewnych momentach czasu jako niezwykle osobliwe. Badania nawiązujące do tego trendu przewidują, iż pracownicy o niskich płacach opuszczają stanowisko, a ich następny wybór jest czysto przypadkowy. Po drugie w modelach rozszerzających nieco pojęcie zasobu kapitału ludzkiego Lucasa i in. (1974) takich jak np. badania prowadzone przez Kambourov, Manovskii (2005), czy też Alvarez, Shimer (2009), wyjaśnia się nachylenie krzywej poprzez fakt, iż pracownicy o niskim poziomie płacy (czyli niejako kapitału ludzkiego) są pierwszymi w kolejności do zmiany pracy (w przypadku spadku popytu na pracę), natomiast pracownicy o płacach wysokich zwykle czekają na poprawę okoliczności rynkowych. W przypadku wzrostowego trendu popytu, nikt nie zmienia stanowiska pracy. Płaca, którą otrzymuje osoba podejmująca nową pracę jest niezależna od otrzymywanej na poprzednim stanowisku.

Ostatnim trendem w literaturze, który zdaje się częściowo tłumaczyć zjawisko istnienia krzywej „U” jest zapoczątkowany przez Roya (1951) model absolutnej przewagi: wysoko opłacani pracownicy na stanowiskach o niskim poziomie produktywności opuszczają je, gdy produktywność spada w czasie w porównaniu do tej, która obecna jest na „lepszem” stanowisku. Standardowa

wersja tego modelu, jak i liczne badania w tej kwestii, np. Moscarini (2001), zdają się potwierdzać tę tezę jedynie połowicznie (na niskim, lub tylko na wysokim poziomie płac). Do zwolenników teorii krzywej „U” w kontekście mobilności i nierówności płacowej w literaturze wymienić można również takich autorów jak np.: Lindert (2000), czy też Ferrie (2008).

MATERIAŁ STATYSTYCZNY

Do analizy wybrano grupę 19 krajów należących do Organizacji Współpracy Gospodarczej i Rozwoju (ang. Organization for Economic Cooperation and Development, w skrócie OECD). Zakres czasowy analizy dotyczy lat 1994 - 2010. Zgromadzony i oczyszczony, a także ujednolicony przez autora materiał statystyczny dotyczący sektorowych płac w krajach OECD w całości pochodzi z bazy danych udostępnionej przez Międzynarodową Organizację Pracy (ang. International Labour Organization – ILO)¹. Do 2013 roku jej baza danych nosiła nazwę Laborsta i zawierała dane statystyczne do roku 2008. Od roku 2014 bazę Laborsta zastąpiła ujednolicona, nowsza jej wersja, zawierająca także dane z 2009 i 2010 roku (Ilostat²). W bazach tych dostępne są dane dotyczące rynku pracy dla 230 krajów i terytoriów, w tym około 100 różnorodnych wskaźników (rocznych, krótkookresowych).

Dane makroekonomiczne wybranych do analizy mobilności krajów OECD pochodzą z bazy danych statystycznych Ilostat (wskaźnik nierówności płacowych – współczynnik Giniego).

Analiza mobilności międzysektorowej płac, a następnie jej porównanie z poziomem nierówności płacowych w grupie krajów OECD wymaga, aby spełniony został szereg podstawowych warunków, zabezpieczających rzetelność i pełną interpretowalność otrzymanych wyników:

- jednakowy wymiar czasowy analizy mobilności płac badanych krajów,
- jednakowa klasyfikacja sektorowa działalności gospodarczej ISIC³ dla danych dotyczących płac we wszystkich badanych krajach w rozpatrywanym wymiarze czasowym.

Spójność zarówno czasowa jak i klasyfikacyjna struktur płacowych zachowana jest w pełni w 9 z 19 wybranych do analizy krajach. Częściowe braki danych występują głównie w strukturach płacowych (m. in. często prezentowano je w postaci połączonych sektorów np. A+B (rolnictwa i rybołówstwa), lub też istniały braki danych w wybranych sektorach we wszelkich dostępnych źródłach

¹ Adres internetowy bazy: <http://laborsta.ilo.org>

² Adres internetowy bazy: <http://www.ilo.org/ilostat/>

³ ISIC - akronim angielskiej nazwy: The International Standard Industrial Classification of All Economic Activities (tłum.: Międzynarodowa Standardowa Klasyfikacja Rodzajów Działalności).

danych. Stąd, aby wykorzystać dane z całej grupy 19 krajów, do analizy mobilności wykorzystano tę samą część struktury sektorowej (połączono sektory A oraz B) – zachowana została w ten sposób w maksymalnym możliwym stopniu porównywalność w zakresie rozpatrywanych krajów.

POMIAR MOBILNOŚCI MIĘDZYSEKTOROWEJ

W pracy stosowane jest najmniej popularne rozwiązanie – zagregowane do poziomu sektorów dane oraz estymacja z użyciem modelu prawdopodobieństwa Markova [Markov 1906]. Macierze przejść są szeroko stosowanym narzędziem w analizie mobilności i kompleksowo obrazują zmiany, jakie zachodzą w rozkładach płac, dochodów, czy też wszelkich innych zmiennych, w czasie. W przypadku analiz dynamiki dochodów, czy też płac, szczególnie popularne jest dzielenie rozkładu na kwantyle, a następnie obserwacja dynamiki za pomocą macierzy przejścia. Tego typu przypadek wymaga jednak stosowania danych indywidualnych i nie jest rozpatrywany w niniejszej pracy. Niezwykle rzadko sięgano jak dotąd w badaniach po dane zagregowane. Również w przypadku stosowania modeli Markowa (a nie jak wspomniano już wcześniej opisowej analizy wg kwantyli) w celu szacowania macierzy przejść autorzy najczęściej używali różnego rodzaju mikrodanych (w większości pochodzących z krajowych bądź międzynarodowych baz danych panelowych).

W przypadku danych o wysokim stopniu agregacji nie jest możliwe zastosowanie estymatora największej wiarygodności. Jednakże, jeśli szereg czasowy struktur danych jest wystarczająco długi, możliwe jest oszacowanie macierzy przejść z użyciem danych zagregowanych wykorzystując metody programowania kwadratowego. Założyć wówczas należy, iż zamiast obserwacji indywidualnych przejść, obserwować będziemy jedynie zagregowane proporcje, $y_j(t)$ oraz $y_i(t-1)$, które reprezentują proporcje obserwacji z sektorów j oraz i w dwóch kolejnych okresach czasu. Zgodnie z niezwykle istotnymi badaniami nad techniką estymacji markowskich macierzy przejść dla zagregowanych danych przeprowadzonymi przez Lee, Judge, Zellner (1970) można w tym przypadku również dokonywać zapisu w formie macierzowej. Autorzy ci sugerują zminimalizowanie sumy kwadratów błędów w równaniu poprzez zastosowanie metody najmniejszych kwadratów, z wyłączeniem ograniczeń liniowych prawdopodobieństw przejścia p_{ii} . Metoda najmniejszych kwadratów jest wg nich równoważna rozwiązaniu problemu programowania kwadratowego. Podejście to było kontynuowane przez Kalbfleisch, Lawless (1984) oraz Kalbfleisch, Lawless, Vollmer (1983), a także w pracy Jones (2005). MacRae (1977) zauważa, iż wariancja błędu szacowanego prawdopodobieństwa przejścia zależy od wielkości y_{t-1} , a więc używając estymacji metodą najmniejszych kwadratów otrzymamy zgodne, lecz nie efektywne oceny.

W przypadku macierzy prawdopodobieństw przejść oszacowanych procedurą Markowa, reprezentującą zmiany na przestrzeni lat w poziomach płac w

strukturze sektorowej w danym kraju, sam proces mobilności rozumiany jest jako wszelkie odstępstwo od macierzy, w której obserwujemy jedynki na głównej przekątnej. W przeciwnym przypadku idealnej mobilności – sytuacja nie jest już tak łatwa do określenia, gdyż sam układ elementów macierzy może w specyficznych przypadkach doprowadzić do błędnych wniosków [Bartholomew 1996]. Aby uniknąć tego typu sytuacji, w opracowaniu skalarnej wielkości opisującej na podstawie macierzy przejścia zjawiska mobilności, które łatwo mogłoby zostać poddane interpretacji, brano pod uwagę szereg własności, które taki wskaźnik powinien posiadać (m. in. normalizacja, monotoniczność, maksymalna mobilność, silna niemobilność, silne maksimum mobilności).

W pracy wykorzystano wskaźnik, który jest najczęściej stosowanym indeksem we wszelkich tego typu (bazujących na macierzach prawdopodobieństw przejść) badaniach mobilności, przedstawionym w pracy Bartholomea (1982) –

wskaźnik IB określony wzorem:
$$IB = \frac{m - m \sum_{i=1}^m \pi_i p_{ii}}{m - 1}$$
, gdzie: m oznacza liczbę

stanów (sektorów), p_{ii} – prawdopodobieństwo przejścia, natomiast π_i – waga. W szczególnym przypadku, kiedy $\pi_i = 1/m$ indeks IB jest równoważny indeksowi Prais – Shorrocksa. Wskaźnik ten nie spełnia warunku normalizacji. Bazuje on wyłącznie na informacji pochodzącej z głównej przekątnej macierzy przejść. Dla kwantylowych macierzy przejść, gdzie wagi w liczniku wskaźnika są jednakowe dla każdej klasy (z m klas - sektorów), możliwa jest normalizacja tego wskaźnika. Z oczywistych względów nie może ona być jednak stosowana dla macierzy sektorowych.

WYNIKI ANALIZY EMPIRYCZNEJ

Wyniki przeprowadzonej analizy mobilności płac w układzie sektorowym, z użyciem macierzy prawdopodobieństw przejścia, wraz z poziomem nierówności płacowych wyrażonych współczynnikiem Giniego przedstawiono w Tabeli 1.

Jak już wspomniano, wskaźnik IB nie spełnia warunku normalizacji, a więc jego wartości nie należą do zakresu od 0 do 1. Najniższą zagregowaną mobilność płacową obserwujemy w Holandii, Słowenii, Wielkiej Brytanii, Czechach, Norwegii, natomiast najwyższą w Meksyku, Szwecji, Nowej Zelandii, Finlandii, Danii czy też w Australii.

Tabela 1. Wyniki analizy mobilności międzysektorowej płac oraz poziom nierówności płac.

LP	Kraj	IB	Gini
1	Australia	3,1772	0,07514
2	Czechy	2,5088	0,1907
3	Dania	2,8209	0,0952
4	Estonia	2,9153	0,1784
5	Finlandia	3,6368	0,0653
6	Holandia	1,9345	0,0807
7	Izrael	3,2046	0,2792
8	Kanada	2,3795	0,1634
9	Korea	3,0987	0,1308
10	Meksyk	3,4111	0,2436
11	Norwegia	1,8698	0,0955
12	Nowa Zelandia	4,1289	0,1261
13	Polska	2,0962	0,1718
14	Portugalia	3,0079	0,1947
15	Słowacja	2,1633	0,1668
16	Słowenia	1,9936	0,1217
17	Szwecja	3,4791	0,0656
18	W. Brytania	1,8855	0,1127
19	Węgry	2,4912	0,2075

Źródło: obliczenia własne

W drugiej kolejności dokonano zestawienia poziomów nierówności płacowych z otrzymanymi wskaźnikami mobilności płac zmierzonymi przy użyciu miary IB. Wyniki przedstawiono w zestawieniu zawartym w Tabeli 2 (współczynnik korelacji rang Spearmana wraz z testem istotności statystycznej). Jak wynika z przedstawionej analizy zależności nieparametrycznej, w pełnym ujęciu⁴ współczynnik korelacji rangowej (R) uzyskał dość znaczną wartość i dodatni znak. Jedynie w przypadku całościowego porównania (dla wszystkich rozpatrywanych krajów) poziomów nierówności płacowych z mobilnością płacową wskaźnik ten wykazał niższe natężenie związku.

⁴ 19 przypadków wynika z połączenia w analizie korelacji wyników analizy mobilności zarówno dla krajów o pełnej jak i niepełnej klasyfikacji sektorowej (brak informacji o sektorze rolniczym), 9 krajów - pełna klasyfikacja.

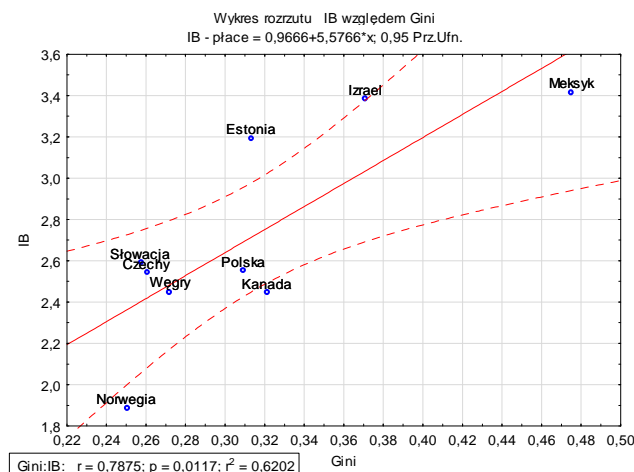
Tabela 2. Wyniki analizy korelacji rang Spearmana – mobilność / poziom nierówności płac.

Klasyfikacja sektorowa	N	R	t(N-2)	p
Pełna	9	0,783333	3,334136	0,012520
Pełna + niepełna	19	0,377444	1,72927	0,100873

Źródło: obliczenia własne

Zależność tę przedstawiono również na Rysunku 1 dla krajów o pełnej klasyfikacji sektorowej (linia regresji wraz z 95 – procentowym przedziałem ufności). Współczynnik korelacji liniowej Pearsona w przypadku związku z poziomem mobilności płacowej wynosi $r = 0,785$ i jest istotny statystycznie ($p = 0,0117$). Zależność ta, mierzona współczynnikiem determinacji r^2 , wyniosła ponad 0,62, co oznacza, iż nierówności płacowe objaśniają ruchliwość płac w zakresie międzysektorowym w 62%. W pozostałych 38%, wpływ na mobilność mają pozostałe, nie uwzględnione w analizie czynniki.

Rysunek 1. Międzysektorowa mobilność płac a poziom nierówności płacowych.



Źródło: obliczenia własne

WNIOSKI I REKOMENDACJE

Podsumowując należy podkreślić, iż zarówno mobilność międzysektorowa płac wykazała w przypadku badania z użyciem indeksu IB niezwykle silną, dodatnią oraz istotną statystycznie zależność z poziomem nierówności płacowych (wyrażonych współczynnikiem Giniego). Nadmienić należy, iż analiza dotyczy wyłącznie okresu 1994 – 2010 oraz wybranych krajów OECD. Miała ona charakter pilotażowy nie tylko z tego względu, lecz również z powodu wykorzystania zagregowanych danych oraz dokonania na ich podstawie estymacji markowskich

macierzy przejścia, włącznie z kalkulacją miernika mobilności wynikającego z układu prawdopodobieństw przejść.

Na podstawie przeprowadzonych w niniejszej pracy analiz empirycznych można dokonać twierdząco odpowiedzi na postawione we wstępie pytanie badawcze, iż wyższemu poziomowi nierówności płacowych odpowiada wyższe natężenie mobilności międzysektorowej płac. Dodatni współczynnik korelacji liniowej wykazał wysokie natężenie i istotność statystyczną dla krajów o pełnej klasyfikacji ($r = 0,787$, $p = 0,01$, $r^2 = 0,62$). Również pomiar nieparametryczny w grupie krajów o pełnej, jak i niepełnej klasyfikacji sektorowej wykazał pozytywną zależność, niezmiernie silną w grupie krajów o pełnej klasyfikacji ($R = 0,78$, $p = 0,01$). Jak się jednak okazało, nie jest to jednak wystarczające w celu zaobserwowania na wykresie rozrzutu (zarówno dla próby liczącej wszystkie rozpatrywane kraje, jak i tylko te, o pełnej klasyfikacji sektorowej) przebiegu regresji w kształcie krzywej „U”. W celu kontynuowania procesu jej weryfikacji rekomendowane jest dalsze zgłębianie przedstawionej w pracy analizy, poprzez zastosowanie szerszej próby badawczej oraz zakresu czasowego, włącznie z pełniejszym układem klasyfikacji sektorowej ISIC 3.1. oraz najnowszym ISIC 4.

BIBLIOGRAFIA

- Bartholomew D. J. (1982) *Stochastic models for social processes*, Wiley, New York.
- Bartholomew D. J. (1996) *The statistical approach to social measurement*, Academic Press, New York.
- Buchinsky M., Hunt J. (1999) Wage mobility in the United States, *Review of Economics and Statistics*.
- Burkhauser R. V., Poupore J. G. (1997) A cross-national comparison of permanent inequality in the United States and Germany, *Review of Economics and Statistics*.
- Cardoso A. R. (2006) Wage mobility: Do institutions make a difference?, *Labour Economics*, 13, 387–404.
- Dickens R. (2000) The evolution of individual male earnings in Great Britain: 1975-95, *Economic Journal*, 110, 27–49.
- Ferrie J. (2008) *Moving through time: mobility in America since 1850*, Cambridge University Press.
- Friedman M. (1962) Capitalism and freedom: the relation between economic freedom and political freedom, *Capitalism and Freedom*, 7–17.
- Hause J. C. (1980) The fine structure of earnings and the on-the-job training hypothesis, *Econometrica*, 48, 1013–1029.
- Jones T. (2005) Estimating Markov transition matrices using proportions data: an application to credit risk, IMF Working Paper No. 219.
- Jovanovic B. (1979) Firm-specific capital and turnover, *Journal of Political Economy*.
- Kalbfleisch J. D., Lawless J. F. (1984) Least-squares estimation of transition probabilities from aggregate data, *Canadian Journal of Statistics*, Vol. 12, no. 3, 169–82.
- Kalbfleisch J.D., Lawless J.F., Vollmer W.M. (1983) Estimation in Markov models from aggregate data, *Biometrics*, 39, 907-919.

- Kambourov G., Manovskii I. (2005) Accounting for the changing life-cycle profile of earnings, University of Pennsylvania, Mimeo.
- Kambourov G., Manovskii I. (2009) Occupational specificity of human capital, *International Economic Review*, 50, 63–115.
- Katz L., Autor D. (1999) Changes in the wage structure and earnings inequality, *Handbook of Labor Economics*, Vol. 3, 1463–1555.
- Kopczuk W. E. S. (2010) Earnings inequality and mobility in the United States: evidence from social security data since 1937, *Quarterly Journal of Economics*, 125, 91–128.
- Lee T. C., Judge G. G., Zellner A. (1970) Estimating the parameters of the Markov probability model from aggregate time series data, Amsterdam: North Holland.
- Lindert P. (2000) When did inequality rise in Britain and America?, *Journal of Income Distribution*.
- Lucas R., Prescott E. C. (1974) Equilibrium search and unemployment, *Journal of Economic Theory*, Elsevier, vol. 7(2), 188-209.
- MacRae E. (1977) Estimation of time-varying Markov processes with aggregate data, *Econometrica*, vol. 45, 183–98.
- Markov A.A. (1906) Rasprostranenie zakona bol'shikh chisel na velichiny, zavisyaschie drug ot druga, *Izvestiya Fiziko-matematicheskogo obschestva pri Kazanskom universitete*, Ser. 2, 15, 135-156.
- McCall B. P. (1990) Occupational matching: a test of sorts, *Journal of Political Economy*, University of Chicago Press, vol. 98(1), 45-69.
- Mincer J. (1974) Schooling, experience, and earnings. *Human Behavior & Social Institutions*, No. 2. NBER I.
- Moffitt R. A., Gottschalk P. (2002) Trends in the transitory variance of earnings in the United States, *Economic Journal*, 112.
- Moscarini G. (2001) Excess worker reallocation, *Review of Economic Studies*, 68, 593–612.
- Neal D. (1995) Industry - specific human capital; evidence from displaced workers, *Journal of Labor Economics* 13, 653 – 677.
- Roy A. (1950) The distribution of earnings and of individual output, *Economic Journal*, 6a, 489-503.
- Shimer R., Alvarez F. (2009) Unemployment and human capital, *Meeting Papers 28*, Society for Economic Dynamics.

AGGREGATED MOBILITY VS. WAGE INEQUALITY

Abstract: The paper presents a discussion on the relationship between the level of wage inequality and generalized, aggregate wage mobility. The idea is based on the Friedman's (1962) hypothesis, that among the two populations with equal distributions of income, the country with the highest level of mobility is more egalitarian. Studies on the general concept of inequalities and their impact on mobility performed among others: Burkhauser (1997), Buchinsky, Hunt (1999), Dickens (2000), Cardoso (2006). Very interesting analysis in recent years on this issue is done by Kopczuk, Saez, Song (2010). On the basis of individual data spanning 1937 (in the U.S.) they presented a comprehensive study on the impact of inequality on the level of wage mobility. Inequality of annual wage took a shape of the "U" - curve, dropping sharply in 1953, then tilting upwards. Referring to the pay structure, motility in the upper distribution has proved to be very stable (no significant fluctuations in the 70s of the twentieth century). Research on the relationship of wage mobility - inequality and theories of the "U" - curve have become extremely popular in recent years. This paper tries to verify research in this area with the use of the new approach - mobility measured with the highly aggregated data (intersectoral mobility).

Keywords: mobility, wage mobility, wage inequality, inequality, general mobility, measures of mobility, intersectoral mobility

ASYMETRIA WPŁYWU CENOWYCH SZOKÓW NAFTOWYCH NA PRODUKCJĘ ORAZ INFLACJĘ WYBRANYCH KRAJÓW UNII EUROPEJSKIEJ¹

Andrzej Geise

Katedra Ekonometrii i Statystyki, Uniwersytet Mikołaja Kopernika
e-mail: a.geise@doktorant.umk.pl

Streszczenie: W pracy podjęto temat relacji między poziomem cen ropy naftowej a aktywnością ekonomiczną wybranych gospodarek Unii Europejskiej. Badano różnice we wpływie szoków naftowych na poziom produkcji i inflacji w gospodarkach Francji, Niemiec, Holandii, Wielkiej Brytanii, Unii Europejskiej, Polski, Czechach i Węgier. Weryfikacji poddano następującą hipotezę badawczą: Ceny ropy naftowej charakteryzują się asymetrycznym wpływem na poziom produkcji oraz inflacji w gospodarkach UE. Do weryfikacji hipotezy wykorzystano ekonometryczne metody analizy szeregów czasowych.

Słowa kluczowe: produkcja, inflacja, ceny ropy naftowej, ARDL, Unia Europejska, szoki cenowe, analiza odpowiedzi impulsowych

WSTĘP

Ropa naftowa od końca XIX wieku zyskiwała na znaczeniu, obecnie jest najważniejszym surowcem strategicznym, który decyduje o wielu aspektach polityki i gospodarki światowej. Dostępność ropy naftowej, jak i poziom jej cen na rynkach światowych mają ogromny wpływ na sytuację gospodarczą wielu państw. Rosnące znaczenie ropy wynikało przede wszystkim z licznych zastosowań surowca oraz zalet technologicznych, które obejmują m.in. wysoką wartość opałową, brak stałych i ciekłych odpadów po spalaniu, możliwość praktycznego wykorzystania wszystkich produktów otrzymanych w wyniku procesu rafinacji. Ekonomiczne znaczenie szoków naftowych badane, i opisywane jest w wielu

¹ Praca sfinansowana z grantu badawczego Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania UMK o numerze 1844-E. Grant realizowany w okresie od V do X 2014 roku.

artykułach. Szczególnie duży wpływ na rozwój gospodarczy miały pierwszy (1973-74) oraz drugi (1979-1980) szok naftowy wywołane przez ówczesną sytuację geopolityczną świata oraz dynamiczny wzrost cen ropy. Po doświadczeniach kryzysu naftowego gospodarki importujące surowiec podejmowały działania mające na celu zmniejszenie podatności na fluktuacje cenowe ropy.

W pracy podjęto temat relacji między poziomem cen ropy naftowej a aktywnością ekonomiczną wybranych gospodarek Unii Europejskiej. Badano różnice we wpływie szoków naftowych na poziom produkcji i inflacji. Weryfikacji poddano następujące hipotezy badawcze:

H_0 : *Ceny ropy naftowej charakteryzują się asymetrycznym wpływem na poziom produkcji oraz inflacji w gospodarkach Unii Europejskiej,*

H_1 : *Ceny ropy naftowej charakteryzują się symetrycznym wpływem na poziom produkcji oraz inflacji w gospodarkach Unii Europejskiej.*

Dane wykorzystane w badaniu obejmują okres od I 1996 do X 2013 r. oraz pochodzą z baz danych OECD i IEA.

Przegląd badań empirycznych powiązań aktywności gospodarczej ze zmianami cen ropy naftowej

Wiele badań empirycznych dotyczących analizy powiązań między szokami naftowymi a procesami makroekonomicznymi wskazuje, że wzrosty w cenach ropy mają istotny i negatywny wpływ na wzrost gospodarczy, oraz prowadzą do wzrostu presji inflacyjnej w krajach importujących surowiec². Hamilton [1983] zidentyfikował silną zależność istniejącą pomiędzy cenami ropy naftowej a kolejnymi kryzysami gospodarczymi USA w okresie po drugiej wojnie światowej, co wskazuje na istnienie korelacji między cenami ropy naftowej a recesją w gospodarce. W kolejnych latach rozgorzała dyskusja nad faktem, czy relacja między zmianami cen ropy a wzrostem gospodarczym ma charakter związku nieliniowego. Mork [1989], [1994] wskazał, że wpływ wzrostów cen ropy na poziom PKB ma odmienny skutek, niż spadki cen ropy, i potwierdził, że występuje asymetria wpływu cen surowca na gospodarkę. W kolejnych latach dostarczono również dowodów na to, że nie tylko istnieje asymetria wpływu cen ropy na gospodarkę, ale wskazano również, że wzrosty cen ropy naftowej po długich okresach stabilizacji cen mają znacznie bardziej poważne skutki dla aktywności gospodarczej, niż te, które stanowią zaledwie korektę w stosunku do większych spadków cen ropy w poprzednich kwartałach³.

² Rasche, Tatom (1981), Darby (1982), Hamilton (1983), Burbridge, Harrison (1984), Gisser, Goodwin (1986).

³ Lee, Ni, Ratti (1995), Hamilton (1996), Hamilton (2003), Jimenez-Rodriguez (2005).

Modelowanie zależności przy wykorzystaniu modelu autoregresji z rozłożonymi opóźnieniami

Ogólny model autoregresji z rozłożonymi opóźnieniami, ARDL(p, q_1, q_2, \dots, q_k) ma następującą postać:

$$A(u)Y_t = \sum_{i=1}^k B_i(u)X_{it} + \eta_t \quad (1)$$

gdzie: $A(u) = 1 - \alpha_1 u - \alpha_2 u^2 - \dots - \alpha_p u^p$, $B(u) = \beta_{i0} + \beta_{i1} u - \beta_{i2} u^2 - \dots - \beta_{iq_i} u^{q_i}$ są operatorami opóźnień.

Model (1) można rozszerzyć poprzez dodanie wektora zmiennych deterministycznych (trend deterministyczny, zerojedynkowe zmienne sezonowe). Wówczas model ten przyjmuje postać:

$$A(u)Y_t = \sum_{i=1}^k B_i(u)X_{it} + \delta' w_t + \eta_t \quad (2)$$

Model w postaci (1) jest wyjściowym, „ogólnym” modelem od którego rozpoczęto analizę. Model ARDL jest przykładem modelowania od „ogólnego do szczególnego”, gdzie proces budowy dynamicznego modelu zaczyna się od rozbudowanego modelu, a kończy na modelu zredukowanym za pomocą testów statystycznych. Model taki przy założeniu stacjonarności analizowanych procesów oraz poprawności specyfikacji opóźnień czasowych jest jednocześnie zgodnym dynamicznym modelem ekonometrycznym dla procesów stacjonarnych [Piłatowska 2003].

Empiryczne modele wpływu zmian cen ropy naftowej na produkcję przemysłową oraz inflację w wybranych państwach Unii Europejskiej

Analizę wpływu szoków naftowych na aktywność gospodarczą wybranych państw Unii Europejskiej, mierzoną zmianami poziomu produkcji przemysłowej oraz indeksu cen konsumpcyjnych, rozpoczęto od zbadania stopnia zintegrowania rozpatrywanych procesów. W zależności od stopnia zintegrowania zmiennych analizowano poziomy procesów bądź przyrosty procesów.

Tabela 1. Wyniki testu ADF pierwiastka jednostkowego w badanych procesach ekonomicznych

Test ADF		FR	DE	NL	UK	UE	HU	CZ	PL
IPP	C	-1,259 (0,648)	-3,315 (0,015)	-0,736 (0,834)	-0,496 (0,888)	-2,355 (0,156)	0,398 (0,983)	-1,383 (0,591)	-1,459 (0,553)
	C + t	-1,573 (0,801)	-1,039 (0,935)	-1,774 (0,714)	-1,222 (0,922)	-1,098 (0,926)	-1,814 (0,696)	-1,333 (0,877)	-1,372 (0,866)
Δ IPP	C	-10,77 (0,000)	-9,474 (0,000)	-11,59 (0,000)	-6,310 (0,000)	-4,856 (0,000)	-10,12 (0,000)	-7,654 (0,000)	-8,549 (0,000)
CPI	C	-5,564 (0,000)	-4,964 (0,000)	-6,586 (0,000)	-7,534 (0,000)	-7,209 (0,000)	-6,615 (0,000)	-11,41 (0,000)	-3,979 (0,002)
	C + t	-5,652 (0,000)	-6,688 (0,000)	-6,591 (0,000)	-2,072 (0,000)	-7,878 (0,000)	-7,336 (0,000)	-11,43 (0,000)	-4,849 (0,000)

Źródło: obliczenia własne w programie Stata13

W nawiasach podano wartości prawdopodobieństwa testowego p -value, C oznacza wersję testu ADF z dryfem, natomiast C + t oznacza wersję testu ADF z trendem

Indeks produkcji przemysłowej dla wszystkich badanych gospodarek okazał się być procesem niestacjonarnym, zintegrowanym w stopniu pierwszym. W związku z powyższym w dalszej części pracy posłużono się różnicami logarytmów wartości indeksu produkcji. Stopa inflacji w krajach uwzględnionych w badaniu jest stacjonarna. Pozwala to zastosować poziomy stopy inflacji w dalszym badaniu.

Wykorzystując autoregresyjne modele z rozłożonymi opóźnieniami (ARDL) została zbadana asymetria wpływu zmian cen ropy naftowej w wybranych państwach Unii Europejskiej na poziom produkcji przemysłowej oraz inflacji. Modele dla produkcji oraz inflacji przyjęły następujące postaci:

$$\Delta IPP_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^k \alpha_i \Delta IPP_{t-i} + \sum_{j=0}^n \gamma_j^+ \Delta O_{t-j}^{Brent+} + \sum_{j=0}^m \gamma_j^- \Delta O_{t-j}^{Brent-} + \varepsilon_t \quad (3)$$

$$\Delta IPP_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^k \alpha_i \Delta IPP_{t-i} + \sum_{j=0}^n \gamma_j^+ NPI_{t-j}^{Brent} + \sum_{j=0}^m \gamma_j^- \Delta O_{t-j}^{Brent-} + \varepsilon_t \quad (4)$$

$$CPI_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^k \alpha_i CPI_{t-i} + \sum_{j=0}^n \gamma_j^+ \Delta O_{t-j}^{Brent+} + \sum_{j=0}^m \gamma_j^- \Delta O_{t-j}^{Brent-} + \varepsilon_t \quad (5)$$

$$CPI_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^k \alpha_i CPI_{t-i} + \sum_{j=0}^n \gamma_j^+ NPI_{t-j}^{Brent} + \sum_{j=0}^m \gamma_j^- \Delta O_{t-j}^{Brent-} + \varepsilon_t \quad (6)$$

Wyniki oszacowań parametrów dla modeli produkcji i inflacji w wybranych krajach nie zostały zaprezentowane ze względu na ograniczoną liczbę stron artykułu - pełne wyniki dostępne u autora. Empiryczne modele ARDL opisują zależność produkcji i inflacji od cen ropy naftowej. Zależność ta przejawia się w istotności oszacowań parametrów modeli (3) i (4) przy poziomie istotności 10%. Przyrosty produkcji przemysłowej zależą zarówno od bieżących przyrostów cen

ropy, jak również od tych sprzed dwóch okresów. W przypadku modeli dla Holandii, Węgier i Polski oszacowano parametry modeli ARDL(1,1), gdzie uwzględniono pierwsze opóźnienia zmiennych objaśniających.

W przypadku modeli empirycznych produkcji dla grupy krajów UE, gdzie zmiennymi objaśniającymi są opóźnione przyrosty produkcji przemysłowej, wartości wskaźnika cen NPI⁴ oraz ujemne różnice logarytmów cen ropy Brent, wskazać należy, że najdalsze istotne opóźnienie sięga drugiego rzędu. Wyraźnie można tutaj zaobserwować zjawisko lepkości cen. Wpływ naftowego szoku cenowego na przyrosty produkcji przemysłowej w wybranych państwach Unii Europejskiej pojawia się stopniowo i dopełnia mechanizm transmisji szoku.

Empiryczne modele inflacji w wybranych gospodarkach opisują zależność między poziomem inflacji a dodatnimi i ujemnymi przyrostami logarytmów cen ropy naftowej, tak jak miało to miejsce w przypadku modeli produkcji. Dla badanych krajów dopasowano modele ARDL(2,2).

Testy przyczynowości w sensie Grangera przeprowadzone dla 8 gospodarek wskazują, iż wzrostowe szoki naftowe mierzone dodatnimi przyrostami cen ropy naftowej Brent są *G*-przyczyną dla poziomu inflacji tylko dla 4 gospodarek: Francji, Holandii, Węgier oraz Polski. Testy przyczynowości dla produkcji we wszystkich gospodarkach wskazują na brak podstaw do odrzucenia hipotezy, która zakłada, że wzrostowe szoki naftowe nie są *G*-przyczyną dla przyrostów produkcji. Silny wpływ na analizowane gospodarki mają spadkowe szoki naftowe mierzone ujemnymi przyrostami cen ropy naftowej Brent. Na podstawie testów przyczynowości można stwierdzić, że spadki światowych cen ropy naftowej są *G*-przyczyną zarówno dla wielkości produkcji przemysłowej jak i inflacji. Najślabsze wyniki w testowaniu przyczynowości otrzymano w modelach z NPI (por. tab. 2).

⁴ *Net Oil Price Increase* (NPI), miara zaproponowana przez J.D. Hamiltona (1996), który wskazuje, że nie wszystkie wzrosty cen ropy naftowej mają wpływ na zachowania uczestników rynku, decyzje gospodarstw domowych oraz przedsiębiorstw. Realne ceny ropy naftowej poddano następującej transformacji:

$$NPI_t^{Brent} = \max[0, (\ln(Oil_t^{Brent}) - \ln(\max(Oil_{t-1}^{Brent}, \dots, Oil_{t-12}^{Brent})))]$$

Zastosowanie przekształcenia pozwala ocenić wpływ „netto” wzrostów cen ropy naftowej na poziom produkcji przemysłowej oraz poziom inflacji w UE.

Tabela 2. Wyniki testu przyczynowości w sensie Grangera – test Walda

Hipoteza zerowa	FR	DE	NL	UK	UE	CZ	HU	PL
ΔO^{Brent+} ($\hat{G} \rightarrow$) ΔIPP	1,0619 (0,348)	0,7218 (0,487)	0,8994 (0,408)	1,1658 (0,314)	0,5663 (0,569)	1,4252 (0,243)	0,5959 (0,552)	0,9409 (0,392)
ΔO^{Brent+} ($\hat{G} \rightarrow$) CPI	6,0524 (0,003)	1,8589 (0,158)	3,1621 (0,044)	1,6424 (0,196)	1,3823 (0,253)	0,4771 (0,621)	2,3639 (0,097)	5,3028 (0,006)
ΔO^{Brent-} ($\hat{G} \rightarrow$) ΔIPP	18,2779 (0,000)	33,9079 (0,000)	9,7662 (0,000)	8,4922 (0,000)	12,304 (0,000)	7,272 (0,001)	18,1635 (0,000)	1,7281 (0,180)
ΔO^{Brent-} ($\hat{G} \rightarrow$) CPI	13,2937 (0,000)	4,2319 (0,016)	2,0332 (0,134)	14,259 (0,000)	5,4449 (0,005)	0,7774 (0,461)	4,9766 (0,008)	3,3104 (0,039)
NPI^{Brent} ($\hat{G} \rightarrow$) ΔIPP	0,0157 (0,984)	0,0771 (0,925)	1,1075 (0,332)	0,1523 (0,858)	0,4265 (0,653)	0,7782 (0,461)	0,3529 (0,703)	0,2799 (0,756)
NPI^{Brent} ($\hat{G} \rightarrow$) CPI	2,6972 (0,069)	0,0022 (0,998)	0,5957 (0,552)	0,8226 (0,440)	0,8294 (0,438)	0,8125 (0,445)	2,3168 (0,101)	3,8553 (0,023)

Źródło: obliczenia własne w programie Stata13

W nawiasach podano wartości prawdopodobieństwa testowego p -value, odrzucenie hipotezy zerowej przy poziomie istotności 10% zaznaczono pogrubioną czcionką, ($\hat{G} \rightarrow$) - oznacza: „~nie jest G -przyczyną~”.

Badanie asymetrii reakcji produkcji przemysłowej oraz inflacji na szoki naftowe wskazuje, że zarówno siła jak i kierunek wpływu szoku naftowego zależne są od przyjętej definicji szoku. Wyniki badania asymetrii dla wybranych gospodarek zaprezentowano w tabeli 3.

Tabela 3. Asymetria wpływu szoków cenowych na przyrosty produkcji oraz stopę inflacji

Asymetria wpływu	FR	DE	NL	UK	UE	CZ	HU	PL
Model produkcji opisany wg wzoru (3)								
$\Sigma\gamma^+$	-0,0382	-0,0471	-0,0073	-0,0267	-0,0089	-0,0352	-0,0595	-0,0458
$\Sigma\gamma^-$	0,112	0,162	0,0486	0,0587	0,0537	0,0576	0,1427	0,0592
Model produkcji opisany wg wzoru (4)								
$\Sigma\gamma^+$	-0,0593	-0,0499	-0,0426	-0,0277	-0,0124	-0,0142	-0,0421	-0,021
$\Sigma\gamma^-$	0,1123	0,1547	0,0541	0,0548	0,053	0,0455	0,1304	0,0473
Model inflacji opisany wg wzoru (5)								
$\Sigma\gamma^+$	0,0036	0,0001	-0,0036	0,0004	0,003	-0,0034	-0,0056	0,0016
$\Sigma\gamma^-$	0,0008	0,0046	0,0042	0,0096	0,0073	0,0066	0,0075	-0,0002
Model inflacji opisany wg wzoru (6)								
$\Sigma\gamma^+$	0,0069	0,0038	0,0018	0,0037	0,0031	0,0038	-0,0012	0,0062
$\Sigma\gamma^-$	0,0083	0,0042	0,0026	0,007	0,0004	0,0073	0,0054	-0,0016

Źródło: obliczenia własne w programie Stata13

Dla wybranych krajów UE zaobserwowano asymetrię wpływu szoków naftowych na przyrosty produkcji przemysłowej. Natomiast w przypadku inflacji asymetria ta nie jest aż tak widoczna. Zdefiniowanie szoku naftowego jako dodatnich przyrostów w poziomie cen ropy naftowej Brent daje w wyniku mniejszą reakcję produkcji na szok niż w przypadku zdefiniowania szoku naftowego jako wzrostu „netto” poziomu cen ropy. Badane kraje w podobny sposób reagują na wzrosty cen ropy naftowej ($\Sigma\gamma^+$ przyjmuje wartości z przedziału -0,0595 dla Węgier do -0,0073 dla Holandii). Asymetria ta uwidacznia się w przypadku wpływu na gospodarkę spadków światowych cen ropy naftowej. Gospodarki Francji, Niemiec oraz Węgier w większym stopniu reagują na spadki światowych cen ropy niż pozostałe gospodarki, gdzie wpływ ten wynosi odpowiednio: 0,112; 0,162 oraz 0,1427. Zestawiając modele produkcji przemysłowej w zależności od światowych cen ropy naftowej można stwierdzić, że istnieje rozbieżność we wpływie wzrostowych jak i spadkowych szoków naftowych, a także istnieje asymetria reakcji między analizowanymi gospodarkami, które tworzą wspólnie z innymi państwami Unię Europejską.

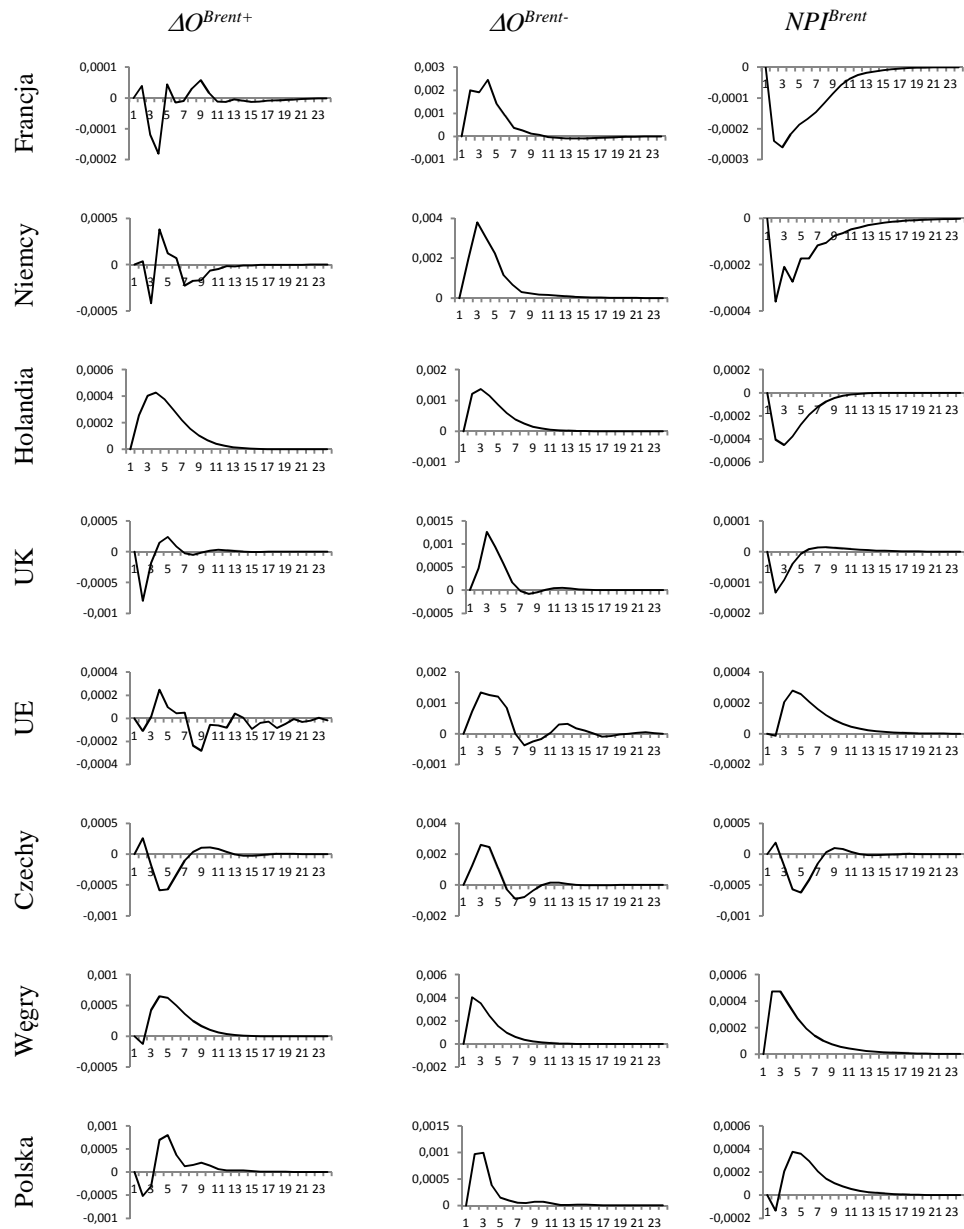
Badanie inflacji w wybranych krajach UE z kolei wskazuje na znacznie mniejszą rozbieżność w reakcji stopy inflacji na szoki naftowe. Asymetria reakcji stopy inflacji na wzrostowe jak i spadkowe szoki naftowe jest nieistotna statystycznie. W związku z tym w przypadku modeli inflacji dla badanej grupy krajów można wskazać na istnienie symetrycznej reakcji stopy inflacji na szoki naftowe (por. tab. 3).

Analiza odpowiedzi impulsowych produkcji oraz inflacji w wybranych państwach Unii Europejskiej

Asymetria bądź symetria wpływu szoków naftowych na przyrosty produkcji i stopę inflacji w wybranych krajach obserwowalna jest nie tylko w ocenie wielkości parametrów w analizowanych modelach, ale również w funkcjach odpowiedzi przyrostów produkcji, i stopy inflacji na impulsy szokowe. Reakcja produkcji na impulsy cenowe na światowym rynku ropy naftowej prezentuje wykres 1. Natomiast na wykresie 2 zaprezentowano wyniki reakcji inflacji na cenowe szoki naftowe.

Asymetria wpływu szoków naftowych jest bardziej widoczna na zaprezentowanych wykresach, gdyż obserwowalny jest prognozowany wpływ zmian produkcji oraz inflacji wybranych gospodarek na szok.

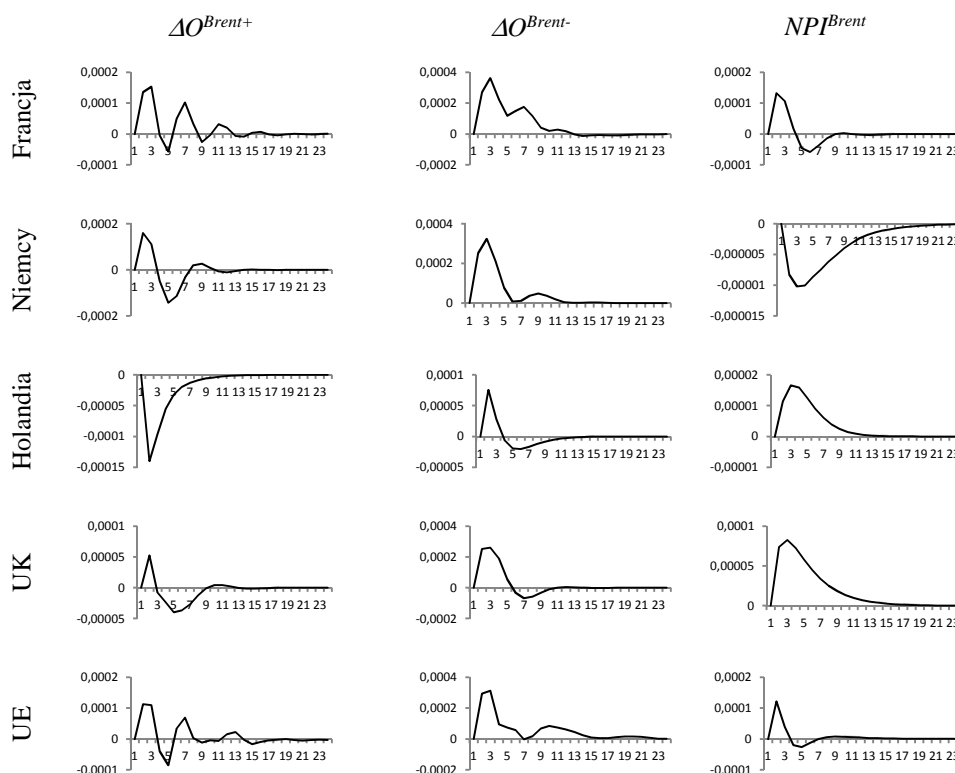
Rysunek 1. Reakcja indeksu produkcji przemysłowej na impulsy cenowe w badanych gospodarkach

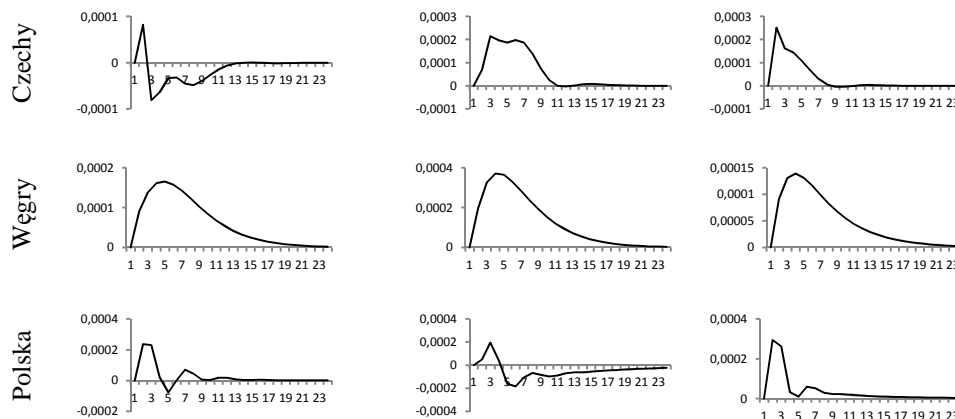


Źródło: obliczenia własne w programie Stata13

Na podstawie wykresu 1 można stwierdzić, że wzrostowy szok cenowy mierzony dodatnimi przyrostami poziomu cen powoduje wahania produkcji w Francji, Niemczech, Wielkiej Brytanii, Unii Europejskiej, Czechach i Polsce. W przypadku Holandii i Węgier szok ten powoduje wzrost produkcji. Wygaszenie szoku oraz stabilizację sytuacji można zauważyć średnio po 11 okresie. W przypadku wzrostowego szoku naftowego mierzonego wzrostem netto ceny ropy naftowej (NPI) reakcja produkcji w Francji, Niemczech, Holandii, Wielkiej Brytanii i Czech jest ujemna. Obserwuje się spadek poziomu produkcji, a następnie powrót do stanu równowagi, wygaszenie szoku, i stabilizację poziomu produkcji. Unia Europejska, Polska oraz Węgry reagują początkowo lekkim spadkiem produkcji a następnie wzrostem produkcji. Po około 11 okresach następuje powrót do stanu równowagi oraz stabilizacja poziomu produkcji. Zmiana produkcji w wyniku szoku cenowego mierzonego spadkami poziomu cen ropy naftowej Brent we wszystkich badanych krajach jest dodatnia, co oznacza, że po wystaniu szoku następuje wzrost produkcji, następnie jej spadek oraz stabilizacja. Wygaszenie szoku następuje między 9 a 11 okresem (por. wyk. 1).

Rysunek 2. Reakcja inflacji na impulsy cenowe w badanych gospodarkach





Źródło: obliczenia własne w programie Stata13

Na podstawie zbiorowego wykresu nr 2, zaobserwowano, że wzrostowy szok cenowy mierzony dodatnimi przyrostami poziomu cen powoduje wahania inflacji w Francji, Niemczech, Wielkiej Brytanii, Unii Europejskiej, Czechach i Polsce. Wygaszenie szoku następuje po ok. 10-12 okresach, a poziom inflacji stabilizuje się. W przypadku gospodarki Holandii szok ten powoduje szybki spadek inflacji, a następnie stabilizację po ok. 9 okresach. Wygaszenie szoku oraz stabilizacja inflacji w przypadku gospodarki Węgier następuje po 15 okresach, jednocześnie należy wskazać, że inflacja na Węgrzech reaguje silnym wzrostem na pojawiający się szok naftowy. W przypadku wzrostowego szoku naftowego mierzonego jako wzrost „netto” ceny ropy naftowej (NPI) reakcja inflacji we Francji, Holandii, Wielkiej Brytanii, Unii Europejskiej, Czechach, na Węgrzech oraz w Polsce jest wzrostowa, tzn., że obserwuje się początkowy silny wzrost inflacji do 3 okresu po wystąpieniu szoku a następnie równie szybki spadek inflacji. Wygaszenie szoku następuje po ok. 9-12 okresach (w przypadku gospodarki Węgier ok. 16-17 okresów). Tylko gospodarka Niemiec reaguje na pojawiający się szok spadkiem poziomu inflacji od 1 okresu po wystąpieniu szoku. Stabilizacja sytuacji w tej gospodarce następuje po mniej więcej 13 okresach. Reakcja inflacji na szok cenowy mierzony spadkami poziomu cen ropy naftowej Brent we wszystkich badanych gospodarkach jest dodatnia, co oznacza, że po wystąpieniu szoku następuje wzrost inflacji, następnie jej spadek oraz stabilizacja. Wygaszenie szoku następuje między 9 a 11 okresem (por. wyk. 2).

PODSUMOWANIE

W artykule zostały zaprezentowane wyniki badania asymetrycznego wpływu szoków naftowych na produkcję przemysłową oraz inflację w wybranych państwach Unii Europejskiej.

Otrzymane rezultaty wskazują, że istnieje asymetryczny wpływ cen ropy naftowej na produkcję przemysłową, natomiast w przypadku inflacji nie można jednoznacznie wskazać na istnienie asymetrycznego wpływu wzrostowych i spadkowych szoków naftowych. Testy przyczynowości wskazały, że zmiany zarówno w produkcji przemysłowej, jak i stopie inflacji mogą zostać wywołane przede wszystkim przez spadkowe szoki cenowe. Na podstawie oszacowań parametrów modeli ARDL, można zauważyć istotne statystycznie różnice we wpływie szoków cenowych na przyrosty produkcji. Natomiast w przypadku modeli ARDL dla stopy inflacji w wybranych krajach UE asymetria szoków cenowych nie jest istotna statystycznie. Analiza odpowiedzi impulsowych pozwoliła bardziej szczegółowo wykazać rozbieżność we wpływie szoków na produkcję i inflację, jak również pokazała pewne rozbieżności w reakcji gospodarek na szoki. Produkcja w odpowiedzi na szoki naftowe zmienia się asymetrycznie we wszystkich badanych krajach. Produkcja spada gdy szok naftowy ma charakter znaczącego wzrostu światowych cen ropy naftowej, natomiast wzrasta gdy szok naftowy ma charakter znaczącego spadku poziomu światowych cen ropy. Stopa inflacji wzrasta w przypadku gdy szok naftowy ma charakter zarówno dodatni jak i ujemny, co sugerowałoby pewną symetrię reakcji stopy inflacji na szoki naftowe.

Weryfikując postawioną w pracy hipotezę zerową, nie można jednoznacznie wskazać na brak podstaw do jej odrzucenia. Wynika to z faktu, że wg przeprowadzonych badań istnieje istotna statystycznie asymetria wpływu szoków cenowych na przyrosty produkcji. Asymetria ta nie została potwierdzona w przypadku wpływu szoków na stopę inflacji.

W analizowanej grupie państw są gospodarki, które poprzez wysoki poziom rozwoju gospodarczego, bądź zróżnicowaną politykę energetyczną są w stanie lepiej reagować na pojawiające się szoki naftowe. Tłumaczy to istniejące rozbieżności w sile i kierunku asymetrii wpływu szoków w analizowanych krajach.

BIBLIOGRAFIA

- Burbridge, J., & Harrison, A. (1984) Testing for the effects of oil-price rises using vector autoregressions, *International Economic Review*, 25(1), s. 459-484.
- Darby, Michael R, (1982) The Price of Oil and World Inflation and Recession, *American Economic Review*, vol. 72(4), s. 738-751.
- Gisser, M., & Goodwin, T.H. (1986) Crude oil and the macroeconomy: Tests of some popular notions, *Journal of Money, Credit and Banking*, 18(1), s. 95-103.
- Hamilton J.D. (2009) Causes and consequences of oil shock of 2007-08, *Brookings Papers on Economic Activity*, s. 215-261.

- Hamilton J.D. (1983) Oil and macroeconomy since World War II, *Journal of Political Economy*, nr. 9, s. 228-248.
- Hamilton J.D. (1996) This is What Happend to the Oil Price-Macroeconomy Relationship, *Journal of Monetary Economics* 1996, nr. 38, s. 215-220.
- Hamilton J.D. (2003), What is an Oil Shock?, *Journal of Econometrics*, 113(2), s. 363-398.
- Hamilton J.D. (2009) Understanding crude oil prices, *Energy Journal* 2009, nr. 30(2), s. 179-206.
- Jimenez-Rodriguez, R., Sanchez, M. (2005) Oil price shocks and real GDP growth: Empirical evidence for some OECD countries, *Applied Economics*, 37(2).
- LeBlanc, M., & Chinn, D.M. (2004) Do high oil prices presage inflation? The evidence from G5 countries, *Business Economics*, 34, s. 38-48.
- Lee, K., Ni, S., & Ratti, R.A. (1995). Oil shocks and the macroeconomy: The role of price variability. *Energy Journal*, 16(4), s. 39-56.
- Mork A.K. (1989) Oil Shocks and the Macroeconomy when Prices Go Up and Down: An Extension of Hamilton's Results, *Journal of Political Economy*, 97(3), s. 740-744.
- Mork, A.K., Olsen, O., & Mysen, H.T. (1994) Macroeconomic responses to oil price increases and decreases in seven OECD countries. *Energy Journal*, 15(4), s. 19-35.
- Piłatowska M. (2003) Modelowanie niestacjonarnych procesów ekonomicznych. *Studium Metodologiczne*, Wydawnictwo UMK, Toruń.
- Rasche R. H., Tatom J. H. (1981), *Energy Price Shocks, Aggregate Supply and Monetary Policy: The Theory and International Evidence*, [w:] K. Brunner And A.H. Meltzer (red), *Supply Shocks, Incentives And National Wealth*, Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, Vol. 14, s. 9—93.

**THE ASYMMETRY OF THE IMPACT OF OIL PRICE SHOCKS
ON PRODUCTION AND INFLATION
IN SELECTED EUROPEAN UNION COUNTRIES**

Abstract: This paper applies the autoregressive models to investigate the impacts of an oil price change on economic activities in selected EU countries. We investigate the differences in the impact of oil shocks on the level of output and inflation in France, Germany, Netherlands, United Kingdom, EU, Poland, Czech Republic and Hungarian. We verified research hypothesis: The impact of oil price shocks on the level of output and inflation in EU economies is asymmetric. To verify the hypothesis we used econometric methods for the analysis of time series.

Keywords: production, inflation, crude oil price, ARDL, European Union, oil price shocks, impulse response analysis

PORÓWNANIE MODELU REGRESJI WIELORAKIEJ ORAZ DRZEWA REGRESYJNEGO NA PRZYKŁADZIE INDEKSU KORUPCJI

Michał Gostkowski

Katedra Ekonometrii i Statystyki
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie
e-mail: michal_gostkowski@sggw.pl

Krzysztof Gajowniczek, Piotr Jałowiecki

Katedra Informatyki
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie
e-mail: krzysztof_gajowniczek@sggw.pl, piotr_jalowiecki@sggw.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono wyniki badań nad modelowaniem tzw. indeksu korupcji (ang. Failed States Index). Zbudowano i porównano model regresji wielorakiej z drzewem regresyjnym. Badania zostały oparte na podstawie danych publikowanych przez niezależną organizację The Fund for Peace. Jako potencjalne zmienne zostały wybrane zmienne udostępnione na stronie internetowej Banku Światowego. Wstępne wyniki jednoznacznie wskazują, że drzewo regresyjne lepiej odzwierciedla zmienność parametru niż model regresji wielorakiej.

Słowa kluczowe: Failed States Index, indeks korupcji, model regresji wielorakiej, drzewo regresyjne

WPROWADZENIE

W ostatnich latach w większości państw świata, również w Polsce bardzo często podnoszona jest tematyka korupcji, która jako zjawisko przynosi wymierne straty we wszystkich gospodarkach narodowych. Jednocześnie jest ona zjawiskiem towarzyszącym ludzkości praktycznie „od zawsze”, przykładowo Bardhan [1997] stwierdza, że problem korupcji był już rozpowszechniony w starożytności. Dodatkowo sam termin korupcja nie jest jednoznaczny. W zależności od sytuacji, kontekstu i potrzeby jest on używany w różnych znaczeniach, a często po prostu inaczej rozumiany. To znacząco utrudnia jego precyzyjne zdefiniowanie.

Korupcję można określić jako nadużywanie sektora publicznego w celu osiągnięcia korzyści prywatnych [Lambsdorff 2007]. Termin korzyści prywatne odnosi się głównie do pieniędzy lub wartościowych aktywów, ale może także obejmować zwiększenie władzy lub statusu. Otrzymywanie obietnic przyszłych przysług lub korzyści dla członków rodziny, przyjaciół i znajomych również może być uznane za korzyści prywatne. Korupcja występuje szczególnie w sytuacjach interakcji sektorów prywatnego i publicznego. Występuje zatem przede wszystkim tam gdzie urzędnicy państwowi mają bezpośrednią odpowiedzialność za świadczone usługi publiczne [Rose-Ackerman 1997].

Tanzi [1988] stwierdza, że istnieją pośrednie i bezpośrednie czynniki stymulujące korupcję. Do czynników bezpośrednich zalicza regulacje i zezwolenia, podatki, decyzje dotyczące wydatków, dostarczenie dóbr i usług poniżej ceny rynkowej oraz finansowanie partii politycznych. Natomiast do czynników pośrednich zalicza jakość biurokracji, poziom płac w sektorze publicznym, systemy karne, kontrolę instytucjonalną, przejrzystość zasad, praw i procesów. Korupcja jest symptomem słabości instytucjonalnej i wpływa na słabe wyniki gospodarcze, społeczne i polityczne [Akçay 2006].

Dodatkowo problem pomiaru korupcji powoduje, że jest stosunkowo niewiele dowodów, a także porozumień, jak skutecznie można ograniczyć korupcję [Olken 2005]. Niektóre rozwiązania zakładają, że właściwa kombinacja monitoringu urzędników oraz systemu kar pomaga kontrolować korupcję. W praktyce okazuje się zwykle, że te same jednostki odpowiedzialne za monitorowanie i egzekwowanie kar są jeszcze bardziej narażone na korupcję. W tym przypadku kontrola wyższych urzędników nad niższymi urzędnikami zwiększa prawdopodobieństwo przenoszenia korupcji pomiędzy urzędnikami, a nie zmniejszeniem korupcji. Alternatywne podejście, które zyskuje na znaczeniu w ostatnich latach, polega na zwiększaniu świadomości społeczeństwa na problem korupcji oraz udziału zwykłych obywateli w przeciwdziałaniu korupcji na poziomie lokalnym. W większości współczesnych społeczeństw, szczególnie tych wysoko rozwiniętych podejście takie jest uważane za klucz nie tylko do zmniejszenia korupcji, ale także do poprawy jakości świadczenia usług publicznych [Olken 2005]. Bank Światowy [2004] stwierdza wprost, że „wprowadzenie ludzi ubogich w centrum świadczonych usług, umożliwiając im monitorowanie i dyscyplinowanie usługodawców, wzmacnianiu ich głosu w kształtowaniu polityki, i wzmacnianie zachęt doprowadzi do służby usługodawców biednym”. Oczywiście takie podejście posiada również swoje wady np. może być podatne na działania lokalnych elit.

CEL, ZAKRES I METODYKA BADAŃ

Celem badań było porównanie parametrycznych i nieparametrycznych metod przy modelowaniu zmienności indeksu korupcji FSI (ang. Failed States Index, od 2014 roku Fragile States Index). Jest on wyznaczany przez niezależną organizację o nazwie The Fund For Peace (FFP). Głównym celem organizacji jest zapobieganie

konfliktom z użyciem przemocy oraz promowanie trwałego bezpieczeństwa na świecie. W swoich badaniach FFP tworzy praktyczne narzędzia i metody, wykorzystywane w praktyce przez rządy państw, organizacje międzynarodowe i wiele innych instytucji w celu przeciwdziałania korupcji. Współpracuje ona z partnerami z ponad 50 krajów specjalizującymi się w bardzo różnych dziedzinach, np. administracji rządowej, wojska, świata nauki. Jednym z ważniejszych opracowanych przez FFP mierników jest FSI, który powstał w 2005 roku. Jest to miernik wyznaczany na skali ciągłej, a jego wyższe wartości oznaczają wyższe prawdopodobieństwo korupcji w danym kraju.

Wśród metod parametrycznych został wybrany model regresji wielorakiej, który jest jednym z najbardziej popularnych i najczęściej stosowanych narzędzi ekonometrycznych [Maddala 2006]. Model regresji wielorakiej został porównany z modelem drzewa regresyjnego, który został odkryty w latach siedemdziesiątych i był pierwszym algorytmem uczenia maszynowego. Zaliczany jest on do grupy metod określanых mianem CART (*Classification and regression tree*). Algorytmy CART cieszą się dużą popularnością i zostały uznane jako efektywne narzędzie do prognozowania i klasyfikacji [Lee i in. 2006]. Dane źródłowe, na których oparto badania zostały pobrane ze strony internetowej Banku Światowego oraz ze strony fundacji FFP. Dane dotyczące indeksu korupcji zostały pobrane dla 2011 roku i dotyczyły 87 państw z różnych części świata. Jako predyktory wybrano 31 zmiennych. Potencjalne zmienne zostały wybrane w taki sposób aby informacje, które przedstawiają były dostępne dla wszystkich wybranych państw. Pełna lista wszystkich wybranych zmiennych znajduje się w załączniku.

W modelu regresji wielorakiej zakłada się, że występuje liniowa zależność pomiędzy zmiennymi a zmienną zależną co można zapisać za pomocą następującego równania:

$$Y = \mathbf{X}\mathbf{B} + \varepsilon, \quad (1)$$

gdzie:

\mathbf{X} – wektor zmiennych niezależnych,

Y – zmienna zależna,

ε - składnik losowy,

\mathbf{B} – wektor parametrów.

W Klasycznej Metodzie Najmniejszych Kwadratów (KMNK), wektor \mathbf{B} uzyskuje się na podstawie następującego wzoru:

$$\mathbf{B} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}. \quad (2)$$

W KMNK dodatkowo zakłada się, że macierz zmiennych niezależnych jest algebraicznie niezależna, natomiast składnik losowy ma rozkład $N(0, \sigma^2)$ [Faraway 2004].

Drzewo regresyjne jest to skierowany graf acykliczny i spójny, mający jeden dający się wyróżnić wierzchołek, nazywany korzeniem [Koronacki i Ćwik 2008]. Graf skierowany składa się z wierzchołków i łączących je krawędzi skierowanych, czyli krawędzi prowadzących od jednego wierzchołka do drugiego przy czym może

to się odbywać tylko w jednym kierunku. W przypadku drzew regresyjnych wierzchołki określa się najczęściej węzłami, natomiast krawędzie gałęziami. Jeżeli z węzła wychodzą krawędzie, wówczas dany węzeł określa się jako rodzic. Węzeł, z którego nie wychodzą krawędzie, określa się jako liść.

Model drzewa regresyjnego zawiera zbiór reguł, które mają na celu podział niejednorodnej grupy obiektów (znajdującej się w korzeniu) na mniejsze, bardziej jednorodne grupy (liście) w stosunku do pewnej zmiennej zależnej [Berry i Linoff 2004]. W tym celu należy wyznaczyć warunki postaci $\{X_i \leq c\}$. Jeśli warunek jest spełniony dla konkretnej obserwacji jest ona przekierowana do lewego węzła. W przeciwnym przypadku do prawego węzła.

Dla zbudowanego drzewa estymator jest wyznaczany w następujący sposób:

1. dla każdej obserwacji znajdź końcowy liść,
2. wartością teoretyczną jest empiryczna średnia ze wszystkich y należących do danego liścia.

Podział węzła m na węzły m_L i m_R jest dokonywany w sposób zapewniający najlepsze dopasowanie funkcji regresyjnej. Tym samym predyktor X_i i punkt c jest wybierany tak aby wartość $SSE(m_L) + SSE(m_R)$ była minimalna, gdzie SSE jest sumą kwadratów reszt [Farawy 2006]. Należy tutaj zaznaczyć, że wartość SSE może obniżyć się tylko w przypadku dodania kolejnego węzła. Kierując się tylko i wyłącznie tą zasadą optymalnym rozwiązaniem jest sytuacja kiedy każdy liść zawiera tylko jeden element wówczas $SSE=0$. Powyższa sytuacja opisana jest w literaturze jako *overtraining* co można tłumaczyć jako przeuczenie. Oznacza sytuację kiedy estymator jest idealnie dopasowany do danych ale jednocześnie jest bardzo skomplikowany i niestabilny. W celu uniknięcia powyższego zjawiska w drzewach regresyjnych stosuje się przycinanie. Wówczas minimalizuje się następującą funkcję:

$$R(T) + a/|T| \quad (3)$$

gdzie: $R(T) = \sum_{i=1}^T SSE_T$, $|T|$ - liczba liści, natomiast $a > 0$ jest parametrem kontrolującym przycinanie. Zdecydowaną zaletą drzew regresyjnych jest łatwość interpretacji oraz mała liczba założeń, co w przypadku regresji wielorakiej niekoniecznie jest prawdą.

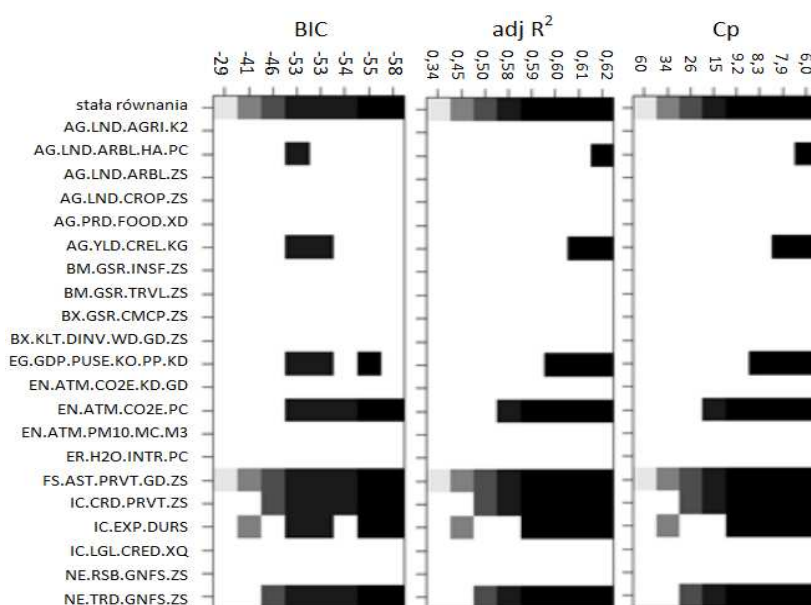
WYNIKI BADAŃ

W pierwszym etapie badań wyznaczono macierz współczynników korelacji rang Spearmana dla wszystkich par zmiennych objaśniających w celu wyznaczenia zmiennych wysoko skorelowanych. Współczynnik korelacji rang Spearmana jest dużo bardziej odporny na obserwacje odstające niż współczynnik korelacji Pearsona [Croux i Dehon 2010]. Na podstawie macierzy współczynników korelacji z analizy usunięto 10 zmiennych.

W kolejnym etapie badań wykorzystano kryterium informacyjne Bayesa-Schwartz (BIC), kryterium informacyjne Mallowa (MC) oraz wartości

skorygowanego współczynnika R^2 w celu wyboru najlepszego zestawu zmiennych w modelu regresji wielorakiej (Rysunek 2). Skorygowany współczynnik R^2 jest podstawową miarą dopasowania modelu [Borkowski i in. 2003]. Jednak Greene [2003] zaznacza, że skorygowany współczynnik R^2 może dostarczać błędnych wyników w sytuacji gdy liczebność próby wzrasta, dlatego do oceny modeli i wyboru najlepszego proponuje zastosowanie kryterium informacyjnego Akaike (AIC) lub Bayesa-Schwartza (BIC) jednocześnie zaznaczając, że kryterium informacyjne BIC „preferuje” modele z mniejszą liczbą zmiennych. Dodatkowo uwzględniono kryterium informacyjne Mallowa (MC) w celu porównania wyników. W wyniku tych działań zbiór zmiennych objaśniających zredukowano do 8.

Rysunek 2. Graficzna prezentacja wybranych zmiennych do modelu regresji wielorakiej według poszczególnych kryteriów



Źródło: opracowanie własne

Wartości liczbowe oznaczają poziom danego kryterium informacyjnego lub współczynnika R^2 gdy w modelu uwzględnione są zaznaczone zmienne. BIC – kryterium informacyjne Bayesa-Schwartza, adj R² – skorygowany współczynnik R², MC – kryterium informacyjne Mallowa.

W kolejnym kroku zbudowano model regresji wielorakiej i usunięto zmienne nieistotne statystycznie. Ostatecznie otrzymano model zawierający 6 zmiennych (Tabela 1). Wszystkie zmienne uwzględnione w modelu są statystycznie istotne. Przeprowadzenie odpowiednich testów potwierdziło wymagane własności reszt modelu w tym: losowość (test serii, p-value=0,1514), normalność (test Shapiro-Wilka, p-value=0,1462), homoskedastyczność (test Breuscha-Pagana, p-value

=0,8839). Przeprowadzono także odpowiednie testy w celu sprawdzenia czy pomiędzy zmiennymi nie występuje współliniowość. W tym celu wykorzystano czynnik inflacji wariancji VIF (wartości czynnika VIF dla wszystkich zmiennych były mniejsze od 2).

Ocena przy zmiennej Produkt Krajowy Brutto w przeliczeniu na jednostkę zużytej energii jest ujemna co jest całkowicie uzasadnione. Produkt krajowy brutto określa wartość wszystkich dóbr i usług wytworzonych w gospodarce w danym okresie [Begg i in. 2003] i może być utożsamiony jako miara bogactwa danego państwa. Niższe wartości Produktu Krajowego Brutto dotyczą państw słabo rozwiniętych, gdzie występuje zjawisko korupcji, co zostało odzwierciedlone w modelu poprzez ujemną ocenę parametru. Zależność pomiędzy korupcją a produktem krajowym brutto została także potwierdzona w innych pracach [Mauro 1995], [Abed i Davoodi 2000]. Gospodarki słabo rozwinięte charakteryzują się oprócz występowania zjawiska korupcji dużym udziałem sektora pierwszego, który obejmuje rolnictwo, leśnictwo i rybołówstwo w strukturze gospodarki narodowej. Powyższa struktura gospodarki charakteryzuje się niskim poziomem emisji CO², co także zostało uwzględnione w modelu poprzez ujemną ocenę parametru przy zmiennej EN.ATM.CO2E.PC. Dodatnią ocenę parametru posiada natomiast zmienna IC.CRD.PRVT.ZS i dotyczy czasu realizacji eksportu liczonego w dniach. Długi czas realizacji eksportu może oznaczać niejasność procedur związanych z eksportem i skłania firmę do wykorzystywania korupcji w celu przyspieszenia procesu. Ujemna ocena parametru przy zmiennej dotyczącej wymiany handlowej (NE.TRD.GNFS.ZS) została również potwierdzona w innych badaniach [Ades i Tella 1999]. Ostatnie dwie zmienne związane są z funkcjonowaniem systemu bankowego: kredyty sektora prywatnego (FS.AST.PRVT.GD.ZS) oraz procent ludności w biurach informacji kredytowej (IC.CRD.PRVT.ZS). Jednak w literaturze brak jest potwierdzenia powyższej zależności, co zmusza do przeprowadzenia dalszej analizy w celu potwierdzenia.

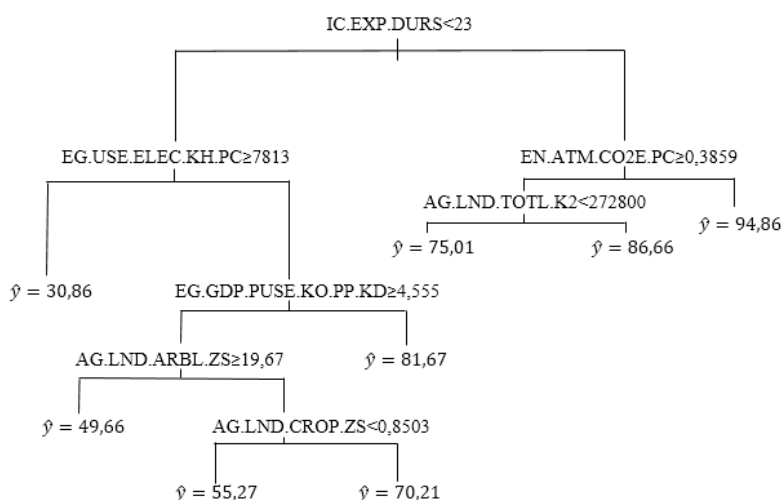
Tabela 1. Oceny parametrów wraz z wyliczonymi odpowiednimi statystykami w modelu regresji wielorakiej dla Failed States Index

	Ocena parametru	Błąd standardowy	Wartość statystyki T-Studenta	p-value
Stała równania	95,57818	5,9436	16,081	<0,00001
EG.GDP.PUSE.KO.PP.KD	-0,82128	0,32884	-2,498	0,01467
EN.ATM.CO2E.PC	-1,34555	0,30478	-4,415	3,30E-05
FS.AST.PRVT.GD.ZS	-0,08211	0,0278	-2,953	0,00418
IC.CRD.PRVT.ZS	-0,23641	0,0451	-5,242	1,38E-06
IC.EXP.DURS	0,17638	0,08483	2,079	0,04096
NE.TRD.GNFS.ZS	-0,0623	0,02763	-2,255	0,02701

Źródło: opracowanie własne

Na podstawie tego samego zestawu danych zbudowano drzewo regresyjne składające się z 8 końcowych węzłów (liści) (Rysunek 3). Jako kluczowe zmienne zostały wybrane: czas realizacji eksportu (IC.EXP.DURS), poziom emisji CO2 (EN.ATM.CO2E.PC), zużycie energii elektrycznej (EG.USE.ELEC.KH.PC), Produkt Krajowy Brutto w przeliczeniu na jednostkę zużytej energii (EG.GDP.PUSE.KO.PP.KD), powierzchnia danego kraju (AG.LND.TOTL.K2), udział trwałych użytków rolnych (AG.LND.CROP.ZS) oraz udział gruntów ornych (AG.LND.ARBL.ZS). W pierwszym liściu (dla którego $\hat{y}=30,86$) znalazła się Islandia, Katar, USA, Kanada, Austria, Norwegia, Korea Południowa, Japonia, Finlandia, Luksemburg, Belgia. W drugim liściu (dla którego $\hat{y}=49,66$) znalazła się

Rysunek 3. Drzewo regresyjne dla zmiennej Failed States Index



Źródło: opracowanie własne

Słowacja, Polska, Włochy, Grecja, Turcja, Węgry, Malta, Barbados. W trzecim liściu (dla którego $\hat{y}=55,27$) znalazła się Argentyna, Szwajcaria, Chile, Peru, Estonia, Bahamy, Senegal, Gabon. W czwartym liściu (dla którego $\hat{y}=70,21$) znalazły się następujące państwa: Izrael, Meksyk, Brazylia, Dominikana, Panama, Ekwador, Cypr, Malediwy, Granada, Antigua i Barbuda, Tunezja, Belize, Seszele, Jamajka. W piątym liściu (dla którego $\hat{y}=81,67$) znalazła się Kuba, Arabia Saudyjska, Korea Północna, Chiny, Białoruś, Liberia, Gujana. W szóstym liściu (dla którego $\hat{y}=75,01$) znalazła się Nikaragua, Fidzi, Armenia, Ghana, Jordan, Macedonia, Brunei, Sao Tome, Albania, Dżibuti, Surinam, Benin, Syria, Azerbejdżan, Samoa. W siódmym liściu (dla którego $\hat{y}=86,66$) znalazła się Kolumbia, Boliwia, Rosja, Indie, Egipt, Ukraina, Iran, Uzbekistan, Pakistan, Nowa Gwinea, Wenezuela, Wybrzeże Kości Słoniowej, Irak, Turkmenistan. W ostatnim liściu (dla którego $\hat{y}=94,86$) znalazła się Uganda, Eritrea, Laos, Komory, Rwanda, Gwinea Bissau, Kenia, Somalia, Mali, Afganistan.

Jako miarę do porównania dwóch zbudowanych modeli wybrano błąd średniokwadratowy (MSE) oraz średni błąd bezwzględny (MAE) (Borkowski i in. 2003):

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - Y_i)^2, \quad MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\hat{Y}_i - Y_i|.$$

Tabela 2. Wartości błędów średniokwadratowych oraz średnich błędów bezwzględnych dla zbudowanych modeli dla indeksu korupcji w 2011 roku

	<i>MAE</i>	<i>MSE</i>
Model regresji wielorakiej	8,88	117,34
Drzewo regresyjne	7,60	97,47

Źródło: opracowanie własne

Interpretując otrzymane wyniki należy stwierdzić, że w przypadku modelowania indeksu korupcji znacząco lepsze wyniki można uzyskać wykorzystując drzewo regresyjne (Tabela 2). Wartość średniego błędu bezwzględnego dla drzewa regresyjnego była niższa o ok. 14%, natomiast wartość błędu średniokwadratowego o ok. 16%.

PODSUMOWANIE

Przeprowadzone badania wykazały, że w przypadku modelowania indeksu korupcji znacząco lepsze wyniki można osiągnąć stosując drzewa regresyjne niż model regresji wielorakiej. Jest to oczywiście wniosek o charakterze wstępnym, który wymaga potwierdzenia na drodze przeprowadzenia kolejnych badań obejmujących chociażby inne lata. Niemniej należy stwierdzić, że różnica jest na tyle znacząca, że stanowi poważne wskazanie na model drzewa regresyjnego. Taki rezultat porównania modeli może wynikać z faktu, że w przypadku modelu regresji wielorakiej zakłada się występowanie liniowej zależności pomiędzy zmiennymi. Natomiast w przypadku modelowania indeksu korupcji zależność może być nieliniowa, co skutkuje wyższością modelu drzewa regresyjnego nad modelem regresji wielorakiej.

BIBLIOGRAFIA

- Abed G., Davoodi H. (2000) Corruption, Structural Reforms, and Economic Performance in the Transition Economies. IMF, Working Paper No 00/132.
- Ades A., Di Tella R. (1999) Rents, competition and corruption. *American Economic Review*, 89, 982–993.
- Akçay S. (2006) Corruption and Human Development. *Cato Journal*, Vol. 26, No. 1.
- Bank Światowy (2004) World Development Report 2004: Making Services Work For Poor People. Washington.

- Bardhan P. (1997) Corruption and Development: A Review of Issues. *Journal of Economic Literature*, Vol. XXXV, s. 1320-1346.
- Begg D., Fisher S. i in. (2003) *Ekonomia: mikroekonomia*. Warszawa, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne.
- Berry M., Linoff G. (2004) *Data Mining Techniques: For Marketing, Sales, and Customer Relationship Management*, 2nd Edition. Wiley Publishing.
- Borkowski B., Dudek H. i in.. (2003) *Ekonometria: wybrane zagadnienia*. Warszawa, Wydaw. Naukowe PWN.
- Croux C., Dehon C. (2010) Influence Functions of the Spearman and Kendall Correlation Measures. *CentER Discussion Paper Series No. 2010-40*.
- Mauro, P. (1995), Corruption and growth, *Quarterly Journal of Economics* 110, p. 681-712
- Faraway J. (2004) *Linear models with R*. Chapman & Hall/CRC.
- Faraway J. (2006) *Extending the linear models with R: generalized linear, mixed effects and nonparametric regression models*. Chapman & Hall/CRC.
- Greene W.H. (2003) *Econometric Analysis*, Fifth Edition. Prentice Hall, New Jersey.
- Koronacki J., Ćwik J. (2008) *Statystyczne systemy uczące się*. Warszawa, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT.
- Lambsdorff J. (2007) *The institutional economics of corruption and reform, Theory, Evidence, and Policy*. Cambridge.
- Lee T.-S., Chiu S.-C., Lu S.-J. (2006) Mining the customer credit using classification and regression tree and multivariate adaptive regression splines. *Computational Statistics & Data Analysis* 50(4)
- Olken B. A. (2005) *Monitoring corruption: evidence from a field experiment in Indonesia*. NBER Working Paper 11753.
- Rose-Ackerman, S. (1997) *The Political Economy of Corruption*. w: K. A. Elliot (ed.) *Corruption and the Global Economy*, 31–60. Washington: Institute for International Economics.
- Tanzi, V. (1998) *Corruption around the World: Causes, Consequences, Scope, and Cures*. IMF Working Paper No 63. Washington, International Monetary Fund.

ZAŁĄCZNIK

AG.LND.AGRI.K2	Grunty rolne (km ²)
AG.LND.ARBL.HA.PC	Grunty orne (hektar na osobę)
AG.LND.ARBL.ZS	Grunty orne (% powierzchni gruntów)
AG.LND.CROP.ZS	Trwałe pola uprawne (% powierzchni gruntów)
AG.LND.TOTL.K2	Powierzchnia kraju (km ²)
AG.PRD.CROP.XD	Indeks produkcji roślinnej (1999-2001 = 100)
AG.PRD.FOOD.XD	Indeks produkcji żywności (1999-2001 = 100)
AG.PRD.LVSK.XD	Indeks produkcji zwierzęcej (1999-2001 = 100)
AG.SRF.TOTL.K2	Całkowita powierzchnia kraju (km ²)
AG.YLD.CREL.KG	Plon zbóż (kg na hektar)
BM.GSR.INSF.ZS	Ubezpieczenia i usługi finansowe (% importu usług, BOP)
BM.GSR.TRVL.ZS	Usługi turystyczne (% importu usług, BOP)
BX.GSR.CMCP.ZS	Komunikacja, komputer, itp (% eksportu usług, BOP)
BX.KLT.DINV.WD.GD.ZS	Bezpośrednie inwestycje zagraniczne, napływ netto (% PKB)

EG.GDP.PUSE.KO.PP	PKB w przeliczeniu na jednostkę zużycia energii (PPP \$ za kg ekwiwalentu ropy)
EG.GDP.PUSE.KO.PP.KD	PKB w przeliczeniu na jednostkę zużycia energii (stałe 2005 \$ PPP na kg ekwiwalentu ropy)
EG.USE.COMM.KT.OE	Zużycie energii (kt ekwiwalentu ropy)
EG.USE.COMM.GD.PP.KD	Zużycie energii (kg ekwiwalentu ropy) za każdy 1.000 USD PKB (PPP stała 2005)
EG.USE.ELEC.KH.PC	Zużycie energii elektrycznej (kWh na mieszkańca)
EN.ATM.CO2E.KD.GD	Emisja CO2 (kg na 2000 US \$ PKB)
EN.ATM.CO2E.PC	Emisje CO2 (ton na mieszkańca)
EN.ATM.PM10.MC.M3	PM10 poziomu kraju (mikrogramów na metr sześcienny)
ER.H2O.INTR.K3	Odnawialne wewnętrzne zasoby słodkiej wody ogółem (mld metrów sześciennych)
ER.H2O.INTR.PC	Odnawialne wewnętrzne zasoby słodkiej wody na mieszkańca (w metrach sześciennych)
FM.LBL.MQMY.GD.ZS	Pieniądze i quasi pieniądze (M2) jako % PKB
FS.AST.PRVT.GD.ZS	Kredyty krajowe sektora prywatnego (% PKB)
IC.CRD.PRVT.ZS	Procent ludności w biurach informacji kredytowej
IC.EXP.DURS	Czas realizacji do wywozu (dni)
IC.LGL.CRED.XQ	Siła indeksu praw (0 = słaby na 10 = silny)
NE.RSB.GNFS.ZS	Saldo zewnętrzne towarów i usług (w % PKB)
NE.TRD.GNFS.ZS	Handel (% PKB)
Failed States Index	Indeks korupcji

CORRUPTION INDEX ANALYSIS USING MULTIPLE REGRESSION MODEL AND REGRESSION TREE

Abstract: This paper presents the results of research on corruption index modeling (Failed States Index). The multiple regression model was constructed and compared with the regression tree. The research was based on the data published by an independent organization The Fund for Peace. Predictors were selected from a set of variables available on the website of the World Bank. The preliminary results clearly indicate that the regression tree better reflects the variation of the parameter than the multiple regression model.

Keywords: Failed States Index, corruption index, multiple regression model, regression tree

IMPLEMENTACJA ODLEGŁOŚCI EKONOMICZNEJ DO MODELOWANIA KAPITALIZACJI WYBRANYCH GIEŁD

Joanna Górna

Karolina Górna

Katedra Ekonometrii i Statystyki, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Dagna Wleklińska

Katedra Rachunkowości, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

e-mails: gorna.joanna@gmail.com, gorna.karolina@gmail.com,

dagna.wleklinska@interia.eu

Streszczenie: Celem artykułu jest analiza kapitalizacji wybranych giełd z perspektywy odległości ekonomicznej między nimi. Ze względu na charakter giełd – brak ścisłego związku z geograficzną lokalizacją, zaproponowana zostanie macierz oparta na odpowiednio zdefiniowanej odległości ekonomicznej. Takie podejście umożliwi sprawdzenie jak silnie na kształtowanie się wielkości kapitalizacji na jednej giełdzie wpływa wartość tego procesu na innych giełdach, które są podobne pod względem ekonomicznym. Ponadto sprawdzone zostanie, czy między wybranymi giełdami zachodzi zjawisko σ -konwergencji wielkości kapitalizacji.

Słowa kluczowe: kapitalizacja spółki, odległość ekonomiczna, dane panelowe, ekonometria przestrzenna, efekty stałe, model SAR, model SERR, sigma konwergencja.

WSTĘP

W związku z postępującymi procesami globalizacyjnymi otaczająca nas rzeczywistość ulega ciągłym zmianom. O ile nie da się podważyć faktu wzajemnej współzależności między gospodarkami krajów funkcjonujących na globalnym już rynku finansowym, coraz częstszym tematem dyskusji wśród teoretyków rynkowych jest kwestia przestrzennych zależności między rynkami papierów wartościowych.

Dotychczas bagatelizowana kwestia geograficznej i ekonomicznej odległości w analizach dotyczących wzajemnych powiązań między rynkami finansowymi

została na nowo podniesiona w dyskusjach dotyczących współczesnego kryzysu. Wprawdzie integracja rynków finansowych, a zatem także i wzrost współzależności między nimi, spowodowana była głównie liberalizacją przepływów kapitałowych oraz postępem technologicznym, to nie powinno się umniejszać wpływu wspomnianych powiązań przestrzennych, które stworzyły dogodne warunki do dalszego rozwoju rynków finansowych.

MOTYWACJA

Chcąc pochylić się nad zagadnieniem odległości ekonomicznej między rynkami papierów wartościowych, w pierwszej kolejności należy zastanowić się co właściwie rozumie się pod pojęciem odległości na rynku finansowym. Tradycyjne podejście naturalnie związane jest z fizyczną (geograficzną) relacją sąsiedztwa, a zatem głównie odległością euklidesową między dwoma rynkami. Ten przestrzenny kontekst analiz jakim poddaje się rynki finansowe nasuwa pytanie, czy w odniesieniu do nich pierwsze prawo geografii głoszące, że „wszystko jest powiązane ze sobą, ale bliższe obiekty są bardziej zależne od siebie niż odległe” [Sucheckie (red.), 2010, s. 16; por. Tobler, 1970, s. 236] zdaje się być wciąż aktualne? Internetyzacja świata i liberalizacja przepływów kapitałowych wyraźnie temu przeczą. W tym kontekście określenie „bliski” wydaje się być zbyt mgliste, „niedefiniowalne”, w związku z czym istnieje konieczność określenia innej niż fizyczna relacji sąsiedztwa między rynkami kapitałowymi. Dlatego też wykorzystana zostanie odległość ekonomiczna rozumiana jako miara podobieństwa między parkietami ze względu na wartości badanego procesu oraz jego determinant.

Próbę oceny wpływu odległości geograficznej i ekonomicznej na decyzje podejmowane przez inwestorów giełdowych stanowi np. publikacja J. Sucheckiej i E. Łaskiewicz [Suchecka, Łaskiewicz, 2011].

Załamanie się światowego rynku kapitałowego w połowie 2007 roku było dowodem na to, że niepokojące sygnały ze Stanów Zjednoczonych wpłynęły na zachowanie inwestorów. Niewielu jednak badaczy zwróciło uwagę na pewne prawidłowości w jego rozprzestrzenianiu się w układzie geograficznym. Przyczyną jest zapewne fakt, że w dobie internetyzacji świata, kiedy za sprawą „jednego kliknięcia” kapitał natychmiast transferowany jest z jednej półkuli na drugą, domniemane zależności między gospodarkami krajów wynikające z ich geograficznej lokalizacji przestają mieć znaczenie.

Zgodnie z treścią przytoczonego artykułu analiza geograficznej i ekonomicznej odległości między głównymi rynkami papierów wartościowych powinna być przeprowadzona na dwóch płaszczyznach:

- geografii finansów i kapitału,
- finansów behawioralnych.

Pierwszy aspekt dotyczy lokalizacji międzynarodowych centrów finansowych oraz kierunków przepływu kapitału. Odniesienie się w finansach behawioralnych do zarówno ekonomicznego jak i geograficznego sąsiedztwa jest uzasadnione gdy uzmysłowimy sobie, że decyzje inwestycyjne niektórych graczy giełdowych podyktowane są często geograficzną lokalizacją ich potencjalnych partnerów.

Przyczyną zaobserwowanych różnic w korelacji stóp zwrotu aktywów finansowych jest, jak się okazuje, lokalizacja ich emitentów, gdyż wraz ze spadkiem fizycznej odległości między nimi wzrastał stopień korelacji między ich aktywami. Dało to podstawy by sądzić, że w przypadku cen aktywów można mówić o występowaniu geograficznej segmentacji. Przypuszczalnie więc można by sądzić, że negatywne szoki, do których dochodzi w geograficznie blisko zlokalizowanych względem siebie krajach, będą silniejsze nie tylko z uwagi na ekonomiczną współzależność tych krajów, ale również przez wzgląd na wspomniane geograficzne sąsiedztwo [Suchecka, Łaskiewicz, 2011 s. 70].

Przestrzennej analizy powiązań między rynkami papierów wartościowych dokonali w swym artykule H. Asgharian, W. Hess i L. Liu [Asgharian, Hess, Liu, 2013]. Jak podkreślają sami autorzy, ich praca stanowi pierwszą dogłębną analizę współzależności między giełdami, u których podstaw leży struktura ekonomiczna poszczególnych gospodarek, i których identyfikacji dokonano z wykorzystaniem narzędzi ekonometrii przestrzennej. Zgodnie z wynikami przeprowadzonego badania, podobieństwo w zakresie składowych gospodarki stanowi najsilniejsze źródło powiązań występujących między rynkami giełdowymi tych krajów. Nie mniej, w swojej analizie uwzględnili oni także powiązania wynikające z geograficznego sąsiedztwa, kierunków i wartości międzynarodowych przepływów kapitałowych (FDI) czy stabilności kursów walutowych. Analizie poddano indeksy 41 rynków papierów wartościowych w okresie od 1995 do 2010 roku. Zdaniem autorów, wyjaśnieniem korelacji występującej między stopami zwrotów z indeksów jest podobieństwo gospodarek krajów, na terenie których zlokalizowane są dane giełdy. Natomiast geograficzne sąsiedztwo, czy wymiana handlowa są czynnikami wzmacniającymi proces synchronizacji cykli analizowanych parkietów.

Zidentyfikowanie kilku możliwych koncepcji sąsiedztwa między parkietami oraz wskazanie, które z nich najsilniej wpływają na procesy integracji rynków kapitałowych stanowi istotny wkład do literatury naukowej.

PRZEDMIOT I ZAKRES BADANIA

W toku badania weryfikowana była następująca hipoteza:

Zasadne jest uwzględnienie zależności przestrzennych opartych o odległość ekonomiczną w modelowaniu kapitalizacji giełd.

Badanie opierało się na modelowaniu kapitalizacji giełd (wykorzystaną zmienną objaśnianą była kapitalizacja spółek krajowych). Początkowy zestaw

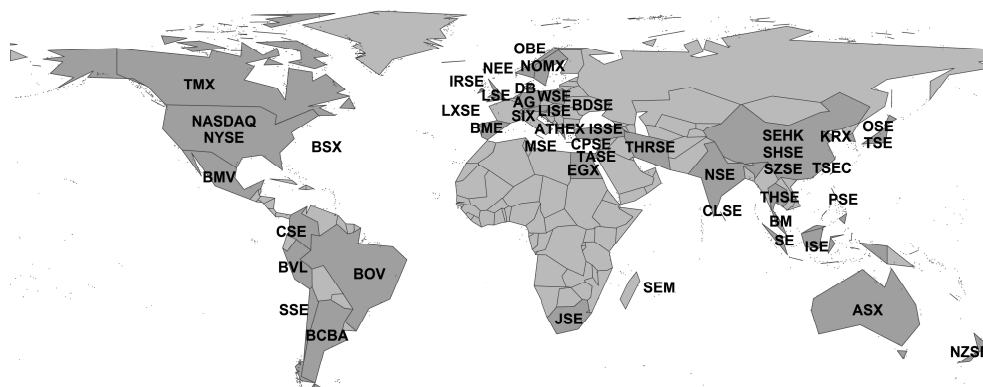
zmiennych objaśniających (do weryfikacji w toku badania) był następujący: X1 – kapitalizacja spółek nowo wprowadzonych do obrotu, X2 – całkowita wartość obrotu, X3 – PKB per capita, X4 – udział największych 10 spółek w kapitalizacji giełdy, X5 – kapitalizacja giełdy do PKB.

W szczególności poszukiwano odpowiedzi na następujące pytania:

1. W jaki sposób można zdefiniować inną niż fizyczna relację sąsiedztwa między parkietami?
2. Jak zbudować odpowiednią macierz odległości ekonomicznej?
3. Jak stałe normalizujące w macierzy sąsiedztwa wpływają na postać modelu?
4. Czy można mówić o zjawisku σ -konwergencji między badanym giełdami?

Badaniem objętych zostało 46 giełd papierów wartościowych z całego świata (rysunek 1.). Dane pochodziły z okresu 2004 – 2011 i zostały zaczerpnięte z www.world-exchanges.org.

Rysunek 1. Giełdy wykorzystane w badaniu



Źródło: opracowanie własne.

METODOLOGIA

Wybrane modele danych panelowych

W badaniu szacowano wybrane modele wykorzystujące dane w postaci panelu. Jako model wyjściowy, służący do badania istotności efektów stałych bądź losowych (grupowych i czasowych) zastosowany został model typu POOLED:

$$Y_{it} = \alpha_0 + \sum_{k=1}^Z \alpha_k X_{k,i,t} + \varepsilon_{it}, \quad (1)$$

gdzie: $x_{k,i,t}$ – wartość zjawiska k dla obiektu i w okresie t.

Modele danych panelowych z efektami można zapisać w postaci:

- model FE_IND/FE_TIME – model ze stałymi efektami:

$$Y_{it} = \sum_{k=1}^Z \alpha_k X_{k,i,t} + \beta_i / \beta_t + \varepsilon_{it}, \quad (2)$$

- model RE_IND – model z losowymi efektami grupowymi:

$$Y_{it} = \alpha_0 + \sum_{k=1}^Z \alpha_k X_{k,i,t} + v_{it}, v_{it} = \alpha_i + u_{it}, u_{it} \sim N(0, \sigma_u^2) \quad (3)$$

W celu uwzględnienia zależności przestrzennych modele danych panelowych zostały rozszerzone o odpowiednie elementy, stosowane w ekonometrii przestrzennej. Typowym podejściem w takiej sytuacji jest włączenie do modelu macierzy przestrzennej $\mathbf{W} = [w_{ij}]_{N \times N}$, która określa wzajemne zależności między badanymi obiektami. Najczęściej stosowanym kryterium sąsiedztwa jest wspólna granica. Poszczególne elementy tak zbudowanej macierzy informują o tym, czy dane dwa regiony zlokalizowane w miejscach i oraz j są swoimi sąsiadami. Świadczą o tym niezerowe elementy macierzy. Ponieważ żadne miejsce nie jest swoim sąsiadem, zakłada się, że jeśli $i = j$, wówczas $w_{ij} = 0$. Wykorzystuje się macierz standaryzowaną wierszami do jedności.

Klasykna macierz sąsiedztwa w niniejszym badaniu została zastąpiona macierzą opartą na odległości ekonomicznej. Uwzględnienie macierzy \mathbf{W} w modelu może nastąpić m.in. przez włączenie jej jako składnika autoregresyjnego (modele typu SER – spatial autoregressive model) lub jako części składnika resztowego (modele typu SEM – spatial error model). Przestrzenne modele danych panelowych można zatem zapisać w postaci [Suchecki, 2012, s. 95]:

- model SAR_FE_IND/SAR_FE_TIME

$$Y_{it} = \alpha_0 + \sum_{k=1}^Z \alpha_k X_{k,i,t} + \beta_i/\beta_t + \rho \sum_{j \neq i} w_{ij} Y_{jt} + \varepsilon_{it}, \quad (4)$$

- model SEM_FE_IND

$$Y_{it} = \alpha_0 + \sum_{k=1}^Z \alpha_k X_{k,i,t} + \beta_i/\beta_t + \eta_{it}, \eta_{it} = \lambda \sum_{j \neq i} w_{ij} \eta_{jt} + \varepsilon_{it}, \quad (5)$$

Macierz odległości ekonomicznej

Odległość ekonomiczna jest to miara podobieństwa badanych obszarów pod kątem wartości rozpatrywanego zjawiska oraz ewentualnie jego determinant. W najbardziej uogólnionej postaci wartość tę można wyznaczyć w następujący sposób [Pietrzak, 2010, s. 82]:

$$d_{ij} = \frac{1}{k_y+1} \sum_{r=0}^{k_y} |y_{i,t-r} - y_{j,t-r}|^{\delta_y} + \frac{1}{k_1+1} \sum_{r=0}^{k_1} |x_{1,i,t-r} - x_{1,j,t-r}|^{\delta_1} + \frac{1}{k_2+1} \sum_{r=0}^{k_2} |x_{2,i,t-r} - x_{2,j,t-r}|^{\delta_2} + \dots + \frac{1}{k_z+1} \sum_{r=0}^{k_z} |x_{n,i,t-r} - x_{n,j,t-r}|^{\delta_z}, \quad (6)$$

gdzie:

k_y, k_z – wielkości opóźnienia względem czasu, δ_y, δ_z – stałe normalizujące¹.

Wykorzystując w ten sposób określoną odległość ekonomiczną tworzy się macierz o elementach wyrażonych wzorem:

$$w_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{d_{ij}}, & i \neq j \\ 0, & i = j \end{cases} \quad (7)$$

¹ wraz ze wzrostem wartości parametru normalizującego delta, rosną zależności między obiektami o większym podobieństwie

W badaniu wykorzystano macierze oparte na następujących odległościach (procesy wykorzystane do badania odległości – zmienna objaśniana oraz pięć zmiennych objaśniających):

- Macierz A:

$$d_{ij} = \frac{1}{T+1} \sum_{z=0}^T |y_{i,t-z} - y_{j,t-z}| + \sum_{k=1}^5 \left(\frac{1}{T+1} \sum_{r=0}^T |x_{k,i,t-z} - x_{k,j,t-z}| \right), \quad (8)$$

gdzie: T – rząd opoźnień (wszystkie badane lata)

- Macierz B:

$$d_{ij} = \frac{1}{T+1} \sum_{z=0}^T |y_{i,t-z} - y_{j,t-z}|^{0,5}, \quad (9)$$

- Macierz C:

$$d_{ij} = \frac{1}{T+1} \sum_{z=0}^T |y_{i,t-z} - y_{j,t-z}|, \quad (10)$$

Testy diagnostyczne

W badaniu wykorzystano następujące testy diagnostyczne:

- statystyka *I* Morana [Suchecki, 2010, s. 113] – w celu zbadania występowania przestrzennej zależności
- testy Mnożnika Lagrange’a LM(lag) LM(err) [Suchecki, 2012, s. 116] – dla oceny charakteru przestrzennej zależności
- test Hausmana – do porównania właściwości estymatorów modeli FE_IND i RE_IND [Dańska-Borsiak, 2011, s. 50].

σ-konwergencja

Konwergencja typu σ rozpatrywana była przy wykorzystaniu testu opartego na statystyce [Kusideł, 2013, s. 61]:

$$T = \frac{\hat{\sigma}_1^2}{\hat{\sigma}_T^2}, \quad (11)$$

o rozkładzie $F: T \sim F_{N-2, N-2}$. Hipoteza zerowa ($H_0: \sigma_1^2 = \sigma_T^2$) wskazuje na brak konwergencji, alternatywna na jej występowanie ($H_1: \sigma_1^2 > \sigma_T^2$) bądź na dywergencję ($H_1: \sigma_1^2 < \sigma_T^2$). σ-konwergencję rozumie się jako istotne zmniejszanie się dyspersji między badanymi obiektami.

WYNIKI EMPIRYCZNE

Tabela 1. prezentuje wyniki estymacji modelu dla danych przekrojowo-czasowych typu pooled (1). Wyniki testów Morana *I* oraz LM wskazują na występowanie zależności przestrzennych (dla każdej wersji macierzy), wobec czego zasadna jest re-specyfikacja modelu poprzez wprowadzenie macierzy opartej na odległości ekonomicznej.

Tabela 1. Wyniki estymacji i weryfikacji modelu POOLED

MODEL POOLED						
α_0	120420,00 (0,1298)					
α_1	2,2304 (0,0007)					
α_2	0,4188 (0,0000)					
α_5	222410,00 (0,0002)					
	Macierz A		Macierz B		Macierz C	
LM(lag)	140,7621	(0,0000)	112,3918	(0,0000)	71,7319	(0,0000)
LM(err)	483,8847	(0,0000)	409,6363	(0,0000)	228,0734	(0,0000)
Moran I	0,1032	(0,0000)	0,0955	(0,0000)	0,0896	(0,0000)

Źródło: obliczenia własne

Wyniki badania charakteru analizowanych obiektów (efekty stałe czy losowe? grupowe czy czasowe?) zaprezentowane zostały w tabeli 2. Ponieważ efekty czasowe okazały się nieistotne, sprawdzono czy należy wykorzystać model typu FE_IND czy też RE_IND. Wynik testu Hausmana wskazuje na model z efektami stałymi.

Tabela 2. Wyniki estymacji i weryfikacji modeli FE_IND i RE_IND

	MODEL FE_IND		MODEL RE_IND	
α_0	–	–	588390,00	(0,0001)
α_1	1,7453	(0,0000)	1,7933	(0,0000)
α_2	0,0290	(0,0830)	0,1200	(0,0000)
α_5	218670,00	(0,0000)	214060,00	(0,0000)
R^2	0,1900		0,2370	
Test F	24,9488	(0,0000)	37,6939	(0,0000)
Test Hausmana	227,7304		(0,0000)	

Źródło: obliczenia własne

Zgodnie z wynikami testu Hausmana, macierze oparte na odległości ekonomicznej zostały wprowadzone do modelu ze stałymi efektami grupowymi. Tabela 3. przedstawia wyniki estymacji modeli opisanych wzorami (4) i (5). Statystyczna istotność parametrów ρ i λ wskazuje na występowanie w modelach zależności przestrzennych.

Tabela 3. Wyniki estymacji modeli SAR_FE_IND i SEM_FE_IND

MODEL SAR_FE_IND						
	Macierz A		Macierz B		Macierz C	
α_0	242299,00	(0,0000)	297042,00	(0,0000)	253830,00	(0,0000)
α_1	1,6162	(0,0000)	1,6294	(0,0000)	1,6110	(0,0000)
α_2	0,0244	(0,1068)	0,0244	(0,1078)	0,0242	(0,1100)
α_5	177650,00	(0,0000)	181840,00	(0,0000)	178430,00	(0,0000)
ρ	0,4407	(0,0000)	0,3780	(0,0000)	0,4370	(0,0000)

Tabela 3. cd.

MODEL SEM_FE_IND						
	Macierz A		Macierz B		Macierz C	
α_0	775161,00	(0,0000)	771662,00	(0,0000)	776011,00	(0,0000)
α_1	1,5888	(0,0000)	1,5919	(0,0000)	1,5759	(0,0000)
α_2	0,0249	(0,1063)	0,0250	(0,1065)	0,0249	(0,1064)
α_5	170510,00	(0,0000)	174240,00	(0,0000)	169850,00	(0,0000)
λ	0,4981	(0,0000)	0,3962	(0,0000)	0,4799	(0,0000)

Źródło: obliczenia własne

W modelu SAR_FE_IND ocena parametru α_k określa średnią zmianę wielkości kapitalizacji wywołaną zmianą zmiennej objaśniającej X_k . Jednak w modelu opóźnienia przestrzennego istnieje N^2 interpretacji szczegółowych oddziaływania każdej zmiennej objaśniającej [Pietrzak, 2010, s. 89]. Wybrane wartości szczegółowych oddziaływań dla niektórych lokalizacji prezentuje tabela 4. Wskazane są wybrane elementy macierzy oddziaływania (związanej z macierzą A odległości ekonomicznej) między giełdą NYSE a pozostałymi giełdami dla wszystkich istotnych zmiennych objaśniających. Interpretacja wybranych wartości z tabeli 4 jest następująca:

- 0,0063 – wzrost kapitalizacji spółek nowo wprowadzonych do obrotu w Korei Południowej (zmienna X1) o jednostkę ma siłę wpływu na wielkość zmiennej objaśnianej na giełdzie NYSE równą wartości wskazanego parametru,
- 0,0302 – wzrost kapitalizacji spółek nowo wprowadzonych do obrotu na NYSE (zmienna X1) o jednostkę ma siłę wpływu na wielkość zmiennej objaśnianej na giełdzie w Korei Południowej równą wartości wskazanego parametru.

Tabela 4. Wybrane wartości szczegółowych oddziaływań dla wybranych lokalizacji

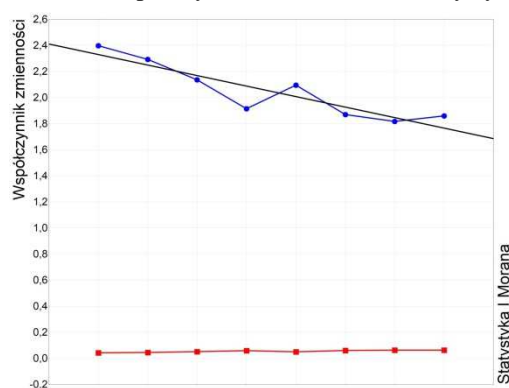
	Macierz A		Macierz B		Macierz C	
	d_{ij}	w_{ij}	d_{ij}	w_{ij}	d_{ij}	w_{ij}
NASDAQ	9,09	0,1098	2,14	0,4666	4,59	0,2176
KRX	15,65	0,0639	2,44	0,4106	5,93	0,1686
NSE	15,91	0,0629	2,42	0,4133	5,83	0,1708
wpływ	giełda -> NYSE	NYSE -> giełdy	giełda -> NYSE	NYSE -> giełdy	giełda -> NYSE	NYSE -> giełdy
NASDAQ	0,0204	0,0343	0,0103	0,0231	0,0039	0,0209
KRX	0,0063	0,0301	0,0055	0,0253	0,0009	0,0198
NSE	0,0069	0,0277	0,0057	0,0251	0,0010	0,0198

Źródło: obliczenia własne

Na rysunku 2. przedstawiano zmiany w czasie statystyki I Morana i współczynnika zmienności kapitalizacji badanych giełd. Zmiany w czasie

współczynnika zmienności służą do badania tzw. σ -konwergencji². Jeżeli parametr przy trendzie liniowym jest ujemny i statystycznie istotny, można mówić o malejącej zależności współczynnika zmienności od czasu oraz wnioskować występowanie zjawiska konwergencji typu sigma. W badanym przypadku zależność jest ujemna. Ponadto, parametr trendu liniowego jest istotny statystycznie. Jednak wyniki badania σ -konwergencji (tabela 5) zgodnie ze statystyką (11) wskazują na jej brak. Oznacza to, że w zadanym przedziale czasowym zróżnicowanie wartości kapitalizacji poszczególnych giełd nie uległo istotnemu zmniejszeniu.

Rysunek 2. Zmiany w czasie współczynnika zmienności i statystyki globalnej I Morana



Źródło: obliczenia własne

Tabela 5. Wyniki badania σ -konwergencji

σ-konwergencja	
T	1,1234
$F_{0,05;44;44}$	1,6509

Źródło: obliczenia własne

PODSUMOWANIE

W toku badania weryfikowana była hipoteza o istotności zależności przestrzennych, opartych na macierzy odległości ekonomicznej, w modelach dla kapitalizacji wybranych giełd. Dla trzech skonstruowanych macierzy odległości zależności przestrzenne okazały się istotne, co świadczy o tym, że giełdy są od siebie wzajemnie zależne. Wykorzystanie odległości ekonomicznej zamiast geograficznej wynika ze specyfiki światowego rynku finansowego. Ponadto, istotne efekty stałe w modelu panelowym świadczą o tym, że każda z badanych

² σ -konwergencja rozumiana jest jako statystycznie istotne zmniejszanie się zróżnicowania badanego zjawiska w przekroju obiektów w założonym okresie

giełd charakteryzuje się specyficznymi cechami, które nie znajdują odniesienia we wprowadzonych do modelu zmiennych objaśniających. Są one związane z otoczeniem każdej z giełd, i pominięcie ich w modelu może negatywnie wpływać na składnik losowy.

Zbudowane macierze oddziaływania pomiędzy giełdami pozwalają na zbadanie indywidualnych wpływów zmian wartości wybranych zmiennych na jednej giełdzie na pozostałe parkiety. Nasuwa się zatem wniosek, że giełdy bardziej do siebie podobne pod kątem rozpatrywanych charakterystyk (czyli bliższe „ekonomicznie”) wpływają na siebie w większym stopniu, niż giełdy mniej podobne.

BIBLIOGRAFIA

- Apergis N., Christou Ch., Miller S. M. (2012) Country and Industry Convergence of Equity Markets: International Evidence from Club Convergence and Clustering, Working Paper, No. 2010-33, University of Connecticut, Department of Economics.
- Asgharian H., Hess W., Liu I. (2013) A Spatial Analysis of International Stock Market Linkages, *Journal of Banking & Finance*, Vol. 37, Issue 12, pp 4738–4754.
- Dańska-Borsiak B. (2011) Dynamiczne modele panelowe w badaniach ekonomicznych, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Kozuń-Cieślak G. (2012) Światowy Rynek Kapitału. Wybrane Zagadnienia, Difin, Warszawa.
- Kusideł E. (2013) Konwergencja Gospodarcza w Polsce i jej Znaczenie w Osiąganiu Celów Polityki Spójności, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Levine R., Zervos S. (1998) Stock Market, Banks and Economic Growth, *The American Economic Review*, Vol. 88, No. 3, pp 537–558.
- Pietrzak M. B. (2010) Wykorzystanie Odległości Ekonomicznej w Przestrzennej Analizie Stopy Bezrobocia dla Polski, *Oeconomica Copernicana*, Nr 1, s. 81–98
- Serletis A., King M. (1997) Common Stochastic Trends and Convergence of European Union Stock Markets, *The Manchester School*, Vol. LXV, No. 1, pp 44–57.
- Suchecka J., Łaskiewicz E. (2011), Spatial and Economic Distance Influence on the European Stock Market Connections Changing in Crisis 2007-2009, *Folia Oeconomica*, Vol. 252, s. 69–84.
- Sucheckie B. (red.) (2010) *Ekonometria przestrzenna. Metody i modele analizy danych przestrzennych*, Wydawnictwo C.H.Beck, Warszawa.
- Sucheckie B. (red.) (2012) *Ekonometria przestrzenna II. Modele zaawansowane*, Wydawnictwo C.H.Beck, Warszawa.
- Tobler W.R. (1970) A Computer Model Simulating Urban Growth in the Detroit Region, *Economic Geography*, Vol. 46, No. 2.

IMPLEMENTATION OF ECONOMIC DISTANCE INTO MODELING SELECTED STOCKS' EXCHANGE CAPITALIZATION

Abstract: The aim of the article is the analysis of capitalization of selected stocks from a perspective of economical distance. According to character of stocks – lack of connection to their spatial position, in investigated model the matrix founded on economical distance will be proposed. Thanks to that approach, it will be possible to investigate how powerful impact on stock capitalization has value of this process observed in the other stocks. Moreover, it will be investigated if among selected stocks σ -convergence phenomena of capitalization is observed.

Keywords: stock capitalization, economic distance, panel data, spatial econometric, fixed effects, SAR model, SERR model, sigma convergence.

PROPOZYCJA MODYFIKACJI SKŁADKI NETTO W UBEZPIECZENIACH NA ŻYCIE Z FUNDUSZEM KAPITAŁOWYM UWZGLĘDNIAJĄCA DODATKOWE RYZYKO FINANSOWE

Magdalena Homa
Uniwersytet Wrocławski
e-mail: homam@prawo.uni.wroc.pl

Streszczenie: Wycena klasycznych ubezpieczeń na życie oparta jest na zasadzie równoważności i uwzględnia ryzyko śmierci oraz zmianę wartości pieniądza w czasie czyli tzw. ryzyko aktuarialne. Taka wycena aktuarialna zakłada strategię zabezpieczającą, którą trudno jest realizować firmom ubezpieczeniowym oferującym złożone produkty ubezpieczeniowe jakimi są m.in. ubezpieczenia z funduszem kapitałowym (UFK). W ubezpieczeniach tego typu świadczenia połączone są z ryzykiem finansowym, które nie podlega dywersyfikacji i w związku z tym wycena powinna uwzględniać ten dodatkowy aspekt. Dlatego też w pracy zaproponowano modyfikację sposobu kalkulacji składki netto dla ubezpieczeń UFK będącą kombinacją ujęcia aktuarialnego i finansowego. Zaproponowano aby przy kalkulacji składki uwzględnić zarówno ryzyko aktuarialne jak i finansowe związane z kontraktem ubezpieczeniowym łączącym aspekt ubezpieczeniowy z inwestycjami.

Słowa kluczowe: ubezpieczenie z funduszem kapitałowym (UFK), wycena przepływów pieniężnych, zasada równoważności, metoda Monte Carlo

UBEZPIECZENIE Z FUNDUSZEM KAPITAŁOWYM

Koncepcja ubezpieczenia UFK

Ubezpieczenie z funduszem kapitałowym UFK to umowa na życie lub dożycie pomiędzy ubezpieczonym a ubezpieczycielem, zgodnie z którą ubezpieczony opłaca składki, a w zamian firma ubezpieczeniowa zapewnia świadczenie w wysokości równej większej z wartości:

- kwoty gwarantowanej (oznaczonej G_{π}),

- sumy wynikającej z wartości portfela referencyjnego zależnej od kształtowania się ceny funduszu (oznaczonej $b(S_t)$).

Tym samym ubezpieczenie UFK różni się zasadniczo od klasycznych ubezpieczeń na życie i dożycie tym, że jest powiązane z inwestowaniem środków pochodzących ze składek w wydzielone fundusze. W Polsce kontrakty typu UFK umożliwiają ubezpieczonemu gromadzenie oszczędności w indywidualnie utworzonym przez niego portfelu inwestycyjnym, składającym się z funduszy prowadzonych przez niezależne od ubezpieczyciela zewnętrzne towarzystwa FI. Fundusze inwestycyjne różnią się pod względem ryzyka i polityki inwestycyjnej, a ponieważ ubezpieczenia UFK mają otwartą strukturę i są transparentne dają ubezpieczonym możliwość decydowania o składzie portfela w okresie trwania ubezpieczenia. W przeciwieństwie do klasycznego ubezpieczenia na życie, w którym koszt ubezpieczenia (wyrażony w opłacanej składce) jest jednakowy przez cały okres ubezpieczenia i nie wynika z wielkości ryzyka w danym roku, ale z uśrednionego ryzyka całego okresu ubezpieczenia, w ubezpieczeniach UFK koszt ten zmienia się w zależności od wpłat i obciążenia związanego nie tylko z ryzykiem śmierci, ale również z dodatkowym ryzykiem finansowym zależnym od ceny jednostek funduszu.

Wartość portfela referencyjnego a wypłata z tytułu ubezpieczenia

W ubezpieczeniu UFK, analogicznie jak w tradycyjnym ubezpieczeniu, zakład ubezpieczeń zgodnie z umową zobowiązuje się do wypłaty świadczenia w zależności od typu kontraktu:

- z tytułu dożycia końca okresu ubezpieczenia (UD),
- w przypadku śmierci w okresie jego trwania (UZ).

W przeciwieństwie do tradycyjnych ubezpieczeń na życie i dożycie losowy jest tutaj nie tylko moment wypłaty ale również jej wysokość zależna od wartości portfela (ceny jednostki funduszu) w momencie wypłaty. Przyjmując, że ubezpieczony w chwili t inwestuje część składki ubezpieczeniowej w wysokości π_t w wybrane aktywa (fundusze oferowane wraz z ubezpieczeniem UFK) z ceną określoną jako S_t zakupuje odpowiednio $\pi_t \cdot S_t^{-1}$ jednostek aktywów. Buduje w ten sposób wartość portfela referencyjnego wyrażoną wzorem [Schrager i in. 2004]:

$$X_t = \sum_{u=0}^{\min\{u|u>t\}-1} \pi_u \cdot S_t \cdot S_u^{-1}. \quad (1)$$

W ubezpieczeniu UFK ubezpieczyciel łącząc charakter ochronny i inwestycyjny wypłaca ubezpieczonemu w momencie zajścia zdarzenia objętego umową wyższą z wartości: kwoty gwarantowanej i wartości rynkowej portfela. Zatem wypłata z tytułu ubezpieczenia w chwili t jest odpowiednią funkcją

zakumulowanej inwestycji zależną od ceny jednostek funduszu i jest ona równa [Schrager i in. 2004, Ballotta i in. 2006]:

$$b(X_t) = \max\{G_\pi, X_t\} = G_\pi + \max\{0, X_t - G_\pi\} = G_\pi + (X_t - G_\pi)^+. \quad (2)$$

Następnie uwzględniając zmianę wartości pieniądza w czasie wyznaczono zaktualizowaną na moment t wartość wypłaty dokonanej w chwili T z tytułu zdarzenia objętego umową jest równa [Bacinello 2003]:

$$\begin{aligned} V_t(b, T) &= e^{-\delta(T-t)} \cdot b(X_T) = \\ &= e^{-\delta(T-t)} \cdot G_\pi + \tilde{V}_t(X, T), \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie $\tilde{V}_t(X, T) = e^{-\delta(T-t)} \cdot (X_T - G_\pi)^+$.

Z powyższego wzoru wynika, że kontrakt typu UFK może być wyceniany jako klasyczne ubezpieczenie odpowiednio na życie lub dożycie z sumą ubezpieczenia G_π (pierwszy człon wyrażenia) plus ewentualna nadwyżka wynikająca z wartości portfela zależna od średniej ważonej ceny aktywów (człon drugi wyrażenia). Przy wycenie przepływów wynikających z klasycznego ubezpieczeń na życie uwzględnia się ryzyko stopy procentowej, natomiast ryzyko w ubezpieczeniu UFK jest rozszerzone i obejmuje dodatkowo ryzyko inwestycji.

Wartość aktuarialna wypłaty

Wartość aktuarialna świadczenia lub składki w klasycznych ubezpieczeniach na życie jest wartością oczekiwaną zaktualizowanej wielkości świadczenia lub składki. W ubezpieczeniu UFK przy obliczaniu wartości oczekiwanej strumieni płatności należy uwzględnić historię dotyczącą procesu śmiertelności i ceny. Stąd wartość aktuarialna strumienia płatności w ubezpieczeniu UFK obliczana jest jako warunkowa wartość oczekiwana zdyskontowanych płatności, pod warunkiem całej historii procesu i określana ogólnym wzorem [Bowers i in. 1997]:

$$E \left[B_t \cdot \int_T B_\tau^{-1} b(S_\tau) | \mathcal{F}_t \right], \quad (4)$$

gdzie $\{\mathcal{F}_t\}_{0 \leq t \leq T}$ – filtracja określająca historię procesu w chwili t .

W przypadku klasycznych ubezpieczeń filtracja oparta jest na procesie umieralności tzn.:

$$\mathcal{F}_t = \sigma\{I(T_i \leq t), 0 \leq t \leq T, i = 1, \dots, l_x\}$$

gdzie T_i – przyszły czas życia i -tego ubezpieczonego, l_x – liczba osób w portfelu ubezpieczeniowym

Natomiast w przypadku ubezpieczeń z funduszem kapitałowym należy uwzględnić dodatkowo rynek finansowy i związane z nim ryzyko, w związku z tym w kalkulacjach należy uwzględnić następującą filtrację:

$$\mathcal{F}_t = \mathcal{G}_t \wedge \mathcal{H}_t = \mathcal{G}_t \wedge \sigma\{I(T_i \leq t), 0 \leq t \leq T, i = 1, \dots, l_x\} \quad (5)$$

gdzie \mathcal{G}_t – to filtracja zależna od modelu rynku.

Zakłada się, że rynek finansowy jest idealny i wszyscy mają taką samą wiedzę o nim, a informacje otrzymywane są wyłącznie z obserwacji procesu cen S_t . Wówczas o σ -ciele $\mathcal{G}_t = \mathcal{G}_t^S$ zakładamy, że jest filtracją opartą na procesie ceny. Zatem filtracja \mathcal{F}_t określa pełną informację dostępną w chwili t dotyczącą zarówno procesu śmiertelności i kształtowania się cen. Uwzględniając tę filtrację, a tym samym rozszerzone ryzyko aktuarialne wyznaczono wartość aktuarialną wypłaty z tytułu dożycia końca okresu ubezpieczenia oraz z tytułu śmierci w okresie trwania ubezpieczenia stanowiące podstawę dalszych kalkulacji składki netto.

Ze względu na fakt, że ryzyko finansowe nie podlega dywersyfikacji przepływy pieniężne związane z ubezpieczeniem UFK wyceniono dla jednorodnego portfela ubezpieczeń. Wartość aktuarialna wypłaty wyrażonej wzorem (3) z tytułu ubezpieczenia na dożycie przy założeniu niezależności procesu umieralności i procesu cen można wyrazić wzorem:

$$E[B_D(t, S_{T_i}) | \mathcal{F}_t] = \sum_{i=1}^{l_x} {}_tP_{x+t} E[e^{-\delta(T_i-t)} \cdot b(S_{T_i}) | \mathcal{G}_t], \quad (6)$$

gdzie ${}_tP_x$ to prawdopodobieństwo przeżycia ubezpieczonego w wieku x okresu t .

Natomiast w przypadku ubezpieczenia na życie wartość aktuarialna wypłaty z tytułu śmierci zostaje wypłacona każdemu ubezpieczonemu z tytułu śmierci i wyraża się wzorem:

$$E[B_Z(t, S_T) | \mathcal{F}_t] = \sum_{i=1}^{l_x} \int_t^{T_i} E[e^{-\delta(\tau-t)} \cdot b(S_\tau) | \mathcal{G}_t] {}_{\tau-t}P_{x+t} \cdot \mu(x+\tau) d\tau, \quad (7)$$

gdzie $\mu(x+t)$ oznacza intensywność umieralności w wieku $x+t$.

Z powyższych wzorów wynika, że wyznaczenie wartości aktuarialnej wypłaty z tytułu ubezpieczenia UFK wymaga dodatkowych założeń co do modelu rynku finansowego (w zakresie procesu kształtowania się cen).

KALKULACJA SKŁADKI NETTO DLA UBEZPIECZENIA UFK

Zasada równoważności i jednorazowa składka netto

W klasycznych ubezpieczeniach na życie i dożycie wartość składki netto wyznacza się na podstawie wartości oczekiwanej zdyskontowanych przyszłych przepływów pieniężnych czyli ich wartości aktuarialnych. Podstawę tych kalkulacji stanowi klasyczna zasada równoważności zgodnie, z którą wartość

aktuarialna składek i świadczeń wynikająca z zawartej umowy ubezpieczenia w całym okresie ubezpieczenia powinna się bilansować. Dla jednorazowej składki netto płaconej w momencie $t_0 = 0$ zasada ma postać [Bowers i in. 1997]:

$$\Pi_0 = E \left[\int_0^{T \wedge n} e^{-\delta t} \cdot b(S_t) | \mathcal{F}_0 \right], \quad (8)$$

gdzie n - okres ubezpieczenia terminowego.

Składka netto wynikająca z powyższej zasady nazywana jest sprawiedliwą i w tradycyjnych ubezpieczeniach wyznacza się ją uwzględniając stopę wolną od ryzyka oraz ryzyko śmiertelności. W przypadku gdy firma ubezpieczeniowa posiada duży portfel to zgodnie z prawem wielkich liczb ryzyko śmierci jest dywersyfikowane. W przypadku ubezpieczeń UFK ubezpieczyciel ponosi z tytułu gwarancji dodatkowo ryzyko finansowe i nie ma możliwości jego dywersyfikacji. Należy podkreślić, że w Polsce najczęściej oferowane są ubezpieczenia UFK bez sumy gwarantowanej, a tym samym ubezpieczyciel nie uwzględnia go w kalkulacjach. Zatem składka w ubezpieczeniu UFK z wypłatą określoną wzorem (2) powinna być wyznaczona przy uwzględnieniu rozszerzonej filtracji generowanej przez portfel ubezpieczeniowy (w zakresie procesu śmiertelności) i finansowy (w zakresie procesu cen). Wykorzystując wyprowadzone wzory na wartość aktuarialną (6) i (7) przyjmując $t=0$ jednorazowa składka netto UFK zgodnie z zasadą równoważności (9) wyraża się ogólnym wzorem:

$$\begin{aligned} \Pi_0 = & \sum_{i=1}^{l_x} T_i p_x E \left[e^{-\delta T_i} \cdot b(S_{T_i}) | \mathcal{G}_0 \right] + \\ & + \int_0^{T_i} E \left[e^{-\delta \tau} \cdot b(S_\tau) | \mathcal{G}_0 \right]_{\tau} p_x \cdot \mu(x + \tau) d\tau \end{aligned} \quad (10)$$

Cena a ryzyko finansowe UFK

Uwzględniając fakt, że w ubezpieczeniu UFK wypłata zależy od wartości rynkowej portfela referencyjnego po przekształceniach otrzymuje się następujący wzór jednorazowej składki netto:

$$\begin{aligned} \Pi_0 = & \sum_{i=1}^{l_x} T_i p_x E \left[e^{-\delta T_i} \cdot (X_{T_i} - G_\pi)^+ | \mathcal{G}_0 \right] + \\ & \int_0^{T_i} E \left[e^{-\delta \tau} \cdot (X_\tau - G_\pi)^+ | \mathcal{G}_0 \right]_{\tau} p_x \cdot \mu(x + \tau) d\tau \\ & + G_\pi \left[e^{-\delta T_i} T_i p_x + \int_0^{T_i} e^{-\delta \tau} \cdot p_x \cdot \mu(x + \tau) d\tau \right] \end{aligned} \quad (11)$$

Wartość oczekiwaną $E[e^{-\delta(T-t)} \cdot h(S_T) | \mathcal{G}_t]$ nazywa się Ceną arbitrażową instrumentu $h(S_t)$ w chwili $t < T$, opiewającego na aktywa o cenie opisanej przez proces $\{S_t\}_{t \geq 0}$ i o terminie zapadalności T [Jajuga K., Jajuga T. 2006]. W związku z tym przyjmując oznaczenie:

$$E[e^{-\delta(T-t)} \cdot (X_T - G_\pi)^+ | \mathcal{G}_t] = C_t(X_T, G_\pi)$$

wzór (11) na jednorazową składkę netto wyznaczoną według zasady równoważności z rozszerzoną na rynek finansowy filtracją przyjmie postać:

$$\begin{aligned} \Pi_0 = & \sum_{i=1}^{l_x} G_\pi \left[\underbrace{e^{-\delta t_i} \cdot T_i p_x + \int_0^{T_i} e^{-\delta \tau} \cdot {}_\tau p_x \cdot \mu(x + \tau) d\tau}_{\Pi'_0 \equiv \Pi_{UZ \wedge UD}} \right] + \\ & + \underbrace{\sum_{i=1}^{l_x} C_0(X_{T_i}, G_\pi) \cdot T p_x + \int_0^{T_i} C_0(X_\tau, G_\pi) \cdot {}_\tau p_x \cdot \mu(x + \tau) d\tau}_{\Pi''_0 \equiv \Pi_{(X-G)^+}} \end{aligned} \quad (12)$$

Powyższy wzór jest uogólnieniem wzoru na jednorazową składkę netto (j.s.n) w ubezpieczeniach życiowych. Pierwsza część wzoru określa wysokość należnej składki w klasycznych ubezpieczeniach na życie lub dożycie z sumą ubezpieczenia G_π . Część druga to dodatkowa część składki wynikająca z ryzyka finansowego portfela referencyjnego ubezpieczenia UFK. Zatem dokonując kalkulacji składki netto dla ubezpieczenia UFK należy połączyć ujęcie aktuarialne z finansowym, w zakresie narzędzi stosowanych do wyceny opcji (europejskiej w przypadku ubezpieczenia na życie i amerykańskiej w ubezpieczeniu na dożycie).

Należy jednak zauważyć, że wyznaczona składka zgodnie z zasadą równoważności charakterystycznej dla kalkulacji składki w ubezpieczeniach na życie, nie uwzględnia w pełni specyfiki ubezpieczeń na życie z funduszem kapitałowym wynikającej z faktu, że w ubezpieczeniach tego typu wielkość wypłaty nie jest znana w momencie kalkulacji składki. Analogiczna sytuacja ma miejsce w ubezpieczeniach nieosobowych, dlatego też proponuje się w przypadku ubezpieczeń UFK stosować zmodyfikowane zasady określania składek charakterystyczne dla ubezpieczeń nieosobowych. Zasady te oparte są na zasadzie równoważności, ale uwzględniony jest również dodatek na ryzyko [Moller 2003]. Dlatego też należałoby zmodyfikować powyższy wzór w taki sposób aby uwzględnić dodatkowe ryzyko obejmujące losowy charakter wypłaty. Wówczas wzór na jednorazową składkę przyjmuje ogólną postać:

$$\Pi_0 = \Pi_{UZ \wedge UD} + \Pi_{(X-G)^+} + \Pi_{Var(X-G)^+} \quad (13)$$

Pierwsze dwa składniki powyższego wzoru to odpowiednio składka klasycznego ubezpieczenia na życie i dożycie oraz część składki przeznaczona na pokrycie ryzyka finansowego wynikającego z wartości rynkowej portfela referencyjnego, natomiast ostatni człon to część składki przeznaczona na pokrycie ryzyka wynikającego z losowego charakteru wypłaty (odpowiednia miara zróżnicowania). W kontekście ubezpieczeń z funduszem kapitałowym, w których losowa wypłata zależna jest od wartości portfela referencyjnego w momencie wypłaty proponuje się zastosowanie zasad opartych na wartości oczekiwanej i miarach zróżnicowania. Ta część składki wyraża się wówczas wzorem:

$$\begin{aligned} \Pi_{\text{Var}(X-G)^+} &= \sqrt{\text{Var}[(B_D(0, S_T) + B_Z(0, S_T)) | \mathcal{G}_0 \wedge \{T_i > 0\}]} = \\ &= \sqrt{\text{Var}\left[\left(e^{-\delta T} \cdot b(S_T) \cdot \mathbf{I}\{T_i > T\} + \int_0^{T_i} e^{-\delta \tau} \cdot b(S_T) \cdot dN(\tau)\right) | \mathcal{G}_0 \wedge \{T_i > 0\}\right]} \end{aligned}$$

Do wyznaczenia wariancji (odchylenia standardowego) potrzebna jest więc znajomość nie tylko wartości oczekiwanej ale również momentu zwykłego drugiego rzędu oraz momentu mieszanego poszczególnych strumieni płatności. Postępując analogicznie jak przy wyznaczaniu wartości oczekiwanej wyznacza się drugi moment przepływów, natomiast do wyznaczenia momentu mieszanego zastosowanie twierdzenia Fubini'ego o całce podwójnej z funkcji o rozdzielonych zmiennych [Błaszczyszyn B., Rolski T.]. Ostatecznie odpowiednie wartości wyznaczono numerycznie i wykorzystano pakiet Mathematica.

KALKULACJA SKŁADKI NETTO DLA PRZYKŁADOWEGO UBEZPIECZENIA Z FUNDUSZEM KAPITAŁOWYM

Przykładowy portfel ubezpieczenia UFK

Jako przykład przeanalizowano kontrakt terminowy UFK na życie lub dożycie zgodnie, z którym jeśli ubezpieczony umrze to ubezpieczyciel wypłaci mu gwarantowaną sumę ubezpieczenia plus nadwyżkę wynikającą z wartości portfela. Ubezpieczony otrzyma również analogiczną wypłatę w sytuacji dożycia końca okresu ubezpieczenia. Ponadto przyjęto, że ubezpieczony może realizować różne strategie inwestycyjne różnicując tym samym zyski wynikające ze zmiennej wartości portfela. W analizie uwzględniono najlepsze fundusze UFK oferowane w Polsce w czterech grupach portfeli: PAK portfel akcji, PST - portfel stabilnego wzrostu, PZR - portfel zrównoważony oraz PPD - portfel papierów dłużnych.

W celu przeprowadzenia wyceny i kalkulacji składki netto dla poszczególnych typów ubezpieczenia UFK należy przeprowadzić symulację: procesu cen (przy założonym modelu rynku finansowego) oraz procesu śmiertelności (przy przyjętym modelu śmiertelności). Jako model rynku finansowego przyjęto klasyczny model Blacka-Scholesa (Blacka-Mertona-Scholesa) z horyzontem T . Zakładamy, że

mamy do czynienia z rynkiem idealnym, na którym mamy papier ryzykowny (jednostki wybranego przez ubezpieczonego funduszu), o cenie zadanej wzorem [Jakubowski 2011].:

$$dS_t = \mu_S(t)S_t dt + \sigma_S(t)S_t dW_t$$

gdzie W_t jest procesem Wienera (standardowy ruch Browna),

S_t - przyszła cena instrumentu bazowego,

S_0 - cena rzeczywista instrumentu bazowego,

μ - średnia procesu,

σ - odchylenie standardowe procesu.

Jedynym rozwiązaniem powyższego równania różniczkowego jest:

$$S_t = S_0 \exp\left(\sigma W_t + \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right) \cdot t\right)$$

Proces S_t ma rozkład lognormalny tzn. $\ln S_t \sim N\left(\ln S_0 + \left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)t, \sigma^2 t\right)$.

Na rynku tym mamy również rachunek ze stałą stopą procentową i kapitalizację ciągłą tj. proces wartości jednostki pieniężnej jest równy:

$$B_t = e^{\delta t} = e^{t \ln(1+r)}$$

Na tak opisanym rynku μ odzwierciedla stałe tendencje zmiany cen jednostek funduszu i nazywa się stopą aprecjacji, odchylenie standardowe σ odzwierciedla zmienność cen, natomiast stopa procentowa r to stopa wolna od ryzyka.

Ze względu na prawidłowy opis dynamiki śmiertelności w populacji dla przedziału wiekowego 30-80 lat, do wyznaczenia prawdopodobieństwa śmierci wykorzystano prawo Gompertza-Makehama zgodnie, z którym natężenie zgonów wyraża się wzorem:

$$\mu(x+t) = A + Bc^{x+t}$$

Na podstawie TTŻ dla mężczyzn przeprowadzono aproksymację funkcji i otrzymano następujące estymatory największej wiarygodności parametrów:

$$A = 0,0004; B = 0,0000034674; c = 10^{0,06}$$

Na tej podstawie wyznaczono prawdopodobieństwo przeżycia i śmierci wykorzystane w przykładzie.

Symulacja wysokości składki netto dla wybranych UFK

Do wyceny kontraktów typu UFK i ustalenia sprawiedliwej składki według wzoru (13) istotna staje się kwestia poprawnej wyceny instrumentu finansowego jakim jest opcja. W pracy do wyceny europejskiej opcji kupna zastosowano postać analityczną, natomiast w przypadku amerykańskiej opcji kupna, dla której nie ma jawnej postaci analitycznej ceny zastosowano metodę symulacyjną Monte-Carlo

pozwalającą najogólniej obliczać wartości oczekiwane pewnych rozkładów prawdopodobieństwa. Przy zastosowaniu metody Monte Carlo do wyceny opcji kupna wykorzystywany jest fakt, że rozkład wartości instrumentu bazowego w dniu wygaśnięcia opcji jest zdeterminowany przez ustalony proces stochastyczny. Przy zastosowaniu opisanego modelu ewolucji cen i stosując metodę Monte Carlo, poprzez wielokrotne symulacje otrzymano rozkład końcowych wartości instrumentu pierwotnego, na który wystawiona jest opcja. Procedurę wyznaczania wartości opcji kończy szacowanie wartości oczekiwanej. Następnie z uwzględnieniem przyjętego modelu procesu śmierci, przeprowadzono kalkulację należnej jednorazowej składki netto¹. Wyniki dla ubezpieczonego mężczyzny w wieku 30 lat z gwarantowaną sumą ubezpieczenia równą 1000j.p i stopą wolną od ryzyka 5% inwestującego w portfele referencyjne zamieszczono w poniższych tabelach.

Tabela 1 Jednorazowa składka netto ubezpieczenia UFK na dożycie z portfelem PAK

Termin	Π_{UD}	$\Pi_{(X-G)^+}$	$\Pi_{Var(X-G)^+}$
25	278,52	53,63	21,20
30	207,20	66,44	19,49
35	146,69	75,70	17,96
40	94,06	70,79	17,04
45	49,50	53,71	12,55

Źródło: opracowanie własne

Tabela 2 Jednorazowa składka netto ubezpieczenia UFK na dożycie z portfelem PZR

Termin	Π_{UD}	$\Pi_{(X-G)^+}$	$\Pi_{Var(X-G)^+}$
25	278,52	40,76	19,00
30	207,20	54,82	18,42
35	146,69	63,11	15,99
40	94,06	62,19	14,31
45	49,50	47,75	10,74

Źródło: opracowanie własne

Tabela 3 Jednorazowa składka netto ubezpieczenia UFK na dożycie z portfelem PSW

Termin	Π_{UD}	$\Pi_{(X-G)^+}$	$\Pi_{Var(X-G)^+}$
25	278,525	16,77	13,99
30	207,207	28,40	12,99
35	146,69	38,70	11,44
40	94,0623	41,76	9,59
45	49,5071	35,05	6,66

Źródło: opracowanie własne

¹ Do obliczeń numerycznych wykorzystano pakiet Mathematica.

Tabela 4 Jednorazowa składka netto ubezpieczenia UFK na dożycie z portfelem PPD

Termin	Π_{UD}	$\Pi_{(X-G)^+}$	$\Pi_{Var(X-G)^+}$
25	278,525	0,28	7,68
30	207,207	2,66	6,81
35	146,69	9,62	5,58
40	94,0623	18,32	3,99
45	49,5071	21,05	1,96

Źródło: opracowanie własne

Tabela 5 Jednorazowa składka netto ubezpieczenia UFK na życie z portfelem PAK

Termin	Π_{UZ}	$\Pi_{(X-G)^+}$	$\Pi_{Var(X-G)^+}$
25	25,58	27,84	4,31
30	37,91	50,94	7,07
35	55,44	92,74	10,28
40	78,85	163,74	14,28
45	106,09	268,67	17,79

Źródło: opracowanie własne

Tabela 6 Jednorazowa składka netto ubezpieczenia UFK na życie z portfelem PZR

Termin	Π_{UZ}	$\Pi_{(X-G)^+}$	$\Pi_{Var(X-G)^+}$
25	25,58	21,76	2,81
30	37,91	38,51	5,91
35	55,44	74,52	9,12
40	78,85	120,47	12,80
45	106,09	239,21	16,40

Źródło: opracowanie własne

Tabela 7 Jednorazowa składka netto ubezpieczenia UFK na życie a z portfelem PSW

Termin	Π_{UZ}	$\Pi_{(X-G)^+}$	$\Pi_{Var(X-G)^+}$
25	25,58	19,51	1,50
30	37,91	36,24	2,97
35	55,44	71,57	5,53
40	78,85	116,31	8,32
45	106,09	210,35	12,12

Źródło: opracowanie własne

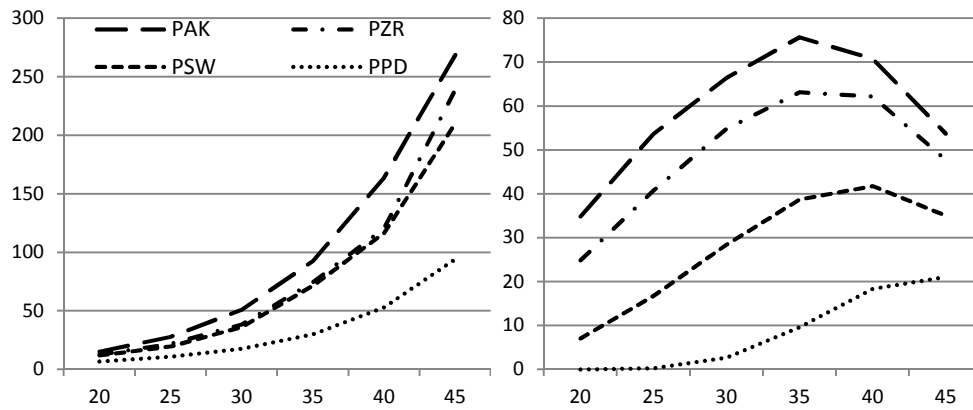
Tabela 8 Jednorazowa składka netto ubezpieczenia UFK na życie z portfelem PPD

Termin	Π_{UZ}	$\Pi_{(X-G)^+}$	$\Pi_{Var(X-G)^+}$
25	25,58	10,76	0,00
30	37,91	17,58	0,00
35	55,44	29,97	0,68
40	78,85	52,84	1,51
45	106,09	94,26	5,89

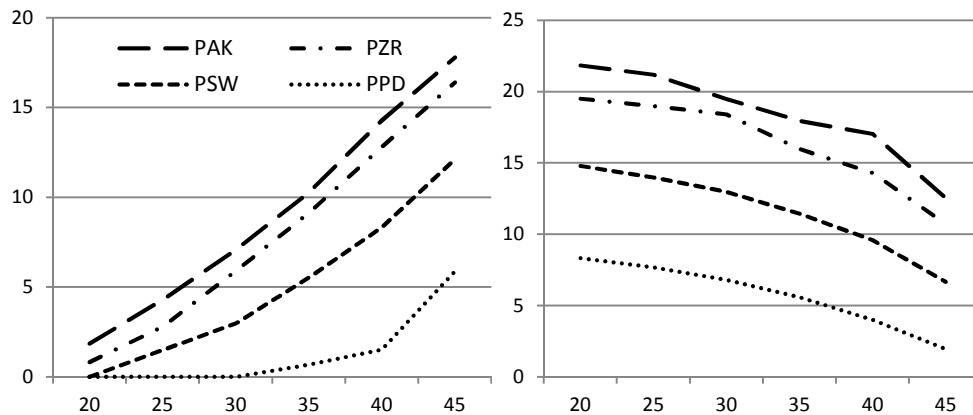
Źródło: opracowanie własne

Na podstawie powyższych symulacji można stwierdzić, że pierwsza część składki wyznaczona w tradycyjny sposób zarówno w ubezpieczeniu UZ jak i UD, niezależnie od przyjętej strategii inwestycyjnej ma taką samą wartość, co świadczy o tym, że wynika ona z uśrednionego ryzyka śmierci. Jest to podejście charakterystyczne dla ubezpieczeń życiowych i potwierdza konieczność potraktowania ubezpieczeń UFK w sposób szczególny stosując zasady przypisane w ujęciu czysto aktuarialnym do ubezpieczeń nieosobowych. Wyniki wskazują, że w ubezpieczeniach z funduszem kapitałowym wysokość składki netto powinna być wyższa i uwzględniać dodatkowe ryzyko decyzji inwestycyjnych ubezpieczonego. Ryzyko wynikające ze strategii inwestycyjnej ubezpieczonego znajduje pokrycie w dodatkowych członach składki, które w sposób istotny zwiększają jej wysokość, zapewniając jednocześnie wypłacalność ubezpieczyciela. Ich kształtowanie jako funkcji okresu ubezpieczenia przedstawiono na poniższych wykresach.

Rysunek 1 Dodatek na ryzyko portfela (część składki $\Pi_{(X-G)^+}$) w ubezpieczeniu UZ i UD



Rysunek 2 Dodatek na ryzyko portfela (część składki $\Pi_{\text{Var}(X-G)^+}$) w ubezpieczeniu UZ i UD



Źródło: opracowanie własne

Na wykresach przedstawiono dwie części składki przeznaczone na pokrycie ryzyka finansowego związanego ze zmianą ceny jednostek funduszu i ryzyka wynikającego z losowego charakteru wypłaty. Jak można było oczekiwać w ubezpieczeniu UFK na życie są one rosnącą, wypukłą funkcją niezależnie od przyjętej strategii. Natomiast w ubezpieczeniu UFK na dożycie to funkcje wklęsłe (rosnąco-malejące). Bez wątplenia kształt otrzymanych funkcji zdeterminowany jest przez prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia objętego umową.

WNIOSKI

Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że niezależnie od przyjętej przez ubezpieczonego strategii inwestycyjnej ryzyko finansowe determinuje w sposób istotny wysokość składki. W związku z tym nie powinno być pomijane w przeprowadzanych wycenach i kalkulacjach. Proponowane rozszerzenie filtracji określającej pełną informację dostępną w chwili t dotyczącą procesu śmiertelności i kształtowania się cen, zastosowanie metod wyceny opcji (europejskiej i amerykańskiej), jak również spojrzenie na ubezpieczenia UFK poprzez pryzmat ubezpieczeń nieosobowych wydaje się być zasadne. Takie podejście wymusza kalkulacje składki będącą kombinacją podejścia aktuarialnego i finansowego.

BIBLIOGRAFIA

- Bacinello A. (2003) Fair Valuation of Guaranteed Life Insurance Participating Contract Embedding a Surrender Option, *The Journal of Risk and Insurance*, Vol.70, No. 3.
- Ballotta L., Habermann S. (2006) The fair valuation problem of guaranteed annuity options: the stochastic mortality environment case, *Insurance Mathematics & Economics*, nr 38.
- Błaszczyszyn B., Rolski T.: *Podstawy matematyki ubezpieczeń na życie*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowo-Techniczne 2004
- Bowers N.L., Gerber H.U., Hickman J.C, Jones D.A., Nesbitt C. (1997) *Actuarial mathematics*, The Society of Actuaries, Schaumburg .
- Jajuga K., Jajuga T. (2006) *Inwestycje*, PWN Warszawa.
- Jakubowski J. (2011) *Modele matematyczne rynków instrumentów pochodnych I*, Uniwersytet Warszawski.
- Hardy M. (2003) *Investment Guarantees. Modeling and Risk Management for Equity-Linked Life Insurance*, John Wiley & Sons Inc.
- Moller T. (2003) Indifference pricing of insurance contracts In a products pace model: applications, *Insurance Mathematics & Economics*, nr 32.
- Moller T., Steffensen M. (2007) *Market valuation methods in life and pension insurance*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Schrager D., Pelsser A. (2004) Pricing Rate of Return Guarantees in Regular Premium Unit Linked Insurance, *Insurance Mathematics & Economics*, nr 35.

**PROPOSITION MODIFICATION OF NET PREMIUM FOR LIFE
INSURANCE WITH EQUITY FUND INCLUDING FINANCIAL RISK**

Abstract: Valuation of traditional life insurance is based on the principle of equivalence, taking into account the risk of death and change in time value of money ie. actuarial risk. Such actuarial valuation involves hedging strategy, which is difficult to implement by the insurance companies offering insurance with equity fund (unit-linked insurance). In this type of insurance benefits are linked to financial risk, which is not subject to the diversification and, therefore, the valuation should take into account this additional aspect. Therefore, in this article through combining a financial and actuarial approach, proposed a modification of the method of calculation of the net premiums for the unit-linked insurance. The value of net premium are determined as an appropriate conditional expected value including extended actuarial risk (risk of death and also financial risk).

Keywords: unit-linked insurance, the valuation of cash flows in ULIP, net premium, the principle of equivalence, actuarial risk, the Monte Carlo method

STRATA JAKO PODSTAWA OCENY EFEKTYWNOŚCI INWESTYCYJNEJ FIO AKCJI I ZRÓWNOWAŻONYCH¹

Andrzej Karpio, Dorota Żebrowska – Suchodolska
Katedra Ekonometrii i Statystyki, SGGW w Warszawie
e-mail: andrzej_karpio@sggw.pl, zdorota@o2.pl

Streszczenie: W pracy wykorzystano wskaźniki zysków i strat do tworzenia rankingów otwartych funduszy inwestycyjnych akcji i zrównoważonych. Zastosowane metody tzn. wskaźniki Calmara, Sterlinga i Burke'a, korzystają z mierników strat zamiast standardowo stosowanych miar ryzyka, czyli odchylenia standardowego i współczynnika beta. Pozwala to w ocenie funduszy uwzględnić potoczne rozumienie ryzyka przez klientów. Analiza obejmuje lata 2003-2012, okres ten dodatkowo podzielono na dwa podokresy: 2003-2007 i 2007-2012.

Słowa kluczowe: otwarty fundusz inwestycyjny, ryzyko, obsunięcie kapitału, wskaźnik efektywności inwestycyjnej

WSTĘP

Większość rankingów tworzonych między innymi przez portale finansowe ma na celu wskazanie funduszy inwestycyjnych osiągających najwyższe stopy zwrotu w ustalonym horyzoncie czasowym. Takie kryterium oceny nie uwzględnia ryzyka, bardzo istotnego z punktu widzenia klientów. Inne podejście polega na badaniu efektywności inwestycyjnej funduszy z wykorzystaniem standardowych wskaźników tzn. Treynora, Sharpe'a, Jensena. Jest ono szeroko wykorzystywane w pracach naukowych, publikowanych i prezentowanych na konferencjach. Niestety, uzyskane wyniki nie trafiają do szerokich rzesz klientów funduszy. Wspomniane podejścia prawie zawsze odnoszą stopy zwrotu do ryzyka, przy różnych definicjach tego drugiego. We wcześniejszych pracach autorzy analizowali między innymi stabilność rankingów tworzonych na podstawie wspomnianych metod.

¹ Projekt został sfinansowany ze środków Narodowego Centrum Nauki przyznanych na podstawie decyzji numer DEC-2013/09/B/HS4/00493

Okazuje się, że w większości przypadków wyniki osiągnięte przez fundusze nie różnią się istotnie od siebie [Karpio, Żebrowska-Suchodolska 2013]. Poza tym, tylko w nielicznych przypadkach i krótkich okresach czasu, fundusze są w stanie „wygrać z rynkiem”. Dlatego interesująca może wydać się analiza wyników osiągniętych przez fundusze, ale z uwzględnieniem ponoszonych przez nie strat, co jest podstawowym celem pracy. Tym bardziej, że z punktu widzenia klientów, ryzyko utożsamiane jest ze stratą, co oczywiście nie jest słuszne, ale trafia do wyobraźni. Można przyjąć, że zarządzający, oprócz dążenia do maksymalizacji zysków w okresach dobrej koniunktury, powinni również starać się ograniczać straty, gdy rynek niżkuje. Zatem zaproponowane podejście niejako uzupełnia badania efektywności, rozumianej jako dążenie do jak największych zysków i jednocześnie uwzględnia potoczne rozumienie ryzyka przez klientów funduszy. W prezentowanej pracy analizie poddane są fundusze akcyjne i zrównoważone. Oprócz zastosowania metod oceny uwzględniających ponoszone straty zbadano korelacje pomiędzy uzyskanymi rankingami, co pozwala odpowiedzieć na pytania: Czy dobre wyniki funduszu w okresie hossy przekładają się na dobre wyniki podczas bessy? Czy występują istotne różnice w rankingach tworzonych na podstawie różnych wskaźników?

METODOLOGIA

Do badań wytypowano 16 funduszy akcyjnych i 12 funduszy zrównoważonych. Przyjętym kryterium było ich funkcjonowanie w całym okresie, którego dotyczy analiza, tzn. w latach 2003-2012, zebrano je w Tabeli 1 (w nawiasach podano skrócone nazwy wykorzystywane w dalszej części pracy). Należy dodać, że w międzyczasie TFI DWS oraz TFI CU zostały kupione odpowiednio przez TFI Inwestor oraz TFI AVIVA, jednak w tabeli występują pod „starymi” nazwami. Uzasadnione jest to tym, że podmioty te nadal funkcjonują na rynku niezależnie od faktu, iż zmienił się ich właściciel. W analizie brane są pod uwagę miesięczne procentowe zmiany jednostek uczestnictwa, nie uwzględnia się prowizji i opłat za zarządzanie. Wydaje się, że przyjęty okres jest dość typowy dla zmian składu portfeli i zmian w wycenie jednostek uczestnictwa. Dane wykorzystane w badaniach zaczerpnięto z portalu Bossa.pl.

Tabela 1. Fundusze akcyjne i zrównoważone objęte badaniem.

Fundusze akcyjne	Fundusze zrównoważone
Legg Mason Akcji (Legg Mason A)	Legg Mason Zrównoważony (Legg Mason Z)
Unikorona Akcje (UniKorona A)	Unikorona Zrównoważony (UniKorona Z)
BPH A Dynam (BPH Dyn)	BPH Aktywnego Zarządzania (BPH Z)
BPH Akcji (BPH A)	
DWS Top 25 (DWS Top)	DWS Zrównoważony (DWS Z)
DWS Akcji Plus (DWS A Plus)	

Fundusze akcyjne	Fundusze zrównoważone
DWS Akcji (DWS A)	
Arka BZWBK Akcji (Arka A)	Arka BZWBK Zrównoważony (Arka Z)
Millenium Akcji (Millennium A)	Millennium Zrównoważony (Millennium Z)
PKO/CS Akcji (PKO A)	PKO/CS Zrównoważony (PKO Z)
Pioneer Akcji Polskich (Pioneer A)	Pioneer Zrównoważony (Pioneer Z)
Skarbiec Akcja (Skarbiec A)	Skarbiec Waga (Skarbiec Z)
ING Akcji (ING A)	ING Zrównoważony (ING Z)
SEB 3 (SEB 3)	SEB1 (SEB 1)
CU Akcji Polskich (CU A)	
PZU Akcji Krakowiak (PZU A)	
	KBC Aktywny (KBC Z)

Źródło: opracowanie własne

Podstawą zastosowanej metodologii oceny efektywności inwestycyjnej są trzy miary nazywane wskaźnikami zysków i strat, a mianowicie wskaźniki: Calmara, Sterlinga i Burke'a [Domański 2011]. Podstawą ich konstrukcji jest maksymalny spadek wartości jednostki uczestnictwa MDD_T (ang. *maximum drawdown*) opisywany najczęściej za pomocą wzoru [Vecer 2006]:

$$MDD_T = \max_{u \in (0, T)} \left\{ \max_{t \in (0, u)} S_t - S_u \right\} \quad (1)$$

gdzie S_t jest ceną w chwili t , w rozważanym kontekście jest to wartość jednostki uczestnictwa funduszu. Natomiast T oznacza długość rozważanego horyzontu czasowego inwestycji. Z punktu widzenia inwestora największa strata oznacza zakup jednostek po najwyższej cenie w danym okresie i ich sprzedaż po cenie najniższej, dlatego też MDD_T będzie zdefiniowane następującego:

$$MDD_T = \min_{u \in (0, T)} \left\{ \frac{S_u - \max_{t \in (0, u)} S_t}{\max_{t \in (0, u)} S_t} \right\} \quad (2)$$

Tak określone MDD_T zawsze przyjmuje wartość ujemną i nazywa się obsunięciem kapitału.

Pierwszym ze wspomnianych wyżej wskaźników zysków i strat jest wskaźnik Calmara, będący stosunkiem średniej stopy zwrotu \bar{R} do wartości bezwzględnej maksymalnego spadku stopy zwrotu MDD_T [Pedersen 2003]. W niniejszej pracy przyjmuje się definicję daną wzorem:

$$Calmar_T = \frac{\bar{R}}{|MDD_T|} \quad (3)$$

Wskaźnik zawiera informację o tym, ile razy średnia stopa zwrotu \bar{R} przewyższa maksymalne obsunięcie kapitału MDD_T w przedziale $\langle 0, T \rangle$.

W literaturze można spotkać nieco inne definicje tego wskaźnika, na przykład w [Young 1991], jednak w niniejszej pracy korzysta się ze wzoru (3).

Wskaźnik Sterlinga zaproponowany przez Deane'a Sterlinga Jonesa jest stosunkiem średniej stopy zwrotu i średniej wartości z n największych spadków powiększonej o 10%² [McCafferty 2003]:

$$Sterling = \frac{\bar{R}}{\frac{1}{n} \sum_{T=1}^n |MDD_T| + 10\%} \quad (4)$$

Oprócz powyższego wzoru, w literaturze można odnaleźć inne wersje wskaźnika Sterlinga, podane na przykład w [Kestner 1996], [Bacon 2008], [Domański 2011].

Wskaźnik Burke'a jest stosunkiem nadwyżkowej średniej stopy zwrotu ponad aktywa wolne od ryzyka do pierwiastka z sumy kwadratów n obsunięć kapitału [Burke 1994]:

$$Burke = \frac{\bar{R} - R_f}{\sqrt{\sum_{T=1}^n (MDD_T)^2}} \quad (5)$$

W związku z niejednoznacznością wzorów nazywanych wskaźnikami Calmara, czy Sterlinga oraz chcąc zastosować do wskaźnika Burke'a podobną metodologię jak we wzorach (1) i (2), w niniejszej pracy przyjęto definicję tego ostatniego wskaźnika z $R_f = 0$.

Przy obliczaniu wskaźników Calmara, Sterlinga i Burke'a literatura sugeruje podawanie średniej rocznej zwrotu, przyjęcie pięciu największych spadków w przypadku wskaźników Sterlinga i Burke'a oraz stosowanie wszystkich wskaźników dla okresu 3-letniego [Domański 2011]. W niniejszej pracy cały okres badań (lata 2003-2012) został podzielony na dwa pięcioletnie okresy, a mianowicie: I okres trwa od 31 stycznia 2003 r. do 31 grudnia 2007 r., okres II trwa od 31 stycznia 2008 r. do 31 grudnia 2012 r. W każdym z nich, dla podanych w Tabeli 1 funduszy, wyznaczono średnie stopy zwrotu na podstawie stóp miesięcznych (średnia geometryczna). Wskaźniki Calmara, Sterlinga i Burke'a obliczono biorąc pod uwagę wyceny jednostek uczestnictwa (ceny we wzorach na obsunięcie kapitału) na koniec każdego miesiąca. Jak już wspomniano wcześniej, literatura sugeruje stosowanie okresów 3-letnich, ale w niniejszej pracy podział 5-letni wydaje się być uzasadniony tym, że utworzone podokresy pokrywają się z okresami: „przed kryzysem” i „w trakcie kryzysu”.

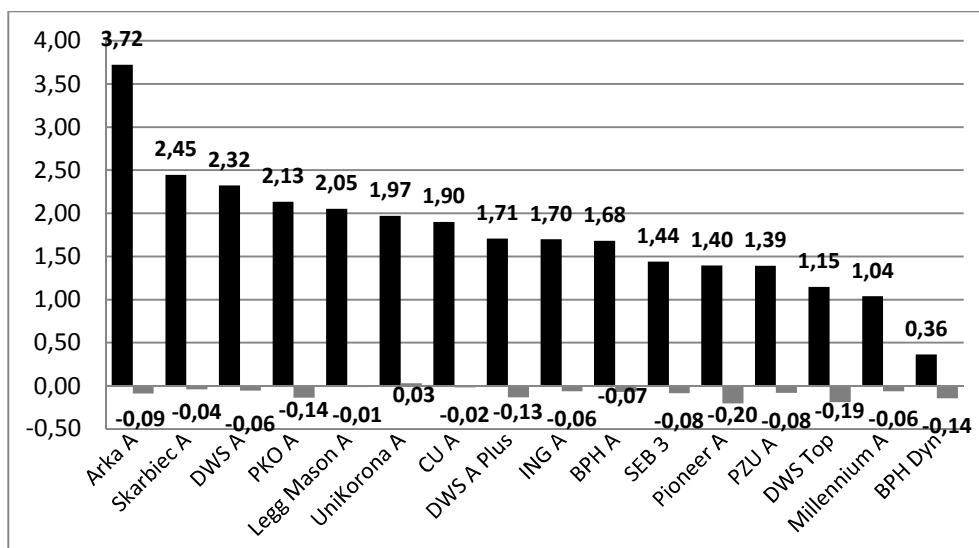
² 10% znajdujące się w mianowniku wzoru zostało dodane przez Sterlinga w sposób arbitralny [Fathi i in. 2012].

Dla rankingów utworzonych na podstawie trzech wskaźników obliczono współczynniki korelacji rangowej Spearmana. Dodatkowo zbadano korelacje pomiędzy rankingami utworzonymi dla dwóch wspomnianych podokresów. W tym przypadku przyjęto standardową definicję współczynnika Spearmana podaną na przykład w [Luszniewicz, Słaby 2003]. Istotność współczynnika korelacji rangowej zweryfikowano stawiając hipotezę zerową mówiącą o tym, że współczynnik Spearmana jest równy zero (hipoteza zerowa była obustronna), przyjęty poziom istotności był równy 0,05.

WYNIKI DLA FUNDUSZY AKCYJNYCH

W przypadku funduszy akcyjnych wartości wskaźnika Calmara uzyskane dla obu badanych okresów przedstawiono na Rysunku 1. W okresie I wszystkie wartości były dodatnie, a najwyższą pozycję zajął fundusz Arka BZWBK Akcji. W tym okresie osiągnął on również najwyższą roczną stopę zwrotu. Na ostatnim miejscu znalazł się fundusz BPH Akcji Dynamicznych Spółek, który uzyskał najniższą roczną stopę zwrotu oraz jedno z najwyższych obsunięć kapitału wynoszące -25,22%. W II okresie badań wartość dodatnią utrzymał jedynie fundusz UniKorona Akcje. Ostatnie miejsce w rankingu zajął Pioneer Akcji Polskich, który osiągnął jedną z najniższych rocznych stóp zwrotu (-12,86%) oraz jedno z największych obsunięć kapitału (-62,77%).

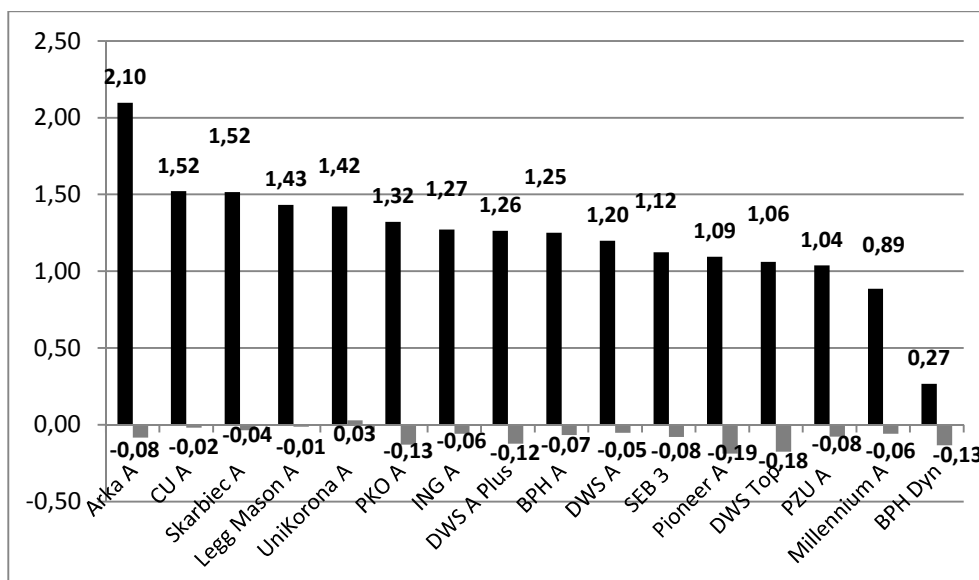
Rysunek 1. Wskaźniki Calmara dla funduszy akcyjnych (uszeregowane malejąco względem I okresu)



Źródło: opracowanie własne

Na Rysunku 2 uszeregowano fundusze akcyjne według malejącej wartości wskaźnika Sterlinga w obu badanych okresach. W okresie I na pierwszym miejscu znalazł się fundusz Arka BZWBK Akcji, a na ostatnim BPH Akcji Dynamicznych Spółek, podobnie jak w przypadku wskaźnika Calmara. Nie są to jedyne fundusze, które znalazły się na tych samych miejscach w rankingu pod względem obu wskaźników, w okresie I dotyczy to funduszy DWS Akcji Plus, Millennium Akcji, Pioneer Akcji Polskich oraz SEB 3. W okresie II, przy wykorzystaniu obu wskaźników, wszystkie fundusze akcyjne osiągnęły te same pozycje.

Rysunek 2. Wskaźniki Sterlinga dla funduszy akcyjnych (uszeregowane malejąco względem I okresu)

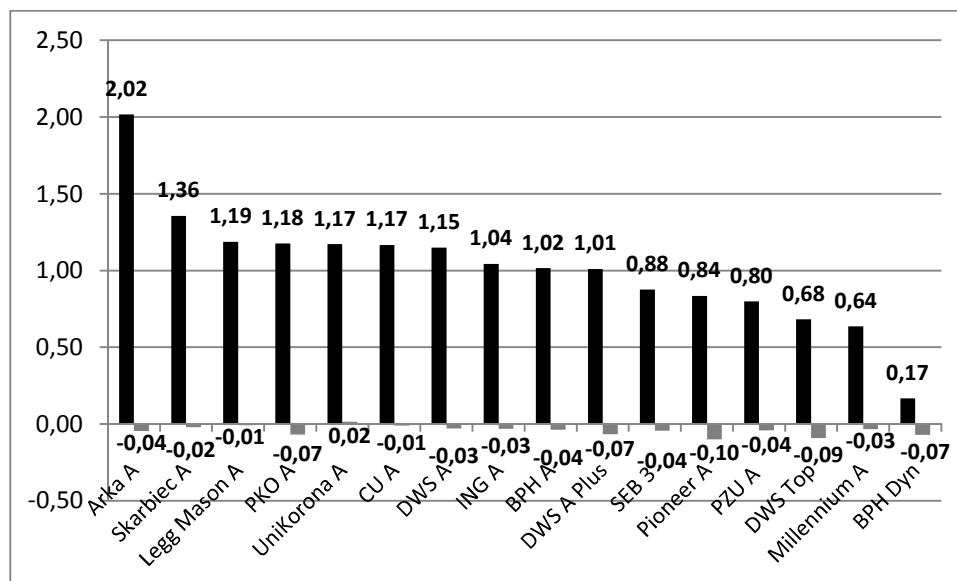


Źródło: opracowanie własne

Wartości wskaźnika Burke'a dla funduszy akcyjnych uszeregowane malejąco dla obu badanych okresów zamieszczono na rysunku 3. Pierwsze miejsce w okresie „przed kryzysem” ponownie zajął fundusz Arka BZWBK Akcji. Na ostatnim miejscu znalazł się fundusz BPH Akcji Dynamicznych Spółek. W okresie I na tych samych miejscach w rankingu, z punktu widzenia wskaźnika Sterlinga i Burke'a, uplasowały się dodatkowo fundusze: BPH Akcji, Millennium Akcji, Pioneer Akcji Polskich, SEB 3 i UniKorona Akcje, a pod względem wskaźnika Calmara i Burke'a: DWS Top 25, Pioneer Akcji Polskich, PKO/CS Akcji, PZU Akcji Krakowiak, SEB 3 i Skarbiec Akcja. W II okresie badań jedynie fundusz UniKorona Akcje osiągnął dodatnią wartość współczynnika Burke'a. Wszystkie

fundusze akcyjne w tym okresie znalazły się na tych samych miejscach rankingowych, podobnie jak przy wykorzystaniu wskaźników Sterlinga i Calmara.

Rysunek 3. Wskaźniki Burke'a dla funduszy akcyjnych (uszeregowane malejąco względem I okresu)

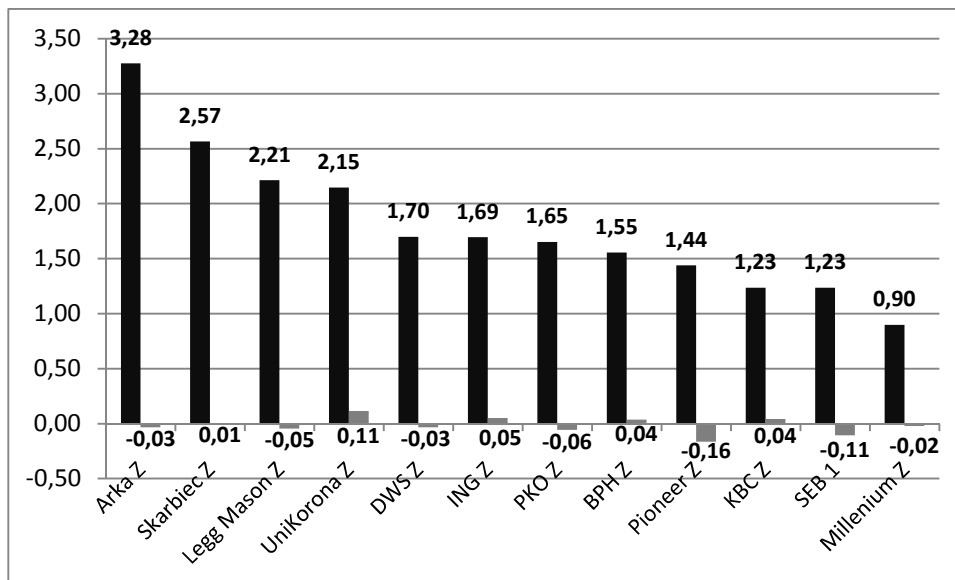


Źródło: opracowanie własne

WYNIKI DLA FUNDUSZY ZRÓWNOWAŻONYCH

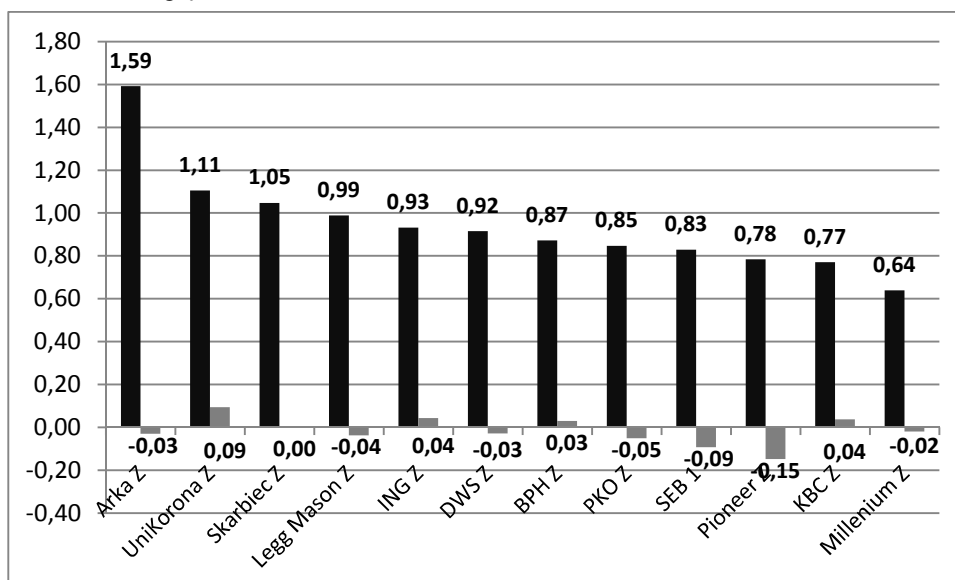
W przypadku funduszy zrównoważonych (rysunek 4) najwyższą wartość wskaźnika Calmara w I okresie, podobnie jak w przypadku funduszy akcyjnych, uzyskał fundusz Towarzystwa Arka. Na wynik ten wpłynęła najwyższa wśród funduszy roczna stopa zwrotu (25,22%) oraz najniższe obsunięcie kapitału wynoszące -7,70%. Największą stratę oraz najmniejszą stopę zwrotu w I okresie osiągnął fundusz Millenium Zrównoważony. W II badanym okresie pięć wartości wskaźnika Calmara okazało się być dodatnich, natomiast siedem - ujemnych.

Rysunek 4. Wskaźniki Calmara dla funduszy zrównoważonych (uszeregowane malejąco względem I okresu)



Źródło: opracowanie własne

Rysunek 5. Wskaźniki Sterlinga dla funduszy zrównoważonych (uszeregowane malejąco względem I okresu)

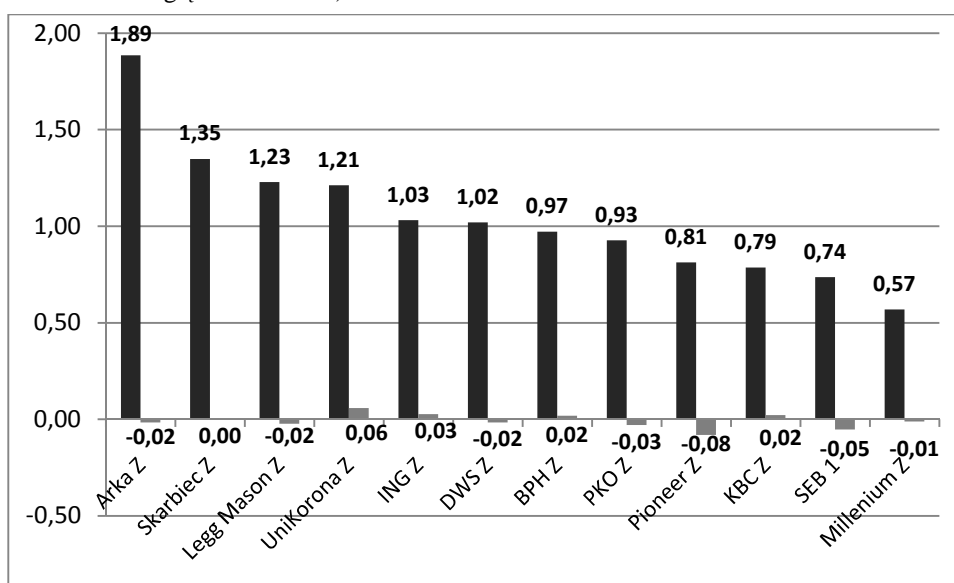


Źródło: opracowanie własne

Wartości wskaźnika Sterlinga dla funduszy zrównoważonych w I i II okresie zamieszczono na rysunku 5. W okresie I wszystkie wartości są dodatnie, ale często o połowę niższe niż dla funduszy akcyjnych. W okresie I na pierwszym miejscu znalazł się fundusz Arka BZWBK Zrównoważony, podobnie ma to miejsce dla wskaźnika Calmara. Na ostatnim miejscu uplasował się fundusz Millennium Zrównoważony, który znalazł się również na dwunastym miejscu w rankingu opartym na wskaźniku Calmara. W II okresie badań pięć funduszy zrównoważonych uzyskało wartości dodatnie, podczas gdy siedem z nich osiągnęło wartości ujemne i tym samym uplasowały się na tych samych pozycjach, jak przy wykorzystaniu wskaźnika Calmara.

Rysunek 6 przedstawia wartości wskaźnika Burke'a dla funduszy zrównoważonych. Wszystkie dodatnie wartości wskaźnika w I okresie badań są niższe od tych otrzymanych dla funduszy akcyjnych. W II okresie uszeregowanie funduszy pod względem wskaźnika Burke'a przypomina uszeregowanie według wskaźników Calmara i Sterlinga.

Rysunek 6. Wskaźniki Burke'a dla funduszy zrównoważonych (uszeregowane malejąco względem I okresu)



Źródło: opracowanie własne

KORELACJE MIĘDZY RANKINGAMI

Z punktu widzenia potencjalnych klientów należy odpowiedzieć na pytanie dotyczące wyboru funduszu. Dlatego warto wiedzieć czy wykorzystywane rankingi istotnie różnią się między sobą. Tabela 2 pokazuje wynik zastosowania

współczynnika korelacji rangowej Spearmana do porównania rankingów utworzonych na podstawie zastosowanych współczynników dla I podokresu (od 31 stycznia 2003 r. do 31 grudnia 2007 r.).

Tabela 2. Współczynnik Spearmana pomiędzy rankingami w I podokresie

	Fundusze akcyjne			Fundusze zrównoważone		
	<i>Burke</i>	<i>Sterling</i>	<i>Calmar</i>	<i>Burke</i>	<i>Sterling</i>	<i>Calmar</i>
<i>Burke</i>	1	0,9441	0,9588	1	0,9580	0,9860
<i>Sterling</i>		1	0,8706		1	0,9441
<i>Calmar</i>			1			1

Źródło: opracowanie własne

Podane wartości jednoznacznie wskazują, że uzyskane uporządkowania praktycznie nie różnią się między sobą. Wniosek ten dotyczy zarówno funduszy akcyjnych, jak i zrównoważonych. Zatem potencjalny klient może w praktyce opierać swoje decyzje na dowolnym wskaźniku. W przypadku drugiego podokresu (od 31 stycznia 2008 r. do 31 grudnia 2012 r.) na przyjętym poziomie dokładności wszystkie współczynniki Spearmana są równe jeden. W konsekwencji, zastosowane miary nie „odróżniają” rankingów tworzonych w okresie hossy i bessy.

Kolejne pytanie, na jakie można odpowiedzieć dotyczy zależności pomiędzy rankingami w okresach różnej koniunktury rynkowej. Odpowiedzi dostarcza Tabela 3, w której zamieszczono współczynniki Spearmana dla rankingów odnoszących się do obu okresów, ale z rozbiciem na wykorzystane wskaźniki.

Tabela 3. Współczynniki Spearmana pomiędzy rankingami dla obu podokresów

Współczynnik	Fundusze akcyjne	Fundusze zrównoważone
<i>Calmara</i>	0,455882	0,153846
<i>Sterlinga</i>	0,517647	0,265734
<i>Burke'a</i>	0,520588	0,230769

Źródło: opracowanie własne

Pogrubioną czcionką wyróżniono te przypadki, w których współczynnik Spearmana jest statystycznie istotny. Widać, że różni się on od zera jedynie dwa razy, ale jego wartość jest względnie mała. Można przyjąć, że nawet w tych przypadkach uzyskane rankingi w znacznym stopniu różnią się między sobą. Można zatem stwierdzić, że wyniki funduszy (mierzone pozycjami rankingowymi) uzyskiwane w czasie hossy i bessy nie są ze sobą skorelowane. Wystawia to raczej niepoehlebne świadectwo umiejętnościom zarządzających, szczególnie jeśli przyjąć tezę, że lokowanie w jednostki uczestnictwa powinno być długookresowe. W długim okresie należy oczekiwać zmiennej koniunktury rynkowej, a uzyskany wynik świadczy o „przypadkowości” pozycji rankingowych. Zatem z faktu, że

dany fundusz dobrze wypada w okresie hossy nic nie wynika w kontekście jego wyników w czasie bessy.

PODSUMOWANIE

Porównując wyniki funduszy akcyjnych i zrównoważonych otrzymane dla I i II okresu można stwierdzić, iż fundusze nie są w stanie zachować swoich miejsc w rankingu (wyjątek może stanowić jedynie SEB 1, który w I i II okresie zajął 11 miejsce w obliczeniach korzystających ze wskaźników Calmara i Burke'a). Często jednak zmiany pozycji są niewielkie, ale zdarza się też przesunięcie o 10 miejsc rankingowych (jak Arka BZWBK Akcji), czy wśród funduszy zrównoważonych o 8 pozycji (KBC Aktywny). Można jednak zauważyć, iż nawet zmieniając swoje miejsce w rankingu, większość funduszy plasuje się na lepszych, bądź gorszych pozycjach. Tymi „lepszymi” funduszami akcyjnymi są tu: CU Akcji Polskich, Legg Mason Akcji, Skarbiec Akcja, UniKorona Akcje, natomiast wśród funduszy zrównoważonych: ING, Skarbiec Waga, Unikorona. Uzyskane wyniki pozwalają również stwierdzić, że uszeregowania w rankingach utworzonych na podstawie wskaźników Calmara, Sterlinga i Burke'a w okresie I są zbliżone do siebie, a w okresie II - dokładnie te same. W konsekwencji, odpowiedzi na oba pytania badawcze postawione we wstępie są negatywne. Wyniki funduszy w okresie hossy i bessy nie są ze sobą skorelowane, bez względu na wskaźniki stosowane do oceny efektywności inwestycyjnej. Wniosek w jednakowym stopniu dotyczy funduszy akcyjnych i zrównoważonych.

BIBLIOGRAFIA

- Bacon C.R. (2008) *Practical Portfolio Performance Measurement & Attribution*, 2nd Edition, s. 89-90.
- Burke G. (1994) A Sharper Sharpe ratio, *Futures*, Vol. 23, No. 3, s. 56.
- Domański Cz. (red.) (2011) *Nieklasyczne metody oceny efektywności i ryzyka*, PWE, Warszawa.
- Fathi Z., Ahmadiania H., Afrasiabishani J. (2012) Beyond Portfolio Theory, Evidence from Tahrán Stock Exchange, *Business Intelligence Journal*, Vol 5, No. 1.
- Karpio A., Żebrowska - Suchodolska D. (2013) The Comparison of Rankings Created for Open-End Share Mutual Funds with Application of Different Effectiveness Measures, referat na konferencję MIBE 2013.
- Kestner, L. N. (1996) Getting a Handle on True Performance, *Futures*, Vol. 25, No. 1, s. 44-47.
- McCafferty T. (2003) *The Market is Always Right*, McGraw Hill.
- Luszniewicz A., Słaby T. (2003) *Statystyka z pakietem komputerowym STATISTICA PL*, Wydawnictwo C.H. BECK, Warszawa.
- Pedersen, C. S., Rudholm-Alfvín, T. (2003) Selecting a Risk-Adjusted Shareholder Performance Measure, *Journal of Asset Management*, Vol. 4, No. 3, s. 152-172.

Young, T. (1991) Calmar Ratio: A Smoother Tool, *Futures*, Vol. 20, No. 1, s. 40.

Vecer J. (2006) Maximum Drawdown and Directional Trading, *Risk*, Vol. 19, No. 12, s. 88-92.

**LOSS AS A BASIS FOR ASSESSING THE INVESTMENT
EFFECTIVENESS OF OPEN-END EQUITY
AND BALANCED INVESTMENT FUNDS**

Abstract: In the study, the profit and loss indicators were used to create the rankings of open investment funds equity and balanced open-end mutual funds. The applied methods, Calmar, Sterling and Burke's indicators, apply the indicators of losses instead of standard risk measures, i.e. standard deviation and beta coefficient. This allows, as part of the assessment of funds, to include the conventional understanding of risk by customers. The analysis covers the period from 2003 to 2012, which was further divided into two sub-periods: 2003-2007 and 2007-2012.

Keywords: open-end mutual fund, risk, capital drawdown, investment effectiveness coefficient

SZACOWANIE MEDIANY PRZY UŻYCIU DOKŁADNEJ METODY BOOTSTRAPOWEJ

Joanna Kisielińska

Wydział Nauk Ekonomicznych
Szkola Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie
e-mail: joanna_kisielinska@sggw.pl

Streszczenie: W artykule przedstawiono dokładną metodą bootstrapową, którą wykorzystano do szacowania mediany. Obliczenia potwierdziły jej skuteczność, ponieważ dla próby o nieparzystej liczbie elementów, oszacowany rozkład standardowego estymatora mediany dokładnie pokrywał się z rozkładem teoretycznym. Dla próby o parzystej liczbie elementów pokazano, że standardowy estymator mediany może być obciążony, co wskazuje na konieczność poszukiwania innej jego postaci.

Słowa kluczowe: estymacja mediany, dokładna metoda bootstrapowa

WPROWADZENIE

Znajomość wartości jakie przyjmują rzeczywiste cechy bądź zjawiska w wielu zagadnieniach, również dotyczących problemów ekonomicznych, jest sprawą kluczową. Problem nie występuje, jeśli badacz dysponuje wszystkimi ich realizacjami. Możliwe jest wówczas wyznaczenie rozkładu oraz interesujących jego parametrów. W praktyce jednak sytuacja tak komfortowa rzadko ma miejsce. Wynikać to może ze zbyt dużych kosztów uzyskania wszystkich realizacji (rozważana populacja jest zbyt duża), bądź faktu, że realizacji jest nieskończenie wiele (populacja nie jest skończona). Zwykle dysponujemy jedynie pewnym podzbiorem możliwych realizacji, zwanych próbą. Na podstawie próby formułujemy pewne stwierdzenia dotyczące całej populacji.

Dalsze rozważania ograniczymy do przypadku poszukiwania wartości parametrów rozkładu. Jeśli nie dysponujemy informacją o całej populacji, parametru obliczyć się nie da, można go jedynie oszacować na podstawie próby. W tym celu dobieramy odpowiednią statystykę zwaną estymatorem.

Niech cechą bądź zjawisko reprezentuje pewną zmienną losową X , której dystrybuantę oznaczymy jako F , zaś poszukiwany parametr jako θ . Ze skończonej populacji można pobrać wiele n -elementowych prób, zaś z nieskończonej – nieskończenie wiele. Możliwe do wylosowania próby są w ciąguem zmiennych losowych o jednakowych rozkładach, które oznaczymy jako $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$. Dokonując losowania próby wybieramy w istocie pewną jej realizację $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. Estymatorem (oszacowaniem) parametru θ jest funkcja $\hat{\theta} = t(\mathbf{X})$. Aby formułować pewne stwierdzenia dotyczące parametru θ należy znać rozkład estymatora $\hat{\theta}$. Podkreślić należy, że jedynie w pewnych przypadkach zakładając rozkład F zmiennej X , można wyznaczyć rozkład estymatora.

Jeśli rozkład F nie jest znany, lub znajomość jego nie pozwala na wyznaczenie rozkładu estymatora można zastosować zaproponowaną przez Efrona (1979) metodę bootstrapową, polegającą na wtórnym próbkowaniu próby \mathbf{x} . Z próby pierwotnej \mathbf{x} losowanych jest ze zwracaniem N prób wtórnych. Próby wtórne są tak, jak próba pierwotna n -elementowa. Jeśli wszystkie elementy próby pierwotnej są różne, prawdopodobieństwa wylosowania jednej z wartości x_i są jednakowe i równe $1/n$.

Próby wtórne oznaczane w literaturze zwykle jako $\mathbf{X}^* = (X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*)$ są ciągami zmiennych losowych o jednakowych rozkładach. Każda ze zmiennych losowych X_i^* może przyjmować wartości ze zbioru \mathbf{x} . Zmienne te mają rozkład zwany rozkładem bootstrapowym oznaczanym jako \hat{F} , który jest równoważny rozkładowi empirycznemu. Pojedynczą próbę wtórną można zapisać jako $\mathbf{x}^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$, zaś estymator $\hat{\theta}$ dla próby bootstrapowej jako $\hat{\theta}^* = t(\mathbf{X}^*)$.

Jak wspomniano wcześniej do formułowania stwierdzeń dotyczących parametru θ potrzebna jest znajomość rozkładu jej estymatora $\hat{\theta}$. W metodzie bootstrapowej rozkład ten aproksymowany jest rozkładem statystyki $\hat{\theta}^*$. Zamiast poszukiwać rozkładu $\hat{\theta}$ poszukiwany jest rozkład $\hat{\theta}^*$.

W klasycznej metodzie bootstrapowej rozkład $\hat{\theta}^*$ wyznaczany jest na podstawie N prób wtórnych. Dokładne jego wyznaczenie wymagałoby znajomości wszystkich prób wtórnych. Dlatego metoda bootstrapowa, wykorzystująca do szacowania wszystkie próby wtórne nazywa się metodą dokładną. Metoda ta przedstawiona zostanie w następnym punkcie.

Metoda dokładnego bootstrapu wykorzystana zostanie do szacowania mediany. Rozkład estymatora mediany dla dowolnej próby o nieparzystej liczbie elementów jest znany, co pozwoli na weryfikację skuteczności metody dokładnego bootstrapu. Dla prób o nieparzystej liczbie elementów natomiast, metoda ta pozwoli na wygenerowanie rozkładu mediany.

ALGORYTM DOKŁADNEGO BOOTSTRAPU

Do dokładnego wyznaczenia rozkładu $\hat{\theta}^*$ potrzebna jest znajomość wszystkich prób wtórnych, których liczbę oznaczmy jako B . Wartość ta określa liczbę sposobów, na które można wylosować n liczb ze zbioru n -elementowego. Z kombinatoryki wiadomo, że jest to liczba wariacji z powtórzeniami, czyli $B = n^n$. Klasyczna metoda bootstrapowa (Efron (1979)) polega więc na losowaniu ze zwracaniem N elementów ze zbioru B -elementowego.

Na możliwość wygenerowania całego zbioru prób wtórnych zwracali uwagę Fisher i Hall (1991), podkreślając jednak, że jest to możliwe jedynie dla małych prób. Ograniczenia wynikają z czasu trwania obliczeń. Zauważmy bowiem, że dla $n=5$ liczba wszystkich prób wtórnych jest równa $B=3125$, dla $n=10$ już $B=10$ mld, a dla $n=20$ otrzymujemy $B \approx 10,5 \cdot 10^{25}$. Ze względu na postęp w technice komputerowej możliwa jest realizacja metody dokładnego bootstrapu dla coraz większych prób, co pokazała Kisielewska (2011),(2013).

Liczba wszystkich prób wtórnych jest bardzo duża. Zwróćmy jednak uwagę, że wiele z nich różni się jedynie kolejnością wylosowanych elementów. Liczba „różnych” prób wtórnych B_r jest znacznie mniejsza i wynosi (Feller (1950), Fisher i Hall (1991)):

$$B_r = \binom{2n-1}{n}. \quad (1)$$

Aby zastosować dokładną metodę bootstrapową należy wobec tego wygenerować wszystkie „różne” próby wtórne, a następnie obliczyć ile razy każda z nich występuje w zbiorze wszystkich prób wtórnych.

Założmy, że w próbie pierwotnej $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ wszystkie elementy są różne (przypadek powtarzających się elementów zostanie omówiony dalej). W próbach wtórnych natomiast elementy mogą się powtarzać. Oznaczmy jako m liczbę różnych elementów próby wtórnej, zaś liczbę wystąpień elementu l jako n_l , przy czym $1 \leq n_l \leq n$. Wartości te spełniać muszą warunek:

$$n_1 + n_2 + \dots + n_m = n. \quad (2)$$

Z n -elementowej próby pierwotnej m różnych elementów można wylosować na $\binom{n}{m}$ sposobów (liczba m -elementowych kombinacji ze zbioru n -elementowego).

Dla każdej kombinacji należy określić ile razy w próbie każdy jej element wystąpi. Gdyby wszystkie wartości n_l były różne, byłoby to $m!$, czyli liczba permutacji m -elementowego zbioru $\{n_1, n_2, \dots, n_m\}$. Oznaczmy jako s liczbę różnych wartości w zbiorze liczb $\{n_1, n_2, \dots, n_m\}$, zaś jako m_j liczbę wystąpień n_j w tym zbiorze. Wartości te spełniać muszą warunek:

$$m_1 + m_2 + \dots + m_s = m. \quad (3)$$

Elementów każdej kombinacji nie należy permutować na pozycjach odpowiadających jednakowym wartościom n_i , a wobec tego liczba wystąpień każdej kombinacji jest równa $\frac{m!}{m_1! \cdot m_2! \cdot \dots \cdot m_s!}$.

Zauważmy, że w próbach wtórnych, każdy element kombinacji może wystąpić, na różnych pozycjach. Podobnie jak wyżej, gdyby wszystkie elementy próby wtórnej były różne, liczba permutacji równa byłaby $n!$. Ze względu na powtórzenia, liczba różnych ustawień m elementów powtarzających się po n_i razy jest równa $\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_m!}$.

Dla każdego ciągu wartości $\{n_1, n_2, \dots, n_m\}$ liczba możliwych prób wtórnych jest ostatecznie równa:

$$\binom{n}{m} \cdot \frac{m!}{m_1! \cdot m_2! \cdot \dots \cdot m_s!} \cdot \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_m!}. \quad (4)$$

Pozostaje pytanie jak wygenerować wszystkie ciągi $\{n_1, n_2, \dots, n_m\}$. Problem ten jest dość skomplikowanym, zwanym w kombinatoryce zadaniem podziału liczb. Algorytm opracowany został już przez Eulera i przedstawiony jest przez Ryttera (2013). Feller (1950) natomiast zadanie to nazywa problemem rozmieszczenia (str. 38). Opis zostanie tu pominięty.

Schemat generowania wszystkich różnych prób wtórnych jest więc następujący:

1. Wygeneruj dla danego n wszystkie ciągi $\{n_1, n_2, \dots, n_m\}$.
2. Dla każdego ciągu $\{n_1, n_2, \dots, n_m\}$ wylosuj wszystkie m -elementowe kombinacje losowane ze zbioru n -elementowego. Dla każdej z kombinacji określ wszystkie permutacje ciągu $\{n_1, n_2, \dots, n_m\}$ określające liczbę powtórzeń elementów próby.

Mając wygenerowane wszystkie różne próby wtórne, można wyznaczyć dokładne bootstrapowe oszacowanie parametru θ oraz błąd tego oszacowania. Każda próba wtórna pozwala wyznaczyć pojedynczą realizację statystyki $\hat{\theta}^*$. Oszacowanie bootstrapowe parametru θ oblicza się jako średnią arytmetyczną wszystkich realizacji. Wyznaczenie wszystkich realizacji statystyki $\hat{\theta}^*$ jedynie z różnych prób bootstrapowych (pozwalające na znaczną oszczędność czasu) wymaga wprowadzenia wag równych liczbie możliwych permutacji tych prób. Jeżeli jako x^{*b} oznaczymy b -tą różną próbę wtórna oszacowaniem bootstrapowym parametru θ będzie:

$$\hat{\theta}^*(\bullet) = \frac{1}{B_r} \sum_{b=1}^{B_r} \hat{\theta}^*(x^{*b}) \cdot \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_m!}. \quad (5)$$

Błąd tego oszacowania będzie zaś równy:

$$\hat{s}^* = \sqrt{\frac{1}{B_r} \sum_{b=1}^{B_r} (\hat{\theta}^*(x^{*b}) - \hat{\theta}^*(\bullet))^2 \cdot \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_m!}}. \quad (6)$$

Jeżeli w próbie pierwotnej występują powtórzenia, konieczna jest korekta wzorów (5) i (6), wynikająca z faktu, że poszczególne próby wtórne nie są już jednakowo prawdopodobne.

Jeśli w próbie pierwotnej nie występują powtórzenia, prawdopodobieństwo wylosowania każdego z jej elementów do próby wtórnej jest równe $1/n$. Jeśli zaś powtórzenia występują prawdopodobieństwo p_l wylosowania elementu l -tego będzie równe liczbie powtórzeń podzielonej przez n . Prawdopodobieństwo wylosowania b -tej próby wtórnej zawierającej elementy $\{x_{b1}, x_{b2}, \dots, x_{bm}\}$ jest wobec tego równe $p_b = p_{b1} \cdot p_{b2} \cdot \dots \cdot p_{bm}$. Oszacowanie bootstrapowe parametru θ będzie równe wówczas:

$$\hat{\theta}^*(\bullet) = \sum_{b=1}^{B_r} \hat{\theta}^*(x^{*b}) \cdot \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_m!} \cdot p_b, \quad (7)$$

zaś błąd tego oszacowania:

$$\hat{s}^* = \sqrt{\sum_{b=1}^{B_r} (\hat{\theta}^*(x^{*b}) - \hat{\theta}^*(\bullet))^2 \cdot \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_m!} \cdot p_b}. \quad (8)$$

ROZKŁAD MEDIANY

Medianą w uporządkowanym zbiorze jest wartość, powyżej i poniżej której znajduje się jednakowa liczba jego elementów. Najczęściej definiuje się medianę jako wartość od której przynajmniej połowa elementów zbioru przyjmuje wartości mniejsze lub równe medianie i przynajmniej połowa - wartości większe lub jej równe. O ile dla zbioru o nieparzystej liczbie elementów obydwie definicje jednoznacznie pozwalają wskazać medianę, o tyle dla parzystej liczby potencjalnych wartości mediany jest wiele.

Jeśli rozpatrywanym zbiorem jest uporządkowany zbiór liczb $\mathbf{x} = (x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)})$, mediana obliczana jest jako:

$$me = \begin{cases} x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)} & \text{jeśli } n \text{ jest nieparzyste} \\ \frac{1}{2} \left(x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)} \right) & \text{jeśli } n \text{ jest parzyste} \end{cases} \quad (9)$$

Zauważmy, że dla próby parzystej medianą może być każda liczba z przedziału $\left(x_{\left(\frac{n}{2}\right)}, x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}\right)$, zwyczajowo jednak przyjmuje się wartość leżącą w połowie przedziału między środkowymi wartościami.

Oznaczmy wszystkie możliwe do wylosowania uporządkowane próby jako $\mathbf{X} = (X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)})$. Wówczas standardowy estymator mediany (Zieliński (2010)) określony jest wzorem:

$$Me = \begin{cases} X_{\left(\frac{n+1}{2}\right)} & \text{jeśli } n \text{ jest nieparzyste} \\ \frac{1}{2} \left(X_{\left(\frac{n}{2}\right)} + X_{\left(\frac{n}{2}+1\right)} \right) & \text{jeśli } n \text{ jest parzyste} \end{cases} \quad (10)$$

Dla próby o nieparzystej liczbie elementów znany jest rozkład teoretyczny mediany (Efron (1979)). Oznaczmy pozycję mediany jako m , zaś możliwe do wylosowania uporządkowane próby bootstrapowe jako $\mathbf{X}^* = (X_{(1)}^*, X_{(2)}^*, \dots, X_{(n)}^*)$.

W próbach bootstrapowych medianą $X_{(pm)}^*$ może być każdy element próby $x_{(l)}$. Aby wyznaczyć rozkład mediany, należy dla każdego $x_{(l)}$ obliczyć prawdopodobieństwo tego, że jest on medianą. Prawdopodobieństwo to można zapisać jako:

$$P(X_{(pm)}^* = x_{(l)}) = P(X_{(pm)}^* > x_{(l-1)}) - P(X_{(pm)}^* > x_{(l)}) \quad (11)$$

Aby mediana była większa od $x_{(l)}$, należy w próbie wtórnej wylosować co najwyżej $pm-1$ elementów mniejszych lub równych $x_{(l)}$, zaś pozostałe wylosowane elementy muszą być od $x_{(l)}$ większe. Prawdopodobieństwo wylosowania pojedynczego elementu mniejszego lub równego $x_{(l)}$ jest równe $\frac{l}{n}$. Prawdopodobieństwo wylosowania co najwyżej $pm-1$ elementów spełniających ten warunek można obliczyć stosując schemat Bernoulliego, czyli:

$$P(X_{(pm)}^* > x_{(l)}) = \sum_{j=0}^{pm-1} \binom{n}{j} \left(\frac{l}{n}\right)^j \left(1 - \frac{l}{n}\right)^{n-j}. \quad (12)$$

Analogicznie obliczamy drugie prawdopodobieństwo we wzorze (11):

$$P(X_{(pm)}^* > x_{(l-1)}) = \sum_{j=0}^{pm-1} \binom{n}{j} \left(\frac{l-1}{n}\right)^j \left(1 - \frac{l-1}{n}\right)^{n-j}. \quad (13)$$

Ostatecznie rozkład estymatora mediany określają następujące prawdopodobieństwa:

$$P(X_{(pm)}^* = x_{(l)}) = \sum_{j=0}^{pm-1} \binom{n}{j} \left(\frac{l-1}{n}\right)^j \left(1 - \frac{l-1}{n}\right)^{n-j} - \sum_{j=0}^{pm-1} \binom{n}{j} \left(\frac{l}{n}\right)^j \left(1 - \frac{l}{n}\right)^{n-j}. \quad (14)$$

Zauważmy, że tak określone prawdopodobieństwa nie zależą od próby pierwotnej, a jedynie od liczby jej elementów n . Własności tej nie będzie miał rozkład mediany określony regułą (10) dla próby o parzystej liczbie elementów. Medianą dla wtórnych prób bootstrapowych mogą być bowiem wszystkie elementy próby oraz średnie arytmetyczne wszystkich możliwych do wylosowania par jej elementów. Nie można z góry określić, między którymi elementami próby, średnie się znajdują. Ponieważ niektóre średnie arytmetyczne będą się powtarzać, prawdopodobieństwa w ich przypadku należy dodać. Wynika z tego, że prawdopodobieństwa dla poszczególnych realizacji standardowego estymatora mediany zależą od próby.

WYNIKI OBLICZEŃ

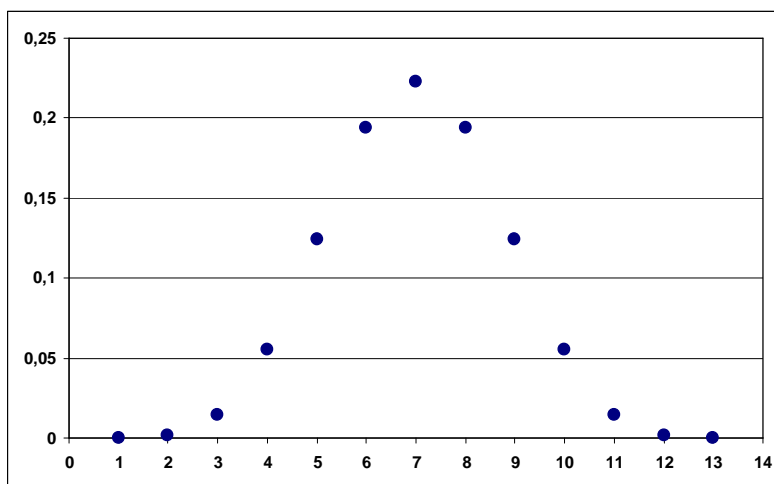
Estymację mediany przeprowadzono dla 13-elementowej próby. Przykład pochodzi z pracy Erona (1979). Ponieważ próba ma nieparzystą liczbę elementów rozkład mediany nie zależy od elementów próby, a jedynie od jej liczebności. W tabeli 1 oraz na rysunku 1 przedstawiony został teoretyczny rozkład mediany, oraz rozkład uzyskany metodą dokładnego bootstrapu. Obydwie metody dały takie same wyniki, co potwierdza poprawność wykorzystanego algorytmu.

Tabela 1. Teoretyczny rozkład mediany i rozkład uzyskany metodą dokładnego bootstrapu dla próby nieparzystej

x_l	1 i 13	2 i 12	3 i 11	4 i 10	5 i 9	6 i 8	7
Rozkład teoretyczny	1,8E-05	0.00146	0.01423	0.05495	0.12427	0,19361	0,22294
Rozkład bootstrapowy	1,8E-05	0.00146	0.01423	0.05495	0.12427	0,19361	0,22294

Źródło: obliczenia własne

Rysunek 1. Rozkład mediany - teoretyczny i uzyskany metodą dokładnego bootstrapu dla próby nieparzystej



Źródło: obliczenia własne

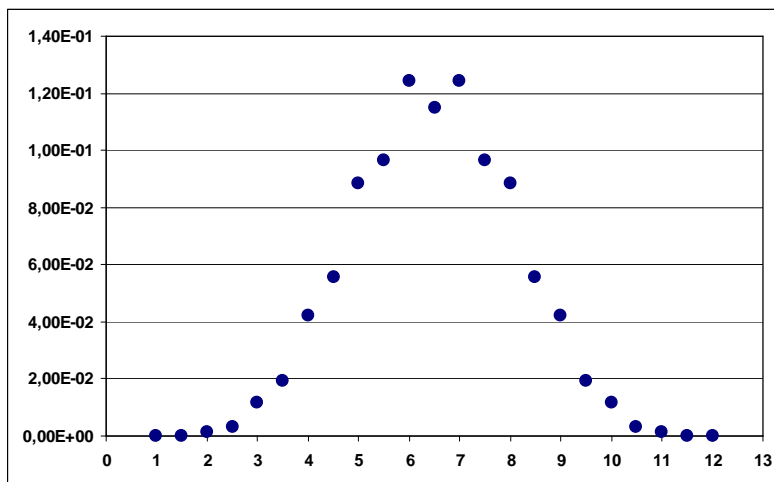
Dla 12-elementowej próby rozkład mediany oszacowany dokładną metodą bootstrapową przedstawiono w tabeli 2 i na rysunku 2. W przykładzie jako elementy próby przyjęto kolejne liczby naturalne począwszy od jedynki. Uzyskany rozkład jest również symetryczny. Zauważmy, że najbardziej prawdopodobnymi wartościami mediany są 6 i 7, a nie wartość faktyczna, jaką jest 6,5. Ponieważ w wykorzystanej próbie różnice między jej kolejnymi elementami są jednakowe (równe 1), liczba możliwych wartości mediany nie jest duża. Są to jedynie elementy próby oraz wartości leżące pomiędzy nimi. Wartość oczekiwana estymatora mediany jest równy jej faktycznej wartości dla próby, czyli 6,5.

Tabela 2. Teoretyczny rozkład mediany i rozkład uzyskany metodą dokładnego bootstrapu dla 12-elementowej próby parzystej

x_i	1 i 12	1,5 i 11,5	2 i 11	2,5 i 10,5	3 i 10	3,5 i 9,5
Rozkład bootstrapowy	1,5E-05	0.00008	0,00125	0,00309	0,01163	0,01951
x_i	4 i 9	4,5 i 8,5	5 i 8	5,5 i 7,5	6 i 7	6,5
Rozkład bootstrapowy	0,04227	0,05552	0,08847	0,09647	0,12432	0,11479

Źródło: obliczenia własne

Rysunek 2. Rozkład mediany uzyskany metodą dokładnego bootstrapu dla 12-elementowej próby parzystej



Źródło: obliczenia własne

Dla 12-elementowej próby (przedstawionej w Tabeli 3), w której różnice między kolejnymi elementami nie są takie same, rozkład mediany oszacowany dokładną metodą bootstrapową przedstawiono na rysunku 3. Pominięto prezentację tabelaryczną, ponieważ w rozkładzie mediany jest w tym przypadku 75 realizacji. Wielu spośród nich odpowiada bardzo małe prawdopodobieństwo, ponieważ w nielicznych próbach wtórnych są medianą. Najmniej prawdopodobną medianą w próbach wtórnych jest 9,25 (średnia arytmetyczna 1,1 i 17,4). W próbach tych 1,1 musi wystąpić dokładnie 6 razy. Pozostałe elementy to 17,4 przynajmniej raz oraz 20. Prób wtórnych, w których medianą jest 9,25 będzie więc:

$$\frac{6!}{6!1!5!} + \frac{6!}{6!2!4!} + \frac{6!}{6!3!3!} + \frac{6!}{6!4!2!} + \frac{6!}{6!5!1!} + \frac{6!}{6!6!} = 58212.$$

Prawdopodobieństwo użycia mediany 9,25 jest więc równe $P(me = 9,25) = \frac{58212}{12^{12}} \approx 6,52886 \cdot 10^{-9}$, co

zgodza się z prawdopodobieństwem wyznaczonym metodą dokładnego bootstrapu.

Dokładny rozkład mediany na wykorzystanej w obliczeniach próbie nie jest symetryczny. Posiada ponadto wyraźnie niepożądane własności, polegające na tym, że wartości bardziej oddalone od wartości oczekiwanej mają wyższe prawdopodobieństwa realizacji, niż niektóre wartości znajdujące się bliżej niej.

Mediana próby jest równa 9,8, natomiast bootstrapowe jej oszacowanie dokonane metodą dokładnego bootstrapu wynosi w przybliżeniu 10,26. Oznacza to, że estymator użyty do jej szacowania jest obciążony. Potwierdza to wyniki teoretycznych rozważań Zielińskiego (2010 str. 14), że dla próby z parzystą liczbą obserwacji „mediana rozkładu estymatora może być dowolnie daleko od estymowa-

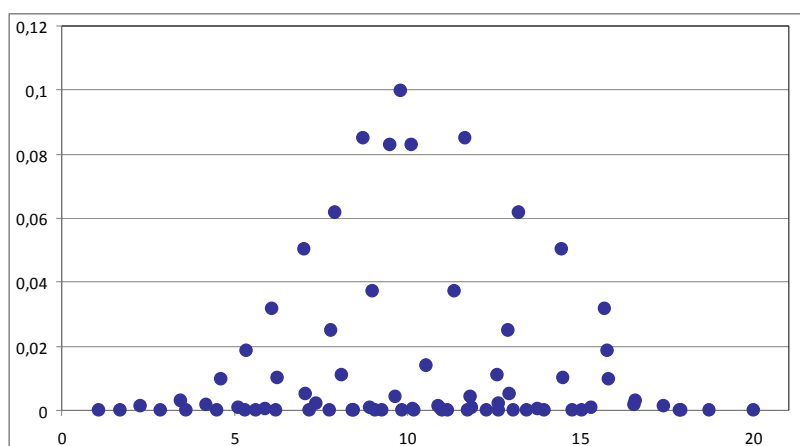
nej mediany rozkładu”. Wskazuje to na konieczność poszukiwania innego niż standardowy estymatora.

Tabela 3. Próba 12-elementowa, w której różnice między kolejnymi elementami nie są takie same

l	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x_l	1,1	2,3	4,6	6,1	7,9	9,5	10,1	13,2	15,7	15,8	17,4	20

Źródło: opracowanie własne

Rysunek 3. Rozkład mediany uzyskany metodą dokładnego bootstrapu dla 12-elementowej próby parzystej, w której różnice między kolejnymi elementami nie są takie same



Źródło: obliczenia własne

PODSUMOWANIE

Z przedstawionych w artykule badań wynikają następujące wnioski:

1. Dokładna metoda bootstrapowa pozwala wygenerować dokładny rozkład estymatora mediany. Potwierdzają to obliczenia wykonane dla próby o nieparzystej liczbie elementów, dla której znany jest rozkład teoretyczny. Prawdopodobieństwa dla wszystkich jego realizacji zależą jedynie od liczebności próby, a nie jej elementów. Rozkład teoretyczny jest taki sam, jak uzyskany dokładną metodą bootstrapową.
2. Dla próby o nieparzystej liczbie elementów rozkład, prawdopodobieństwa poszczególnych realizacji mediany zależą od próby, a nie tylko od jej liczebności. Przeprowadzone badania pokazały (potwierdzając rozważania teoretyczne), że standardowy estymator mediany może mieć rozkład o wartości oczekiwanej odbiegającej od wartości mediany dla próby, co wskazuje, że jest to estymator obciążony. Dodatkowo, w wielu przypadkach, prawdopodobieństwa poszcze-

gólnych realizacji bardziej oddalone od wartości oczekiwanej rozkładu mają wartości wyższe, niż znajdujące się bliżej niej.

3. Badania wskazują na konieczność poszukiwania innego estymatora mediany dla próby o nieparzystej liczbie elementów.

BIBLIOGRAFIA

- Efron B. (1979) Bootstrap methods: another look at the jackknife. *The Annals of Statistics*. Vol. 7, No. 1, 1-26.
- Feller W. (1950): *An introduction to probability theory and its application*. John Wiley & Sons. New York, London, Sydney.
- Fisher N.I., Hall P. (1991) Bootstrap algorithms for small samples. *Journal of Statistical Planning and Inference*. Vol. 27, 157-169.
- Kisielińska J. (2011): Dokładna metoda bootstrapowa na przykładzie estymacji średniej. *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych*. Tom 12/ nr 2. str. 191-211
- Kisielińska J. (2013) The exact bootstrap method shown on the example of the mean and variance estimation. *Computational Statistics* (Volume 28, Issue 3, June 2013) str. 1061-1077
- Rytter W. (2013) Zliczanie podziałów liczb: algorytm Eulera. Publikacja elektroniczna: http://www.deltami.edu.pl/temat/informatyka/algorytmy/2013/01/30/algorytm_eulera.pdf (1.09.2014)
- Zieliński R. (2010) O średniej arytmetycznej i medianie. *Matematyka Stosowana*, Tom 11/52.

MEDIAN ESTIMATING USING THE EXACT BOOTSTRAP METHOD

Abstract: The article presents the exact bootstrap method, which was used to estimate the median. Calculations have confirmed its effectiveness, because attempts with an odd number of elements, the estimated distribution of the standard median estimator exactly coincide with the theoretical distribution. For the sample with an even number of items showing that the standard estimator of the median may be biased, which indicates the need to seek its other form.

Keywords: median estimating, exact bootstrap method

MIARA ZANURZANIA W MONITOROWANIU PROCESÓW O WIELU WŁAŚCIWOŚCIACH

Małgorzata Kobylińska
Katedra Metod Ilościowych
Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie
e-mail: angosiak@poczta.onet.pl

Streszczenie: Jednym z podstawowych narzędzi statystycznej kontroli jakości są karty kontrolne. Umożliwiają one stały nadzór nad procesem produkcyjnym poprzez dostarczanie informacji o tym czy proces jest stabilny oraz sygnalizują możliwość utraty jego stabilności w przyszłości. Karty kontrolne Shewharta mogą być wykorzystywane do monitorowania pojedynczych właściwości. W rzeczywistości niejednokrotnie mamy do czynienia z procesami, które charakteryzowane są przez wiele cech. Istnieją różne metody wykrywania, czy tego typu proces produkcyjny przebiega w sposób ustabilizowany, wśród nich karta T^2 Hotellinga. W pracy przedstawiono karty kontrolne oparte na zanurzeniu obserwacji w próbie, które mogą być wykorzystywane w celu monitorowania procesów produkcyjnych o wielu właściwościach.

Słowa kluczowe karty kontrolne, miara zanurzenia obserwacji w próbie

WPROWADZNI

Karty kontrolne są jednym z narzędzi sterowania jakością procesu produkcyjnego. Zostały one wprowadzone przez Waltera A. Shewhart'a w 1924 roku. Wykorzystywane są w celu wykrycia nielosowych odchyleń od zadanej normy, które zachodzą w monitorowanym procesie. Są wykorzystywane w praktyce do kontroli trzech wielkości procesu: parametru położenia (najczęściej średniej), parametru rozproszenia oraz wadliwości.

Niejednokrotnie w praktyce produkcyjnej napotykamy na procesy opisane za pomocą wielu parametrów. Zachodzi wówczas konieczność bezpośredniego monitorowania kilku wzajemnie powiązanych statystyk jakości. W związku z powiązaniem pomiędzy tymi charakterystykami nie powinno się analizować

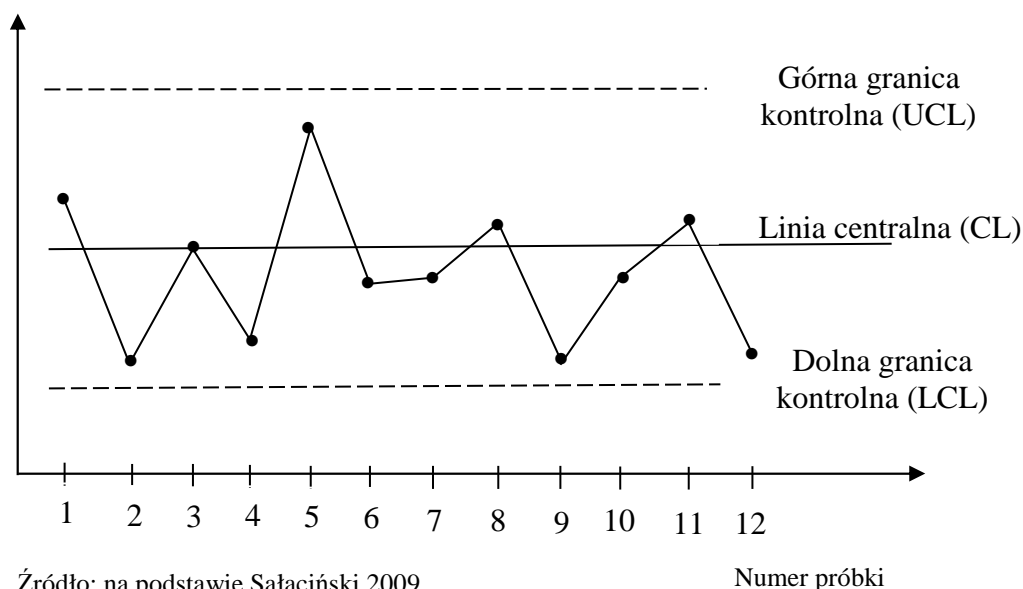
procesu produkcyjnego ze względu na każdą charakterystykę oddzielnie, wykorzystując jednowymiarowe karty kontrolne. Pożądane jest zatem zastosowanie wielowymiarowych kart kontrolnych. Klasycznym przykładem takiej karty jest karta T^2 Hotellinga. Jednym z głównych założeń w tym przypadku jest zgodność pomiarów z rozkładem normalnym [Koronacki 1999].

Celem pracy jest przedstawienie propozycji wykorzystania zanurzenia obserwacji w próbie do monitorowania procesów produkcyjnych o wielu właściwościach. Omówione w niej zostały zasady konstrukcji kart kontrolnych opartych na mierze zanurzenia obserwacji w próbie, a następnie zilustrowane przykładami liczbowymi dla prób dwuwymiarowych.

KARTY KONTROLNE JEDNOWYMIAROWE

Karty kontrolne wykorzystywane są do analizy zbieranych systematycznie z procesu produkcji wyników pomiarów produkowanych wyrobów. Są one konstruowane w formie wykresu, gdzie oś pozioma jest osią czasu, na której odkładane są numery prób pobrane do badania. Na osi pionowej zaznaczana jest obserwowana charakterystyka próbki, którą może być na przykład: średnia arytmetyczna lub odchylenie standardowe z próbki, frakcja lub liczba sztuk wadliwych w próbce. Wykres karty kontrolnej przedstawiono na rysunku 1. Zaznaczona została linia centralna CL oraz dwustronny obszar kontrolny określony przez dolną (LCL) i górną (UCL) linię kontrolną. W zależności od potrzeb konstruuje się dwustronne lub jednostronne obszary kontrolne na przykład, gdy monitorowana jest frakcja wadliwych wyrobów.

Rysunek 1. Budowa karty kontrolnej



Źródło: na podstawie Sałaciński 2009

Numer próbki

Aktualnie w literaturze przedmiotu spotkać można podział kart kontrolnych na karty wykorzystywane w ocenie alternatywnej (karty frakcji lub liczby wyrobów niezgodnych, karty liczby niezgodności w kontrolowanej jednostce wyrobu) lub liczbowej (karty wartości średniej i rozstępu lub odchylenia standardowego, karty pojedynczych obserwacji i ruchomego rozstępu, karty sum skumulowanych) [Greber 2000].

Na potrzeby pracy omówione zostały trzy rodzaje kart kontrolnych jednowymiarowych: karta kontrolna średnich obserwacji i odchylenia standardowego ($\bar{X} - s$), karta kontrolna średnich obserwacji i rozstępu ($\bar{X} - R$) oraz karta kontrolna pojedynczych obserwacji i ruchomego rozstępu ($IX - MR$). Szczegółowo konstrukcja tych kart zostanie omówiona poniżej.

Najczęściej stosowanymi kartami kontrolnymi są karta $\bar{X} - s$ oraz karta $\bar{X} - R$. Są one wykorzystywane w przypadku, gdy można sobie pozwolić na badanie określonej liczby próbek, każda o stałej liczności. Linia centralna w tych kartach wyznaczona jest zgodnie z wzorem

$$CL = \bar{\bar{x}} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \bar{x}_i$$

Granice kontrolne wyznaczone są na podstawie wzorów:

- dla karty $\bar{X} - s$:

$$UCL = \bar{\bar{x}} + A_3 \cdot \bar{s}, \quad LCL = \bar{\bar{x}} - A_3 \cdot \bar{s},$$

- dla karty $\bar{X} - R$

$$UCL = \bar{\bar{x}} + A_2 \cdot R, \quad LCL = \bar{\bar{x}} - A_2 \cdot R.$$

Poszczególne oznaczenia to:

$$\bar{x}_i - \text{średnia wartość cechy w próbce } \bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i,$$

$\bar{\bar{x}}$ - średnia wartość z wartości średnich w poszczególnych próbkach,

n - liczebność próbki,

k - liczba próbek,

s_i - odchylenie standardowe w próbce,

\bar{s} - średnia wartość z odchyżeń standardowych w poszczególnych próbkach,

A_2, A_3 - współczynniki statystyczne [Bartkowiak 2011].

Karty te można stosować wtedy, gdy analizowane pomiary mają rozkład normalny. W związku z tym, że wartość odchylenia standardowego charakteryzuje

precyzję procesu produkcyjnego, zakłada się, że nie zmienia się ona w czasie (Iwasiewicz 2005). Proces uważa się za stabilny, jeżeli wartości średnich arytmetycznych obliczonych na podstawie n -elementowych próbek losowych układają się wokół linii centralnej i nie wychodzą poza wyznaczone linie kontrolne.

Dopuszczalne są „niewielkie” odstępstwa dotyczące założenia zgodności z rozkładem normalnym, w przypadku kart kontrolnych wykorzystywanych do kontroli wartości średniej. Bardzo wrażliwe na założenia dotyczące normalności rozkładu badanej cechy są karty odchylenia standardowego.

Karta kontrolna pojedynczych obserwacji i ruchomych rozstępów ($IX - MR$) wykorzystywana jest w przypadku, gdy kontroli poddawane są pojedyncze pomiary, a nie próbki złożone z wielu obserwacji. Stosuje się ją, gdy nie ma możliwości uzyskania dużej liczby danych ze względu na znaczną czasochłonność lub wysokie koszty badania (np. badania niszczące). Obszarem ich zastosowań jest produkcja nierytmiczna, czyli brak regularnej powtarzalności wielkości produkowanych wyrobów z powodu na przykład produkcji okresowej lub produkcji małoseryjnej [Sęp i in. 2010].

Karta $IX - MR$ bazuje na dwóch wykresach: pojedynczych obserwacji z próby oraz ruchomego rozstępu. Linia centralna oraz granice kontrolne wyznaczone są według następujących wzorów:

- dla pojedynczych obserwacji

$$CL = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$LCL = \bar{x} - 2,66 \cdot \overline{MR}, \quad UCL = \bar{x} + 2,66 \cdot \overline{MR},$$

- dla ruchomego rozstępu

$$CL = \overline{MR} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n MR_i$$

$$LCL = 0, \quad UCL = 3,27 \cdot \overline{MR}$$

$$MR_i = |x_i - x_{i-1}|_{i=2}^n,$$

gdzie

x_i - pojedynczy pomiar,

\bar{x} - wartość średnia próby,

n - liczebność próby,

\overline{MR} - średnia wartość ruchomego rozstępu.

Omówione karty wykorzystuje się w zależności od wielkości próbek. W przypadku kart $IX - MR$ liczebność próby wynosi 1, stosowanie karty $\bar{X} - R$

wymaga liczebności od 2 do 9, natomiast karty $\bar{X} - s$ liczebności powyżej 9. Zanim wykona się wykres karty kontrolnej należy zmierzyć co najmniej 20 próbek. [Greber 2000].

MONITOROWANIE PROCESÓW O KILKU CHARAKTERYSTYKACH JAKOŚCI

Nadzorowanie zdolności procesu produkcyjnego wymaga często oceny kilku wzajemnie powiązanych charakterystyk jakości procesu. W tym celu wykorzystać można karty kontrolne T^2 Hotellinga. Na karcie kontrolnej dla każdej próbki nanoszone są odległości T^2 Hotellinga wyznaczone według następującego wzoru:

$$T^2(p) = n[(\bar{x}(p) - \bar{\bar{x}})^T s^{-1} (\bar{x}(p) - \bar{\bar{x}})] \quad (1)$$

gdzie

n - liczba jednostek w próbce,

$\bar{x}(p)$ - wektor średnich w próbce,

$\bar{\bar{x}}$ - wektor średnich uregulowanego procesu,

s^{-1} - macierz odwrotna do macierzy kowariancji s [patrz np. Płaska 2000].

W przypadku wykorzystania tych kart i zaobserwowania sygnału o rozregulowaniu procesu problemem może być ustalenie, która z charakterystyk osiągnęła niewłaściwą wartość. Obliczenia wykorzystane do konstrukcji tych kart są dość skomplikowane, dlatego wymagane jest odpowiednie oprogramowanie komputerowe.

W pracy Liu przedstawione zostało wykorzystanie zanurzania obserwacji w próbie do konstrukcji kart kontrolnych [Liu 1995]. Pojęcie to zostało wprowadzone przez Tukey'a w 1975 roku. W literaturze przedmiotu znaleźć można liczne rozważania dotyczące wykorzystania zanurzania obserwacji w próbie w statystycznej analizie danych m. in. w: wykrywaniu i eliminacji obserwacji nietypowych, w konstrukcji estymatorów odpornych, jak również w monitorowaniu wielowymiarowych procesów produkcyjnych [Donoho i Gasko 1992, Rousseu i Verboven 2002].

W niniejszej pracy omówione zostały karty kontrolne oparte na miarach zanurzania obserwacji w próbie. Ideą tych kart jest możliwość zredukowania wielowymiarowych pomiarów do jednowymiarowych wartości statystyki rangowej, dla których sporządzany jest wykres karty kontrolnej. W tym celu wykorzystana została miara zanurzania obserwacji w próbie, która jest określona według następującej definicji.

Definicja 1. Miarą zanurzania Mahalanobisa ($Mzan_p$) punktu θ w próbie P_n^p nazywamy funkcję

$$Mzan_p(\theta; P_n^p) = [1 + Q(\theta, P_n^p)]^{-1}, \quad (2)$$

gdzie $Q(\theta, P_n^p) = (\theta - \bar{x})^T S^{-1} (\theta - \bar{x})$ jest odległością Mahalanobisa wektora

$$\theta \text{ od wektora średnich } \bar{x}, \text{ przy czym } \theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \dots \\ \theta_p \end{bmatrix}, \quad \bar{x} = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \dots \\ \bar{x}_p \end{bmatrix}, \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j,$$

S jest macierzą kowariancji między rozważanymi p wektorami, natomiast S^{-1} jest jej macierzą odwrotną, \bar{x} - wektorem wartości średnich.

W definicji P_n^p jest próbą p -wymiarową o liczebności n , pochodzącą z pewnego p -wymiarowego rozkładu określonego dystrybuantą F_p . Miara zanurzania została obliczona dla pewnego p -wymiarowego punktu θ , który może być elementem próby P_n^p , lub może należeć do przestrzeni punktów R^p . Wykorzystując zanurzenie obserwacji w próbie można ocenić położenie punktów względem oddalenia od centralnego skupienia. Wyższe wartości tej miary odpowiadają punktom położonym bardziej centralnie w próbie.

W pracy omówiona została konstrukcja dwóch rodzajów kart kontrolnych opartych na mierze zanurzania obserwacji w próbie (karty r i karty \bar{X}_r), które mogą być odpowiednikami jednowymiarowych kart kontrolnych odpowiednio karty $IX - MR$ oraz kart $\bar{X} - R$ i $\bar{X} - s$. Do sporządzenia wykresów tych kart wykorzystane zostały wartości statystyki rangowej $r_{G_m}(x_i)$ wyznaczone według wzoru:

$$r_{G_m}(x_i) = \# \{y_j / Mzan_G(y_j) \leq Mzan_G(x_i), i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m\} / m, \quad (3)$$

gdzie $\#\{\cdot\}$ oznacza liczebność rozważanego zbioru, $Mzan_G(\cdot)$ jest wartością miary zanurzania Mahalanobisa obserwacji w próbie wyznaczoną zgodnie z wzorem 2. Natomiast G jest teoretycznym rozkładem odniesienia monitorowanego procesu produkcyjnego, określonym dystrybuantą G_n , y_i (dla $i = 1, 2, \dots, m$) są p -wymiarowymi wektorami pochodzącymi z rozkładu G , x_i (dla $i = 1, 2, \dots, n$) - p -wymiarowymi wektorami pochodzącymi z pewnego rozkładu F , określonego dystrybuantą F_n .

Na wykresie karty kontrolnej r , będącej odpowiednikiem karty $IX - MR$, nanoszone są wartości statystyki rangowej $r_{G_m}(x_i)$ w czasie. Górna linia kontrolna nie występuje. Linia centralna $CL = 0,5$, dolna linia kontrolna $LCL = \alpha$. Położenie linii centralnej wynika z własności, że statystyka $r_{G_m}(x_i)$ ma rozkład jednostajny określony na przedziale $\langle 0;1 \rangle$. Wartość oczekiwana w tym przypadku wynosi $0,5$ [Liu 1995].

Koncepcja kart kontrolnych \bar{X}_r jest zbliżona do kart kontrolnych jednowymiarowych $\bar{X} - s$ i $\bar{X} - R$. Na wykresie przedstawione są wartości średnich arytmetycznych podzbiorów $r_{G_m}(x_i)$ o liczebności n wyznaczone według wzoru

$$\bar{X}_r(G, F_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_{G_m}(x_i). \quad (4)$$

Można zapisać, że karta \bar{X}_r jest wykresem wartości

$$\{X_{G_m}(G, F_n^1), X_{G_m}(G, F_n^2), \dots, X_{G_m}(G, F_n^k)\},$$

gdzie:

n - liczebność podzbiorów,

k - liczba podzbiorów.

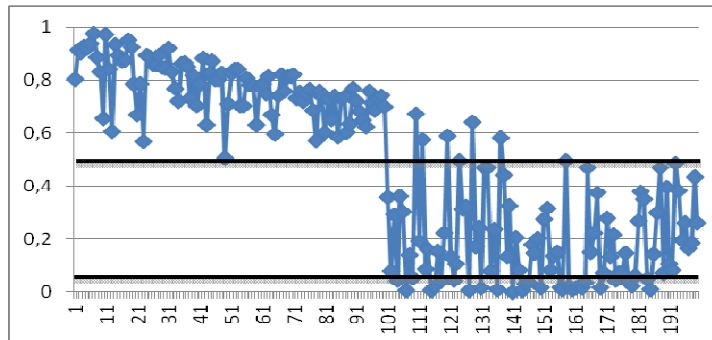
Określenie linii centralnej i linii kontrolnej w tej karcie zależy od liczebności podzbiorów n . W pracy omówiona zostanie konstrukcja kart kontrolnych \bar{X}_r dla liczebności $n \geq 5$. Jeżeli liczebność próbek wynosi co najmniej 5, linia centralna $CL = 0,5$, natomiast dolna granica kontrolna wyznaczona jest na podstawie wzoru:

$$LCL = 0,5 - u_\alpha \sqrt{\frac{1}{12} \left[\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n} \right) \right]}. \quad (5)$$

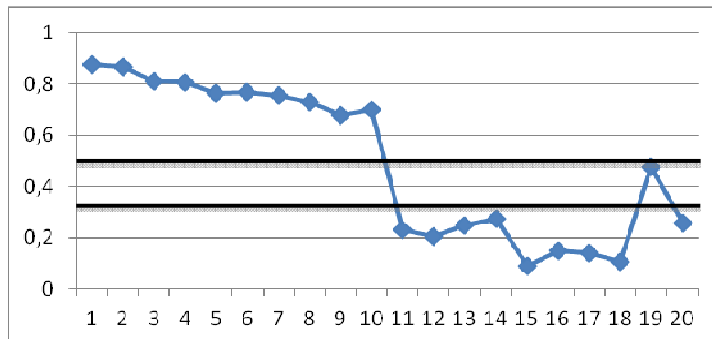
Rozważania dotyczące wyznaczania linii centralnych oraz kontrolnych dotyczące omawianej karty zamieszczone są w pracy Liu i Singh [Liu i Singh 1993].

Konstrukcja kart kontrolnych została przedstawiona na danych liczbowych prób dwuwymiarowych. Jako teoretyczny rozkład odniesienia G przyjęto próbę o liczebności 400, pochodzącą ze standaryzowanego dwuwymiarowego rozkładu normalnego. W celu zilustrowania użyteczności kart kontrolnych opartych na miarach zanurzania obserwacji w próbie do badania rozregulowania procesu wykorzystano próby dwuwymiarowe, każda o liczebności 200, w których pierwszych 100 obserwacji pochodzi ze standaryzowanego dwuwymiarowego rozkładu normalnego. Kolejnych 100 obserwacji pochodzi z dwuwymiarowego rozkładu normalnego z zerowym wektorem wartości średnich

i macierzą kowariancji $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ (próba PD1), natomiast w przypadku próby PD2, wektor średnich wynosi $\begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,5 \end{bmatrix}$, a macierz kowariancji jest równa $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Rysunek 2. Karta kontrolna r dla PD1

Źródło: opracowanie własne

Rysunek 3. Karta kontrolna \bar{X}_r dla PD1

Źródło: opracowanie własne

Na rysunkach 2 i 3 przedstawiono wykresy kart kontrolnych r oraz \bar{X}_r . Zaznaczone zostały linie centralne $CL=0,5$ oraz dolne granice kontrolne $LCL=0,05$ (dla karty r) i wyznaczona zgodnie z wzorem 5, $LCL=0,319$ (dla karty \bar{X}_r). Wartości statystyki rangowej $r_{G_m}(x_i)$, która jest wykorzystywana do

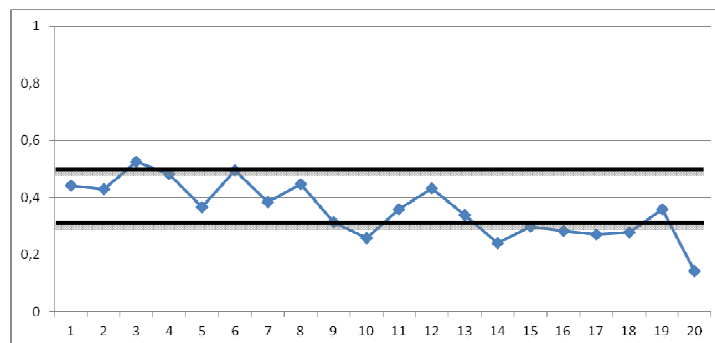
konstrukcji tych kart, określają ilu obserwacjom rozkładu hipotetycznego G odpowiada wartość miary zanurzenia mniejsza lub równa od zadanej wartości x_i .

Z powyższych rysunków wynika, że procesy nie są stabilne w czasie. Występują punkty poza granicami kontrolnymi, co wskazuje na rozregulowanie procesu. Na rysunkach przedstawiono proces ustabilizowany do 100. próbki (rys.2) i 10. próbki (rys.3) z wprowadzonym wzrostem rozproszenia.

W przypadku niestabilności zmienności procesu występują dwa obszary przedstawiające różne konfiguracje punktów na wykresach kart kontrolnych. Jeżeli od 100. obserwacji $r_{G_m}(x_i)$ przyjmuje bardzo małe wartości oznacza to, że bardzo mała liczba obserwacji zbioru hipotetycznego osiąga wartości miary zanurzenia mniejsze od wartości miary zanurzenia dla danego punktu x_i . Proces przedstawiony na rysunkach 2 i 3 charakteryzuje się większym rozproszeniem obserwacji wokół wektora wartości średnich w porównaniu z procesem hipotetycznym.

Na rysunku 4 przedstawiono proces uregulowany do 10. próbki z wprowadzonym przesunięciem procesu. Wykres tej karty kontrolnej sygnalizuje rozregulowanie od 10. obserwacji.

Rysunek 4. Karta kontrolna \bar{X}_r dla PD2



Źródło: opracowanie własne

POSUMOWANIE

W artykule przedstawiono koncepcję zanurzenia obserwacji w próbie do konstrukcji kart kontrolnych. Wykorzystanie miary zanurzenia daje możliwość redukcji wielowymiarowych pomiarów pochodzących z procesu produkcyjnego do jednowymiarowego wskaźnika statystyki rangowej. Dla tych wartości sporządzane są dwuwymiarowe wykresy kart kontrolnych, za pomocą których można wykryć zdeterminowane przesunięcie procesu o stałą wartość jak i zmianę rozproszenia

procesu. Zauważyć można, że w przypadku wzrostu rozproszenia linie na wykresach kart kontrolnych (rys. 2 i 3) „gwałtownie” opadają. W przypadku zmiany wektora położenia procesu „spadek” linii na wykresie jest łagodny (rys.4).

Omówione karty kontrolne nie wymagają spełnienia założeń dotyczących zgodności z rozkładem normalnym oraz nie wymagają, żeby zależność pomiędzy właściwościami procesu była liniowa, co jest wymagane w przypadku stosowania kart T^2 Hotellinga.

Przedstawione rozważania wskazują, że miara zanurzania obserwacji w próbie może znaleźć zastosowanie w sterowaniu procesem produkcyjnym o wielu właściwościach. Obszar tych rozważań jest obszerny w związku z tym trudno było przedstawić w pracy inne rozważania dotyczące tego zagadnienia.

BIBLIOGRAFIA

- Bartkowiak M., (2011) Karty kontrolne obrazem zmienności procesu, *Kwartalnik Nauk o Przedsiębiorstwie*, 3/2011(20), 63-71.
- Donoho D.L., Gasko M., (1992), Breakdown Properties of Location Estimates Based on Halfspace Depth and Projected Outlyingness, *The Annals of Statistics*, 20, 1803-1827.
- Greber T. (2000) Statystyczne sterowanie procesami- doskonalenie jakości z pakietem STATISTICA, StatSoft Polska.
- Iwasiewicz A. (2005) Zarządzanie jakością w przykładach i zadaniach, Śląskie Wydawnictwa Naukowe, Wyższa Szkoła Zarządzania i Nauk Społecznych w Tychach.
- Koronacki J.(1999) Metody statystycznego sterowania jakością, StatSoft Polska, http://www.statsoft.pl/Portals/0/Downloads/Metody_sterow_jakosc_Koronacki.pdf
- Liu R. (1995), Control Chart for Multivariate Processes, *Journal of the American Statistical Association* December, Vol. 90, No. 432.
- Liu R. Y., Sing K., (1993), *A Quality Index Based on Data Depth and Multivariate Rank Tests*, *Journal of the American Statistical Association*, 88, 257-260.
- Płaska S. (2000) Wprowadzenie do statystycznego sterowania procesami technologicznymi, Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej, Lublin.
- Rousseeuw P. J., Verboven S., (2002), Robust Estimation in Very Small Sample, Universitaire Instelling Anwerpen, Belgium.
- Sałaciński T. (2009) SPC-statystyczne sterowanie procesami produkcji, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa.
- Sęp J., Perłowski R., Pacana A. (2010) Techniki wspomagania zarządzania jakością, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów.

DEPTH MEASURE IN THE MONITORING OF MULTI-PROPERTY PROCESSES

Abstract: Control cards are one of the basic tools for statistical quality control. They enable continuous supervision of a production process and provide information on the process stability and signal any possible loss of future stability. Shewhart's control cards may be used for monitoring single properties. In reality, we frequently deal with processes characterised by multiple properties. There are a variety of methods to detect whether the course of this type of production process is stable, including T^2 Hotellinga cards. This paper presents control cards based on observation depth measure in a sample, which can be used to monitor multi-property production processes.

Keywords: observation depth measure in a sample, control cards

WPŁYW PODATKU INFLACYJNEGO NA DOBROBYT W WARUNKACH DOSKONAŁEJ MOBILNOŚCI KAPITAŁU

Michał Konopczyński

Katedra Ekonomii Matematycznej
Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu
e-mail: Michal.konopczynski@ue.poznan.pl

Streszczenie: Budujemy model równowagi ogólnej, w którym sektor prywatny może inwestować za granicą lub zadłużać się tam ze stałą stopą procentową. Sektor publiczny pobiera pięć rodzajów podatków, które służą finansowaniu konsumpcji publicznej. Bank centralny decyduje o wysokości inflacji, przez co wpływa na realną wysokość obciążeń podatkowych. Przy pomocy teorii sterowania optymalnego znajdujemy rozwiązanie modelu i analizujemy zależność pomiędzy wysokością inflacji a dobrobytem osiąganym przez konsumentów. Wykazujemy, że może istnieć pewna jednoznacznie określona optymalna stopa inflacji.

Słowa kluczowe: podatek inflacyjny, optymalna polityka fiskalna, doskonała mobilność kapitału

WSTĘP

Turnovsky [2009] przedstawia model endogenicznego wzrostu małej gospodarki otwartej, w którym konsumenci na sposób ramseyowski maksymalizują użyteczność strumienia konsumpcji w nieskończonym horyzoncie czasu, a przedsiębiorcy maksymalizują zyski. W tym artykule przedstawiamy pewną modyfikację modelu Turnovsky'ego. Przyjmujemy inny opis technologii odpowiadający zagregowanej funkcji produkcji typu AK. Uwzględniamy możliwość finansowania długu publicznego zarówno ze źródeł krajowych jak i zagranicznych. Ponadto w odróżnieniu od Turnovsky'ego uwzględniamy deprecjację kapitału oraz niezerową inflację traktowaną jako instrument polityki fiskalnej – tak zwany podatek inflacyjny.

Zakładamy doskonałą mobilność kapitału, czyli możliwość pożyczania oraz inwestowania zarówno za granicą jak i w kraju ze stałą realną stopą procentową

równą r . Założenie to wynika z dwóch innych założeń: o tzw. parytecie siły nabywczej PPP (purchasing power parity) oraz z założenia o parytecie stóp procentowych UIP (uncovered interest parity), które oznacza, że inwestorzy przypisują takie samo ryzyko niewypłacalności podmiotom krajowym jak zagranicznym. Drugim istotnym założeniem jest obecność pozytywnych efektów zewnętrznych akumulacji kapitału, związanych z uczeniem się poprzez pracę (*learning-by-doing*) oraz rozprzestrzenianiem się technologii, wiedzy i doświadczenia (*spillover-effects*).

Dla wygody wszystkie aktywa i pasywa – zarówno krajowe jak i zagraniczne – są wyrażone w walucie krajowej, a ich realne oprocentowanie (rentowność) oznaczamy symbolem r . Oprocentowanie nominalne jest sumą realnej stopy procentowej powiększonej o stopę inflacji w kraju:

$$r^N = r + \vartheta. \quad (1)$$

Stopa inflacji jest równa stopie wzrostu poziomu cen (deflatora PKB):

$$\vartheta = \hat{P} = \frac{\dot{P}}{P}. \quad (2)$$

Wysokość inflacji ϑ jest parametrem decyzyjnym – decyduje o niej bank centralny przy pomocy narzędzi polityki monetarnej. W najbardziej ogólnym przypadku należałoby przyjąć, że bank centralny może sterować inflacją zupełnie dowolnie, a więc stopa inflacji może być inna w każdym momencie czasu. Jednak przy takim założeniu zadanie sterowania optymalnego, które za moment sformułujemy bardzo się komplikuje – stopa inflacji ϑ byłaby bowiem dodatkową zmienną sterującą. My rozpatrujemy przypadek znacznie prostszy, mianowicie przyjmujemy, że stopa inflacji ϑ jest stała w czasie.

ZAŁOŻENIA TECHNOLOGICZNE

Produkcję reprezentatywnej (i -tej) firmy opisuje funkcja produkcji Cobb-Douglasa ze stałymi korzyściami skali:

$$Y_i = F(K_i, L_i) = aK_i^\alpha (EL_i)^\beta, \quad \alpha + \beta = 1, \quad \alpha, \beta > 0, \quad a > 0, \quad (3)$$

gdzie K_i oznacza zasób kapitału, a L_i zatrudnienie w i -tej firmie. Zmienna $E > 0$ wyraża wydajność (efektywność) pracy. Dzięki stałym korzyściom skali można dokonać tzw. agregacji wszystkich firm. Jeśli w kraju działa N reprezentatywnych firm, to wówczas realna produkcja całej gospodarki wynosi:

$$Y = NY_i = a(NK_i)^\alpha (ENL_i)^\beta = aK^\alpha (EL)^\beta, \quad (4)$$

gdzie K oznacza zagregowany zasób kapitału w kraju, a L wielkość zatrudnienia w całym kraju. Zakładamy, że liczbą ludności kraju jest stała, więc także $L = const$.

Z matematycznego punktu widzenia funkcje produkcji (3) i (4) są identyczne, zatem gospodarkę jako całość można analizować w taki sposób, jakby to była pojedyncza firma, której produkcja jest opisana funkcją (4). Współczynnik $E > 0$ odzwierciedla indywidualną, przeciętną wydajność pracy, o której zakładamy, że jest proporcjonalna do ilości kapitału przypadającego na osobę:

$$E = x K/L, \text{ gdzie } x = \text{const.} > 0 \quad (5)$$

Założenie to ma solidne uzasadnienie w pracach teoretycznych i empirycznych. Jest ono odzwierciedleniem pozytywnych efektów zewnętrznych związanych z uczeniem się poprzez pracę (*learning-by-doing*) oraz szeroko rozumianym rozprzestrzenianiem się technologii, wiedzy i doświadczenia (*spillover-effects*). Koncepty te wywodzą się z prac [Arrow 1962] i [Lucas 1988]. Dzieliąc (4) obustronnie przez L otrzymujemy funkcję produkcji per capita:

$$y = \frac{Y}{L} = ak^\alpha (E)^\beta, \quad (6)$$

gdzie k oznacza zasób kapitału na osobę, czyli $k = K/L$. Uwzględniając (5) funkcję produkcji per capita (6) można zapisać w postaci:

$$y = ak^\alpha (E)^\beta = Ak^\alpha (k)^\beta = Ak. \quad (7)$$

gdzie $A = ax^\beta = \text{const} > 0$. Zatem de facto posługujemy się funkcją produkcji typu AK, bardzo popularną w teorii endogenicznego wzrostu gospodarczego. Jej podstawową zaletą jest prostota, ale – co ważniejsze – jest ona spójna z podstawowymi zaobserwowanymi prawidłowościami (tzw. stylizowanymi faktami). Na przykład w krajach rozwiniętych nawet w bardzo długich okresach czasu obserwuje się w przybliżeniu stały stosunek rocznego PKB do zasobu kapitału równy około 1/3, co odpowiada wartości parametru $A = 1/3$.

Przedsiębiorcy maksymalizują zyski, zatem stawki płac kapitału i pracy muszą być równe krańcowym produktywnościom tych czynników produkcji:

$$\forall t \quad MPK = \frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha a K^{\alpha-1} (EL)^\beta = \frac{\alpha Y}{K} = \frac{\alpha y}{k} = \alpha A = w_K, \quad (8)$$

$$\forall t \quad MPL = \frac{\partial Y}{\partial L} = \beta a K^\alpha E (EL)^{\beta-1} = \frac{\beta Y}{L} = \beta y = w. \quad (9)$$

Proces akumulacji kapitału jest opisany w standardowy sposób (per capita):

$$\dot{k} = i - \delta k, \quad (10)$$

gdzie i to inwestycje per capita, a $\delta > 0$ odzwierciedla tempo deprecjacji kapitału. Inwestycje obciążone są tzw. „kosztami dostosowania” (*adjustment cost*), wprowadzonymi do teorii ekonomii przez [Hayashi 1982]. Koszty te są opisane równaniem:

$$C(I, K) = \frac{\chi}{2} \frac{I^2}{K}, \quad \chi > 0. \quad (11)$$

Aby zrealizować inwestycje netto równe I trzeba ponieść nakłady równe

$$\Phi(I, K) = I + C(I, K) = I \left(1 + \frac{\chi}{2} \frac{I}{K} \right), \quad \chi > 0, \quad (12)$$

co w ujęciu per capita ma postać:

$$\phi(i, k) = i \left(1 + \frac{\chi}{2} \frac{i}{k} \right). \quad (13)$$

PREFERENCJE KONSUMENTÓW

Poziom dobrobytu reprezentatywnego gospodarstwa domowego wynikającego z obecnej i przyszłej konsumpcji opisuje następujący funkcjonal (tzw. międzyokresowa funkcja użyteczności):

$$U = \int_0^{\infty} u(t) e^{-\rho t} dt = \int_0^{\infty} \frac{1}{\gamma} (c_t g_{C_t}^{\kappa})^{\gamma} e^{-\rho t} dt, \quad \rho > 0. \quad (14)$$

gdzie c_t oznacza konsumpcję prywatną per capita w momencie t , a g_{C_t} oznacza konsumpcję publiczną per capita w momencie t . Parametr κ wyraża elastyczność substytucji konsumpcji publicznej przez konsumpcję prywatną. Ułamek $\gamma/(1-\gamma)$ jest równy międzyokresowej elastyczności substytucji. Parametr $\rho > 0$ oznacza subiektywną stopę dyskonta.

SEKTOR PUBLICZNY (RZĄD)

Rząd opodatkowuje pracę (wynagrodzenia), dochody kapitałowe, dochody z aktywów zagranicznych netto (umownie zwanych obligacjami zagranicznymi) oraz odsetki od obligacji rządu wypłacane wierzycielom krajowym. Łączna kwota podatków dochodowych w ujęciu nominalnym wynosi¹:

$$T_1^N = \tau_L W L + \tau_K W_K K + \tau_B r^N B^N + \tau_D r^N D_D^N, \quad (15)$$

gdzie τ_L , τ_K , τ_B , τ_D oznaczają (kolejno) przeciętne stawki opodatkowania pracy, kapitału, odsetek z obligacji zagranicznych, odsetek z obligacji krajowych, zaś D_D^N oznacza zadłużenie krajowe rządu. Oprócz podatków dochodowych rząd pobiera podatki konsumpcyjne (VAT, akcyza) w wysokości nominalnej:

¹ Indeks górny N oznacza zmienne wyrażone w ujęciu nominalnym.

$$T_2^N = \tau_c C^N, \quad (16)$$

gdzie τ_c oznacza przeciętną stawkę opodatkowania konsumpcji. Łączne dochody budżetu państwa w ujęciu nominalnym wynoszą:

$$T^N = T_1^N + T_2^N. \quad (17)$$

Po podstawieniu równań (15) i (16) do (17) i podzieleniu obustronnie przez poziom cen w kraju P otrzymujemy realną wysokość wpływów podatkowych

$$T = T_1 + T_2 = \tau_L wL + \tau_K w_K K + \tau_B r^N B + \tau_D r^N D_D + \tau_C C, \quad (18)$$

gdzie $w = W/P$ oznacza realną stawkę płac, $w_K = W_K/P$ jest realną stawką wynagrodzenia jednostki kapitału, $B = B^N/P$ oznacza realną wartość aktywów zagranicznych (netto) sektora prywatnego, $D_D = D_D^N/P$ oznacza realne zadłużenie rządu w kraju, a $C = C^N/P$ oznacza konsumpcję w ujęciu realnym. Zauważmy, że w równaniu (18) występuje podatek inflacyjny – im wyższa jest stopa inflacji przy danym poziomie realnych stóp procentowych, tym wyższa jest realna kwota podatków pobieranych od odsetek.

Symbolem J^N oznaczmy nominalny deficyt budżetowy zdefiniowany jako różnica między wszystkimi wydatkami rządu a wpływami z podatków:

$$J^N = G^N + r^N D^N - T^N, \quad (19)$$

gdzie G^N oznacza łączne wydatki rządu w ujęciu nominalnym (bez odsetek od zadłużenia publicznego). Dzieliąc to równanie obustronnie przez poziom cen P otrzymujemy realną wysokość deficytu:

$$J = G + r^N D - T, \quad (20)$$

gdzie G oznacza wydatki rządu w ujęciu realnym, a D całkowity dług publiczny. Zakładamy, że deficyt budżetowy stanowi stały procent PKB, wyrażony parametrem decyzyjnym ξ , czyli

$$J = \xi Y, \quad \xi = const > 0. \quad (21)$$

Korzystając z (20), regułę budżetową (21) można zapisać w postaci:

$$G = T - r^N D + \xi Y. \quad (22)$$

Deficyt budżetowy jest pokrywany emisją obligacji rządowych, co powiększa dług publiczny zgodnie z równaniem $\dot{D}^N = J^N = \xi Y^N$. Część ω obligacji rządu jest sprzedawana inwestorom zagranicznym, a reszta krajowym:

$$\dot{D}_F^N = \omega \dot{D}^N = \omega \xi Y^N, \quad 0 \leq \omega \leq 1, \quad (23)$$

$$\dot{D}_D^N = (1 - \omega) \dot{D}^N = (1 - \omega) \xi Y^N, \quad (24)$$

gdzie D_D^N oznacza zadłużenie krajowe rządu (krajowy dług publiczny w ujęciu nominalnym), a D_F^N – zadłużenie zagraniczne rządu². Oczywiście w każdym momencie zachodzi równość $D^N = D_D^N + D_F^N$. Realne zadłużenie rządu jest zdefiniowane równaniem: $D = D^N/P$, co po zróżniczkowaniu względem czasu t prowadzi do następującego równania dynamiki realnego zadłużenia:

$$\dot{D} = \frac{\dot{D}^N P - \dot{P} D^N}{P^2} = \frac{\dot{D}^N}{P} - \frac{\dot{P}}{P} D. \quad (25)$$

Korzystając z (21) można je zapisać w prostszej postaci:

$$\dot{D} = \xi Y - \vartheta D. \quad (26)$$

Dzieląc obie strony tego równania przez D otrzymujemy stopę wzrostu realnego zadłużenia rządu:

$$\hat{D} = \frac{\dot{D}}{D} = \xi \frac{Y}{D} - \vartheta. \quad (27)$$

Analogicznie można wyprowadzić wzory na stopy wzrostu zadłużenia zagranicznego i wewnętrznego w ujęciu realnym:

$$\hat{D}_F = \frac{\dot{D}_F}{D_F} = \omega \xi \frac{Y}{D_F} - \vartheta. \quad (28)$$

$$\hat{D}_D = \frac{\dot{D}_D}{D_D} = (1 - \omega) \xi \frac{Y}{D_D} - \vartheta, \quad (29)$$

Wydatki rządu w ujęciu realnym obejmują dwa składniki:

$$G = G_T + G_C, \quad (30)$$

gdzie G_T oznacza transfery pieniężne do sektora prywatnego, a G_C konsumpcję publiczną. Zakładamy, że konsumpcja publiczna jest proporcjonalna do konsumpcji sektora prywatnego, czyli:

$$G_C = \sigma_C C, \quad 0 < \sigma_C < 1. \quad (31)$$

Z równań (22) i (30) wynika, że realna wielkość transferów wynosi:

$$G_T = G - G_C = T + \xi Y - r^N D - G_C. \quad (32)$$

Zgodnie z tym równaniem zebrane podatki powiększone o zrealizowany deficyt budżetowy służą sfinansowaniu obsługi długu publicznego oraz konsumpcji

² Wielkość ta nie jest tożsama z „zadłużeniem zagranicznym państwa”, gdyż oprócz rządu kredyty zagraniczne zaciągać może sektor prywatny.

publicznej w zaplanowanej przez rząd wysokości. Pozostałe środki są transferowane do sektora prywatnego.

SEKTOR PRYWATNY

Sektor prywatny czerpie dochody w formie wynagrodzenia pracy i kapitału, z odsetek od posiadanych obligacji krajowych rządu oraz dochody z posiadanych aktywów zagranicznych netto. Po opodatkowaniu, nominalny dochód do dyspozycji sektora prywatnego wynosi:

$$Y_d^N = (1 - \tau_L)WL + (1 - \tau_K)W_K K + (1 - \tau_D)r^N D_D^N + (1 - \tau_B)r^N B^N, \quad (33)$$

Dzieląc to równanie obustronnie przez poziom cen w kraju P otrzymujemy dochód do dyspozycji sektora prywatnego w ujęciu realnym:

$$Y_d = (1 - \tau_L)wL + (1 - \tau_K)w_K K + (1 - \tau_D)r^N D_D + (1 - \tau_B)r^N B. \quad (34)$$

Dochody sektora prywatnego wraz z otrzymaną od rządu kwotą transferów służą konsumpcji i inwestycjom, a także pokryciu potrzeb pożyczkowych rządu. Ewentualna różnica jest lokowana w aktywach zagranicznych³. Równanie budżetowe w ujęciu nominalnym ma więc postać:

$$Y_d^N + G_T^N = C^N (1 + \tau_C) + P \cdot \Phi(I, K) + \dot{D}_D^N + \dot{B}^N, \quad (35)$$

Przejście od wielkości nominalnych do realnych wymaga kilku prostych zabiegów. Prawdziwe są następujące równości definicyjne:

$$D_D^N = P \cdot D_D, \quad (36)$$

$$B^N = P \cdot B. \quad (37)$$

Różniczkując te równania względem t otrzymujemy:

$$\dot{D}_D^N = \dot{P} \cdot D_D + P \cdot \dot{D}_D, \quad (38)$$

$$\dot{B}^N = \dot{P} \cdot B + P \cdot \dot{B}. \quad (39)$$

Podstawiając otrzymane równania do (35) dostajemy:

$$Y_d^N + G_T^N = C^N (1 + \tau_C) + P \cdot \Phi(I, K) + \dot{P} \cdot D_D + P \cdot \dot{D}_D + \dot{P} \cdot B + P \cdot \dot{B}. \quad (40)$$

Dzieląc to równanie obustronnie przez poziom cen P otrzymujemy ograniczenie budżetowe sektora prywatnego w ujęciu realnym:

$$Y_d + G_T = C(1 + \tau_C) + \Phi(I, K) + \dot{D}_D + \dot{B} + \vartheta(D_D + B). \quad (41)$$

³ Naturalnie, różnica ta może również być ujemna, co oznacza konieczność redukcji salda aktywów zagranicznych (ich sprzedaży).

Podstawiając wzór (12) definiujący funkcję realnych wydatków inwestycyjnych $\Phi(I, K)$ i uwzględniając równanie (29), ograniczenie budżetowe (41) można zapisać w równoważnej postaci:

$$\dot{B} = Y_d + G_T - C(1 + \tau_c) - I \left(1 + \frac{\chi}{2} \frac{I}{K} \right) - (1 - \omega)\xi Y - \vartheta B. \quad (42)$$

Uwzględniając wzór (34) otrzymujemy w przeliczeniu na osobę:

$$\begin{aligned} \dot{b} &= (1 - \tau_L)w + (1 - \tau_K)w_K k + (1 - \tau_D)r^N d_D + [(1 - \tau_B)r^N - n]b + g_T \\ &\quad - c(1 + \tau_c) - i \left(1 + \frac{\chi}{2} \frac{i}{k} \right) - (1 - \omega)\xi y - \vartheta b. \end{aligned} \quad (43)$$

ZADANIE STEROWANIA OPTYMALNEGO I JEGO ROZWIĄZANIE

Sektor prywatny ustala wielkość konsumpcji i inwestycji tak, aby osiągnąć jak najwyższy poziom użyteczności opisanej przez funkcjonal celu (14), przy ograniczeniu budżetowym (43). Ów problem decyzyjny ma postać zadania sterowania optymalnego:

$$\begin{cases} \max \int_0^{\infty} \frac{1}{\gamma} (c g_C^k)^\gamma e^{-(\rho-n)t} dt, \\ \dot{b} = (1 - \tau_L)w + (1 - \tau_K)w_K k + [(1 - \tau_B)r^N - n]b + (1 - \tau_D)r^N d_D - \\ \quad - c(1 + \tau_c) - i \left(1 + \frac{\chi}{2} \frac{i}{k} \right) + g_T - (1 - \omega)\xi y - \vartheta b, \\ \dot{k} = i - (n + \delta)k. \end{cases} \quad (44)$$

Zmienne sterujące: c_t, i_t . Zmienne stanu: b_t, k_t . Dane są początkowe wartości zmiennych stanu: $b_0, k_0 > 0, d_0 \geq 0, d_{F0} \geq 0, d_{D0} \geq 0$, przy czym $d_{F0} + d_{D0} = d_0$. Zadanie (44) łatwo rozwiązać korzystając ze standardowych metod sterowania optymalnego. Rozwiązanie zadania ma postać:

$$k(t) = k_0 e^{\varphi t}, \quad \text{gdzie } \varphi = \frac{q-1}{\chi} - \delta \quad (45)$$

oraz $q = 1 + \chi(r - \tau_B r^N + \delta) - \sqrt{\Delta}$,

$$\begin{aligned} \Delta &= 2\chi[r - \tau_B r^N + \delta - \alpha A(1 - \tau_K) + (1 - \omega)\xi A] + \chi^2(r - \tau_B r^N + \delta)^2 \\ y(t) &= A k(t), \end{aligned} \quad (46)$$

$$c(t) = c_0 \cdot e^{\psi t}, \quad \text{gdzie } \psi = \frac{r - \rho - \tau_B r^N}{1 - \gamma(1 + \kappa)}, \quad (47)$$

$$g_C(t) = \sigma_C c_0 \cdot e^{\psi t}, \quad (48)$$

$$\text{gdzie } c_0 = \left(b_0 - d_{F_0} + \frac{Ak_0}{r - n - \varphi} \left(1 - \frac{q^2 - 1}{2A\chi} \right) \right) \frac{r - n - \psi}{1 + \sigma_C},$$

$$b(t) = \left(b_0 + \frac{vk_0}{r - n - \varphi} - d_{F_0} + \frac{\omega\xi Ak_0}{n + \varphi + \vartheta} \right) \cdot e^{\psi t} - \frac{vk_0}{r - n - \varphi} \cdot e^{\rho t} + \left(d_{F_0} - \frac{\omega\xi Ak_0}{n + \varphi + \vartheta} \right) e^{-(n+\vartheta)t} \quad (38)$$

$$\text{gdzie } v = A(1 + \omega\xi) - \frac{q^2 - 1}{2\chi} - \frac{r^N \omega\xi A}{n + \varphi + \vartheta},$$

$$d_F(t) = \frac{\omega\xi}{n + \varphi + \vartheta} y(t) + \left(d_{F_0} - \frac{\omega\xi y_0}{n + \varphi + \vartheta} \right) e^{-(n+\vartheta)t}, \quad (49)$$

$$d_D(t) = d(t) - d_F(t) = \frac{(1 - \omega)\xi}{n + \varphi + \vartheta} y(t) + \left(d_{D_0} - \frac{(1 - \omega)\xi y_0}{n + \varphi + \vartheta} \right) e^{-(n+\vartheta)t}, \quad (50)$$

przy założeniu (tzw. warunek transversalności):

$$\rho > n + \gamma(1 + \kappa)(r - \tau_B r^N - n). \quad (51)$$

Warto zauważyć, że dzięki założeniu o doskonałej mobilności kapitału, stopa wzrostu konsumpcji ψ może odbiegać od tempa wzrostu PKB równego φ , i to w nieskończenie długim horyzoncie czasu. Ta właściwość stanowi kluczową różnicę w porównaniu do standardowych modeli gospodarki zamkniętej, w których możliwości konsumpcji są zdeterminowane przez akumulację kapitału i tempo wzrostu PKB, a wszystkie zmienne realne – w tym produkcja, kapitał, inwestycje, konsumpcja – muszą (przynajmniej w granicy) rosnać w identycznym tempie.

DOBROBYT

Uwzględnivszy wyznaczone trajektorie konsumpcji prywatnej i publicznej oraz wzór (47), dobrobyt mierzony wartością funkcjonału celu (14) można zapisać w postaci:

$$\Omega = \frac{1}{\gamma} \sigma_C^{\kappa\gamma} c_0^{\gamma(1+\kappa)} \int_0^{\infty} e^{(\psi\gamma(1+\kappa) - \rho + n)t} dt. \quad (52)$$

Nietrudno wykazać, że $\psi\gamma(1 + \kappa) - \rho = -(r - \psi)$. Zatem

$$\Omega = \frac{1}{\gamma} \sigma_C^{\kappa\gamma} c_0^{\gamma(1+\kappa)} \int_0^{\infty} e^{-(r-\tau_B r^N - n - \psi)t} dt. \quad (53)$$

Ze względu na warunek transversalności całka we wzorze (53) jest zbieżna. Zatem osiągnięty dobrobyt wyraża się wzorem:

$$\Omega = \frac{\sigma_C^{\kappa\gamma} c_0^{\gamma(1+\kappa)}}{\gamma(r-n-\psi-\tau_B r^N)}. \quad (54)$$

Zauważmy, że poziom dobrobytu w równowadze zależy między innymi od wysokości inflacji. Zależność ta jest na tyle skomplikowana, że wymaga dokładnej analizy matematycznej.

WPLYW INFLACJI NA OSIĄGANY DOBROBYT

Wysokość inflacji wpływa na poziom osiąganego dobrobytu, co wyraża wynikająca z (54) pochodna:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \vartheta} = \frac{-\sigma_C^{\kappa\gamma} c_0^{\gamma(1+\kappa)} (1+\kappa) \tau_B}{(r-n-\psi-\tau_B r^N)^2} \cdot \left[\frac{\tau_B r^N}{A_1(r-n-\psi)} + \frac{(r-n-\psi-\tau_B r^N)(r-n-\psi)k_0 q}{c_0(r-n-\varphi)^2(1+\sigma_C)\sqrt{\Delta}} \cdot W_1 \right]. \quad (55)$$

gdzie

$$W_1 = \tau_B r^N q - \tau_K \alpha A - (1-\omega)\xi A - (1-\alpha)A. \quad (56)$$

Znak wyrażenia W_1 nie jest przesądzony – może być ujemny lub dodatni⁴. Wiadomo jednak, że przy przyjętych założeniach pierwszy ze składników we wzorze (56) jest nieujemny (ponieważ $\tau_B \geq 0$) a pozostałe trzy składniki są ujemne. Z tego wynika, że przy danych wartościach pozostałych parametrów:

a) przy wystarczająco niskiej stawce podatkowej τ_B (na przykład zerowej) i/lub dostatecznie wysokiej stawce τ_K i/lub dostatecznie niskim nominalnym oprocentowaniu r^N (które może na przykład wynikać z niskiej inflacji) zachodzi $W_1 < 0$,

b) przy dostatecznie wysokiej stawce podatkowej τ_B i/lub dostatecznie niskiej stawce τ_K i/lub dostatecznie wysokim nominalnym oprocentowaniu r^N (na przykład spowodowanym wysoką inflacją) zachodzi $W_1 > 0$.

⁴ Pominiemy szczególny przypadek, w którym wyrażenie to jest równe zero.

Łatwo wykazać, że $r - n - \varphi > 0$ oraz $r - n - \psi > 0$. Zatem jeżeli $W_1 < 0$, to znak pochodnej $\frac{\partial \Omega}{\partial \vartheta}$ nie jest przesądzony; jeżeli $W_1 = 0$, to $\frac{\partial \Omega}{\partial \vartheta} < 0$, a jeżeli $W_1 > 0$, to $\frac{\partial \Omega}{\partial \vartheta} < 0$.

Uwzględniając te spostrzeżenia, sformułować można następujące wnioski:

a) przy wystarczająco wysokiej stawce podatkowej τ_B i/lub dostatecznie niskiej stawce τ_K i/lub dostatecznie wysokim nominalnym oprocentowaniu r^N (które może na przykład wynikać z wysokiej inflacji) zachodzi $W_1 > 0$, a więc $\frac{\partial \Omega}{\partial \vartheta} < 0$. Dlatego osiągnany dobrobyt jest tym wyższy, im niższa jest inflacja.

b) przy wystarczająco niskiej stawce podatkowej τ_B (na przykład zerowej) i/lub dostatecznie wysokiej stawce τ_K i/lub dostatecznie niskim nominalnym oprocentowaniu r^N (które może na przykład wynikać z niskiej inflacji) zachodzi $W_1 < 0$, a więc znak pochodnej $\frac{\partial \Omega}{\partial \vartheta}$ nie jest przesądzony. Dlatego zależność między inflacją a osiąganym dobrobytem nie jest jednoznaczna co do kierunku.

Z powyższych spostrzeżeń płynie wniosek, że może istnieć pewien optymalny i jednoznacznie określony poziom inflacji, bowiem przy dostatecznie niskiej inflacji może zachodzić $\frac{\partial \Omega}{\partial \vartheta} > 0$, a jeśli inflacja jest wystarczająco wysoka, to $\frac{\partial \Omega}{\partial \vartheta} < 0$. To oznacza, że funkcja $\Omega(\vartheta)$ dana wzorem (54) przy założeniu, że wszystkie parametry z wyjątkiem ϑ są stałe może osiągać dla pewnego ϑ maksimum globalne. W punkcie tym musi oczywiście zachodzić $\frac{\partial \Omega}{\partial \vartheta} = 0$. Niestety, równania tego nie można rozwiązać analitycznie, ze względu na jego zbyt złożoną strukturę.

PODSUMOWANIE

Przedstawiony model równowagi ogólnej w warunkach doskonałej mobilności kapitału prowadzi do wniosku, że dobrobyt osiągnany przez konsumentów jest uzależniony od inflacji. Co więcej, otrzymane wzory wskazują, że może istnieć pewien optymalny, jednoznacznie określony poziom inflacji, który

jest uzależniony od innych parametrów gospodarki. Mając dany zestaw wartości parametrów modelu, ów optymalny poziom inflacji można znaleźć jedynie numerycznie, rozwiązując pewne skomplikowane równanie.

BIBLIOGRAFIA

- Arrow K. J. (1962), The Economic Implications of Learning by Doing, *The Review of Economic Studies*, 29(3): 155–73.
- Hayashi F. (1982), Tobin's Marginal q and Average q : A Neoclassical Interpretation, *Econometrica*, 50(1): 213–24.
- Lucas R. (1988), On the Mechanics of Economic Development, *Journal of Monetary Economics*, 22 (1): 3–42.
- Turnovsky S.J. (2009), *Capital Accumulation and Economic Growth in a Small Open Economy*, Cambridge University Press.

HOW INFLATION TAX INFLUENCES WELFARE UNDER PERFECT MOBILITY OF CAPITAL

Abstract: We are building a general equilibrium model in which the private sector can invest abroad or borrow there with a fixed interest rate. The public sector levies five types of taxes that are used to finance public consumption. The central bank determines the rate of inflation, which affects the real tax burden. Using optimal control theory we solve the model and analyze the relationship between inflation and welfare achieved by consumers. We demonstrate that there may exist a unique optimal rate of inflation.

Keywords: inflation tax, optimal fiscal policy, perfect capital mobility, dynamic general equilibrium, welfare

DOKŁADNOŚĆ SKAL EKWIWALENTNOŚCI A INDYFERENCJA STOCHASTYCZNA

Stanisław Maciej Kot

Katedra Nauk Ekonomicznych, Politechnika Gdańska
e-mail: skot@zie.pg.gda.pl

Streszczenie. W pracy dowodzimy twierdzenia, które wiążą założenie dokładności skal ekwiwalentności (ESE) z symetrycznym czynnikiem dominacji stochastycznej pierwszego rzędu. Dokładniej, niech X i Y będą rozkładami wydatków, odpowiednio, analizowanej grupy gospodarstw domowych i grupy gospodarstw odniesienia. Niech Z oznacza rozkład X skorygowany za pomocą pewnej skali ekwiwalentności. Jeśli spełnione jest założenie ESE, to Z jest stochastycznie indyferentne z X . Jednakże indyferencja stochastyczna (SI) nie implikuje ESE. Oznacza to, że SI jest założeniem słabszym niż ESE. Proponujemy obliczać skale ekwiwalentności na podstawie kryterium SI, gdy ESE nie jest spełnione.

Słowa kluczowe: skale ekwiwalentności, indyferencja stochastyczna, rozkład wydatków

WSTĘP

Celem niniejszej pracy jest wykazanie związku między relacją indyferencji stochastycznej (IS) pary rozkładów wydatków a tzw. kryterium dokładności skal ekwiwalentności (ESE)¹. Wykażemy, że ESE implikuje IS, jednakże implikacja ta zachodzi tylko w jedną stronę. Pokażemy też sposób konstruowania nowej klasy skal ekwiwalentności bazujący na IS.

W empirycznych porównaniach dobrobytu osób na podstawie rozkładów wydatków lub dochodów występuje poważna trudność polegająca na tym, że jednostką statystyczną badań jest gospodarstwo domowe, a populacja owych gospodarstw jest niejednorodna z uwagi na rozmaite atrybuty, np. wielkość

¹ Dokładność skal ekwiwalentności jest równoważna warunkowi *niezależności od bazy* (IB).

gospodarstwa (liczba osób), struktura demograficzna, obecność osób niepełnosprawnych, itp., co oznacza heterogeniczność zaspokajanych potrzeb.

Z powodu heterogeniczności populacji gospodarstw domowych procedura badań przebiega zwykle w dwóch etapach. W pierwszym etapie przekształca się rozkłady wydatków² owej populacji w abstrakcyjną jednorodną populację wydatków gospodarstw odniesienia jednoosobowych³ za pomocą indeksów zwanych skalami ekwiwalentności. W drugim etapie przekształcone rozkłady wydatków analizuje się z uwagi na nierówności, ubóstwo, dobrobyt, etc. Zakłada się przy tym, że oba etapy są niezależne.

Powyższa dwuetapowa procedura badawcza ma dwie poważne ułomności. Po pierwsze, okazało się, że owe dwa etapy nie są niezależne, co oznacza, że pomiar nierówności, ubóstwa i dobrobytu zależy od wyboru skali ekwiwalentności [Coulter, Cowell and Jenkins, 1992a,b]. Po drugie okazało się, że stosowane dotychczas skale ekwiwalentności nie są identyfikowalne⁴ na podstawie obserwacji rynkowych zachowań konsumentów (w danym układzie cen) [Blundell and Lewbel, 1991].

Wykazano, że przezwycięzenie problemu identyfikowalności skal ekwiwalentności jest możliwe albo przez przyjęcie dodatkowych założeń, albo też odwołanie się do wyjątkowych i na ogół niedostępnych danych statystycznych o wydatkach w różnych reżimach cenowych. Owe dodatkowe, matematycznie równoważne, założenia sformułowali niezależnie Blackorby and Donaldson (1993) (dokładność skal ekwiwalentności, ESE) oraz Lewbel, (1989) (niezależność od bazy, IB)⁵. Wielu badaczy testowało spełnienie tych założeń i ostatecznie zostały one odrzucone [Blundell and Lewbel, 1991, Blundell et al., 1998, Dickens et al., 1993, Pashardes, 1995, Gozalo, 1997, Pedankur, 1999].

Naszym zdaniem założenie ESE/IB jest zbyt restrykcyjne. Jednakże implikuje ono słabszy warunek w postaci relacji indyferencji stochastycznej (SI), przy czym ta implikacja zachodzi tylko w jedną stronę. Proponujemy, aby SI przyjąć za podstawę konstruowania skal ekwiwalentności, gdy założenia ESE/IB nie są spełnione..

Dalszy układ pracy jest następujący. W części pierwszej, zatytułowanej *Arbitralność dotychczasowych skal ekwiwalentności*, prezentujemy standardowe skale ekwiwalentności oraz skale *praktyczne*. Ukazujemy też, jakie konsekwencje niesie owa arbitralność dla pomiaru nierówności i ubóstwa ekonomicznego. Część

² W pracy ograniczymy się do rozkładów wydatków. Jednakże wiele z omawianych tu problemów odnosi się również do rozkładów dochodów.

³ W niektórych badaniach przyjmuje się inną grupę gospodarstw odniesienia niż jednoosobowe.

⁴ W ekonometrii identyfikowalność jakiejś wielkości oznacza możliwość jej obliczenia lub oszacowania na podstawie danych rzeczywistych.

⁵ Ponieważ założenia ESE i IB są matematycznie równoważne, to w dalszych rozważaniach będziemy powoływać się na nie zamiennie.

druga, zatytułowana *Stochastyczne skale ekwiwalentności*, zawiera podstawowe twierdzenie pracy oraz sposób jego wykorzystania do budowy nowej klasy skal. Ostatnia część zawiera wnioski oraz wskazuje kierunki dalszych badań.

ARBITRALNOŚĆ DOTYCHCZASOWYCH SKAL EKWIWALENTNOŚCI

Założmy, że populacja gospodarstw domowych składa się z $m+1 > 2$ rozłącznych grup, wyróżnionych z uwagi na pewien atrybut, oprócz wydatków, np. liczba osób, struktura demograficzna, obecność w gospodarstwie domowym osób niepełnosprawnych, itp. Oznaczmy symbolem $\mathbf{h} = \{h_0, h_1, \dots, h_m\}$ zbiór $m+1$ atrybutów. Dla ułatwienia wypowiedzi będziemy używać określenia *gospodarstwa typu h* , oznaczające grupę gospodarstw o atrybucie $h \in \mathbf{h}$. Niech gospodarstwa typu h_0 , np. jednoosobowe⁶, stanowią grupę odniesienia.

Wydatki gospodarstw domowych typu $h \in \mathbf{h}$ będziemy opisywać dodatnią i ciągłą zmienną losową X_h o rozkładzie określonym dystrybuantą $F_h(x)$, co będziemy zapisywać symbolicznie $X_h \sim F_h(x)$. Dla gospodarstw odniesienia rezerwujemy symbol $Y \sim G(y)$.

Paradygmatyczne pytanie porównań dobrobytu można sformułować na dwa następujące sposoby:

1) Jakie miesięczne wydatki gospodarstwa odniesienia typu h_0 pozwolą mu osiągnąć poziom dobrobytu u pojedynczej osoby gospodarstwa typu h wydającego miesięcznie x ?

2) Jakie miesięczne wydatki gospodarstwa domowego typu h , pozwolą mu osiągnąć poziom dobrobytu u gospodarstwa odniesienia (typu h_0) wydającego miesięcznie y ?

Odpowiedzi na powyższe pytania uzyskuje się tradycyjnie za pomocą indeksów zwanych *skalami ekwiwalentności*.

W celu zdefiniowania skal ekwiwalentności rozważmy prosty model użyteczności i preferencji członków gospodarstwa domowego, funkcjonującego w środowisku ekonomicznym z wektorem \mathbf{q} dóbr prywatnych. Zakładamy, że dwa odrębne gospodarstwa domowe jednakowego typu, charakteryzujące się takim samym wektorem konsumpcji, mają jednakowy poziom dobrobytu [Blackorby, Donaldson, 1993].

Zdefiniujmy funkcję kosztów (wydatków) $c(\mathbf{p}, u, h)$ gospodarstwa domowego typu h , [odpowiadającą funkcji użyteczności $u(\mathbf{q}, h)$ tego gospodarstwa], jako minimalny wydatek niezbędny dla osiągnięcia użyteczności u w układzie cen \mathbf{p}

$$c(u, \mathbf{p}, h) = \min_{\mathbf{q}} \{ \mathbf{p}' \cdot \mathbf{q} \mid u(\mathbf{q}, h) \geq u \} \quad (1)$$

Pośrednia funkcja użyteczności $v(\mathbf{p}, x, h)$ będzie wówczas równa

⁶ Jako gospodarstwa odniesienia można przyjąć grupę dowolnego typu, w zależności od celu badań.

$$u = v(\mathbf{p}, x, h) = \max_q \{u(\mathbf{q}, h) \mid \mathbf{p}' \cdot \mathbf{q} \leq x\} \quad (2)$$

gdzie x jest całkowitym wydatkiem przy cenach \mathbf{p} . Funkcje c oraz v są powiązane następującą tożsamością [Blackorby, Donaldson, 1993]:

$$x = c(u, \mathbf{p}, h) \leftrightarrow u = v(\mathbf{p}, x, h) \quad (3)$$

Niech d oznacza liczbę osób ekwiwalentnych osobie dorosłej w gospodarstwie domowym typu h , o dochodzie x i napotykanego ceny \mathbf{p} . Blackorby i Donaldson, (1993) definiują d następująco:

$$u = v(\mathbf{p}, x, h) = v\left(\mathbf{p}, \frac{x}{d}, h_0\right) \quad (4)$$

gdzie h_0 oznacza typ jednoosobowego gospodarstwa odniesienia. Zakładamy, że równanie (4) ma jednoznaczne rozwiązanie ze względu na d , dla każdego $h \in \mathbf{h}$.

Zauważmy, że równanie (4) jest matematycznym zapisem pierwszej wersji paradygmatycznego pytania porównań dobrobytu. Pytanie paradygmatyczne w wersji drugiej możemy zapisać jako:

$$u = v(\mathbf{p}, y \cdot d, h) = v(\mathbf{p}, y, h_0). \quad (5)$$

Równania (4) lub (5) definiują implícite skalę ekwiwalentności w postaci funkcji $d = eq(\mathbf{p}, u, h)$, gdzie $eq(\mathbf{p}, u, h_0) = 1$.

Korzystając z równości (3) i (4) możemy d przedstawić za pomocą funkcji kosztów [Blackorby, Donaldson, 1993]⁷

$$d = eq(\mathbf{p}, u, h) = \frac{c(\mathbf{p}, u, h)}{c(\mathbf{p}, u, h_0)} \quad (6)$$

Funkcja (6) zależy od nieobserwowalnej użyteczności u członków gospodarstwa. Oznacza to, że mamy do czynienia nie z jedną skalą ekwiwalentności, lecz z całą ich rodziną $\{eq(\mathbf{p}, u, h)\}_{u \in \mathcal{U}}$, indeksowaną po zbiorze \mathcal{U} wszystkich wartościach użyteczności.

Blundell i Lewbel (1991) wykazali, że skala ekwiwalentności (6) nie jest identyfikowalna w jednym układzie cen. Innymi słowy, nie można obliczyć wartości (6) na podstawie obserwowanych wydatków gospodarstw domowych typu h i gospodarstw odniesienia.

Twierdzenie Blundella i Lewbela (1991) przewiduje jednak identyfikowalność skal ekwiwalentności, jeśli byłyby dostępne obserwacje o rynkowych zachowaniach gospodarstw domowych w *różnych* układach cen. Takie obserwacje są niezwykle rzadkie, ponieważ zmiany cen zachodzą zwykle w dłuższych odstępach czasu, ale wówczas może ulec zmianie struktura

⁷ Por. Deaton, A., Muellbauer, J. (1980) *Economics and Consumer Behaviour.*, Cambridge Univ. Press., Cambridge, pp..205.

gospodarstwa domowego. Z tego powodu ten wariant obliczania skal ekwiwalentności raczej nie nadaje się do zastosowań.

Aby uniknąć konsekwencji wspomnianego twierdzenia, Blackorby i Donaldson, (1993) i - niezależnie - Lewbel (1989) wykazali, że można osiągnąć identyfikowalność skal ekwiwalentności, jeśli przyjmie się dodatkowe założenie. I tak, Blackorby i Donaldson zaproponowali porównywanie funkcji kosztów gospodarstwa typu h i h_0 dla jednego, ustalonego, poziomu użyteczności, powiedzmy u_1 . Wówczas indeks (6) przyjmie postać

$$\bar{d} = \bar{e}q(\mathbf{p}, h) = \frac{c(\mathbf{p}, u_1, h)}{c(\mathbf{p}, u_1, h_0)} \quad (7)$$

W ogólnym wypadku indeks d nie jest równy indeksowi \bar{d} . Porównywanie dobrobytu będzie poprawne wtedy i tylko wtedy, gdy ten indeks będzie *dokładny*, tj. wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego (\mathbf{p}, u, h) zachodzi równość

$$\bar{e}q(\mathbf{p}, h) = eq(\mathbf{p}, u, h), \quad (8)$$

Gdy równość (8) jest spełniona, to Blackorby, Donaldson (1993) powiadają, że użyteczności spełniają warunek *dokładności skali ekwiwalentności* (ang. *Equivalence Scale Exactness, ESE*).

Lewbel (1989) uzyskał identyczny warunek i nazwał go *niezależnością od bazy* (ang. *Independence of Base, IB*). Wykazał że jeśli istnieje skala ekwiwalentności $\Delta(\mathbf{p}, h)$ zależna tylko od cen \mathbf{p} oraz atrybutu h gospodarstwa domowego, spełniająca IB, to funkcje kosztów są związane następującą tożsamością:

$$c(\mathbf{p}, u, h) = c(\mathbf{p}, u, h_0)\Delta(\mathbf{p}, h) \quad (9)$$

gdzie $\Delta(\mathbf{p}, h)$ jest niezależne od u . Korzystając z (3) i (4), funkcja pośredniej użyteczności przyjmie postać

$$v(\mathbf{p}, x, h) = v\left(\mathbf{p}, \frac{x}{\Delta(\mathbf{p}, h)}, h_0\right), \quad (10)$$

Nazwijmy $x / \Delta(\mathbf{p}, \alpha_i)$ *wydatkami ekwiwalentnym*. Równość (10) pokazuje, że dwa gospodarstwa domowe mają taki sam dobrobyt jeśli, spotykając te same ceny, wykazują takie same wydatki ekwiwalentne.

Podobnie, na podstawie (3) i (5) otrzymamy następującą funkcję pośredniej użyteczności $v(\cdot)$ odpowiadającą funkcji kosztów c :

$$v(\mathbf{p}, y \cdot \Delta(\mathbf{p}, h), \alpha_i) = v(\mathbf{p}, y, h_0) \quad (11)$$

Założenia ESE i IB są wielce kontrowersyjne, gdyż wymagają uznania, iż wszyscy konsumenci mają jednakowe preferencje⁸. Z tego powodu wielu ekonomistów je odrzuca. Owe założenia były też testowane empirycznie przez wielu badaczy i ostatecznie zostały odrzucone [Blundell and Lewbel, 1991,

⁸ Dla jasności wywodów pomijamy tu ważny problem *porównywalności interpersonalnej*,

Blundell et al., 1998, Dickens et al., 1993, Pashardes, 1995, Gozalo, 1997, Pedankur, 1999].

Z powyższych rozważań wypływa mało optymistyczny wniosek, że oceny skali ekwiwalentności uzyskiwane na podstawie ekonometrycznych modeli popytu są arbitralne, gdyż nie dadzą się wywieść z teorii rynkowych zachowań konsumentów w sytuacji niespełnienia założenia ESE/IB. Równie dobrze można by wybrać *dowolne* wartości skal, bo z powodu arbitralności niemożliwe jest rozstrzygnięcie, która skala jest właściwa.

Arbitralne są też skale ekwiwalentności stosowane przez praktyków, ponieważ nie da się ich wywieść z teorii ekonomicznej. Praktyka jednak jest zmuszona do posługiwania się jakimiś skalami ekwiwalentności, gdy dokonuje porównań dobrobytu, np. przy ustalaniu minimum socjalnego, zasiłków socjalnych, itp. Przy braku podstaw teoretycznych wymyślono wiele skal ekwiwalentności, nazywanych *pragmatycznymi* [Coulter, Cowell, Jenkins, 1992], jak np. skale autorstwa Buhmann et al. (1988), Cutler, Katz (1992), Jenkins, Cowell (1994), skale OECD itp.

Arbitralność skal ekwiwalentności nie miałyby większego znaczenia, gdyby nie miały one wpływu na pomiar nierówności i ubóstwa. Jak już wzmiankowaliśmy we *Wstępie*, pomiar tych charakterystyk rozkładu wydatków i dochodów *zależy* od wyboru skali ekwiwalentności, na co zwrócili już uwagę Coulter, Cowell, Jenkins (1992).

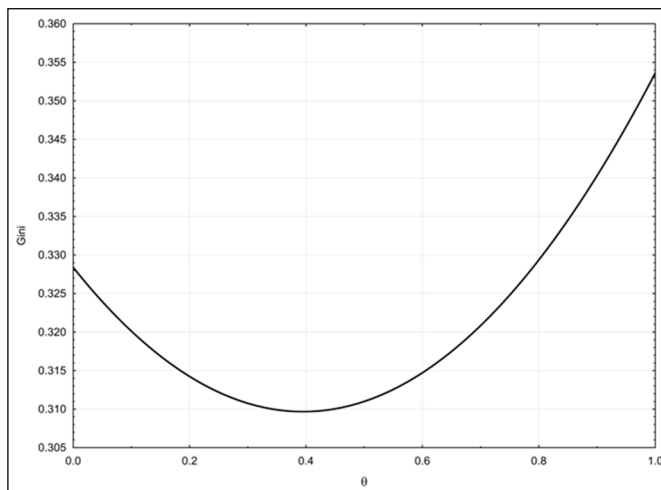
Obserwacje wspomnianych autorów, poczynione na podstawie rozkładów dochodów w Wielkiej Brytanii, zilustrujemy na przykładzie danych pochodzących z polskich budżetów gospodarstw domowych. W tym celu wybierzemy potęgową skalę autorstwa Buhmann et al. (1988) postaci

$$y = \frac{x_h}{m_h^\theta} \quad (12)$$

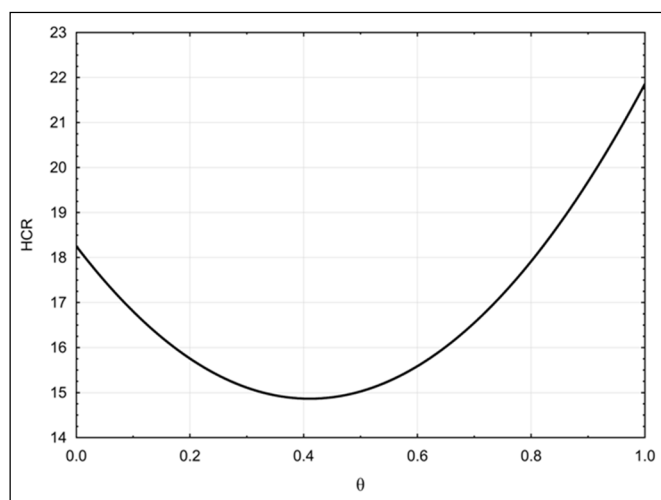
gdzie x_h oznacza wydatki gospodarstwa domowego m_h osobowego, y jest dochodem ekwiwalentnym, a parametr $\theta \in [0,1]$ jest elastycznością skali względem liczby osób.

W praktyce parametr θ jest ustalany arbitralnie. Gdy $\theta=1$, otrzymujemy wydatki na osobę, co oznacza brak korzyści z wielkości gospodarstwa domowego. Przypadek $\theta=0$ oznacza wydatki na gospodarstwo domowe. Gdy $\theta=1/2$, otrzymujemy tzw. pierwiastkową skalę ekwiwalentności.

Zależność ocen nierówności i ubóstwa od wyboru parametru θ zilustrujemy na przykładzie rozkładów wydatków gospodarstw domowych według liczby osób w roku 2010. Dla 100 wartości θ z przedziału $[0,1]$ obliczyliśmy rozkłady wydatków ekwiwalentnych (12) i oszacowaliśmy indeks Giniego (Rysunek 1), oraz frakcję ubogich HCR, dla linii ubóstwa równej połowie średniej (Rysunek 2).

Rysunek 1. Nierówności ekonomiczne jako funkcja θ 

Źródło: opracowanie własne

Rysunek 2. Zasięg ubóstwa jako funkcja θ 

Źródło: opracowanie własne

Na Rysunku 1 widoczne jest, że wybór skali ekwiwalentności ma wpływ na ocenę nierówności. Jeśli będziemy szacować nierówności w rozkładzie wydatków ekwiwalentnych na osobę ($\theta = 1$), to otrzymamy wyższe oceny niż w wypadku rozkładu wydatków ekwiwalentnych otrzymanych z zastosowaniem pierwiastkowej skali ekwiwalentności ($\theta = 1/2$). Na pytanie o *prawdziwy* poziom nierówności w kraju, jednoznaczna odpowiedź nie jest możliwa, bo teoria nie pozwala rozstrzygnąć, jaką wartość parametru θ należy wybrać. Łatwo więc

o manipulacje wynikami. Trudno jednak mówić tu o nadużyciu, ponieważ polegałoby ono na ukrywaniu (nieznanej przecież) prawdy i demonstrowaniu odmiennego obrazu nierówności.

Można powiedzieć dokładnie to samo w odniesieniu do oceny zasięgu ubóstwa. Wybór skali ekwiwalentności ma wpływ na pomiar ubóstwa. Pytanie o *prawdziwy* poziom ubóstwa również i w tym wypadku nie ma odpowiedzi.

Konstatacja o zależności ocen nierówności i ubóstwa od skali ekwiwalentności odnoszą się też do innych pragmatycznych skal ekwiwalentności

Zauważmy, że stwierdzona powyżej zależność ekwiwalentnych rozkładów wydatków od wyboru skali ekwiwalentności stanowi poważny problem w wypadku arbitralności owych skal, ponieważ przekłada się ona na arbitralność wszelkich wyników badań rozkładów ekwiwalentnych. Celowe zatem wydaje się poszukiwanie innej niż obecna podstawy teoretycznej dla skal ekwiwalentności. W niniejszej pracy proponujemy pewne rozwiązanie omawianego problemu.

STOCHASTYCZNE SKALE EKWIWALENTNOŚCI

Stochastyczna indyferencja rozkładów

Teoretyczną podstawą naszej propozycji skal ekwiwalentności stanowi kryterium indyferencji rozkładów zmiennych losowych. Owa indyferencja jest symetrycznym składnikiem relacji dominacji stochastycznej, dlatego rozważania niniejszej części rozpoczniemy od przywołania pojęcia dominacji stochastycznej.

Założmy, że rozkłady wydatków dwóch populacji opisują ciągłe zmienne losowe $W_1 \sim R_1(w)$ i $W_2(x) \sim R_2(w)$. Niech U_1 będzie rodziną funkcji użyteczności u von Neumana-Morgensterna takich, że $u' \geq 0$ (rosnących), gdzie znak ' oznacza pierwszą pochodną. Niech U_2 oznacza rodzinę wszystkich funkcji użyteczności u z rodziny U_1 z dodatkowym warunkiem $u'' \leq 0$ (wklęsłych).

Postępując za ustaleniami w pracy Linton, Masuomi, Whang (2005), przytoczymy definicję dominacji stochastycznej.

Definicja 1. Rozkład W_2 dominuje stochastycznie rozkład W_1 w stopniu 1-szym (symbolicznie: $W_2 \geq_{FSD} W_1$) wtedy i tylko wtedy, gdy albo

- 1) $R_1(w) \geq R_2(w)$ dla wszystkich w , z nierównością ostrą dla pewnych w , albo
- 2) $E[u(W_1)] \leq E[u(W_2)]$ dla wszystkich $u \in U_1$, z nierównością ostrą dla pewnych u , gdzie $E[\cdot]$ oznacza operator nadziei matematycznej zmiennej losowej.

Definicja 2. Rozkład W_2 dominuje stochastycznie rozkład W_1 w stopniu 2-gim (symbolicznie: $W_2 \geq_{SSD} W_1$) wtedy i tylko wtedy, gdy albo

- 3) $\int_0^w R_1(t) dt \geq \int_0^w R_2(t) dt$, dla wszystkich w , z nierównością ostrą dla pewnych w , albo
- 4) $E[u(W_1)] \leq E[u(W_2)]$ dla wszystkich $u \in U_2$, z nierównością ostrą dla pewnych u .

Dominację stochastyczną wyższych stopni definiuje się rekurencyjnie wprowadzając kolejne całkowania i nakładając kolejne restrykcje na klasę funkcji użyteczności [Davidson, Duclos, 2000]. Dowiedziono też, że dominacja stochastyczna w stopniu $r \geq 1$ implikuje dominację stochastyczną wszystkich wyższych stopni, jednakże ta implikacja zachodzi tylko w jedną stronę.

Indyferencję rozkładów rozumie się jako jednoczesną dominację wzajemną. Powiemy, że rozkład W_2 jest indyferentny 1-go stopnia względem rozkładu W_1 wtedy i tylko wtedy, gdy jednocześnie W_2 dominuje stochastycznie W_1 i W_1 dominuje stochastycznie W_2 , co można zapisać jako $W_2 \geq_{FSD} W_1 \wedge W_2 \leq_{FSD} W_1$.

Definicja 3. Rozkład W_2 jest indyferentny względem rozkładu W_1 , w stopniu 1-szym wtedy i tylko wtedy, gdy albo

- 5) $R_1(w) = R_2(w)$, dla wszystkich w , albo
- 6) $E[u(W_1)] = E[u(W_2)]$, dla wszystkich $u \in U_1$.

Definicja 4. Rozkład W_2 jest stochastycznie indyferentny w stopniu drugim względem rozkładu W_1 , co zapisujemy $W_2 \geq_{SSD} W_1 \wedge W_2 \leq_{SSD} W_1$, wtedy i tylko wtedy, gdy albo

- 7) $\int_0^w R_1(t) dt = \int_0^w R_2(t) dt$, dla wszystkich w , albo

- 8) $E[u(W_1)] = E[u(W_2)]$, dla wszystkich $u \in U_2$

Indyferencję stochastyczną wyższych stopni definiuje się, wprowadzając kolejne całkowania i nakładając kolejne ograniczenia na klasę funkcji użyteczności. Łatwo można udowodnić, że indyferencja stopnia $r \geq 1$ implikuje indyferencję wszystkich wyższych stopni i *vice versa*. Ta własność odróżnia indyferencję stochastyczną od dominacji stochastycznej.

Istnieje ważny i znany związek dominacji stochastycznej z nierównościami ekonomicznymi i ekonomicznym ubóstwem [Davidson, Duclos, 2000, Davidson, 2008]. Związki te w oczywisty sposób zachodzą również dla indyferencji stochastycznej. Poniższe stwierdzenia są matematycznie równoważne;

- a) $R_1(w) = R_2(w)$, dla wszystkich w .
- b) Dobrobyt społeczny w rozkładach W_1 i W_2 jest taki sam, tzn. $E[u(W_1)] = E[u(W_2)]$, dla każdej funkcji użyteczności $u \in U_2$.
- c) Ubóstwo w rozkładzie W_1 jest takie samo jak w rozkładzie W_2 , dla każdej linii ubóstwa i dla atkinsona (1987) klasy miar ubóstwa.
- d) Nierówności w rozkładach W_1 i W_2 są takie same.

Warunek 5) w definicji 3, czyli równość dystrybuant porównywanych rozkładów, jest łatwy do testowania za pomocą standardowego testu Kołmogorowa-Smirnowa (K-S). Nieodrzućenie przez ten test hipotezy zerowej o równości dystrybuant oznacza nieodrzućenie istnienia relacji indyferencji stopnia 1-go i indyferencji wszystkich wyższych stopni.

Dla skonstruowania stochastycznych skal ekwiwalentności kluczowe znaczenie ma następujące twierdzenie:

Twierdzenie 1. Niech ciągłe zmienne losowe $X_h \sim F_h(x)$ i $Y \sim G(y)$ opisują rozkład wydatków, gospodarstw domowych odpowiednio typu $h \in \mathcal{H}$ i rozkładu odniesienia. Załóżmy, że spełnione jest założenie ESE/IB, co oznacza, że istnieje $\Delta(\mathbf{p}, \alpha_i)$ spełniające równanie (11). Zdefiniujmy rozkład ekwiwalentny jako:

$$Z_h = X_{ih} / \Delta(\mathbf{p}, h) \sim H(z). \quad (13)$$

Wówczas Z jest stochastycznie indyferentne względem Y , czyli $H(z) = G(z)$, dla każdego rzeczywistego z .

Dowód. Ponieważ z założenia ESE/IB implikuje spełnienie równania (11), to rozkład wydatków gospodarstw typu h będzie równy $X_h = Y \cdot \Delta(\mathbf{p}, h)$. Zatem

$$Y = X_h / \Delta(\mathbf{p}, h) = Z_h \quad (14)$$

Ale równość dwóch zmiennych losowych oznacza równość ich dystrybuant, czyli $G(z) = H(z)$, dla każdego rzeczywistego z . Zatem spełniony jest warunek 5) w definicji, czyli Z_h jest stochastycznie indyferentne względem Y . QED.

Jednakże implikacja w tezie powyższego twierdzenia zachodzi tylko w jedną stronę. Równość dystrybuant nie implikuje bowiem równości zmiennych losowych, ponieważ jedna dystrybuanta może odpowiadać różnym zmiennym losowym [Billingsley, 1995, pp. 261]. To oznacza, że kryterium indyferencji jest słabsze niż założenie ESE/IB.

Proponujemy przyjąć relację indyferencji jako teoretyczną podstawę konstruowania skal ekwiwalentności. Skoro założenie ESE/IB jest za mocne do spełnienia, to możemy zaakceptować założenie słabsze.

Trudności podobnego typu napotkano w analizie szeregów czasowych przy definiowaniu stacjonarności procesu stacjonarnego. Przypomnijmy, iż proces stochastyczny X_t jest stacjonarny (w węższym sensie), jeśli dla $n=1,2,\dots$ i dla dowolnych rzeczywistych t_1, \dots, t_n oraz τ zachodzi równość

$$\begin{aligned} F_{t_1 \dots t_n}(x_1, \dots, x_n) &= P(X_{t_1} < x_1, \dots, X_{t_n} < x_n) = \\ &= P(X_{t_1+\tau} < x_1, \dots, X_{t_n+\tau} < x_n) = \\ &= F_{t_1+\tau \dots t_n+\tau}(x_1, \dots, x_n) \end{aligned} \quad (15)$$

gdzie $F(\cdot)$ jest dystrybuantą procesu [Fisz, 1969, s. 330].

Definicja stacjonarności w węższym sensie okazała się nieprzydatna w typowych analizach, w których badacz dysponuje tylko jedną realizacją (szeregiem czasowym) procesu. W takim wypadku niemożliwe jest oszacowanie dystrybuanty i testowania jej niezmienniczości przy przesuwaniu po osi czasu. Z uwagi na tę niedogodność zdecydowano się na zaakceptowanie definicji stacjonarności w szerszym sensie (lub w sensie Chinczyna). Skorzystano z twierdzenia, że jeśli proces jest stacjonarnym w węższym sensie, to nadzieja matematyczna i wariancja są stałe, a funkcja autokorelacji zależy jedynie od τ [Fisz, 1969, str. 331]. Proces

stochastyczny jest stacjonarny w szerszym sensie, jeśli spełnione są warunki występujące w tezie tego twierdzenia. Ponieważ w powyższym twierdzeniu implikacja zachodzi tylko w jedną stronę, to proces stacjonarny w węższym sensie jest zawsze stacjonarny w sensie szerszym, ale nie na odwrót.

Proponujemy więc postąpić w podobny sposób. Skoro założenie ESE/IB nie jest spełnione, to skorzystajmy ze słabszego warunku, tj. indyferencji, (teza twierdzenia 1) jako podstawę budowania skal ekwiwalentności.

Definicja stochastycznych skal ekwiwalentności

Niech, jak poprzednio, zmienne losowe $X_h \sim F_h(x)$ oraz $Y \sim G(y)$ oznaczają odpowiednio rozkład wydatków gospodarstw typu h i rozkład wydatków gospodarstw odniesienia. Niech $s: R \rightarrow R$ będzie pewną ciągłą i monotoniczną funkcją, której odwrotność ma ciągłe pierwsze pochodne. Wprowadźmy zmienną losową $Z = s(X_h) \sim H(z)$.

Definicja 5. Funkcję $s(\cdot)$ będziemy nazywać *stochastyczną skalą ekwiwalentności* (SES) wtedy i tylko wtedy, gdy zachodzi tożsamość

$$H(z) = G(z) \quad (16)$$

dla każdego rzeczywistego z .

Zauważmy, że definicja 5 nie precyzuje konkretnej postaci funkcji s . Zatem każda funkcja, która przekształca rozkład wydatków gospodarstw typu h w rozkład Z indyferentny względem rozkładu Y gospodarstw odniesienia, może być uznana za SES. Możemy więc skorzystać z pragmatycznych skal ekwiwalentności lub konstruować nowe, jako potencjalne kandydatki na SES i testem K - S sprawdzać zachodzenie tożsamości (16)⁹.

Kryterium indyferencji pozwala również na estymację SES, zarówno nieparametrycznych, jak i parametrycznych. Jako funkcję straty metody estymacyjnej proponujemy kryterium K - S .

Hipoteza zerowa $H_0: H(z) = G(z)$ ma postać (16). Hipoteza alternatywna będzie postaci $H_a: H(z) \neq G(z)$. Niech $\hat{H}(z)$ i $\hat{G}(z)$ będą dystrybuantami empirycznymi, odpowiednio, $H(z)$ i $G(z)$ oszacowanymi na podstawie dwóch niezależnych prób wielkości n i l . Gdy H_0 jest prawdziwa, to statystyka

$$U = \max_z |\hat{H}(z) - \hat{G}(z)| \sqrt{\frac{l \cdot n}{l + n}}, \text{ dla każdego } z. \quad (17)$$

ma asymptotyczny rozkład λ Kołmogorowa [Smirnow, 1939].

Dla oszacowania funkcji $s(\cdot)$ przyjmijmy warunkową dystrybuantę $H(z/s)$ w miejsce $H(z)$. Proponujemy estymator s^* , który minimalizuje statystykę U , tzn.

$$U(s^*) = \min_s \max_z |\hat{H}(z|s) - \hat{G}(z)| \sqrt{\frac{n \cdot l}{n + l}}, \text{ dla każdego } z. \quad (18)$$

Jeśli dodatkowo spełnione jest kryterium zgodności, jak w przypadku testu (17).

⁹ Wstępną wersję SES przedstawiliśmy w pracy Kot (2012), rozdział IV.

Zamiast minimalizować statystykę U , możemy maksymalizować prawdopodobieństwo testowe p

$$p(s) = P[U(s) \geq u_{calc}(s)] \quad (19)$$

gdzie u_{calc} jest obliczoną wartością statystyki u . Estymatorem s będzie s^* obliczone z równania

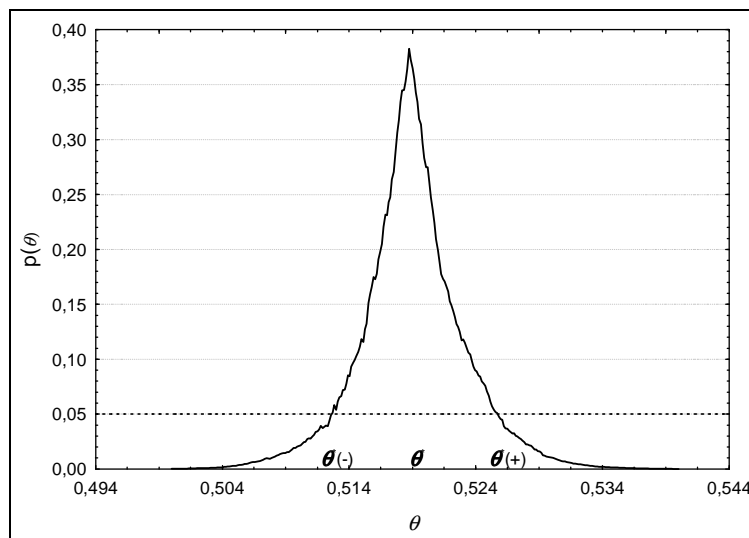
$$p(s^*) = \max_s P[U(s) \geq u_{calc}(s)] \wedge p(s^*) > \alpha \quad (20)$$

gdzie α jest przyjętym z góry poziomem istotności.

Proponowaną metodę estymacji zilustrujemy na przykładzie szacowania parametru θ potęgowej skali ekwiwalentności (12). W tym wypadku dystrybuanta $H(z)$ będzie mieszkanką k rozkładów $Z_h = X_h/m_h^\theta \sim H_h(z)$, gdzie k jest liczbą grup gospodarstw typu h natomiast m_h jest liczbą osób w gospodarstwach typu h .

Estymator s^* znajdziemy w następujący sposób. Przedział $[0,1]$ dzielimy na pewną liczbę punktów $\theta_1, \dots, \theta_N$ i w każdym z nich obliczamy wartości dystrybuant $H_h(z)$, wartości dystrybuanty $H(z)$ dla mieszkanki oraz $p(\theta)$. Za ocenę θ przyjmujemy maksymalną wartość p^* ze wzoru (20). Ilustruje to Rysunek 3.

Rysunek 3. Estymacja parametru θ potęgowej skali ekwiwalentności



Źródło: opracowanie własne

Na Rysunku 3 można zauważyć, że wartości $p(s)$ przecinają linię przyjętego poziomu istotności $\alpha=0.05$ w dwóch punktach oznaczonych symbolami $\theta^*(-)$ i $\theta^*(+)$, wyznaczającymi przedział $[0.51267, 0.52559]$. Dla każdej wartości θ z tego przedziału jest brak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej. Innymi słowy, każda funkcja (12) z parametrem θ z tego przedziału może być uznana za SES. Za ocenę punktową przyjmujemy wartość $\theta^*=0.51872$, dla której $p(\theta)$ przyjmuje wartość maksymalną.

WNIOSKI

Zaproponowane w pracy kryterium indyferencji może stanowić nową teoretyczną podstawę konstruowania skal ekwiwalentności, pozbawionych arbitralności dotychczasowych rozwiązań. Owo kryterium jest słabsze niż dotychczasowe założenia ESE/IB testowane przez licznych badaczy i ostatecznie odrzucone. Kryterium indyferencji pozwala nie tylko na wykorzystanie wielu dotychczasowych skal pragmatycznych, ale też tworzenie nowych. Umożliwia ono też estymację skal stochastycznych w sposób znacznie łatwiejszy niż na podstawie modeli ekonometrycznych.

PODZIĘKOWANIA

Praca powstała dzięki grantowi Narodowego Centrum Nauki, nr 2011/03/B/HS4/04962.

BIBLIOGRAFIA

- Davidson R., Duclos J.-Y. (2000) Statistical inference for stochastic dominance and for the measurement of poverty and inequality. *Econometrica*, 68(6), p. 1435-1464.
- Fisz M. (1969) *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna*, PWN, Warszawa.
- Billingsley, P., *Probability and Measures*, Wiley & Sons, New York, 1995.
- Blackorby, C., Donaldson, D. (1993) Adult-equivalence scales and the economic implementation of interpersonal comparisons of well-being. *Choice and Welfare*, 10, pp. 335-361.
- Blundell, R.W., Duncan A, Pendakur K. (1998) Semiparametric estimation of consumer demand. *Journal of Applied Econometrics*, 13, pp. 435-461.
- Blundell, R.W., Lewbel A. (1991) The information content of equivalence scales. *Journal of Econometrics* 150, pp. 49-68.
- Buhmann, B, Rainwater, L, Schmaus, G, Smeeding, T. (1988) Equivalence scales, well-being, inequality, and poverty: Sensitivity estimates across ten countries using the Luxembourg Income Study (LIS) Database. *Review of Income and Wealth*, 34, pp. 115-142.
- Coulter, F.A.E., Cowell, F.A., Jenkins S.P. (1992a) Differences in needs and assessment of income distributions. *Bulletin of Economic Research*, 44, pp. 77-124.
- Coulter, F.A.E., Cowell, F.A., Jenkins S.P. (1992b) Equivalence scale relativities and the extent of inequality and poverty. *Economic Journal*, 102, pp. 1067-1082.
- Cutler A.E., Katz L.F. (1992) Rising inequality? Changes in the distribution of income and consumption in the 1980s. *Economic Review: Papers and Proceedings* 82, pp. 546-551.
- Davidson, R. (2008), *Stochastic dominance*. The New Palgrave Dictionary of Economics. Second Edition. Eds. Steven N. Durlauf and Lawrence E. Blume. Palgrave Macmillan.
- Davidson, R, Duclos, J. (2000) Statistical inference for stochastic dominance and for the measurement of poverty and inequality. *Econometrica*, 68, pp. 1435-1464.

- Deaton, A., Muellbauer, J. (1980) *Economics and Consumer Behaviour*, Cambridge Univ. Press., Cambridge.
- Dickens, R, Fry V, Pashardes, P. (1993) Nonlinearities, aggregation and equivalence scales. *Economic Journal*, 103, pp. 359-368.
- Gozalo, P. (1997) Nonparametric bootstrap analysis with implementation to demographic effects in demand functions. *Journal of Econometrics*, .81, pp. 357-393.
- Jenkins, S.P., Cowell, F.A. (1994) Parametric equivalence scales and scale relativities. *The Economic Journal*, 104, pp. 891-900.
- Kot, S.M. (2012) *Ku stochastycznemu paradygmatowi ekonomii dobrobytu.*, IMPULS, Kraków.
- Lewbel, A., Household equivalence scales and welfare comparisons. *Journal of Public Economics*, 39, 377-391, 1989.
- Lewbel, A. (1997) Consumer demand systems and household equivalence scales. In *Handbook of Applied Econometrics, Volume II: Microeconomics*, Pesaran, M.H., Schmidt, P. (eds)., Blackwell Publishers Ltd., Oxford.
- Linton, O., Maasuomi E., Whang Y.J. (2005) Consistent testing for stochastic dominance under general sampling schemes. *The Review of Economic Studies*, 72, pp. 735-765..
- OECD (2008) *Growing Unequal? Income Distribution and Poverty in OECD Countries*. Paris. (www.oecd.org/els/social/inequality / www.oecd.org/els/social/inegalite).
- Pashardes, P. (1995) Equivalence scales in a rank-3 demand system. *Journal of Public Economics*, 58, pp.143-158.
- Pendakur, K. (1999) Estimates and tests of base-independent equivalence scales. *Journal of Econometrics*, 88, pp. 1-40.
- Smirnov, N.W. (1939) Sur les ecarts de la courbe de distribution empirique. *Comptes Rendus de l'Academie des Sciences Paris*, 6, pp. 3-26.

EQUIVALENCE SCALE EXACTNESS AND STOCHASTIC INDIFFERENCE

Abstract: In this paper we prove the theorem, which links the equivalence scale exactness (ESE) assumption with the symmetric factor of the first order stochastic dominance. Namely, let X and Y be the expenditure distributions of an analysed group of households and the reference household group, respectively. Let Z be the X distribution adjusted by an equivalence scale. If the ESE assumption holds then Z will be the first order stochastically indifferent with Y . However, stochastic indifference (SI) does not imply ESE. This means that SI is a weaker assumption than ESE. We propose to calculate equivalence scales based on SI criterion when ESE is violated.

Keywords: equivalence scales, scale exactness, stochastic indifference, expenditure distribution

OCENA EFEKTYWNOŚCI SYSTEMU POMOCY DORAŻNEJ I RATOWNICTWA MEDYCZNEGO W POLSCE Z WYKORZYSTANIEM DEA

Justyna Kujawska

Wydział Zarządzania i Ekonomii, Politechnika Gdańska

e-mail: Justyna.Kujawska@zie.pg.gda.pl

Streszczenie: Celem tego artykułu jest ocena efektywności funkcjonowania systemu pomocy dorażnej i ratownictwa medycznego w 16 województwach Polski, w latach 2010-2012. Wykorzystano dane pochodzące z Głównego Urzędu Statystycznego oraz Narodowego Funduszu Zdrowia. Wskazano potencjalne przyczyny nieefektywności. Uzyskane wyniki potwierdzają przydatność metody DEA do analizy efektywności usług medycznych.

Słowa kluczowe: DEA, efektywność opieki zdrowotnej, pomoc dorażna, ratownictwo medyczne.

WPROWADZENIE

Badania efektywności systemów opieki zdrowotnej są złożone, głównie ze względu na dużą liczbę informacji wejściowych i wyjściowych, potrzebnych do ich opisania. W przypadku opieki dorażnej i ratownictwa medycznego utrudnieniem jest losowa fluktuacja strumienia pacjentów, co wpływa na nierównomierne obciążenie zasobów wykorzystywanych w izbach przyjęć, oddziałach intensywnej terapii czy salach operacyjnych. Poważnym wyzwaniem stojącym przed menedżerami jest zadecydowanie, jak wielka rezerwa zdolności usługowych jest uzasadniona, biorąc pod uwagę wahania przyjęć pacjentów oraz nagłe zdarzenia losowe [Cooper i in. 2011]. Specyfika pomocy dorażnej polega na tym, że większość decyzji podejmowana jest przez lekarzy a więc ma charakter medyczny a nie menedżerski, co utrudnia działania związane z osiągnięciem efektywności. Stwierdza się, że badania w tym zakresie nie są wystarczające [Ward i in. 2011].

The American Hospital Association podało, że roczna liczba wizyt w oddziałach opieki dorażnej wzrosła z 88,5 milionów w 1991 roku do 123 milionów w roku 2008. W wyniku tego 38% wszystkich oddziałów pomocy

doraźnej pracuje na granicy swoich możliwości. To przeciążenie powoduje opóźnienia w udzielaniu pomocy, co wpływa negatywnie na jakość dostarczanych usług [Ward i in. 2011]. Wynika to stąd, że duża liczba pacjentów w USA (nieubezpieczonych lub o niskich dochodach) korzysta z oddziałów ratunkowych jako podstawowego źródła opieki zdrowotnej [Mukau 2009].

Podobne problemy obserwuje się w innych krajach. Badania systemu opieki podstawowej w Kanadzie [Hutchison i in. 2011] wykazały, że zaobserwowane trudności z dostępem do lekarzy rodzinnych spowodowały przeciążenie jednostek pogotowia. Przeprowadzona w Portugalii analiza wykazała przeciążenia szpitali [Simões i in. 2011], które wynika z tego, że planowanie zdolności do świadczenia usług opiera się na podstawie prognoz popytu, jednakże niepewność związana z nimi może przy niedoszacowaniu spowodować przeciążenie i pogorszenie jakości usług, a przy przeszacowaniu może skutkować niedociążeniem zasobów i obniżeniem efektywności. W Polsce, w wyniku działań Najwyższej Izby Kontroli [NIK 2014], stwierdzono, że znaczna część pacjentów korzystających z systemu ratownictwa medycznego nie znajdowała się w stanie zagrożenia zdrowotnego, a więc nie kwalifikowała się do udzielenia im świadczeń ratowniczych. System finansowania tej działalności bazuje na formie ryczałtowej. Tylko część oddziałów Narodowego Funduszu Zdrowia (NFZ) różnicuje stawki ryczałtowe w zależności od liczby mieszkańców. Specyfika finansowania tych usług polega na tym, że płaci się za gotowość do ich świadczenia. NIK stwierdził, że liczba udzielanych porad nie zawsze jest proporcjonalna do wielkości populacji i w zaleceniach wnioskuje o podjęcie prac nad doskonaleniem systemu ryczałtowego wynagradzania świadczeniodawców tak, aby w większym stopniu uwzględniał on uwarunkowania demograficzne i epidemiologiczne oraz pozwalał na optymalizację kosztów.

Wyżej wskazane czynniki uzasadniają więc konieczność pomiaru i oceny efektywności działania pomocy doraźnej i ratownictwa medycznego w Polsce.

CZYNNIKI WPLYWAJĄCE NA EFEKTYWNOŚCI SYSTEMÓW OPIEKI ZDROWOTNEJ

Pojęcie efektywności doraźnej pomocy zdrowotnej może być różnie definiowane, ale można ogólnie stwierdzić, że jest to unikanie marnotrawstwa, zależne od punktu widzenia interesariuszy, takich jak pacjenci, płatnicy i dostawcy usług. Pacjenci mogą postrzegać efektywność, jako „nietracenie czasu” w oczekiwaniu na uzyskanie pomocy, płatnicy postrzegają efektywność, jako unikanie wysokich kosztów leczenia a dostawcy mogą rozważać efektywność w aspekcie leczenia tylko tych pacjentów, których opieka w oddziałach pomocy doraźnej jest nieunikniona [Ward i in. 2011].

Efektywna alokacja zdolności produkcyjnych jest stałym problemem w sektorze usług medycznych, na co wpływają m.in. czynniki środowiskowe, takie jak starzenie się społeczeństwa, czy rosnące zapotrzebowanie na specjalistyczne zabiegi, co powoduje zmieniający się popyt. W przypadku działań interwencyjnych

planowanie jest szczególnie trudne, ponieważ ten rodzaj działań określony jest wieloma niepewnymi parametrami, takimi jak czas trwania operacji lub czas hospitalizacji pacjentów. Tacy pacjenci z reguły powinni uzyskać natychmiastową pomoc, co może powodować odraczanie innych zaplanowanych już zabiegów dla pacjentów oczekujących w kolejce [Rachuba i in. 2014].

Wiele z istniejących badań efektywności koncentruje się na produktach zdrowotnych (np. liczba leczonych pacjentów) a nie na efektach zdrowotnych (np. zmiana stanu funkcjonalnego pacjenta). Trudności z pomiarem efektywności są szczególnie dotkliwe w przypadku oddziałów pomocy doraźnej [Ward i in. 2011]. Większość metod stosowanych do pomiaru efektywności opieki zdrowotnej została opracowana do stosowania w szpitalach, domach opieki, planach zdrowotnych, do pomiaru efektywności zasobów wykorzystywanych w leczeniu pacjentów [Ward i in. 2011], czy też efektywności pracy lekarzy [Chilingerian 1995].

DATA ENVELOPMENT ANALYSIS

Nieparametryczna metoda DEA wykorzystuje programowanie liniowe. Nie uwzględnia wpływu czynnika losowego i błędów pomiaru, a także nie wymaga określenia zależności funkcyjnej między nakładami a rezultatami ani wag, jakie mają być przypisane do poszczególnych nakładów i rezultatów. Badanie efektywności wykorzystujące DEA polega na wyznaczeniu obiektów wzorcowych i przyrównywaniu do nich pozostałych obiektów. Tak więc DEA bada efektywność względną porównywanych obiektów, zwanych jednostkami decyzyjnymi (DMU – Decision Making Units). DMU mają wpływ na poziom ponoszonych nakładów i uzyskiwanych rezultatów a optymalne wagi są obliczane na podstawie danych, a nie są ustalane subiektywnie [Cooper i in. 2011].

Pierwszym i najczęściej stosowanym jest model CCR, w którym miara efektywności każdej DMU otrzymywana jest, jako maksimum ilorazu ważonych rezultatów do ważonych nakładów. Wynik efektywności θ_o dla grupy DMU ($j = 1, \dots, n$) jest obliczany dla rezultatów (y_{rj} , $r = 1, \dots, s$) i nakładów (x_{ij} , $i = 1, \dots, m$) [Cooper i in. 2011]. Można stosować modele zorientowane na nakłady, aby uzyskać informację o efektywności wykorzystania zasobów (np. finansowych), lub modele zorientowane na rezultaty, do oceny efektywności transformacji danego poziomu nakładów w rezultaty (np. uzyskiwane przychody). Orientacja modelu zależy też od tego, które zmienne (nakłady czy rezultaty) są możliwe do kontrolowania przez decydenta. W większości przypadków zastosowań w publicznej opiece zdrowotnej przyjmuje się modele zorientowane na rezultaty, kierując się tym, że poziomy nakładów są z reguły stałe, a menedżerowie mają większą elastyczność w kontrolowaniu rezultatów [Jehu-Appiah i in. 2014]. W przypadku badania pomocy doraźnej i ratownictwa medycznego nie ma żadnej możliwości wpływu na rezultaty (np. liczbę pacjentów, którym udzielono pomocy), więc przyjęto model zorientowany na nakłady. Model CCR dla orientacji na

nakłady, którego celem jest minimalizacja wykorzystania nakładów, do osiągnięcia danego poziomu rezultatów, ma postać [Cooper i in. 2011; Seiford i in. 1999; Simões i in. 2011]:

$$\theta^* = \min \theta \quad (1)$$

dla warunków:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j \leq \theta x_{io} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j \geq y_{ro} \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad (3)$$

gdzie: λ_j to współczynniki intensywności [Guzik 2009].

Granice możliwości produkcyjnych wyznaczają DMU w pełni efektywne. W modelu CCR zakłada się stałe korzyści skali, natomiast w modelu BCC zakłada się zmienne korzyści skali. Zastosowanie obu modeli pozwala na obliczenie efektywności technicznej (TE), czystej efektywności technicznej (PTE) oraz efektywności skali (SE). Aby uwzględnić w modelu zmienne korzyści skali konieczne jest dodanie do powyższego modelu warunku [Cooper i in. 2011]:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad (4)$$

Kiedy w miarę wzrostu produkcji długookresowy koszt przeciętny maleje, występują korzyści skali. Gdy wraz ze wzrostem produkcji długookresowy koszt przeciętny się zwiększa, pojawiają się niekorzyści skali. Kiedy zaś, mimo zwiększania się produkcji, długookresowy koszt przeciętny nie zmienia się, występują stałe korzyści skali [Mankiw i in. 2009; Zhao i in. 2011]. Wielkość DMU może być więc przyczyną nieefektywności, która przyjmuje dwie formy: malejących bądź rosnących korzyści skali. DMU może być zbyt duża w stosunku do wolumenu działalności, którą prowadzi; a zatem może doświadczać niekorzyści skali, lub może być zbyt mała dla swojego poziomu działania, a zatem doświadcza korzyści skali [Jehu-Appiah i in. 2014]. Efektywność skali (SE) obliczana jest, jako stosunek wartości efektywności CCR (TE) do wartości efektywności BCC (PTE) [Chilingerian 1995; Ramanathan 2006]:

$$SE = \frac{TE}{PTE} \quad (5)$$

Określenie, czy DMU znajduje się w obszarze rosnących czy malejących korzyści skali odbywa się na podstawie wartości optymalnych współczynników intensywności uzyskanych na podstawie modelu CCR, opisanego równaniami (1)-(3) [Guzik 2009; Jehu-Appiah i in. 2014; Seiford i in. 1999] i jeżeli:

$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$ – DMU jest w obszarze stałych efektów skali (CRS);

$\sum_{j=1}^n \lambda_j > 1$ – DMU jest w obszarze malejących efektów skali (DRS);

$\sum_{j=1}^n \lambda_j < 1$ – DMU jest w obszarze rosnących efektów skali (IRS).

Kiedy DMU ma zwiększające się korzyści skali, wzrost rezultatów jest proporcjonalnie większy niż wzrost nakładów, natomiast gdy DMU ma zmniejszające się korzyści skali wzrost rezultatów jest proporcjonalnie mniejszy niż wzrost nakładów [Douplos i in. 2014; Jehu-Appiah i in. 2014].

OPIS DANYCH EMPIRYCZNYCH WYKORZYSTANYCH W MODELACH DEA

Przedmiotem analizy są systemy ratownictwa medycznego i pomocy doraźnej w 16 polskich województwach (DMU). Na podstawie danych GUS i NFZ oraz informacji o zasadach finansowania tych usług określona została struktura nakładów i rezultatów oraz został dobrany model do obliczeń.

Ratownictwo medyczne, zgodnie z regulacjami ustawowymi [Ustawa z dnia 8 września 2006], finansowane jest z budżetu państwa, a pomoc doraźna finansowana jest ze składek na ubezpieczenia zdrowotne. W obu przypadkach usługi te są kontraktowane przez NFZ. Ze względu na brak bezpośrednich powiązań między tymi dwoma rodzajami usług, stworzono dwa niezależne modele. Dobór zmiennych do modeli był w dużej mierze determinowany dostępnością danych i relatywnie małą liczbą porównywanych DMU.

W modelu funkcjonowania zespołów ratownictwa medycznego (ZRM) przyjęto trzy zmienne będące nakładami: KOSZT_RM – koszty ratownictwa medycznego; ZRM_O – liczba zespołów ratownictwa medycznego ogółem, SOR_IP – ze względu na podobny charakter świadczonych usług połączono liczbę szpitalnych oddziałów ratownictwa (SOR) i izb przyjęć (IP). Dwa rezultaty odnoszą się do liczby osób, którym udzielono pomocy: PAC_R – liczba osób poniżej 65 roku życia oraz PAC_R65 – liczba osób w wieku 65 lat i więcej. Trzeci rezultat to tzw. niepożądane wyjście, związane z liczbą stwierdzonych zgonów przed podjęciem lub w trakcie czynności ratunkowych. Ta zmienna powinna być minimalizowana, więc wskaźnik LZ_R został określony, jako różnica między łączną liczbą osób, które uzyskały pomoc a liczbą zgonów.

W modelu funkcjonowania pomocy doraźnej zdefiniowano dwa nakłady: KOSZT_PD – koszty pomocy doraźnej oraz MD – liczba miejsc leczenia w trybie dziennym. Rezultaty to: PAC_D – liczba osób w wieku poniżej 65 roku życia, którym udzielono pomocy oraz PAC_D65 – liczba osób w wieku 65 lat i powyżej. W opiece doraźnej, istotne dla efektywności systemu, jest tzw. leczenie w trybie jednego dnia. Zmienna 1_DZIEN – to liczba osób leczonych w takim trybie.

Ostatni rezultat LZ_D – dotyczący liczby zgonów, jest zbudowany analogicznie do LZ_R opisanego powyżej.

W obu modelach uwzględniono liczbę osób w wieku 65 i powyżej, gdyż ta grupa wiekowa wymaga zwykle bardziej złożonych świadczeń, co wpływa na koszty. Do obu zestawów danych zastosowano modele CCR i BCC umożliwiające określenie efektywności skali oraz określenie, czy nieefektywne DMU znajdują się w obszarze rosnących czy malejących korzyści skali. Ze względu na wspomnianą wcześniej specyfikę tej działalności medycznej – praktyczny brak możliwości oddziaływania na rezultaty – przyjęto modele zorientowane na nakłady.

WYNIKI I INTERPRETACJA

Dla dwóch zestawów danych opisanych powyżej obliczono: efektywność techniczną (TE), czystą efektywność techniczną (PTE) oraz efektywność skali (SE). W przypadku SE określono również rodzaj efektów skali (RTS – *Returns To Scale*), czy DMU znajdują się w obszarze stałych (C), rosnących (I), malejących (D) korzyści skali.

Tabela 1. Wyniki efektywności dla ratownictwa medycznego

Województwo	2010				2011				2012			
	TE	PTE	SE	RTS	TE	PTE	SE	RTS	TE	PTE	SE	RTS
Dolnośląskie	1	1	1	C	1	1	1	C	1	1	1	C
Kujawsko-pom.	0,84	0,84	1	D	0,86	0,91	0,95	I	0,89	0,90	0,98	I
Łódzkie	0,91	0,93	0,97	I	1	1	1	C	0,93	0,93	1	D
Lubelskie	0,88	0,88	1	D	0,95	0,97	0,98	I	0,89	0,89	1	I
Lubuskie	0,62	0,81	0,77	I	0,65	0,93	0,70	I	0,65	0,87	0,75	I
Małopolskie	0,80	0,82	0,98	I	0,85	0,85	1	I	0,84	0,84	1	I
Mazowieckie	0,98	1	0,98	D	0,98	1	0,98	D	0,93	1	0,93	D
Opolskie	0,66	1	0,66	I	0,69	1	0,69	I	0,70	1	0,70	I
Podkarpackie	0,61	0,68	0,91	I	0,71	0,73	0,98	I	0,71	0,74	0,97	I
Podlaskie	0,75	0,87	0,86	I	0,75	0,94	0,79	I	0,68	0,81	0,85	I
Pomorskie	0,72	0,78	0,93	I	0,79	0,84	0,94	I	0,80	0,82	0,97	I
Śląskie	1	1	1	C	1	1	1	C	1	1	1	C
Świętokrzyskie	1	1	1	C	0,99	1	0,99	I	1	1	1	C
Warmińsko-mazur.	0,66	0,75	0,89	I	0,68	0,78	0,88	I	0,68	0,71	0,95	I
Wielkopolskie	0,67	0,70	0,96	I	0,73	0,74	0,99	I	0,77	0,78	0,99	I
Zachodniopomorskie	0,79	0,85	0,93	I	0,83	0,88	0,95	I	0,79	0,93	0,85	I

Źródło: obliczenia własne

Na podstawie wyników efektywności (Tabela 1 i 2) można stwierdzić, że zdecydowana większość badanych jednostek, dla obu modeli, nie działa optymalnie, a więc nie osiąga pełnej efektywności skali. Minimalna wartość efektywności skali, obliczona dla wszystkich lat badanego okresu, wynosi 0,65-0,66. Dla jednostek wykazujących malejące korzyści skali oznacza to, że są one zbyt duże i mogą osiągnąć pełną efektywność skali w przypadku zmniejszenia wolumenu ich działalności a te, które wykazują rosnące korzyści skali powinny

zwiększyć wolumen swoich działań, aby osiągnąć pełną efektywność skali [Jehu-Appiah i in. 2014; Kirigia i in. 2013], co w przypadku działań interwencyjnych nie jest rzeczą łatwą do zrealizowania, gdyż jest to poza kontrolą menedżerów.

Tabela 2. Wyniki efektywności dla pomocy doraźnej

Województwo	2010				2011				2012			
	TE	PTE	SE	RTS	TE	PTE	SE	RTS	TE	PTE	SE	RTS
Dolnośląskie	0,77	0,77	1	D	0,68	0,86	0,79	D	0,81	1	0,81	D
Kujawsko-pom.	1	1	1	C	1	1	1	C	1	1	1	C
Łódzkie	0,91	0,93	0,98	I	0,73	0,79	0,93	I	0,76	0,77	0,99	I
Lubelskie	0,93	1	0,93	D	0,81	0,85	0,95	D	0,81	0,88	0,92	D
Lubuskie	0,40	0,61	0,65	I	0,59	0,59	1	I	0,45	0,58	0,78	I
Małopolskie	1	1	1	C	0,73	1	0,73	D	1	1	1	C
Mazowieckie	1	1	1	D	0,91	1	0,91	D	0,68	1	0,68	D
Opolskie	0,65	0,98	0,66	I	0,90	0,98	0,92	I	1	1	1	C
Podkarpackie	0,76	0,83	0,91	I	0,84	0,87	0,96	I	0,68	0,71	0,96	D
Podlaskie	1	1	1	C	0,77	1	0,77	I	0,70	1	0,70	I
Pomorskie	1	1	1	C	1	1	1	C	1	1	1	C
Śląskie	1	1	1	C	1	1	1	C	0,67	1	0,67	D
Świętokrzyskie	0,97	1	0,97	I	1	1	1	C	1	1	1	C
Warmińsko-mazur.	0,43	0,57	0,75	I	0,77	0,88	0,88	D	0,52	0,53	0,98	D
Wielkopolskie	0,82	1	0,82	D	1	1	1	C	0,95	1	0,95	D
Zachodniopomorskie	0,72	0,77	0,94	I	1	1	1	C	0,72	0,72	0,99	I

Źródło: obliczenia własne

Dla systemu ratownictwa medycznego jedynie województwa dolnośląskie i śląskie, we wszystkich badanych latach, miały pełną efektywność techniczną. Województwo świętokrzyskie w latach 2010 i 2012 miało pełną efektywność a w roku 2011 było praktycznie na granicy efektywności, z wartością TE równą 0,99 i PTE równą 1. Pośród technicznie nieefektywnych województw większość znajduje się w obszarze rosnących korzyści skali. Województwa kujawsko-pomorskie i lubelskie, w roku 2010 są technicznie nieefektywne, pomimo osiągnięcia SE równego 1 (malejące korzyści skali), a więc powinny zredukować swoje nakłady. Kujawsko-pomorskie o 17% ZRM_O, o 45% liczbę SOR_IP oraz o 16% KOSZT_RM, a lubelskie o 12% ZRM_O, o 60% SOR_IP oraz o 14% KOSZT_RM, co pozwoliłoby im osiągnąć pełną efektywność techniczną. Województwo opolskie, w roku 2011 miało wynik PTE równy 1, a SE równy 0,69, co oczywiście daje w wyniku TE równe 0,69. To województwo znajduje się w obszarze rosnących efektów skali, a więc powinno zwiększyć wolumen swoich działań (są za małe), na co pozwalają dostępne zasoby. Nadwyżka nakładów wynosi: ZRM_O 46%, SOR_IP 56% i KOSZT_RM 31%. Tabela 3 ilustruje zmiany dotyczące radialnej redukcji nakładów oraz usunięcia nadwyżek nakładów (luzów), jakie można wprowadzić w tych województwach, aby osiągnęły pełną efektywność techniczną.

Tabela 3. Pożądane zmiany w wybranych województwach

Województwo	Rok	Zmienna	Wartość obserwowana	Zmiana radialna	Zmiana - eliminacja luz	Wartość pożądana
Ratownictwo medyczne						
Kujawsko-pomorskie	2010	ZRM_O	88,0	-14,1	-0,8	73,1
		SOR_IP	24,0	-3,8	-6,9	13,3
		KOSZT_RM	102 902,0	-16 480,0	0,0	86 422,0
Lubelskie	2010	ZRM_O	88,0	-10,7	0,0	77,3
		SOR_IP	37,0	-4,6	-17,7	14,7
		KOSZT_RM	106 078,0	-12 836,0	-1 830,0	91 411,0
Opolskie	2011	ZRM_O	52,0	-16,0	-7,9	28,1
		SOR_IP	8,0	-2,4	-2,1	3,5
		KOSZT_RM	48 765,0	-15 000,0	0,0	33 765,0
Pomoc doraźna						
Śląskie	2011	MD	21,0	-6,9	0,0	14,1
		KOSZT_PD	4 574,0	-1 500,0	0,0	3 073,0

Źródło: obliczenia własne

Dla opieki doraźnej, dwa województwa kujawsko-pomorskie i pomorskie, we wszystkich badanych latach, osiągnęły pełną efektywność techniczną. W roku 2010 i 2011 zanotowano osiągnięcie pełnej efektywności technicznej w sześciu województwach a roku 2012 w pięciu. Województwo śląskie w roku 2012 miało wynik PTE równy 1, a SE równy 0,67, co oznacza, że 33% „zmarowanych nakładów” wynika z nieekonomicznej wielkości skali, dając w wyniku wartość TE równą 0,67 [por. Casu i in. 2006]. Województwo to znajduje się w obszarze malejących korzyści skali, a więc powinno zmniejszyć skalę swojej działalności (jest za duża), aby osiągnąć pełną efektywność techniczną. Nakłady MD i KOSZT_PD powinny być zredukowane o 33%, aby osiągnąć pełną efektywność techniczną (tabela 3). W tym przypadku ze względu na zerowe wartości luzów jest tylko zmiana radialna. W podobny sposób można przeanalizować pozostałe nieefektywne województwa.

Nieefektywność systemów pomocy doraźnej i ratownictwa jest w części uzasadniona, gdyż organizacje te muszą mieć pełną gotowość do świadczenia pomocy w nagłych przypadkach, a przez to ponosić często wysokie koszty i zaangażować nadmierne nakłady, w celu zapewnienia właściwej opieki dla wszystkich pacjentów, których liczby nie da się przewidzieć [Jack i in. 2009]. W przypadku malejących korzyści skali, nieefektywność, w dużej mierze, może wynikać z problemów z zarządzaniem [Kirigia i in. 2013].

WNIOSKI

Porównując funkcjonowanie systemów ratownictwa medycznego i pomocy doraźnej, można zauważyć, że te pierwsze cechują się większą stabilnością. Może to w części wynikać, ze wspomnianego wcześniej, korzystania z pomocy doraźnej przez osoby, które traktują SOR i IP, jako miejsca uzyskania podstawowej opieki zdrowotnej, co przekłada się na obniżenie efektywności. Inny problem to zróżnicowany sposób kontraktowania tych usług zdrowotnych w poszczególnych województwach. Przykładem może być stawka kosztów na mieszkańca (w roku 2012), która dla opieki doraźnej waha się w przedziale od 0,47 PLN w województwie małopolskim do 2,22 PLN w województwie lubuskim. W przypadku ratownictwa medycznego najniższa stawka na mieszkańca to 41,25 PLN w województwie małopolskim a najwyższa 63,32 PLN w województwie warmińsko-mazurskim. Można na tej podstawie stwierdzić, że jedną z głównych przyczyn nieefektywności jest zróżnicowany sposób kontraktowania tych usług w poszczególnych województwach.

W przypadku analizowania działań ratunkowych, trudne jest planowanie ich zapotrzebowania. Również utrudnione są działania związane z poprawą efektywności, gdyż wiele czynników nie jest możliwe do sterowania. Efektywność techniczna w tym przypadku to nie tylko efektywność menedżerska, ale w dużej mierze efektywność kliniczna, zależna od decyzji podejmowanych przez lekarzy [Cooper i in. 2011]. W przypadku zagrożenia życia, mniejszą uwagę zwraca się na koszty prowadzonych działań, gdyż najważniejsze jest ratowanie życia pacjenta.

Zaproponowany model, badający efektywność skali, pozwala na identyfikację przyczyn nieefektywności, jak również pozwala na wskazanie kierunków działań korygujących, w zakresie redukcji nadmiernych zasobów.

BIBLIOGRAFIA

- Casu B., Thanassoulis E. (2006) Evaluating cost efficiency in central administrative services in UK universities, *Omega-International Journal of Management Science*, 34, s. 417-426.
- Chilingerian J.A. (1995) Evaluating physician efficiency in hospitals: A multivariate analysis of best practices, *European Journal of Operational Research*, 80, s. 548-574.
- Cooper W.C., Seiford L.M., Zhu J.Z. (2011) *Handbook on data envelopment analysis*, Springer, New York, 2011.
- Doumpos M., Cohen S. (2014) Applying data envelopment analysis on accounting data to assess and optimize the efficiency of Greek local governments, *Omega-International Journal of Management Science*, 46, s. 74-85.
- Guzik B. (2009) *Podstawowe modele DEA w badaniu efektywności gospodarczej i społecznej*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu, Poznań.
- Hutchison B., Levesque J.F., Strumpf E., Coyle (2011) Primary health care in Canada: Systems in motion, *The Milbank Quarterly*, 89(2), s. 256-288.

- Jack E.P., Powers T.L. (2009) A review and synthesis of demand management, capacity management and performance in health-care services, *International Journal of Management Reviews*, 11(2), s. 149–174.
- Jehu-Appiah C., Sekidde S., Adjuik M., Akazili J., Almeida S,D. Nyongator F., Baltussen R., Asbu E.Z., Kirigia J.M. (2014) Ownership and technical efficiency of hospitals: evidence from Ghana using data envelopment analysis, *Cost Effectiveness and Resource Allocation*, 12:9, <http://www.resource-allocation.com/content/12/1/9>
- Kirigia J.M., Asbu E.Z. (2013) Technical and scale efficiency of public community hospitals in Eritrea: an exploratory study, *Health Economics Review* 2013, 3:6, <http://www.healtheconomicsreview.com/content/3/1/6>
- Mankiw N.G., Taylor M.P. (2009) *Mikroekonomia*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Mukau L. (2009) American health care in crisis: Fundamentals of health care reform, *American Journal of Clinical Medicine*, Vol. 6, No. 4, s. 32-46.
- NIK (2014) Dostępność świadczeń nocnej i świątecznej opieki zdrowotnej, Informacja o wynikach kontroli, KZD-4101-02/2013, Najwyższa Izba Kontroli, Warszawa.
- Rachuba S., Werners B. (2014) A robust approach for scheduling in hospitals using multiple objectives, *Journal of the Operational Research Society*, 65, s. 546-556.
- Ramanathan R. (2006) Evaluating the comparative performance of countries of the Middle East and North Africa: A DEA application, *Socio-Economic Planning Sciences*, 40, s. 156-167.
- Seiford L.M., Zhu J. (1999) An investigation of returns to scale in data envelopment analysis, *Omega-International Journal of Management Science*, 27, s. 1-11.
- Simões P., Marques R.C. (2011) Performance and congestion analysis of the Portuguese hospital services, *Central European Journal of Operations Research*, 19, s. 39-63.
- Ustawa z dnia 8 września 2006 r. o Państwowym Ratownictwie Medycznym, Dz. U., nr 191, poz. 1410 ze zm. (tekst jednolity).
- Ward M.J., Farley H., Khare R.K., Kulstad E., Mutter R.L., Shesser R., Stone-Griffith S. (2011) Achieving efficiency in crowded emergency departments: A research agenda, *Academic Emergency Medicine*, 18, s. 1303-1312.
- Zhao Y., Foley M., Eagar K. (2011) Assessing economies of scale in public hospitals, *Economic Papers*, 30(3), s. 341-347.

**EVALUATION OF THE EMERGENCY ASSISTANCE
AND MEDICAL RESCUE SYSTEM EFFICIENCY IN POLAND
BASED ON DEA METHOD**

Abstract: The aim of this article is to assess the efficiency of the emergency medical services in 16 Polish voivodeship, in 2010-2012. The data sources were the Central Statistical Office, the National Health Fund and the Ministry of Health. Potential causes of inefficiency were identified. The results confirm the usefulness of the DEA to analyze medical systems services.

Keywords: DEA, healthcare efficiency, emergency assistance

WYBRANE PROBLEMY OCHRONY ŚRODOWISKA W POLSCE W ŚWIETLE WIELOWYMIAROWEJ ANALIZY PORÓWNAWCZEJ

Karol Kukuła

Katedra Statystyki Matematycznej, Uniwersytet Rolniczy w Krakowie
e-mail: ksm@ur.krakow.pl

Streszczenie: W artykule dokonano analizy przestrzennej wybranych zagadnień związanych z ochroną środowiska, są to: przestrzenne zróżnicowanie kraju w zakresie stopnia zanieczyszczenia środowiska, przestrzenne zróżnicowanie kraju w zakresie podejmowanych działań proekologicznych, przestrzenne zróżnicowanie kraju w zakresie ponoszonych nakładów na środki trwałe służące ochronie środowiska, przestrzenne zróżnicowanie kraju w zakresie kształtowania się PKB/os. Wykorzystując metody z zakresu wielowymiarowej analizy porównawczej zbudowano rankingi wytypowanych zjawisk złożonych. Otrzymane rankingi poddano procedurze porównawczej za pomocą miary m_{pq} .

Słowa kluczowe: ochrona środowiska, ranking, wielowymiarowa analiza porównawcza, zmienne

WSTĘP

Od wielu lat prowadzone są dyskusje nad rozwojem cywilizacyjnym i jego niekoniecznie pozytywnym wpływie na środowisko naturalne. Postęp w zakresie technologii oraz wysokie tempo życia człowieka, wymuszające określone zachowania, powoduje wiele niekorzystnych zmian w jego otoczeniu. Kreowanie idei zrównoważonego rozwoju prowadzi do konkretnych rozwiązań zmierzających do ochrony i poprawy środowiska, w którym żyje człowiek.

Celem artykułu jest kompleksowe spojrzenie na wybrane problemy związane z ochroną środowiska w Polsce w ujęciu przestrzennym, w którym obiektami badań są województwa. Problemami tymi są:

1. Przestrzenne zróżnicowanie kraju ze względu na stopień zanieczyszczenia środowiska,

2. Przestrzenne zróżnicowanie kraju ze względu na stan prowadzonych działań proekologicznych,
3. Przestrzenne zróżnicowanie kraju ze względu na ponoszone nakłady na środki trwałe służące ochronie środowiska przypadające na 1 km²,
4. Przestrzenne zróżnicowanie kraju ze względu na wysokość PKB w przeliczeniu na 1 osobę w poszczególnych województwach.

Naświetleniu tych zagadnień sprzyja budowa rankingów z zastosowaniem wielokryterialnych ocen. Dotyczy to badań stanu zanieczyszczenia środowiska oraz działań proekologicznych. Dla celów porównawczych zbudowano również rankingi województw przyjmujące za kryterium jedną cechę tj. w pierwszym przypadku za kryterium wzięto wartość środków trwałych przypadającą na 1 km² zaś w drugim wysokość PKB w przeliczeniu na 1 osobę zamieszkującą dane województwo.

Budowa rankingów w czterech ujęciach upoważnia do wysunięcia kilku hipotez:

1. Układ rankingowy województw opisujący stan zanieczyszczenia środowiska powinien wykazywać znaczny stopień zgodności z:
 - układem rankingowym województw ukazującym stan działań na rzecz ochrony środowiska (działania proekologiczne),
 - układem rankingowym województw biorącym pod uwagę wysokość nakładów na środki trwałe, służące ochronie środowiska,
2. Układ rankingowy województw ze względu na działalność proekologiczną winien być konwergentny z układem porządkowym nakładów na środki trwałe służące środowisku,
3. Układ porządkowy województw ze względu na wysokość nakładów przeznaczonych na środki trwałe służące środowisku wg logicznych przesłanek winien współgrać z układem rankingowym tych jednostek uporządkowanych nierosnąco ze względu na wysokość PKB per capita.

Celem zbadania wymienionych hipotez zbudowano rankingi województw ze względu na wymienione wyżej problemy, z których dwa pierwsze tworzą zjawiska złożone [Kukuła 2000]. Są to stopień zanieczyszczenia środowiska oraz poziom przedsięwzięć proekologicznych. Dwa kolejne problemy opisano za pomocą jednej cechy, są to : wielkość nakładów na środki trwałe służące ochronie środowiska w woj. oraz wysokość PKB przypadająca na osobę zamieszkałą dane województwo. Dla relacji łączących te zagadnienia wykorzystano metody z zakresu wielowymiarowej analizy porównawczej a w szczególności metodę unitaryzacji zerowanej. Materiał badawczy pochodzi z publikacji GUS: „Rocznik Statystyczny Województw 2013” oraz wydawnictw pt.: „Ochrona Środowiska – Environment 2013”. Poziom badanego zjawiska złożonego rozpatruje się w r obiektach O_1, \dots, O_r . Każdy z tych obiektów jest charakteryzowany przez n zmiennych diagnostycznych: X_1, \dots, X_n .

Metoda badawcza, która jest zastosowana w niniejszym artykule należy do szerokiego zbioru procedur pod nazwą wielowymiarowa analiza porównawcza.

W jej ramach mieści się również problematyka badania zjawisk złożonych. Zjawisko złożone to takie zjawisko, które nie można opisać jedną zmienną, ale zwykle opisu tego dokonuje się za pomocą kilku zmiennych. W naszych badaniach zjawiskiem złożonym są stopień zanieczyszczenia środowiska oraz stan działań proekologicznych.

Zebrane informacje o zmiennych diagnostycznych tworzą macierz:

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{r1} & x_{r2} & \dots & x_{rn} \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} (i = 1, \dots, r) \\ (j = 1, \dots, n) \end{matrix} \quad (1)$$

gdzie: x_{ij} - to wartość zmiennej X_j w obiekcie O_i . Parametr r to liczba obiektów zaś n to liczba zmiennych diagnostycznych.

METODA BADAWCZA

Budowa rankingu obiektów (tu województw) ze względu na poziom zjawiska złożonego wymaga wyboru tzw. zmiennych diagnostycznych opisujących badane zjawisko. W naszym przypadku zastosowano dwa kryteria doboru zmiennych:

1. Kryterium merytoryczne,
2. Kryterium dostatecznej zmienności cech.

W procedurze kwalifikacji cech do zbioru zmiennych diagnostycznych pominięto analizę korelacyjną. Analiza ta jest niezbędną przy wyborze zmiennych objaśniających do modelu ekonometrycznego, tutaj przy budowie rankingu obiektów ze względu na poziom badanego zjawiska złożonego wydaje się być zbędną.

Jako kryterium dostatecznej zmienności zastosowano prosty miernik, jakim jest iloraz wartości skrajnych danej cechy $I(X_j)$:

$$I(X_j) = \frac{\max_i x_{ij}}{\min_i x_{ij}} \quad \text{przy czym} \quad \min_i x_{ij} > 0 \quad (2)$$

Przyjęto, że cecha, odpowiadająca kryteriom merytorycznym winna charakteryzować się zmiennością co najmniej taką, by spełnić warunek:

$$I(X_j) > 2. \quad (3)$$

Dla zmiennej przyjmującej wartości stałe miernik wykazuje wartość jeden, wzrost tego miernika oznacza oddalenie się obiektu najgorszego od obiektu najlepszego ze względu na rozpatrywaną cechę. Miernik ten zatem spełnia rolę kryterium przy selekcji cech diagnostycznych ze względu na wymagany stopień zmienności, gdy ostatecznym celem tych zabiegów jest budowa rankingu obiektów.

Podział zmiennych diagnostycznych na stymulanty i destymulanty wprowadził Z. Hellwig w swej pionierskiej pracy [Hellwig 1968].

Agregacja zmiennych diagnostycznych musi być poprzedzona ich transformacją zwaną normowaniem. Proces normowania pozbawia mian cech oryginalnych oraz sprowadza ich wartości do porównywalnych przedziałów – najlepiej do przedziału $[0,1]$. Wiele pozytywnych cech użytecznych posiada metoda unitaryzacji zerowanej [Kukuła 2000].

W metodzie unitaryzacji zerowanej stałym punktem odniesienia jest rozstęp cechy normowanej:

$$R(X_j) = \max_i x_{ij} - \min_i x_{ij} \quad (4)$$

Normowane cechy X_j należącej do stymulant (wzrost tej zmiennej należy kojarzyć ze wzrostem oceny zjawiska złożonego) wykonuje się wg wzoru:

$$z_{ij} = \frac{x_{ij} - \min_i x_{ij}}{\max_i x_{ij} - \min_i x_{ij}} \quad (5)$$

$$z_{ij} = 0 \Leftrightarrow x_{ij} = \min_i x_{ij} \quad (6)$$

Ponadto:

$$z_{ij} = 1 \Leftrightarrow x_{ij} = \max_i x_{ij}$$

Normowanie cechy X_j należącej do destymulant (wzrost tej zmiennej należy kojarzyć ze spadkiem oceny zjawiska złożonego) dokonuje się stosując wzór:

$$z_{ij} = \frac{\max_i x_{ij} - x_{ij}}{\max_i x_{ij} - \min_i x_{ij}} \quad (7)$$

$$z_{ij} = 0 \Leftrightarrow x_{ij} = \max_i \quad (8)$$

$$z_{ij} = 1 \Leftrightarrow x_{ij} = \min_i x_{ij}$$

Zmienne unormowane otrzymane za pomocą wzorów (5) i (7) spełniają relację:

$$z_{ij} \in [0,1] \quad (9)$$

i są przekształceniami liniowymi wartości oryginalnych zmiennych diagnostycznych. Unormowane zmienne za pomocą metody unitaryzacji zerowanej tworzą macierz:

$$Z = [z_{ij}] = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & z_{1n} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & z_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{r1} & z_{r2} & \dots & z_{rn} \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} (i = 1, \dots, r) \\ (j = 1, \dots, n) \end{matrix} \quad (10)$$

Macierz ta ułatwia przejście z wielu cech unormowanych charakteryzujących każdy obiekt do jednej zmiennej zwanej zmienną syntetyczną opisującą poziom zjawiska złożonego w danym (i -tym) obiekcie:

$$Q_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n z_{ij} \quad (11)$$

Zmienne syntetyczne otrzymane wzorem (11) przybierają wartości z przedziału $[0,1]$. Warto nadmienić, że:

$$Q_i = 1 \Leftrightarrow z_{i1} = z_{i2} = \dots = z_{in} = 1 \quad (12)$$

oraz
$$Q_i = 0 \Leftrightarrow z_{i1} = z_{i2} = \dots = z_{in} = 0 \quad (13)$$

Wartości te zdarzają się niezwykle rzadko.

Wektor Q :

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_r \end{bmatrix} \quad (14)$$

pozwala zbudować ranking obiektów tj. utworzyć taki układ porządkowy, w którym pierwsze miejsce zajmuje obiekt o najwyższej wartości Q_i zaś ostatnie obiekt o minimalnej wartości Q_i .

W rankingu występują obiekty uporządkowane wg nierosnących wartości Q_i , co pozwala na dokonanie ich podziału na dowolnie wybraną liczbę grup. W naszych badaniach, gdzie zbiór obiektów (województw) ma liczebność 16, sensownym jest podział na 3 grupy. Celem dokonania podziału należy wyznaczyć rozstęp zmiennej syntetycznej:

$$R(Q_i) = \max_i Q_i - \min_i Q_i \quad (15)$$

W naszych badaniach, gdzie liczba postulowanych grup wynosi 3, parametr podziału k otrzymuje się z wzoru:

$$k = \frac{R(Q_i)}{3} \quad (16)$$

Postępując dalej wyłaniamy:

grupę I o najwyższym poziomie badanego zjawiska złożonego:

$$Q_i \in [\max_i Q_i - k, \max_i Q_i],$$

grupę II o przeciętnym poziomie zjawiska złożonego

$$Q_i \in [\max_i Q_i - 2k, \max_i Q_i - k),$$

grupę III o niskim poziomie zjawiska złożonego

$$Q_i \in [\max_i Q_i - 3k, \max_i Q_i - 2k).$$

Ciekawym problemem nasuwającym się w trakcie badań są podobieństwa względnie różnice przestrzenne, jakie można zaobserwować w otrzymanych rankingach (1,2,3,4).

Porównanie dwóch układów porządkowych oznaczonych symbolami p oraz q , złożonych z r obiektów umożliwia skorzystanie z miary m_{pq} [Kukuła 1986]:

$$m_{pq} = 1 - \frac{2 \sum_{i=1}^r |d_{i(pq)}|}{r^2 - z} \quad \left(\begin{array}{l} i = 1, \dots, n \\ p, q = 1, \dots, v \end{array} \right) \quad (17)$$

gdzie:

$$d_{i(pq)} = c_{ip} - c_{iq}, \quad (18)$$

c_{ip} - pozycja i -tego obiektu w rankingu nr p

c_{iq} - pozycja i -tego obiektu w rankingu nr q

Ponadto:

$$z = \begin{cases} 0 & r \in P \\ 1 & \text{gd}y \quad r \in L \end{cases}, \quad (19)$$

przy czym:

P - zbiór liczb naturalnych parzystych,

L - zbiór liczb naturalnych nieparzystych.

v - liczba porównywanych rankingów.

Otrzymane wg wzoru (17) mierniki spełniają relację:

$$m_{pq} \in [0,1] \quad (20)$$

Jeśli dwa porównywane układy porządkowe p oraz q są identyczne wówczas $m_{pq} = 1$, co oznacza maksymalne podobieństwo. Jeśli zaś $m_{pq} = 0$ to porównywane rankingi są zupełnie niepodobne- maksymalnie zróżnicowane. Przykładem takim są dwa układy porządkowe: (A,F,G,B,D,C,E) oraz (E,C,D,B,G,F,A). Literami oznaczono umownie obiekty.

WYTYPOWANE ZMIENNE DIAGNOSTYCZNE

Celem budowy rankingu województw ze względu na stopień zanieczyszczenia środowiska, korzystając z dwóch opisanych kryteriów (merytorycznego oraz zmienności), wyłoniło 7 cech diagnostycznych:

X_1 - nieoczyszczone ścieki przemysłowe i komunalne odprowadzone do wód lub do ziemi w $m^3/100 \text{ km}^2$,

X_2 - emisja zanieczyszczeń pyłowych z zakładów szczególnie uciążliwych dla środowiska w $t/100 \text{ km}^2$,

X_3 - emisja zanieczyszczeń gazowych z zakładów szczególnie uciążliwych dla środowiska w $t/100 \text{ km}^2$,

X_4 - udział powierzchni gruntów zdewastowanych i zdegradowanych (wymagających rekultywacji) w ogólnej powierzchni województwa w $0/00$,

X_5 - emisja ołowiu z zakładów szczególnie uciążliwych dla środowiska w g/100 km²,

X_6 - emisja rtęci z zakładów szczególnie uciążliwych dla środowiska w g/100 km²,

X_7 - wielkość odpadów komunalnych wytworzonych i niezabezpieczonych w kg/osobę.

Wszystkie zakwalifikowane cechy spełniają nierówność: $I(X_j) > 2$

Kolejno, do budowy rankingu województw ze względu na poziom przedsięwzięć proekologicznych wyselekcjonowano, w oparciu o te same kryteria, również 7 zmiennych diagnostycznych. Są to:

Y_1 - objętość ścieków oczyszczonych w hm³,

Y_2 - udział ścieków oczyszczonych w ogólnej objętości ścieków w %,

Y_3 - zanieczyszczenia pyłowe z zakładów szczególnie uciążliwych dla środowiska, zatrzymane w urządzeniach do redukcji w tys. ton,

Y_4 - zanieczyszczenia gazowe z zakładów szczególnie uciążliwych dla środowiska zatrzymane w urządzeniach do redukcji w tys. ton,

Y_5 - ilość zakładów wyposażonych w oczyszczalnie ścieków o wystarczającej przepustowości,

Y_6 - długość sieci kanalizacyjnych w km,

Y_7 - liczba ludności przypadająca na 1ha powierzchni składowisk kontrolowanych.

Wszystkie wytypowane cechy spełniają warunek: $I(Y_j) > 2$

Zauważmy, że cechy (X_1, \dots, X_7) należą do stymulant, również do stymulant należą cechy (Y_1, \dots, Y_6) zaś Y_7 należy do destymulant.

RANKINGI WOJEWÓDZTW WEDŁUG STOPNIA ZANIECZYSZCZENIA ŚRODOWISKA ORAZ WEDŁUG DZIAŁALNOŚCI PROEKOLOGICZNEJ

Zanieczyszczenie środowiska stanowi zjawisko złożone [Kukuła 2000], opisywane przez kilka zmiennych. Celem zbudowania rankingu województw według stopnia zanieczyszczenia środowiska zebrano dane o wartościach wytypowanych zmiennych diagnostycznych, opisujących to zjawisko złożone (zob. Tabela 1). Kolejną czynnością jest normowanie czyli ujednoczenie cech co do rzędu wielkości oraz pozbawienie ich mian. Zadanie to zrealizowano stosując wcześniej opisaną metodę unitaryzacji zerowanej. Wyniki normowania cech diagnostycznych przedstawia Tabela 2. W następnym kroku dokonano agregacji zmiennych korzystając z Tabeli 2. Otrzymano w ten sposób wartości zmiennych syntetycznych (agregatowych), które stanowiąc jedną wartość charakteryzują stopień zanieczyszczenia środowiska w każdym województwie. Dane o wartościach zmiennej syntetycznej zawarte w Tabeli 3 są podstawą do budowy rankingu czyli uszeregowania województw według ich nierosnących wartości. Ranking województw według stopnia zanieczyszczenia środowiska w Polsce prezentuje Tabela 4 oraz Rysunek 1. W rankingu tym pierwszą pozycję zajmuje zgodnie z oczekiwaniami województwo śląskie, wyraźnie wyprzedzając pozostałe

obiekty zajmujące czołowe lokaty (łódzkie, opolskie, wielkopolskie i dolnośląskie). Wielkość zmiennej syntetycznej ($Q_1 = 0.834$) sygnalizująca bardzo wysoki stopień zanieczyszczeń w województwie śląskim stanowi wartość odstającą. W ten sposób powstała oddzielna grupa złożona z jednego województwa. Do pozostałych województw zastosowano procedurę podziału wcześniej opisaną. W wyniku zastosowania tej procedury otrzymano kolejne 3 grupy: o wysokim, przeciętnym, niskim poziomie zanieczyszczenia środowiska. Zwrócimy uwagę, że grupy o bardzo wysokim i wysokim stopniu skażenia środowiska (5 województw) zajmują obszar położony w południowo-zachodniej i środkowej części Polski. Województwa zaś o niskim poziomie skażenia środowiska (4 województwa) to obiekty zajmujące obszar Polski południowo-wschodniej, północnej i zachodniej. Przeciętny stopień zanieczyszczenia środowiska wykazuje aż 7 województw. Przedstawioną strukturę przestrzenną należy uznać za niekorzystną wymagającą zmian idących w kierunku powiększenia obszarów o niskim poziomie skażenia środowiska.

W ślad za tym postulatem przedstawiono stan działań proekologicznych w Polsce w 2012 roku. W tym celu zebrano informacje o wytypowanych do badań zmiennych diagnostycznych (zob. Tabela 5). Przyjmując, że działalność proekologiczna stanowi także zjawisko złożone, dokonano unormowania zmiennych metodą unitaryzacji zerowanej. Wyniki unormowań zawiera Tabela 6. Kolejną czynnością jest agregacja zmiennych unormowanych, co prowadzi do wyłonienia zmiennych syntetycznych. Wartości zmiennej syntetycznej przedstawiono w Tabeli 7. Bazując na wartościach zmiennej syntetycznej, określającej stan zjawiska złożonego w każdym obiekcie, zbudowano ich ranking. Ranking ten prezentuje obiekty od najwyższego poziomu działań proekologicznych do jego najniższych stanów (zob. Tabela 8 oraz Rysunek 2). W działalności tej wyraźnie przoduje województwo śląskie, co pozostaje w zgodzie z zasadą „kto najwięcej śmieci ten najwięcej sprząta”. Wartość zmiennej syntetycznej ($Q_1 = 0.898$) w tak wyraźny sposób odbiega od wartości zmiennej agregatywnej kolejnych w rankingu województw, iż należy ją uznać jako wielkość odstającą. Zatem województwo śląskie tworzy odrębną grupę pierwszą o najwyższym poziomie działań proekologicznych. Pozostałe województwa podzielono na 3 grupy: o wysokim, przeciętnym i niskim poziomie działań proekologicznych. Również w tym podziale otrzymano podobne do poprzedniego składy grup o najwyższym i wysokim poziomie działań proekologicznych w stosunku do grup o najwyższym i wysokim stopniu zanieczyszczenia środowiska. Większe przemieszczenia charakteryzują grupy o przeciętnym i niskim poziomie porównywanych zjawisk.

Tabela 1. Zmienne opisujące stan zanieczyszczenia środowiska w Polsce w 2012 roku

Lp.	Województwo	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇
POLSKA		46,08	16,75	69,24	2,057	13 918	1091	65
1	dolnośląskie	31,58	19,48	80,41	4,049	22 490	582	54
2	kujawsko - pomorskie	15,58	11,67	47,05	2,514	1 246	384	59
3	lubelskie	0,80	8,35	21,20	1,245	2 464	299	73
4	lubuskie	3,57	8,31	14,69	1,163	93	43	48
5	łódzkie	12,08	18,94	224,18	2,629	285	1603	105
6	małopolskie	30,96	25,88	69,69	2,588	2 720	356	88
7	mazowieckie	71,99	12,98	78,30	1,145	2 351	1108	102
8	opolskie	89,25	22,71	133,80	3,068	2 072	2773	49
9	podkarpackie	5,04	9,51	18,83	0,951	824	235	28
10	podlaskie	0,25	4,55	7,33	1,390	163	1511	89
11	pomorskie	2,73	15,17	37,69	1,666	486	421	48
12	śląskie	532,71	85,66	331,19	3,907	289 198	3116	32
13	świętokrzyskie	204,94	23,15	108,39	2,922	4 329	632	38
14	warmińsko-mazurskie	2,48	4,90	6,26	1,965	4	4	86
15	wielkopolskie	2,68	15,56	56,15	3,285	660	3758	44
16	zachodniopomorskie	3,93	11,35	40,35	1,316	175	502	39
Iloraz wartości skrajnych		I=2130,84	I=18,83	I=52,91	I=4,26	I=72 299,5	I=939,5	I=3,75

Źródło: obliczenia własne na podstawie: Ochrona Środowiska Environment 2013, GUS Warszawa 2013

Tabela 2. Unormowane zmienne, opisujące stan zanieczyszczenia środowiska w Polsce w 2012 roku

Lp.	Województwo	Z ₁	Z ₂	Z ₃	Z ₄	Z ₅	Z ₆	Z ₇
1	dolnośląskie	0,941	0,816	0,772	0,000	0,922	0,846	0,662
2	kujawsko - pomorskie	0,971	0,912	0,874	0,495	0,996	0,899	0,597
3	lubelskie	0,999	0,953	0,954	0,905	0,991	0,921	0,416
4	lubuskie	0,994	0,954	0,974	0,932	0,999	0,990	0,740
5	łódzkie	0,978	0,823	0,329	0,458	0,999	0,574	0,000
6	małopolskie	0,942	0,737	0,805	0,472	0,991	0,906	0,221
7	mazowieckie	0,865	0,896	0,778	0,937	0,992	0,706	0,039
8	opolskie	0,833	0,776	0,607	0,317	0,993	0,262	0,727
9	podkarpackie	0,991	0,939	0,963	1,000	0,997	0,938	1,000
10	podlaskie	1,000	1,000	0,997	0,858	0,999	0,599	0,208
11	pomorskie	0,995	0,869	0,903	0,769	0,998	0,889	0,740
12	śląskie	0,000	0,000	0,000	0,046	0,000	0,170	0,948
13	świętokrzyskie	0,616	0,771	0,686	0,364	0,985	0,833	0,870
14	warmińsko-mazurskie	0,996	0,996	1,000	0,342	1,000	1,000	0,247
15	wielkopolskie	0,995	0,864	0,846	0,247	0,998	0,000	0,792
16	zachodniopomorskie	0,993	0,916	0,895	0,882	0,999	0,867	0,857

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych zawartych w Tabeli 1

Tabela 3. Wartości q_i oraz Q_i – zmiennej agregatywnej opisującej stan zanieczyszczenia środowiska naturalnego w województwach w 2012 roku

Lp	Województwo	q_i	Q_i
1	dolnośląskie	2,044	0,292
2	kujawsko - pomorskie	1,253	0,179
3	Lubelskie	0,861	0,123
4	Lubuskie	0,420	0,060
5	Łódzkie	2,842	0,406
6	małopolskie	1,925	0,275
7	mazowieckie	1,785	0,255
8	Opolskie	2,485	0,355
9	podkarpackie	0,175	0,025
10	Podlaskie	1,337	0,191
11	pomorskie	0,840	0,120
12	Śląskie	5,838	0,834
13	świętokrzyskie	1,876	0,268
14	warmińsko-mazurskie	1,421	0,203
15	wielkopolskie	2,261	0,323
16	zachodniopomorskie	1,589	0,227

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych zawartych w Tabeli 2

Tabela 4. Ranking województw ze względu na stan zanieczyszczenia środowiska w 2012 roku

Pozycja w rankingu	Województwo	Q_i	Grupa
1	śląskie	0,834	I
2	łódzkie	0,406	II
3	opolskie	0,355	
4	wielkopolskie	0,323	
5	dolnośląskie	0,292	
6	małopolskie	0,275	
7	świętokrzyskie	0,268	III
8	mazowieckie	0,255	
9	zachodniopomorskie	0,227	
10	warmińsko-mazurskie	0,203	
11	podlaskie	0,191	
12	kujawsko - pomorskie	0,179	IV
13	lubelskie	0,123	
14	pomorskie	0,120	
15	lubuskie	0,060	
16	podkarpackie	0,025	

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych zawartych w Tabeli 3

Rysunek 1. Województwa wg stopnia zanieczyszczenia środowiska naturalnego w Polsce w 2012 roku



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z GUS

Tabela 5. Zmienne określające działania proekologiczne w Polsce w 2012 roku

Lp	Województwo	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅	Y ₆	Y ₇
POLSKA		2,669	10,47	61,609	7,345	771	401,60	17 534
1	dolnośląskie	3,023	55,12	140,940	31,529	43	465,80	14 528
2	kujawsko - pomorskie	2,827	76,51	26,921	2,504	41	389,90	12 652
3	lubelskie	0,792	19,17	5,294	7,949	58	211,90	17 465
4	lubuskie	0,329	57,50	8,379	0,286	23	228,20	11 615
5	łódzkie	1,773	74,25	205,451	22,241	69	306,90	22 422
6	małopolskie	10,604	34,55	42,673	8,496	55	750,20	34 758
7	mazowieckie	1,060	1,57	42,581	3,355	110	340,50	23 616
8	opolskie	5,174	76,69	221,848	14,057	25	389,50	6 896
9	podkarpackie	0,684	8,50	18,514	0,538	48	811,50	334 386
10	podlaskie	0,332	63,81	4,206	0,059	23	151,00	19 179
11	pomorskie	2,479	47,54	18,552	5,915	28	482,10	13 713
12	śląskie	12,911	65,29	258,500	23,368	90	1038,90	32 461
13	świętokrzyskie	1,511	1,47	130,993	5,952	26	410,20	25 429
14	warmińsko-mazurskie	0,103	10,04	2,073	0,004	22	243,40	181 284
15	wielkopolskie	4,342	8,51	52,587	4,493	77	370,50	53 506
16	zachodniopomorskie	0,135	3,10	27,507	0,965	33	310,30	7 754
Iloraz wartości skrajnych		I=125,350	I=52,17	I=124,699	I=7882,25	I=5,0	I=6,88	I=26,288

Źródło: obliczenia własne na podstawie: Ochrona Środowiska Environment 2013, GUS Warszawa 2013

Tabela 6. Unormowane zmienne opisujące działania proekologiczne w Polsce w 2012 roku

Lp.	Województwo	U ₁	U ₂	U ₃	U ₄	U ₅	U ₆	U ₇
1	dolnośląskie	0,228	0,713	0,542	1,000	0,239	0,355	0,977
2	kujawsko - pomorskie	0,213	0,998	0,097	0,079	0,216	0,269	0,982
3	lubelskie	0,054	0,235	0,013	0,252	0,409	0,069	0,968
4	lubuskie	0,018	0,745	0,025	0,009	0,011	0,087	0,986
5	łódzkie	0,130	0,968	0,793	0,705	0,534	0,176	0,953
6	małopolskie	0,820	0,440	0,158	0,269	0,375	0,675	0,915
7	mazowieckie	0,075	0,001	0,158	0,106	1,000	0,213	0,949
8	opolskie	0,396	1,000	0,857	0,446	0,034	0,269	1,000
9	podkarpackie	0,045	0,093	0,064	0,017	0,295	0,744	0,000
10	podlaskie	0,018	0,829	0,008	0,002	0,011	0,000	0,962
11	pomorskie	0,186	0,612	0,064	0,188	0,068	0,373	0,979
12	śląskie	1,000	0,848	1,000	0,741	0,773	1,000	0,922
13	świętokrzyskie	0,110	0,000	0,503	0,189	0,045	0,292	0,943
14	warmińsko-mazurskie	0,000	0,114	0,000	0,000	0,000	0,104	0,468
15	wielkopolskie	0,331	0,094	0,197	0,142	0,625	0,247	0,858
16	zachodniopomorskie	0,002	0,022	0,099	0,030	0,125	0,179	0,997

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych zawartych w Tabeli 5

Tabela 7. Wartości q_i oraz Q_i – zmiennej agregatowej opisującej stan działań proekologicznych w województwach w 2012 roku

Lp	Województwo	q_i	Q_i
1	dolnośląskie	4,054	0,579
2	kujawsko - pomorskie	2,641	0,377
3	Lubelskie	2,000	0,288
4	Lubuskie	1,881	0,269
5	Łódzkie	4,259	0,608
6	małopolskie	3,652	0,522
7	mazowieckie	2,502	0,357
8	Opolskie	4,002	0,572
9	podkarpackie	1,258	0,180
10	Podlaskie	1,830	0,261
11	Pomorskie	2,470	0,353
12	Śląskie	6,284	0,898
13	świętokrzyskie	2,082	0,297
14	warmińsko-mazurskie	0,686	0,098
15	wielkopolskie	2,494	0,356
16	zachodniopomorskie	1,454	0,208

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych zawartych w Tabeli 6

Tabela 8. Ranking województw ze względu na stan działań proekologicznych w 2012 roku

Pozycja w rankingu	Województwo	Q_i	Grupa
1	śląskie	0,898	I
2	łódzkie	0,608	II
3	dolnośląskie	0,579	
4	opolskie	0,572	
5	małopolskie	0,522	
6	kujawsko - pomorskie	0,377	
7	mazowieckie	0,357	III
8	wielkopolskie	0,356	
9	pomorskie	0,353	
10	świętokrzyskie	0,297	
11	lubelskie	0,288	
12	lubuskie	0,269	IV
13	podlaskie	0,261	
14	zachodniopomorskie	0,208	
15	podkarpackie	0,180	
16	warmińsko-mazurskie	0,098	

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych zawartych w Tabeli 7

Rysunek 2. Województwa wg stanu działań proekologicznych w 2012 roku



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z GUS

RANKINGI WOJEWÓDZTW WG NAKŁADÓW NA ŚRODKI TRWAŁE SŁUŻĄCE ŚRODOWISKU ORAZ WG WARTOŚCI PKB/OS

Nakłady ponoszone na środki trwałe związane z ochroną środowiska to jeden z ważniejszych czynników mających wpływ na poprawę stanu środowiska w Polsce. W związku z tym zbudowano ranking województw biorąc pod uwagę tylko jedną zmienną, którą jest wartość nakładów ponoszonych na środki trwałe służące środowisku. Ranking ten prezentuje Tabela 9 oraz Rysunek 3.

W rankingu tym pierwszą lokatę, podobnie jak w zanieczyszczeniach i działalności na rzecz środowiska, zajmuje województwo śląskie wyprzedzając w sposób bardzo wyraźny dwa województwa zajmujące kolejne wysokie lokaty. Wartość nakładów w tym województwie prawie dwukrotnie przewyższa stan obecny w województwach sklasyfikowanych do grupy o wysokim poziomie wydatków na środki trwałe (łódzkie i świętokrzyskie). Przeciętny stan nakładów obejmuje grupę trzecią. Do grupy tej należą województwa: małopolskie, opolskie i dolnośląskie. Pozostałe 10 województw tworzy grupę trzecią, najniższą o niskim poziomie nakładów przeznaczonych na środki trwałe związane z ochroną środowiska. Zastanowić powinien rozkład liczebności w omawianym zagadnieniu, najliczniejszą grupę obiektów stanowią województwa relatywnie słabo inwestujące w środki służące poprawie i ochronie środowiska.

Kolejnym układem porządkowym bazującym na jednej zmiennej jest ranking województw ze względu na wysokość PKB przypadająca na mieszkańca. Układ ten prezentuje Tabela 10 oraz Rysunek 4. W omawianym rankingu podobnie, jak w trzech poprzedzających obiekt zajmujący pierwszą lokatę (województwo mazowieckie) bardzo wyraźnie wyprzedza województwa z grupy wysokiego poziomu PKB/os. (śląskie, dolnośląskie i wielkopolskie). Wysokość PKB/os. w województwie tym przekracza 64 000zł stanowiąc tym samym wartość odstającą. Stąd województwo mazowieckie tworzy samodzielną grupę o najwyższym poziomie PKB/os. Grupę trzecią określono mianem średniej wysokości PKB/os tworzą cztery obiekty, są to województwa: małopolskie, łódzkie, pomorskie i zachodniopomorskie. Grupę ostatnią najliczniejszą, która jest jednocześnie najniższą grupą tworzy 8 obiektów. Prezentowany ranking ma być punktem odniesienia do trzech wcześniej przedstawionych układów porządkowych.

Tabela 9. Ranking województw ze względu na wielkość nakładów na środki trwałe (W_i) służące ochronie środowiska przypadające na 1 km² w 2012 roku

Pozycja w rankingu	Województwo	W_i	Grupa
1	śląskie	118 644	I
2	łódzkie	65 411	II
3	świętokrzyskie	58 866	
4	małopolskie	46 253	III
5	opolskie	35 884	

Pozycja w rankingu	Województwo	W_i	Grupa
6	dolnośląskie	31 643	IV
7	pomorskie	28 777	
8	mazowieckie	27 700	
9	wielkopolskie	26 963	
10	podkarpackie	26 388	
11	kujawsko - pomorskie	25 753	
12	lubelskie	21 370	
13	warmińsko-mazurskie	17 454	
14	zachodniopomorskie	16 934	
15	podlaskie	15 336	
16	lubuskie	14 757	

Źródło: opracowanie własne na podstawie: Rocznik Statystyczny Województw 2013, s.36 i Ochrona Środowiska Environment 2013, s.420, GUS Warszawa

Rysunek 3. Nakłady na środki trwałe służące ochronie środowiska w [zł/km²] w 2012 roku



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z GUS

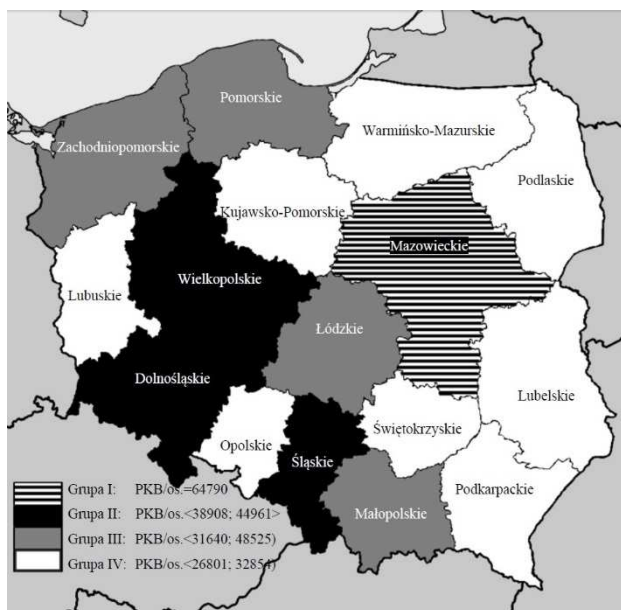
Tabela 10. Ranking województw ze względu na wartość PKB przypadające na 1 mieszkańca w 2012 roku

Pozycja w rankingu	Województwo	PKB / mieszk.	Grupa
1	mazowieckie	64 790	I
2	dolnośląskie	44 961	II
3	śląskie	42 830	
4	wielkopolskie	41 285	

Pozycja w rankingu	Województwo	PKB / <i>miesz.</i>	Grupa
5	pomorskie	37 822	III
6	łódzkie	36 750	
7	małopolskie	34 107	
8	zachodniopomorskie	33 485	
9	lubuskie	32 795	IV
10	kujawsko - pomorskie	32 596	
11	opolskie	31 771	
12	świętokrzyskie	29 552	
13	warmińsko-mazurskie	28 635	
14	podlaskie	28 485	
15	lubelskie	26 919	
16	podkarpackie	26 801	

Źródło: opracowanie własne na podstawie Rocznika Województw 2013r, s.628

Rysunek 4. Województwa z podziałem na grupy wg PKB przypadającego na osobę w 2012 roku



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z GUS

PORÓWNANIA MIĘDZYRANKINGOWE

Wszelkie porównania zjawisk społeczno-ekonomicznych notowanych w kategoriach ilościowych są miarodajne przy zastosowaniu odpowiednich miar. Miary te na ogół posiadają unormowane wartości i znana jest ich interpretacja.

Również w naszych badaniach posłużono się miarą podobieństwa specjalnie skonstruowaną do porównań układów porządkowych (m_{pq}).

Celem realizacji badań komparatywnych w zakresie podobieństwa zbudowanych rankingów (1,2,3,4) oraz zweryfikowania postawionych na wstępie hipotez, wyznaczono wartości miary podobieństwa układów porządkowych [zob.(17)] tworzących macierz M . Aby obliczyć wartości miar m_{pq} należy wpiąć przypisać rangi (pozycje zajmowane w rankingu poszczególnym obiektom - województwom. Pozycje te zawiera Tabela 11, dalej postępując wyznacza się wartości $d_{i(pq)}$ dla każdej pary porównywanych rankingów (p, q). Realizacja tych czynności prowadzi do wyznaczenia wartości miary m_{pq} . Należy wspomnieć, że wartości miary m_{pq} kształtujące się w pobliżu jedności wskazują na duży stopień podobieństwa rankingów p oraz q . Natomiast m_{pq} przybierające wartości bliskie zeru sygnalizują niski stopień podobieństwa porównywanych układów porządkowych.

Ponumerowane od 1 do 4 rankingi dotyczą:

1. zanieczyszczenia środowiska w województwach,
2. działalności proekologicznej w województwach,
3. wielkości nakładów na środki trwałe służące ochronie środowiska w województwach,
4. wysokości PKB przypadającej na osobę w województwach.

W wyniku dokonanych obliczeń przy wykorzystaniu informacji zawartych w Tabeli 11, otrzymano wartości miar m_{pq} dla wszystkich porównywanych par rankingowych:

$$M = [m_{pq}] = \begin{bmatrix} 1 & 0.672 & 0.672 & 0.563 \\ & 1 & 0.859 & 0.578 \\ & & 1 & 0.484 \\ & & & 1 \end{bmatrix}, \quad (p, q = 1, \dots, 4).$$

Z danych zawartych w macierzy M wynika, że największe podobieństwo charakteryzuje parę rankingów: działalność proekologiczna i nakłady na środki trwałe służące środowisku ($m_{23} = 0,859$). Można zatem uznać, że hipoteza nr 2 znajduje potwierdzenie w świetle badań empirycznych. Natomiast najmniejsze podobieństwo wykazuje para rankingowa o numerach 3 i 4. Wartość miary ($m_{34} = 0,484$) nie potwierdza hipotezy trzeciej. Można zatem przyjąć, iż ranking wielkości nakładów na środki trwałe służące ochronie środowiska nie pozostaje w ścisłym związku z rankingiem wielkości PKB przypadającej na mieszkańca województwa. Dalej należy wnioskować, że nakłady dystrybuowane na środki trwałe służące środowisku nie współgrają z przestrzennym rozłożeniem wartości produktu krajowego brutto przypadającej na mieszkańca. Co się tyczy rozgałęzionej hipotezy nr 1, konstatujemy umiarkowanie wysoki, jednakowy stopień podobieństwa układów rankingowych 1 i 2 oraz 1 i 3 ($m_1 = m_{13} = 0,672$).

Można było oczekiwać, że ów stopień podobieństwa wspomnianych układów będzie wyższy. Trudno zatem zarówno przyjąć, jak i odrzucić te hipotezy.

Tabela 11. Pozycje rankingowe województw w czterech kolejno przedstawionych układach porządkowych

Lp.	Województwo	C_{i1}	C_{i2}	C_{i3}	C_{i4}
1	dolnośląskie	5	3	6	2
2	kujawsko - pomorskie	12	6	11	10
3	lubelskie	13	11	12	15
4	lubuskie	15	12	16	9
5	łódzkie	2	2	2	6
6	małopolskie	6	5	4	7
7	mazowieckie	8	7	8	1
8	opolskie	3	4	5	11
9	podkarpackie	16	15	10	16
10	podlaskie	11	13	15	14
11	pomorskie	14	9	7	5
12	śląskie	1	1	1	3
13	świętokrzyskie	7	10	3	12
14	warmińsko-mazurskie	10	16	13	13
15	wielkopolskie	4	8	9	4
16	zachodniopomorskie	9	14	14	8

Źródło: opracowanie własne na podstawie Tabel: 4, 8, 9 i 10

WNIOSKI

Przeprowadzone badania oraz uzyskane wyniki skłaniają do podzielenia się pewnymi spostrzeżeniami natury ogólnej.

1. Przedstawiona procedura opisująca kolejne kroki mające na celu budowę rankingu a następnie podziału obiektów na grupy jawi się pożytecznym narzędziem w obiektywnym wartościowaniu obiektów.
2. W przypadku więcej niż jednego rankingu istnieje możliwość porównania ich zgodności za pomocą miernika m_{pq} .
3. Ranking pierwszy ujawnia znaczne różnice przestrzenne w stopniu zanieczyszczenia środowiska w Polsce.
4. Najwyższy stopień zanieczyszczenia środowiska zgodnie z oczekiwaniami występuje w woj. śląskim. Województwo to stanowi odrębną grupę o najwyższym stopniu zagrożeń ekologicznych dla środowiska.
5. Tylko jedna czwarta ogólnej z liczby województw wykazuje relatywnie niski stopień zanieczyszczenia środowiska. Są to województwa: podkarpackie, lubelskie, pomorskie i lubuskie. Podobnie, ten sam odsetek przypada na liczbę województw o wysokim stopniu zanieczyszczenia środowiska. Są to województwa: opolskie, łódzkie, dolnośląskie i wielkopolskie.

6. Siedem województw charakteryzuje przeciętny stopień skażenia środowiska, są to województwa: małopolskie, świętokrzyskie, mazowieckie, podlaskie, warmińsko-mazurskie, kujawsko-pomorskie i zachodniopomorskie.
7. Pozytywnie należy ocenić, że w rankingu wg działań proekologicznych na czele ze znaczną przewagą nad pozostałymi plasuje się województwo śląskie.
8. Również w tym rankingu $\frac{1}{4}$ ogólnej liczby obiektów przypada na województwa o niskim poziomie przedsięwzięć proekologicznych (województwa: podkarpackie, podlaskie, warmińsko-mazurskie oraz zachodniopomorskie) i również ten sam odsetek przypada na obiekty o wysokim poziomie działań proekologicznych, do województw tych należą: małopolskie, łódzkie, dolnośląskie i opolskie. Pozostałe 7 województw usytuowanych w środkowej i południowej części Polski stanowią obiekty o przeciętnym poziomie przedsięwzięć proekologicznych.
9. Nieco gorszą sytuację, odnotowano w przestrzennym kształtowaniu się nakładów na środki trwałe służące ochronie środowiska. Co prawda w tym rankingu także na pierwszym miejscu plasuje się województwo Śląskie, ale tylko dwa województwa (łódzkie i świętokrzyskie) należą do grupy o wysokim stopniu inwestowania w wymienione środki trwałe, trzy województwa (małopolskie, opolskie i dolnośląskie) należą do grupy średniej i aż 10 województw (wschodnia, środkowa i północna część kraju) stanowi grupę o relatywnie niskich nakładach.
10. Ranking opisujący kształtowanie się PKB/os. w poszczególnych województwach znacznie odbiega od trzech poprzednich. Tu zdecydowanie pierwsza pozycja przypada na woj. mazowieckie (jest to obserwacja wyraźnie odstająca). Połowa województw należy do grupy o niskim poziomie PKB/os.
11. Znajomość elementów macierzy M [zob.(21)] umożliwi porównania w zakresie podobieństwa par rankingowych.
12. Weryfikowana hipoteza nr 1 pokazuje, iż tylko w pewnym dość znacznym stopniu ($m_1 = m_{13} = 0,672$) układy stopnia zanieczyszczenia wykazują podobieństwo z rankingami nr 2 i 3. Na ogół województwa z grupy największych trucicieli środowiska przejawiają w równie wysokim stopniu chęć inwestowania w środki trwałe służące ochronie środowiska oraz w działania proekologiczne. Gorzej z województwami z grupy średniej, gdzie rozbieżności są większe.
13. Hipotezę nr 2 głoszącą, że układ rankingowy województw ze względu na działalność proekologiczną winien być konwergentny z układem porządkowym inwestowania w środki trwałe służące ochronie środowiska, można uznać w dużej mierze za prawdziwą ($m_{23} = 0,859$) co wynika z dużego podobieństwa obu układów rankingowych.
14. Trudno w świetle przeprowadzonych badań zgodzić się z hipotezą nr 3, że układ porządkowy województw wg ponoszonych nakładów na środki trwałe jest zgodny z układem porządkowym obiektów uporządkowanych wg

wysokości PKB przypadającego na 1 osobę w województwie ($m_{34} = 0,484$). Oznacza to, iż PKB w układzie przestrzennym województw tylko w niewielkim stopniu wpływa na wysokość nakładów przeznaczonych na środki trwale służące ochronie środowiska.

15. Wykorzystane w artykule narzędzia badawcze z zakresu wielowymiarowej analizy porównawczej mają charakter uniwersalny i mogą być stosowane nie tylko w badaniach regionalnych ukierunkowanych na ochronę środowiska, ale również w innych studiach przestrzennych.

BIBLIOGRAFIA

- Górska A., (2013) Wydatki na ochronę środowiska w Polsce, *Problemy rolnictwa światowego*, t.13, z. 3.
- Hellwig Z., (1968) Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom rozwoju oraz zasoby i strukturę wykwalifikowanych kadr, *Przegląd Statystyczny*, nr 4.
- Jarzębowski S., (1973) Analiza łańcucha dostaw produktów mleczarskich w kontekście zanieczyszczenia środowiska, *Problemy rolnictwa światowego*, t.13, z. 3.
- Kukuła K., (1986) Propozycja miary zgodności układów porządkowych, *Zeszyty Naukowe AE*, Kraków.
- Kukuła K., (2000) *Metoda unitaryzacji zerowanej*, PWN, Warszawa.
- Źródło: obliczenia własne (styl MIBEzrodlo)

CHOSEN PROBLEMS OF ENVIRONMENT PROTECTION IN POLAND IN THE FOCUS OF MULTIDIMENSIONAL COMPARATIVE ANALYSIS

Abstract: The paper present spatial analysis of chosen phenomena related with protection of environment in Poland, particularly: spatial differentiation of voivodships with respect to the degree of pollution of environment, spatial differentiation of voivodships with respect to the activities undertaken within ecology, spatial differentiation of voivodships with respect to the costs engaged to cover fixed assets used in environment protection, spatial differentiation of voivodships within the level of gross domestic product per capita. With the implementation of multidimensional comparative analysis ranking arrangements for chosen complex phenomena were constructed. The final arrangements underwent the comparing procedure by the mpg measure.

Keywords: environment protection, structure, multidimensional comparative analysis, variable

MIARY KONCENTRACJI – TEORIA A PRAKTYKA ICH WYKORZYSTANIA PRZEZ ORGANY REGULACYJNE NA RYNKACH TELEKOMUNIKACYJNYCH

Ewa M. Kwiatkowska

Katedra Metod Ilościowych i Zastosowań Informatyki
Akademia Leona Koźmińskiego
e-mail: ewcia@alk.edu.pl

Streszczenie: Artykuł przedstawia miary koncentracji rynków obliczane na podstawie udziałów przedsiębiorców w rynku właściwym. Opisano konstrukcję, zalety oraz wady wybranych mierników. Analizie poddano wykorzystanie miar koncentracji rynków telekomunikacyjnych w postępowaniach antymonopolowych prowadzonych przez Komisję Europejską i Prezesa Urzędu Ochrony Konkurencji i Konsumentów oraz w postępowaniach z zakresu wyprzedzającej regulacji sektorowej prowadzonych przez Prezesa Urzędu Komunikacji Elektronicznej.

Słowa kluczowe: rynki telekomunikacyjne, miary koncentracji, ocena konkurencyjności, regulacja

WPROWADZENIE

Zasadniczy cel działania władz publicznych w postaci konkurencyjnego rynku telekomunikacyjnego osiągnąć jest przez działania regulacyjne o zróżnicowanym charakterze. Regulacja następcza realizuje funkcję ochrony konkurencji przez reagowanie na działania przedsiębiorców ograniczające lub naruszające konkurencję (postępowania dotyczące nadużywania pozycji dominującej i porozumień ograniczających konkurencję). Regulacja wyprzedzająca wpływa na warunki konkurencji przez kontrolę koncentracji oraz prokonkurencyjne kształtowanie relacji między uczestnikami rynków (regulacja sektorowa). Działania te realizowane są przez organy antymonopolowe (Komisję Europejską – KE, Prezesa Urzędu Ochrony Konkurencji i Konsumentów – Prezes UOKiK) i regulacyjne (Prezesa Urzędu Komunikacji Elektronicznej – Prezes UKE). W przypadku tzw. sektorów infrastrukturalnych, w tym sektora

telekomunikacyjnego, ocena konkurencji podejmowana jest w związku z regulacją wyprzedzającą rynków, na których nie ma skutecznej konkurencji. Stanowi ona specyficzną formę interwencjonizmu państwowego, którego celem jest korekta niesprawności występujących na rynkach sieciowych na skutek ich charakterystyki ekonomicznej, technicznej i instytucjonalnej.

Regulacja wymaga rozpoznania stopnia konkurencyjności rynku. Ocena konkurencyjności rynku zapewnia diagnozę relacji między przedsiębiorcami. Określenie tych relacji wymaga przeprowadzenia analizy ekonomicznej pozwalającej ustalić siłę rynkową przedsiębiorcy i możliwość kształtowania relacji z innymi uczestnikami rynku. Wąską grupą mierników oceny są kryteria ilościowe. Wraz z kryteriami jakościowymi umożliwiają ocenę sytuacji konkurencyjnej. W analizach ilościowych konkurencyjność rynku określana jest przez udziały w rynku. Do oceny konkurencyjności wykorzystuje się też miary koncentracji. Obliczane są one na podstawie danych o udziałach w rynku największych lub wszystkich przedsiębiorców. Służą one do oceny wspólnej pozycji rynkowej przedsiębiorców. W artykule opisano konstrukcję, zalety i wady różnych miar koncentracji. Analizie poddano zakres ich wykorzystania w postępowaniach antymonopolowych i regulacyjnych na rynkach telekomunikacyjnych.

MIARY KONCENTRACJI RYNKU

Koncentracja rynku prowadzi do ujawnienia się siły rynkowej przedsiębiorców. Gdy poziom koncentracji jest wysoki, to można podejrzewać, że przedsiębiorca dysponuje siłą rynkową lub, że przedsiębiorcy zajmują kolektywnie pozycję dominującą. Taka sytuacja może występować na rynkach oligopolistycznych. Niski stopień koncentracji (podobne udziały) może oznaczać brak siły rynkowej lub występowanie kolektywnej pozycji dominującej. Dlatego w większości przypadków, dla prawidłowego ocenienia konkurencyjności, obok kryteriów ilościowych, powinno się analizować kryteria jakościowe. Wysoki poziom koncentracji będzie z reguły na rynkach, na których są wysokie bariery wejścia. Wraz ze wzrostem poziomu koncentracji rynku, wzrasta prawdopodobieństwo braku efektywnej konkurencji [Bishop i in. 2010, s. 65].

Nie istnieje jedna miara koncentracji lepsza od innych we wszystkich sytuacjach. Najbliżej powiązana z funkcjonowaniem rynku będzie najlepszą [Curry i in. 1983, s. 215]. Na poziom koncentracji wpływają dwie zmienne, określające strukturalne wymiary rynku: liczba przedsiębiorców i nierównomierność rozkładu ich udziałów. Miernik koncentracji powinien uwzględniać je obie [Vanlommel i in. 1977, s. 2]. Literatura nie wskazuje najlepszych sposobów pomiaru koncentracji. Wskaźniki koncentracji krytykowane za przywiązywanie zbyt dużej wagi do liczby przedsiębiorców, do wysokości ich udziałów lub za niejasną metodę przydzielania wag [Davies 1980, s. 306]. Liczenie poziomu koncentracji oparte jest na obliczaniu udziału najsilniejszych przedsiębiorców lub określaniu odchylenia rozkładu udziałów od teoretycznego, równomiernego rozkładu. Stopień koncentracji rynku

można ustalać wykorzystując m.in.: wskaźnik dyskretny, indeks HHI (Herfindahl–Hirschman Index), deltę HHI, średnią i odchylenie standardowe, krzywą koncentracji oraz średnią wartość krzywej koncentracji dla N podmiotów.

Wskaźnik dyskretny

Jest to najczęściej wykorzystywany wskaźnik do oceny stopnia koncentracji. Liczy się go sumując udziały N największych przedsiębiorców (wzór 1).

$$CR_N = \sum_{i=1}^N u_i, \quad (1)$$

gdzie: u_i – udział i-tego przedsiębiorcy w rynku. Wybór N jest arbitralny i zależy od celu badania i liczby przedsiębiorców na rynku [Curry i in. 1983, s. 207]. Jeśli celem jest określenie koncentracji rynku, to N będzie niskie. W analizie koncentracji N z reguły wynosi 2, 3 lub 4 [Dubejko 2007, s. 328]. Nie dodaje się udziałów wszystkich podmiotów.

Zaletą tego wskaźnika jest mała wrażliwość na zmiany liczby przedsiębiorców. Wejście na rynek małych podmiotów nie powinno zmienić jego wartości, gdyż udziałów posiadających niższe od N największych podmiotów udziały się nie uwzględniania. Zwiększa to możliwość porównywania jego wartości w czasie. To, i powszechna dostępność danych powodują jego częste stosowanie [Bailey i in. 1971, s. 702–703]. Jest to dobry miernik, jeśli na rynku jest niewielu przedsiębiorców podobnej wielkości (oligopol). Przekraczający 90% dla jednego podmiotu oznacza rynek zmonopolizowany. Dla czterech przedsiębiorców wartość poniżej 40% mówi o konkurencyjności natomiast, co najmniej równa 40% to oligopol [Fornalczyk 2007, 46]. Charakteryzuje się on pewnymi niedoskonałościami. Jego wartość odpowiada wartości jednego punktu krzywej koncentracji. Dlatego może pomijać informacje o sytuacji konkurencyjnej [Curry i in. 1983, s. 207]. Nie uwzględnia relatywnej wielkości przedsiębiorców. Pomija nierównomierność udziałów N największych podmiotów. Nie uwzględnia informacji o liczbie przedsiębiorców i o wysokości udziałów podmiotów zajmujących miejsca od N+1. Jeśli w odpowiedzi na podniesienie cen przez liderów posiadają one zdolność zwiększenia produkcji (brak barier rozwoju), wywierają presję na liderów. Niski udział w rynku nie pozbawia ich możliwości ograniczania swobody działania liderów. Wadą tego miernika jest też możliwość manipulowania wynikami przez dobór parametru N [Kwiatkowska 2013, s. 83–84].

Indeks Herfindahla–Hirschmana (HHI)

Jest to najczęściej stosowany w postępowaniach antymonopolowych i w regulacji sektorowej indeks koncentracji. Początkowo był wykorzystywany przez amerykańskie instytucje antymonopolowe. KE traktuje jego wysokość i zmiany w czasie, jako podstawowe mierniki siły rynkowej [Bongard i in. 2007, s. 77]. Obliczany jest jako suma kwadratów udziałów wszystkich przedsiębiorców na rynku (wzór 2).

$$HHI = \sum_{i=1}^N u_i^2, \quad (2)$$

gdzie: u_i – udział i -tego przedsiębiorcy w rynku. Względny udział w rynku ma większy wpływ na jego wartość, niż liczba przedsiębiorców [Hall i in. 1967, s. 165]. Większa waga przykładana jest do udziałów liderów. Wartość indeksu kształtuje się od bliskiej zero dla rynków rozdrobnionych, do 10000 dla zmonopolizowanych. Przyjmuje wartości z przedziału $[10000/N, 10000]$, minimalne przy równych udziałach. Przy ocenie koncentracji należy wziąć pod uwagę minimalne wartości, jakie może przyjąć dla danej liczby podmiotów. W praktyce wartość niższa od 1000 oznacza małą, a przekraczająca 1800 wysoką koncentrację. Wartość w przedziale 1000–1800 wskazuje na umiarkowaną, zaś między 1800–2500 wysoką koncentrację rynku. Przekraczający 2500 wynik mówi o bardzo wysokiej koncentracji rynku, zbliżonej do oligopolu [Rogalski 2010, s. 227], zaś 10000 to monopol. Jego wysoki poziom może wskazywać na siłę rynkową przedsiębiorcy i oznacza asymetrię udziałów. Im niższa wartość HHI, tym wzrasta podobieństwo udziałów i prawdopodobieństwo kolektywnej dominacji [Postanowienie Prezesa UKE z 17.10.2008 r., s. 40]. Gdy na rynku działa wielu przedsiębiorców obliczanie indeksu może powodować problemy. Nie zawsze znane są udziały wszystkich podmiotów. Przy ich szacowaniu należy pamiętać o wrażliwości miary na asymetrię rozkładu udziałów. Niewielkie błędy w szacowaniu udziałów liderów mogą skutkować dużymi różnicami w wartości HHI. Jeśli na rynku jest wiele podmiotów o zróżnicowanej wielkości, to indeks ten jest lepszym wskaźnikiem koncentracji, niż dyskretny wskaźnik koncentracji [Fornalczyk 2007, s. 46]. Jego zaletą jest wrażliwość na asymetrię udziałów, oraz fakt, że jest wskaźnikiem sumarycznym. Nie ma dowolności w ustalaniu liczby przedsiębiorców – parametr N [Kwiatkowska 2013, s. 84–86].

Delta HHI

W postępowaniach z zakresu kontroli koncentracji obliczać się powinno wskaźniki koncentracji dla rynku przed i po transakcji. Zakłada się, że udziały uczestników koncentracji po jej dokonaniu będą równe ich łącznym udziałom sprzed połączenia [punkt 15 wytycznych]. Wydanie przez KE lub Prezesa UOKiK decyzji wyrażającej zgodę na koncentrację wymaga oceny sytuacji konkurencyjnej jaka może wystąpić po transakcji. Ważny jest wzrost koncentracji rynku. Wylicza się współczynnik ΔHHI , który pokazuje jak koncentracja może wpłynąć na sytuację konkurencyjną [Rodger i in. 2009, s. 297]. Zdefiniowany jest on jako różnica wartości indeksu HHI po i przed koncentracją (wzór 3).

$$\Delta HHI = HHI_2 - HHI_1, \quad (3)$$

gdzie: HHI_1 i HHI_2 – odpowiednio wartości indeksu HHI przed i po koncentracji. ΔHHI będzie tym większa, im wyższy jest łączny udział łączących się podmiotów. Niska wartość ΔHHI jest wskazaniem dla wydania zgody na transakcję. Koncentracja nie powinna wpłynąć w istotny sposób na ograniczenie konkurencji.

KE wskazuje, że wartość HHI po połączeniu poniżej 1000 z reguły nie wymaga analizy konkurencyjności. Wartość HHI w przedziale [1000-2000] i Δ HHI poniżej 250 lub HHI powyżej 2000 zaś Δ HHI poniżej 150 również nie powinny, w ocenie KE, powodować problemów z konkurencyjnością [punkt 19 i 20 wytycznych].

Średnia i odchylenie standardowe udziałów w rynku

Do oceny koncentracji rynku można wykorzystać instrumenty statystyki opisowej: średnią arytmetyczną i odchylenie standardowe. Otrzymane wartości charakteryzują rozkład udziałów w rynku. Dla odchylenia standardowego wykorzystywana jest z reguły formuła dla populacji. Najczęściej analizy koncentracji są badaniami pełnymi. Gdy Prezes UKE wykorzystał odchylenie standardowe, jako miarę pomocną dla określenia geograficznych subrynków o wysokim poziomie konkurencji, na których m.in. udziały trzech największych operatorów nie różnią się znacząco, odchylenie standardowe policzono dla próby składającej się z tych operatorów [Decyzja Prezesa UKE z 28.04.2011 r., s. 61].

Odchylenie standardowe pozwala ocenić także podobieństwo udziałów [Rogalski 2010, s. 227]. Im mniejsza jego wartość, tym mniejsze rozproszenie udziałów. Rynek charakteryzuje się dużym podobieństwem udziałów i wysoką koncentracją. Zmniejszające się w czasie odchylenie standardowe świadczy o wyrównywaniu się udziałów. Przy takim porównywaniu trzeba pamiętać o wpływie zmian liczby przedsiębiorców na rynku na jego wartość. Pojawienie się nowych podmiotów o niskim udziale w rynku, może wpłynąć na zwiększenie się odchylenia standardowego. Stosowanie odchylenia standardowego, jako miary oceniającej konkurencyjność rynku, może napotykać na problemy. Odchylenie standardowe będzie bliskie zeru, jeśli przedsiębiorcy będą mieli podobny udział, bez względu na liczbę podmiotów na rynku. Możliwe jest otrzymanie podobnych wartości dla rynków, które się różnią. Dlatego celowym byłoby obok odchylenia standardowego, podawanie wartości średniej arytmetycznej.

Krzywa koncentracji i miary z nią związane

Krzywa koncentracji służy do oceniania stopnia koncentracji rynku właściwego. Na jej podstawie możliwe jest wyznaczenie m. in. dyskretnego wskaźnika koncentracji i średniej wartości koncentracji dla N podmiotów [Jackowicz i in. 2002, s. 7].

Średnia wartość krzywej koncentracji obliczana jest jako średnia arytmetyczna ze skumulowanych udziałów przedsiębiorców dla N podmiotów o najwyższych udziałach. Jest średnią arytmetyczną dyskretnych wskaźników koncentracji wyliczonych dla N podmiotów posiadających najwyższe udziały w rynku (wzór 4).

$$ACR_N = \frac{u_1 + (u_1 + u_2) + \dots + (u_1 + u_2 + \dots + u_N)}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N CR_N}{N} \quad (4)$$

Miara została zaprezentowana przez P. E. Harta. Umożliwia porównywanie poziomu koncentracji w czasie [Hart 1971, 76-77]. Łączy informacje zawarte w poszczególnych wskaźnikach dyskretnych (od wskaźnika dla jednego, po wskaźnik dla N podmiotów). Gdy parametr N będzie równy liczbie przedsiębiorców na rynku, to wskaźnik ten będzie uwzględniał dane dotyczące wszystkich podmiotów. Średnia wartość krzywej koncentracji dla N podmiotów, w przeciwieństwie do wskaźnika dyskretnego dla wszystkich przedsiębiorców równego 100%, dostarczy informacji o koncentracji udziałów. Średnia jej wartość zawiera się w przedziale [0 – 100%]. Będzie ona tym większa, im udziały największych przedsiębiorców będą zarówno wyższe, jak i bardziej zróżnicowane. Na rynkach, na których udziały rozłożone są równomiernie jej wartość dla danej liczby podmiotów będzie najniższa. Na rynkach zmonopolizowanych (jeden podmiot) wynosi ona 100%, zaś na rynkach, na których działa bardzo wielu przedsiębiorców, o bardzo niewielkich udziałach (konkurencja doskonała), jej wartość będzie bliska zeru.

WYKORZYSTANIE MIAR KONCENTRACJI

Przedmiotem badań są interwencje KE, Prezesa UOKiK i Prezesa UKE na rynkach telekomunikacyjnych. Przeanalizowano 361 decyzji i postanowień wydanych do końca 2013 r., w tym: 86 wydanych przez Prezesa UKE, 163 przez Prezesa UOKiK (76 decyzji dotyczących nadużywania pozycji dominującej, 17 porozumień ograniczających konkurencję i 70 kontroli koncentracji) i 112 przez KE (5 z zakresu nadużywania pozycji dominującej, 7 porozumień ograniczających konkurencję i 100 kontroli koncentracji).

Kryterium stopnia koncentracji powinno być stosowane wtedy, gdy rozstrzygnięcie jest uzależnione od wspólnego wpływu przedsiębiorców na konkurencyjność rynku. W analizowanych rozstrzygnięciach, miary koncentracji wyliczane były incydentalnie (ok. 2,8% spraw). W postępowaniach organów antymonopolowych zastosowano je w 4 z 275 decyzji (trzy decyzje KE i jedna Prezesa UOKiK), zaś w rozstrzygnięciach Prezesa UKE w 6 z 86 przypadków.

Stosownie do przepisów Prawa telekomunikacyjnego, miary koncentracji zastosowano w regulacji sektorowej, gdy nie stwierdzono indywidualnej pozycji znaczącej, dla sprawdzenia występowania kolektywnej pozycji znaczącej (5 postanowień Prezesa UKE z: 27.03.2007 r., s. 52; 6.08.2008 r., s. 40–41; 17.10.2008 r., s. 39–41; 22.01.2010 r., s. 35–36 i 29.07.2011 r., s. 55–57). W tych przypadkach oceniano poziom koncentracji za pomocą indeksu HHI. Na krajowym rynku świadczenia usługi roamingu międzynarodowego w sieciach komórkowych indeks HHI dla przychodów wynosił w latach 2002-2005 od 3778 do 3505 (odpowiednio 3778, 3577, 3478, 3505) [Postanowienie z 27.03.2007 r., s. 52]. Jego wartość wskazuje na wysoką koncentrację rynku, wynikającą z małej liczby przedsiębiorców świadczących usługi na tym rynku. Dla rynku świadczenia usługi dostępu i rozpoczynania połączeń w ruchomych publicznych sieciach

telefonicznych Prezes UKE wydał dwa rozstrzygnięcia. Przeanalizował wartość indeksu HHI na rynku detalicznym mierzoną dla przychodów w latach 2002-2007 i 2004-2010. Analizowany indeks spadał z roku na rok, od poziomu 3424 do 2967 [Postanowienia z: 6.08.2008 r., s. 40-41 i 29.07.2011 r., s. 55-56]. Spadki te wskazują na wzrost konkurencji na rynku detalicznym. W postanowieniu z 2011 r. wyliczony został także indeks HHI dla przychodów ze sprzedaży na rynku hurtowym. Kształtował się on na wyższym poziomie: w 2008 r. wyniósł 8589 i spadł do poziomu 6560 w 2010 r. [Postanowienie z 29.07.2011 r., s. 57]. Wartości te wskazują na bardzo wysoki poziom koncentracji tego rynku. Na rynku świadczenia usługi tranzytu połączeń w stacjonarnej publicznej sieci telefonicznej w latach 2002-2006 wartość indeksu HHI dla wielkości ruchu tranzytowego zmniejszała się od 2421 w 2002 r. (dość wysoki poziom koncentracji), do 1524 w 2006 r. (umiarkowany poziom koncentracji). Zmiany w poziomie koncentracji świadczą o wzroście konkurencyjności i zaprzeczają kolektywnej pozycji znaczącej [Postanowienie z 17.10.2008 r., s. 40-41]. Na rynku świadczenia usług dzierżawy odcinków łączy niebędących zakończeniami łączy w relacjach między 145 miastami wartość indeksu HHI w 2008 r., dla liczby węzłów posiadanych przez operatorów, wynosiła 1631. Oznacza to, że w relacjach między 145 miastami rynek był umiarkowanie skoncentrowany [Postanowienie z 22.01.2010 r., s. 36].

W jednej sprawie Prezes UKE, oceniając konkurencyjność rynku świadczenia hurtowych usług dostępu szerokopasmowego, wykorzystał indeks HHI i odchylenie standardowe udziałów. Miary te obliczono dla wskazania subrynków geograficznych o wysokim stopniu konkurencji na rynku detalicznym. W decyzji wyróżniono trzy grupy obszarów tego rynku. W pierwszej grupie znalazły się obszary o bardzo silnej pozycji TP S.A. na rynku detalicznym (średnia indeksu HHI dla 2826 obszarów gminnych wyniosła 9023). W drugiej grupie pozycja TP S.A. jest słabsza. Występuje niski stopień konkurencji na poziomie detalicznym (średnia indeksu HHI dla 229 obszarów gminnych wyniosła 5772). Natomiast w trzeciej grupie jest niski poziom konkurencji na poziomie detalicznym. Zainteresowanie usługami hurtowymi jest małe (średnia indeksu HHI dla 10 obszarów gminnych wyniosła 9978) [Decyzja Prezesa UKE z 28.04.2011 r., s. 61 i 79-83]. Niezależnie od grupy subrynków, na wszystkich tych obszarach gminnych występuje wysoki poziom koncentracji mierzony indeksem HHI.

Prezes UOKiK jednokrotnie, w decyzji dotyczącej nadużywania pozycji dominującej na krajowym rynku świadczenia usług transmisji programów telewizyjnych za pomocą sieci kablowej, wykorzystał dyskretny wskaźnik koncentracji dla 10 największych podmiotów. Nie nazwał nawet określonej miary, stwierdzając jedynie, że łączny udział w liczbie abonentów 10 największych operatorów sieci kablowych w Polsce wynosi 40-50%. Pozostałe 50-60% należy do bardzo wielu operatorów o zasięgu lokalnym, których indywidualny udział nie przekracza 0,7% [Decyzja Prezesa UOKiK z 19.04.2004 r., s. 4-5].

W decyzjach z zakresu kontroli koncentracji KE obliczyła indeks HHI oraz Δ HHI w trzech przypadkach. W decyzji z 26.04.2006 r. obliczono wskaźnik HHI

dla rynku świadczenia usług telefonii ruchomej dla użytkowników końcowych w Austrii. Jego wartość dla udziałów w obrotach i w liczbie klientów przed połączeniem wynosiła [2500-3000]¹, zaś po połączeniu [3000-3500], natomiast Δ HHI wynosiła [500-600]. Otrzymane wartości przekraczają zdefiniowane w wytycznych KE wartości [punkt 19 i 20 wytycznych]. Świadczą o wysokiej koncentracji rynku przed transakcją i jego znacznemu wzrostowi w wyniku jej przeprowadzenia [Decyzja z 26.04.2006, s. 11]. W decyzji z 12.12.2012 r. KE stwierdziła, że rynek świadczenia usług telefonii ruchomej dla użytkowników końcowych w Austrii jest rynkiem silnie skoncentrowanym. Transakcja dotyczy dwóch operatorów o najniższych udziałach w rynku (łącznie poniżej 25% udziałów w liczbie klientów i przychodach). Zarówno indeks HHI, jak i Δ HHI są powyżej wartości określonych w wytycznych KE, które nie powodują problemów związanych z konkurencją. Ich dokładne wartości zostały w opublikowanej decyzji utajnione [Decyzja z 12.12.2012 r., s. 34-36]. W decyzji z 29.05.2013 r. stwierdzono, że w wyniku transakcji, wzrost koncentracji na rynkach: usług gromadzenia i przekazywania danych, wymiany danych roamingowych w czasie prawie rzeczywistym oraz rynku usług rozliczeń finansowych będzie znaczący. Wartość indeksu HHI znacząco przekroczy 2000 (łączny udział stron w tych trzech rynkach będzie wynosił [80-90%], zaś Δ HHI przekroczy 2300. W przypadku rynku usług rozliczeń finansowych wartość indeksu HHI po transakcji wyniosłaby 6842 [Decyzja z 29.05.2013 r., s. 44-45, 113, 125-126].

Na ogół w rozstrzygnięciach dotyczących nadużywania pozycji dominującej i regulacji sektorowej, posługiwano się wskaźnikiem jednej firmy, określając udział lidera na rynku. Sprowadza się to jednak do ustalenia wysokości udziałów przedsiębiorcy, a nie poziomu koncentracji rynku. W analizowanych rozstrzygnięciach najczęściej posługiwano się najpowszechniejszą miarę koncentracji – indeksem HHI, następnie deltą HHI; w jednym przypadku – wskaźnikiem dyskretnym i odchyleniem standardowym. W przypadku tak małej liczby rozstrzygnięć trudno mówić o dominującej praktyce regulatorów w zakresie doboru miar koncentracji. Najczęściej wykorzystywaną miarą jest opisany bezpośrednio w prawie unijnym indeks HHI, który wraz z deltą HHI, jest traktowany przez KE jako podstawowy miernik siły rynkowej.

WNIOSKI

To, jakie miary koncentracji zostaną zastosowane przy ocenie konkurencyjności rynku do określenia jego koncentracji, zależy przede wszystkim od rodzaju dostępnych danych, a także od przedmiotu i celu analizy. Jeśli regulator

¹ W rozstrzygnięciach regulacyjnych organy regulacyjne nie ujawniają poufnych informacji dotyczących m. in. dokładnych wartości udziałów przedsiębiorców w rynku, podając w nawiasach kwadratowych przedział otrzymanych wyników.

dysponuje informacjami o udziałach największych przedsiębiorców, to nie może wykorzystać miar wymagających informacji o udziałach wszystkich podmiotów. W takiej sytuacji nie będzie możliwe zastosowanie indeksu HHI lub odchylenia standardowego. Możliwe będzie wykorzystanie wskaźnika dyskretnego. Gdy analiza koncentracji będzie przeprowadzana w czasie, konieczne jest zastosowanie takich miar, których porównywanie jest możliwe. Nie powinno się wykorzystywać miar zależnych od liczby podmiotów na rynku (parametr N). Stosowanie wskaźnika dyskretnego będzie lepsze od odchylenia standardowego. Na wartość tego pierwszego nie mają wpływu podmioty o niskich udziałach.

W analizowanym zbiorze rozstrzygnięć, miary koncentracji zastosowano w niewielu przypadkach, szczególnie w postępowaniach antymonopolowych. Przyczyną tego może być tak jednoznaczna sytuacja pozwalająca, na ocenianych rynkach, na rezygnację ze stosowania tych mierników. Jednak rynki telekomunikacyjne podlegają ciągłym zmianom. Pojawiają się nowe produkty i usługi. Następuje konwergencja usług. Pewne usługi wypierane są przez inne (np. jednostronna substytucja telefonii stacjonarnej przez mobilną). Sprawia to, że w najbliższym czasie, przy ocenie konkurencyjności może wystąpić konieczność częstszego odwoływania się do miar koncentracji rynków. Najprawdopodobniej organy regulacyjne korzystać będą z opisanego w prawie unijnym indeksu HHI i z najłatwiejszego do obliczenia wskaźnika dyskretnego.

BIBLIOGRAFIA

- Bailey D., Boyle S.E. (1971), *The Optimal Measure of Concentration*, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 66, No. 336, s. 702 – 706.
- Bishop S., Walker M. (2010) *The economics of EC Competition Law: Concepts, Application and Measurements*, Sweet&Maxwell, London.
- Bongard C., Möller D., Reimann A., Szadkowski N., Dubejko U. (2007) *Instrumenty ekonomiczne w prawie konkurencji*, UOKiK, Bonn/Warszawa.
- Curry B., George K.D. (1983) *Industrial Concentration: A Survey*, *The Journal of Industrial Economics*, Vol. 31, No. 3, s. 203 – 255.
- Davies S. (1980) *Measuring Industrial Concentration: An Alternative Approach*, *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 62, No. 2, s. 306 – 309.
- Decyzja KE z 26.04.2006 r., COMP/M.3916–T-Mobile Austria/ Tele.ring.
- Decyzja KE z 12.12.2012 r., COMP/M.6497–HUTCHISON 3G/ ORANGE AUSTRIA.
- Decyzja KE z 29.05.2013 r., COMP/M.6690–Syniverse/ MACH.
- Decyzja Prezesa UKE z 28.04.2011 r., DART–SMP–6040–1/10 (47).
- Decyzja Prezesa UOKiK z 19.04.2004 r., nr RLU–17/04, RLU–56S–20/03/MW.
- Dubejko U. (2007) *Wykorzystanie analizy ekonomicznej przy określaniu siły rynkowej przedsiębiorców w sprawach z zakresu nadużywania pozycji dominującej i kontroli łążeń* [w:] Banasiński C, Stawicki E. (red.), *Konkurencja w gospodarce współczesnej*, UOKiK, Warszawa, s. 326 – 339.
- Fornalczyk A. (2007), *Biznes a ochrona konkurencji*, Wolters Kluwer, Kraków.

- Hall M., Tideman N. (1967) Measures of Concentration, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 62, No. 317, s. 162 – 168.
- Hart P.E. (1971) Entropy and Other Measures of Concentration, *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, Vol. 134, No. 1, s. 73 – 85.
- Jackowicz K, Kowalewski O. (2002) Koncentracja działalności sektora bankowego w Polsce w latach 1994-2000, *Materiały i Studia, Zeszyt NBP nr 143*, Warszawa.
- Kwiatkowska E.M. (2013) Mierzalne kryteria oceny konkurencyjności rynków telekomunikacyjnych. *Aspekty praktyczne, Internetowy Kwartalnik Antymonopolowy i Regulacyjny*, nr 8(2), s. 75–88.
- Postanowienie Prezesa UKE z 27.03.2007 r., DRTD–SMP–6043–4/06 (28).
- Postanowienie Prezesa UKE z 6.08.2008 r., DART–SMP–6043–12/07 (38).
- Postanowienie Prezesa UKE z 17.10.2008 r., DART–SMP–6043–1/07 (142).
- Postanowienie Prezesa UKE z 22.01.2010 r., DART–SMP–6040–7/09 (131).
- Postanowienie Prezesa UKE z 29.07.2011 r., DART–SMP–6040–14/10 (47).
- Rodger B.J., MacCulloch A. (2009) *Competition Law and Policy in the EC and UK*, Routledge – Cavendish, London and New York.
- Rogalski M. (red) (2010) *Prawo telekomunikacyjne. Komentarz*, Wolters Kluwer, Warszawa.
- Vanlommel E., de Brabander B., Liebaers D. (1977) Industrial Concentration in Belgium: Empirical Comparison of Alternative Seller Concentration Measures, *The Journal of Industrial Economics*, Vol. 26, No. 1, s. 1–20.
- Wytoczne w sprawie oceny horizontalnego połączenia przedsiębiorstw na mocy rozporządzenia rady w sprawie kontroli koncentracji przedsiębiorstw, *Dz. Urz. UE* 2004/C 31/03 z 5.02.2004 r.

**MEASURES OF MARKET CONCENTRATION
– THEORY AND PRACTICE OF THEIR USE BY REGULATORY
AUTHORITIES IN THE TELECOMMUNICATIONS MARKETS**

Abstract: This article presents measures of market concentration calculated on the basis of the market shares of undertakings on the relevant markets. Structure, the advantages and disadvantages of the selected measures are described. The use of various concentration measures on the telecommunications markets in antitrust proceedings conducted by the European Commission and the President of the Office of Competition and Consumer Protection and the proceedings of ex ante sector – specific regulation conducted by the President of the Office of Electronic Communication are presented.

Keywords: telecommunications markets, measures of market concentration, competitiveness assessment, regulation

ZASTOSOWANIE PROGRAMOWANIA MATEMATYCZNEGO DO WYBORU TRAS DOSTAW W SIECI DYSTRYBUCJI

Mirosław Liana, Tomasz Pisula
Katedra Metod Ilościowych
Politechnika Rzeszowska
e-mail: mliana@prz.edu.pl, tpisula@prz.edu.pl

Streszczenie: Tematyka artykułu mieści się w zakresie logistyki dystrybucji i dotyczy planowania przewozów. Dla danej sieci dystrybucji można wyznaczyć zbiór opłacalnych tras dostaw. Problem decyzyjny sprowadza się do takiego wyboru tras z tego zbioru, żeby zminimalizować koszty transportu, załadunku i rozładunku. Do znalezienia optymalnego rozwiązania problemu zaproponowano programowanie matematyczne. W pracy przedstawiono liniowy model matematyczny zagadnienia. Model zawiera zarówno zmienne rzeczywiste, jak i zmienne binarne.

Słowa kluczowe: sieć dystrybucji, planowanie przewozów, optymalizacja, programowanie liniowe

WPROWADZENIE

Zarządzanie łańcuchem dostaw stanowi jeden z ważniejszych obszarów zastosowań badań operacyjnych w logistyce. Z licznej literatury dotyczącej wspomnianej problematyki, wymieńmy [Griffis i in. 2012, Xing i in. 2013]. Spośród wielu licznych problemów i zagadnień optymalizacji łańcucha dostaw bardzo ważną klasę zagadnień stanowią problemy związane z wyznaczaniem:

- optymalnej marszrutyzacji środków transportu dla potencjalnych tras zaopatrzeń (Vehicle Routing problems);
- optymalnego planu czasowego realizacji dostaw (Vehicle Scheduling problems);
- optymalnej lokalizacji magazynów, punktów produkcyjnych lub punktów dystrybucji, zaprojektowaniem sieci dystrybucyjnych (Facility Location, Transportation Network Design problems);

- optymalnej (minimalnej) wielkości floty pojazdów (środków transportu), niezbędnej dla realizacji dostaw (Vehicle Fleet Sizing problems).

Umiejętność efektywnego rozwiązywania tego typu problemów jest bardzo ważna z punktu widzenia praktycznych zastosowań w logistyce, gdyż umożliwia podejmowanie optymalnych decyzji dotyczących takich kluczowych aspektów zarządzania łańcuchem dostaw, jak: długoterminowego planowania marszrutyzacji dostaw, planowania i projektowania nowych punktów produkcyjnych, centrów dystrybucyjno-magazynowych oraz intermodalnych sieci transportowych, planowania wielkości floty transportowej, zasobów ludzkich (kierowców, załóg obsługi) dla sieci zaopatrzeń.

Tematyka niniejszej publikacji mieści się w zakresie problematyki marszrutyzacji środków transportu w planowaniu tras dostaw towarów. Zagadnienia planowania marszrutyzacji środków transportu w łańcuchach dostaw, z racji swojej, niekiedy bardzo skomplikowanej praktycznej realizacji oraz licznych uwarunkowań koniecznych do rozważenia, mają bardzo wiele różnych wariantów (szerzej opisanych np. w [Goetschalckx 2011]). Najważniejsze z nich to:

- zagadnienie komiwojażera (Travelling Salesman Problem);
- klasyczny problem marszrutyzacji pojazdów na trasach zaopatrzeń (Vehicle Routing Problem – VRP).

Zagadnienie komiwojażera to najprostszy wariant planowania marszrutyzacji dostaw dla pojedynczego środka transportu, bez dodatkowych ograniczeń dotyczących jego ładowności. Polega na wyznaczeniu optymalnej zamkniętej trasy dostaw, łączącej wyróżniony punkt dostaw (baza) z n kolejnymi punktami zaopatrzeń (odbiorcami) o znanej lokalizacji.

Klasyczny problem marszrutyzacji pojazdów (VRP) polega na wyznaczeniu optymalnych tras zaopatrzeń do kilku odbiorców, dla których znane jest ich zapotrzebowanie i lokalizacja. Flota środków transportu posiada jednakową ładowność, a pojazdy wyruszają od jednego dostawcy. Celem jest zoptymalizowanie łącznej długości wszystkich tras dostaw do odbiorców.

Spotykane są liczne odmiany klasycznego zagadnienia marszrutyzacji, np.: Vehicle Routing Problem with Backhauling, Mixed Pickup and Delivery Problem, Periodic Vehicle Routing Problem, Vehicle Routing with Time Windows, Inventory Vehicle Routing.

Vehicle Routing Problem with Backhauling (VRPB) jest odmianą klasycznego problemu marszrutyzacji, w której oprócz jednego centrum dystrybucji rozpatrywane są dwa typy lokalizacji: pierwszy – to odbiorcy dóbr, których zaopatruje centrum, zaś drugi – to dostawcy dóbr (np. producenci), którzy z kolei zaopatrują centrum dystrybucji. Oprócz klasycznych ograniczeń dotyczących np. liczby i pojemności środków transportu wymaga się także, żeby w trakcie kursu załadunek u dostawców był możliwy dopiero po pełnym wyładunku dóbr u odbiorców. Może pojawiać się w tych zagadnieniach problem

zarządzania pustymi przebiegami środków transportu. Wyczerpującą analizę tego typu zagadnień można znaleźć na przykład w publikacji [Cuervo i in. 2014].

Mixed Pickup and Delivery Problem (MPDP) jest modyfikacją zagadnienia marszrutyzacji dostaw typu VRPB, w której dopuszcza się na poszczególnych trasach możliwość mieszanego (naprzemiennego) załadunku towarów u dostawców i wyładunku u odbiorców. Więcej informacji na temat tego typu zagadnień można znaleźć na przykład w pracy [Rais i in. 2014].

Periodic Vehicle Routing Problem (PVRP) jest zagadnieniem planowania dostaw towarów do klientów w wielu okresach. W zadaniu okresowej marszrutyzacji dostaw ustala się, którzy klienci w danym dniu zostaną obsłużeni i którymi trasami. Celem jest wyznaczenie dla całego okresu planowania takich marszrut do klientów, których suma długości będzie minimalna. Dokładny opis oraz przegląd literatury dotyczący tego typu zagadnień można znaleźć w pracy [Campbell i Wilson 2014].

Vehicle Routing with Time Windows (VRPTW – zob. np. praca [Letchford i in. 2014]) jest odmianą klasycznego zagadnienia marszrutyzacji, w której uwzględnia się dodatkowe warunki dotyczące tzw. okien czasowych rozpoczęcia pracy u każdego odbiorcy. Dopuszcza się przypadek, gdy środki transportu mogą przybywać do odbiorców wcześniej niż czas rozpoczęcia ich pracy (muszą wtedy czekać na rozładunek lub załadunek). Istnieje także możliwość naruszenia czasu rozpoczęcia obsługi u odbiorców i wcześniejszego obsłużenia pojazdów, wiąże się to jednak z pewnymi karami.

Inventory Vehicle Routing Problem (IRP) jest wariantem problemu marszrutyzacji, w którym minimalizuje się sumaryczne koszty wykorzystania środków transportu oraz koszty magazynowania zapasów dóbr w magazynach. Istnieje duża różnorodność tego typu problemów, a ich bardziej szczegółowy opis można znaleźć na przykład w pracy [Guerrero i in. 2013].

PROBLEM DECYZYJNY

Problem decyzyjny, któremu poświęcono ten artykuł, można umiejscowić pośród zagadnień rozpatrywanych w ramach klasycznego problemu marszrutyzacji pojazdów na trasach zaopatrzeń (Vehicle Routing Problem – VRP).

Niech przedsiębiorstwo posiada jednostopniowy system dystrybucji złożony z jednego dostawcy dóbr, którym może być na przykład magazyn centralny przedsiębiorstwa, oraz z wielu odbiorców dóbr, na przykład pawilonów handlowych. Dostawca, poprzez cykliczne transporty dóbr, uzupełnia zapasy u odbiorców, pokrywając zgłaszane przez nich zapotrzebowania.

Transporty dóbr realizowane są przy pomocy jednorodnych środków transportu. Będziemy przez to rozumieć, że środki te posiadają jednakową ładowność i generują takie same koszty na danej trasie. Również transportowane dobra są jednorodne, co będzie oznaczało, że mogą być łącznie przewożone i są sformowane w postaci podobnych jednostek ładunkowych np. palet EUR1. Ma to

takie znaczenie, że ładowność środka transportu może być ograniczona przez objętość lub powierzchnię skrzyni ładunkowej pojazdu oraz przez masę ładunku. Przy przyjętym założeniu dotyczącym jednorodności przewożonych dóbr, jedno z tych ograniczeń będzie dominujące i będzie jednoznacznie określało ładowność pojazdów. Całkowita ładowność dostępnej floty pojazdów pozwala dostarczyć odbiorcom wymagane przez nich ilości dóbr.

Znane są lokalizacje dostawcy i odbiorców oraz siatka połączeń drogowych między nimi. Znane są więc odległości i czasy potrzebne na przejazdy pomiędzy poszczególnymi punktami. Pozwala to wyznaczyć zbiór potencjalnych tras dostaw, które będą się charakteryzowały ograniczoną długością lub czasem przejazdu. Każda taka trasa zaczyna się i kończy u dostawcy, na trasie może znajdować się wielu odbiorców. Przebycie całej trasy dostępnym środkiem transportu będzie generowało pewien koszt, określany dalej kosztem transportu. Zakłada się, że po każdej trasie realizowany jest co najwyżej jeden kurs.

Oprócz kosztów transportu brane są pod uwagę również koszty załadunku i rozładunku dóbr. Części zmienne tych kosztów, zależne od wielkości ładunku, który z kolei zależy od zgłoszonego przez odbiorców zapotrzebowania, są pomijane. Natomiast uwzględnia się część stałą tych kosztów, niezależną od wielkości ładunku a związaną z samym faktem wystąpienia załadunku lub rozładunku. Z każdym kursem będzie związany jeden załadunek u dostawcy, więc koszty stałe załadunku można dodać do kosztów transportu. Przyjmuje się, że koszty stałe rozładunku mogą być różne u każdego odbiorcy.

Problem decyzyjny sprowadza się do takiego wyboru tras (ze zbioru potencjalnych tras), żeby można było nimi dostarczyć żądane ilości dóbr odbiorcom przy minimalnych łącznych kosztach transportu, załadunku i rozładunku.

MODEL MATEMATYCZNY PROBLEMU DECYZYJNEGO

Wprowadzono następujące oznaczenia:

I – liczba tras;

i – numer trasy, $i = 1, 2, \dots, I$;

J – liczba odbiorców;

j – numer odbiorcy, $j = 1, 2, \dots, J$.

Parametrami w modelu matematycznym są:

d_j – zapotrzebowanie odbiorcy O_j ($d_j \geq 0$);

S – ładowność środka transportu ($S > 0$);

C_i – koszt przejazdu po trasie T_i powiększony o koszt stały załadunku ($C_i > 0$);

c_j – stały koszt rozładunku u odbiorcy O_j ($c_j > 0$);

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{gdy odbiorca } O_j \text{ położony jest na trasie } T_i, \\ 0, & \text{w przypadku przeciwnym.} \end{cases}$$

Zmiennymi decyzyjnymi w modelu są:

x_{ij} – wielkość ładunku przewożonego po trasie T_i do odbiorcy O_j ;

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{gdy realizowany jest kurs po trasie } T_i, \\ 0, & \text{w przypadku przeciwnym,} \end{cases}$$

$$z_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{gdy w trakcie kursu po trasie } T_i \text{ realizowany jest rozładunek u odb. } O_j, \\ 0, & \text{w przypadku przeciwnym,} \end{cases}$$

Przyjęte oznaczenia pozwoliły zapisać model matematyczny sformułowanego problemu decyzyjnego następująco:

$$(\min) FC(y_i, z_{ij}) = \sum_{i=1}^I C_i * y_i + \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J C_j * z_{ij} \quad (1)$$

przy warunkach ograniczających:

$$\sum_{i=1}^I x_{ij} = d_j \quad \text{dla } j = 1, 2, \dots, J; \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^J x_{ij} \leq S * y_i \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, I; \quad (3)$$

$$x_{ij} \leq S * z_{ij} \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J; \quad (4)$$

$$z_{ij} \leq a_{ij} \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J; \quad (5)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J; \quad (6)$$

$$y_i - \text{binarne} \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, I; \quad (7)$$

$$z_{ij} - \text{binarne} \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J. \quad (8)$$

W modelu tym funkcja celu (1) obejmuje łączne koszty transportu oraz koszty stałe załadunku u dostawcy i rozładunków u odbiorców. Warunki (2) można nazwać warunkami bilansowymi odbiorców. Oznaczają one, że wielkość ładunków przewiezionych do każdego odbiorcy będzie równa zgłoszonemu przez nich zapotrzebowaniu. Dzięki warunkom (3) spełnione są jednocześnie dwa postulaty. Po pierwsze, przewóz ładunku będzie możliwy tylko w wyniku realizacji kursu (wzajemne powiązanie zmiennych x_{ij} i y_i). A po drugie, wielkość ładunku nie będzie mogła przekroczyć ładowności użytego do przewozu środka transportu. Z kolei warunki (4) łączą zmienne x_{ij} i z_{ij} i zapewniają, że przewiezienie ładunku będzie powodowało wystąpienie rozładunku u odbiorcy. Ograniczenia (5) sprawiają, że rozładunek będzie mógł wystąpić tylko u tych odbiorców, którzy są zlokalizowani na danej trasie.

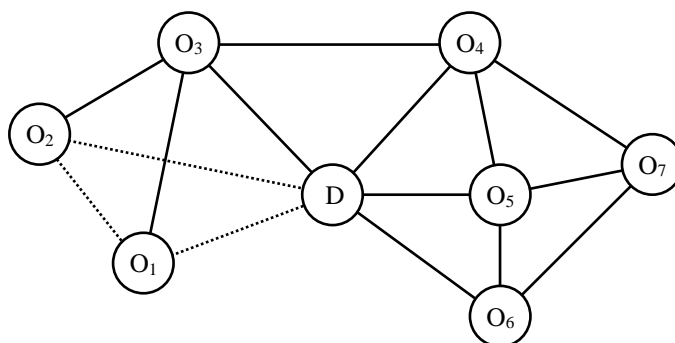
PRZYKŁAD

Niech w sieci dystrybucji dostawca D obsługuje 7 odbiorców: $O_1, O_2, O_3, O_4, O_5, O_6$ i O_7 . Sieć wzajemnych połączeń przedstawiono na rys. 1, przy czym odcinki oznaczają drogi, którymi będzie można rozwozić towar. Zapotrzebowanie odbiorców d_j wynosi odpowiednio: 23, 17, 19, 17, 14, 18 i 15 jednostek ładunkowych. Z kolei ładowność dostępnych środków transportu S wynosi 33 jednostki ładunkowe.

Wyznaczono 17 potencjalnych tras dostaw, które, ze względu na swą długość, pozwalają zrealizować kurs w określonym (ograniczonym) czasie. Taka

przykładowa trasa D-O₁-O₂-D została zaznaczona na rys. 1. linią kropkowaną, a w dalszej części będzie nazywana T₃.

Rysunek 1. Przykładowa sieć dystrybucji



Źródło: opracowanie własne

W tabeli 1 podano wartości parametrów a_{ij} (pola szare) oraz koszty C_i związane z załadunkiem i realizacją kursu po trasie T_i . Przyjęto, że stały koszt rozładunku c_j będzie u wszystkich odbiorców równy 10 jednostek pieniężnych (j.p.).

Tabela 1. Wybrane dane do przykładu

Koszt C_i	Trasa	T_i	Tabela połączeń a_{ij}						
			O ₁	O ₂	O ₃	O ₄	O ₅	O ₆	O ₇
750	D-O ₁ -D	T ₁	1	0	0	0	0	0	0
798	D-O ₂ -D	T ₂	0	1	0	0	0	0	0
838	D-O ₁ -O ₂ -D	T ₃	1	1	0	0	0	0	0
734	D-O ₃ -D	T ₄	0	0	1	0	0	0	0
850	D-O ₁ -O ₃ -D	T ₅	1	0	1	0	0	0	0
838	D-O ₂ -O ₃ -D	T ₆	0	1	1	0	0	0	0
878	D-O ₁ -O ₂ -O ₃ -D	T ₇	1	1	1	0	0	0	0
858	D-O ₃ -O ₄ -D	T ₈	0	0	1	1	0	0	0
702	D-O ₄ -D	T ₉	0	0	0	1	0	0	0
686	D-O ₅ -D	T ₁₀	0	0	0	0	1	0	0
778	D-O ₄ -O ₅ -D	T ₁₁	0	0	0	1	1	0	0
710	D-O ₆ -D	T ₁₂	0	0	0	0	0	1	0
758	D-O ₅ -O ₆ -D	T ₁₃	0	0	0	0	1	1	0
850	D-O ₄ -O ₅ -O ₆ -D	T ₁₄	0	0	0	1	1	1	0
814	D-O ₅ -O ₇ -D	T ₁₅	0	0	0	0	1	0	1
866	D-O ₄ -O ₇ -O ₅ -D	T ₁₆	0	0	0	1	1	0	1
870	D-O ₅ -O ₇ -O ₆ -D	T ₁₇	0	0	0	0	1	1	1

Źródło: opracowanie własne

Do wybrania najlepszych tras dostaw w oparciu o podany wcześniej model matematyczny wykorzystano dodatek Solver do programu Microsoft Office Excel. Wartości zmiennych decyzyjnych x_{ij} dla uzyskanego rozwiązania optymalnego podano w tabeli 2. Łatwo z niej odczytać, że towar można rozwiązać czterema pojazdami, realizując kursy po trasach D-O₁-O₂-D, D-O₂-O₃-D, D-O₅-O₆-D i D-O₄-O₇-O₅-D. Można też wywnioskować, że, spośród zmiennych binarnych w modelu, wartość 1 przyjęły tylko:

- wskazujące trasy: y_3, y_6, y_{13}, y_{16} oraz
- wskazujące rozładunki: $z_{3,1}, z_{3,2}, z_{6,2}, z_{6,3}, z_{13,5}, z_{13,6}, z_{16,4}$ i $z_{16,7}$.

Tabela 2. Wartości zmiennych x_{ij} w rozwiązaniu optymalnym

Trasa	T_i	Tabela przewozów x_{ij}						
		O ₁	O ₂	O ₃	O ₄	O ₅	O ₆	O ₇
D-O ₁ -D	T ₁	0	0	0	0	0	0	0
D-O ₂ -D	T ₂	0	0	0	0	0	0	0
D-O ₁ -O ₂ -D	T ₃	23	10	0	0	0	0	0
D-O ₃ -D	T ₄	0	0	0	0	0	0	0
D-O ₁ -O ₃ -D	T ₅	0	0	0	0	0	0	0
D-O ₂ -O ₃ -D	T ₆	0	7	19	0	0	0	0
D-O ₁ -O ₂ -O ₃ -D	T ₇	0	0	0	0	0	0	0
D-O ₃ -O ₄ -D	T ₈	0	0	0	0	0	0	0
D-O ₄ -D	T ₉	0	0	0	0	0	0	0
D-O ₅ -D	T ₁₀	0	0	0	0	0	0	0
D-O ₄ -O ₅ -D	T ₁₁	0	0	0	0	0	0	0
D-O ₆ -D	T ₁₂	0	0	0	0	0	0	0
D-O ₅ -O ₆ -D	T ₁₃	0	0	0	0	14	18	0
D-O ₄ -O ₅ -O ₆ -D	T ₁₄	0	0	0	0	0	0	0
D-O ₅ -O ₇ -D	T ₁₅	0	0	0	0	0	0	0
D-O ₄ -O ₇ -O ₅ -D	T ₁₆	0	0	0	17	0	0	15
D-O ₅ -O ₇ -O ₆ -D	T ₁₇	0	0	0	0	0	0	0

Źródło: opracowanie własne

Odbiorca O₂ otrzyma zamówiony towar w dwóch dostawach. Niewykorzystana ładowność pojazdu realizującego kurs po trasie T₆ pozwala przełożyć do 7 palet dla odbiorcy O₂ z trasy T₃ na T₆. Taka zmiana rozłożenia ładunku nie spowoduje wzrostu wartości funkcji celu.

Koszt realizacji kursów po wskazanych trasach z uwzględnieniem kosztów stałych załadunku wyniesie 3300 j.p., łączne koszty stałe rozładunków – 80 j.p., a więc funkcja celu w modelu przyjmie wartość 3380.

Dla porównania:

- najwyższy koszt rozwiązania towaru czterema trasami (T₅, T₆, T₁₄, T₁₇) wyniesie 3498 j.p., czyli o 3,5% więcej od minimum;

- najniższy koszt rozwiezienia towaru pięcioma trasami ($T_1, T_2, T_4, T_{13}, T_{16}$) wyniesie 3976 j.p., czyli około 17,6% więcej;
- gdyby do każdego odbiorcy wykonano oddzielny kurs (po trasach $T_1, T_2, T_4, T_9, T_{10}, T_{12}$ i T_{15}), to suma rozważanych kosztów wyniosła by 5264 j.p., czyli ponad 55% więcej.

Porównanie to wyraźnie wskazuje, że możliwość realizacji łącznych dostaw do wielu odbiorców i w konsekwencji ograniczenie liczby kursów, pozwala, nawet znacznie, obniżyć koszty. Warto nadmienić, że różnych wariantów rozwiezienia towaru czterema trasami przy minimalnej liczbie rozładunków jest w przykładzie 12. W niektórych z tych wariantów liczba rozładunków wynosi 8, a w innych 9.

O tym, że w rozwiązaniu optymalnym występuje minimalna liczba kursów decydują koszty transportu, które są dominującym składnikiem funkcji celu. Koszty stałe rozładunku są wielokrotnie mniejsze i pozwalają „doprecyzować” rozwiązanie.

W kolejnych cyklach transportowych może się zmieniać wielkość popytu zgłaszanego przez odbiorców, a to może powodować zmianę rozwiązania optymalnego, czyli inny wybór tras dostaw.

PODSUMOWANIE

Przedstawiono w pracy pewien problem decyzyjny dotyczący wyboru tras dostaw oraz model matematyczny, który pozwala znajdować rozwiązania optymalne tego problemu. Model należy do klasy zadań programowania mieszanego liniowego (PML), gdyż występują w nim zmienne ciągłe i zmienne binarne, natomiast wszystkie relacje pomiędzy nimi są liniowe (zobacz np. [Ignasiak E. i in. 1996, s. 92-111]).

Uniwersalną metodą rozwiązywania takich zadań jest metoda podziału i ograniczeń i pomocniczo algorytm simpleks. Uzyskanie optymalnego rozwiązania tą drogą, przy dużej liczbie odbiorców i potencjalnych tras dostaw, może być uciążliwe. Jeżeli będzie I tras oraz J odbiorców, to w modelu będzie $I \cdot J$ zmiennych ciągłych, $I \cdot (J+1)$ zmiennych binarnych oraz $(2 \cdot I \cdot J + I + J)$ warunków ograniczających (2)-(5).

Jeżeli zbiór odbiorców można podzielić na rozłączne części z wytyczonymi innymi trasami dostaw, to całe zadanie będzie można rozłożyć na kilka mniejszych niezależnych zadań, które łatwiej rozwiązać. W przedstawionym przykładzie, usunięcie odcinka bezpośrednio łączącego odbiorców O_3 i O_4 spowoduje likwidację trasy T_8 ($D-O_3-O_4-D$) i powstanie dwóch mniejszych zadań:

- rozwieźć towar do odbiorców O_1-O_3 z wykorzystaniem tras T_1-T_7 ,
- rozwieźć towar do odbiorców O_4-O_7 z wykorzystaniem tras T_9-T_{17} .

Przedstawiony problem decyzyjny zawierał wiele założeń. Tworzenie modeli dla problemów ogólniejszych, w których pomija się niektóre z tych założeń, stanowi przedmiot dalszych badań.

BIBLIOGRAFIA

- Campbell A. M., Wilson J. H. (2014) Forty Years of Periodic Vehicle Routing, Networks, Vol. 63(1), s. 2-15.
- Cuervo D. P., Goos P., Sörensen K., Arráiz E. (2014) An Iterated Local Search Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Backhauls, European Journal of Operational Research, Vol. 237, s. 454-464.
- Goetschalckx M. (2011) Supply Chain Engineering, International Series in Operations Research & Management Science, Vol. 161, Springer New York.
- Griffis S. E., Bell J. E., Closs D. J. (2012) Metaheuristics in Logistics and Supply Chain Management, Journal of Business Logistics, Vol. 33(2), s. 90-106.
- Guerrero W. J., Prodhon C., Velasco N., Amaya C. A. (2013) Hybrid Heuristic for the Inventory Location-Routing Problem with Deterministic Demand, International Journal of Production Economics, Vol. 146, s. 359-370.
- Ignasiak E., Borucki W., Marcinkowski J., Sikora W. (1996) Badania operacyjne, PWE, Warszawa.
- Letchford A. N., Nasiri S. D., Oukil A. (2014) Pricing Routines for Vehicle Routing with Time Windows on Road Networks, Computers & Operations Research, Vol. 51, s. 331-337.
- Rais A., Alvelos F., Carvalho M. S. (2014) New Mixed Integer-Programming Model for the Pickup-and-Delivery Problem with Transshipment, European Journal of Operational Research, Vol. 235, s. 530-539.
- Xing Y., Li L., Bi Z., Wilamowska-Korsak M., Zhang L. (2013) Operations Research (OR) in Service Industries: A Comprehensive Review, Systems Research and Behavioral Science, Vol. 30, s. 300-353.

**APPLICATION OF MATHEMATICAL PROGRAMMING
TO THE CHOICE OF DELIVERY ROUTES IN THE DISTRIBUTION
NETWORK**

Abstract: The subject of article is within the scope of the distribution logistics and relates to transportation planning. For the given distribution network it is possible to appoint the set of cost-effective delivery routes. The decision problem comes down to such a choice of routes from this set to minimize transport, loading and unloading costs. The mathematical programming is proposed for finding an optimal solution of the problem. In the paper a linear mathematical model of the problem is presented. The model includes both real variables and binary variables.

Keywords: distribution network, transport planning, optimization, linear programming

ZMIANY STRUKTURY OBSZAROWEJ GOSPODARSTW EKOLOGICZNYCH W POLSCE W LATACH 2004-2012

Lidia Luty

Katedra Statystyki Matematycznej
Uniwersytet Rolniczy w Krakowie
e-mail: rrdutka@cyf-kr.edu.pl

Streszczenie: Celem opracowania będzie przedstawienie zmian struktury obszarowej gospodarstw ekologicznych w Polsce, w latach 2004-2012. Wykorzystane mierniki taksonomiczne, pozwolą ocenić stopień i kierunek zmian strukturalnych. Łańcuchowe miary zmienności struktur pozwolą ocenić także przebieg zmian strukturalnych dla województw Polski. Dla analizowanych addytywnych struktur oszacowane zostaną współczynniki koncentracji w układzie rodzajowym i przestrzennym. Ponadto, wyznaczone zostaną prognozy struktury obszarowej gospodarstw ekologicznych dla Polski na trzy kolejne lata.

Słowa kluczowe: gospodarstwo ekologiczne, dynamika struktur, współczynnik koncentracji

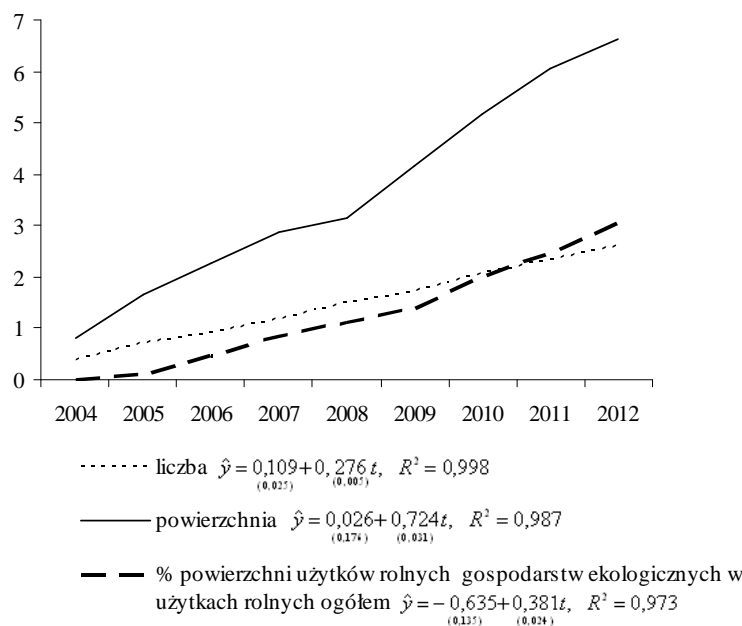
WSTĘP

Ekologiczne metody produkcji rolniczej wpisują się w koncepcję rozwoju zrównoważonego, która zakłada spójność pomiędzy celami ekonomicznymi, środowiskowymi i społecznymi. [Komorowska 2009] Dlatego ważne staje się badanie poziomu rolnictwa ekologicznego, jego rozwoju, zróżnicowania regionalnego oraz tendencji i tempa zmian. Tematy produkcji żywności ekologicznej były już analizowane przez wielu autorów [Małyszem 2003, Golinowska 2006, Łuczka-Bakuła 2007, Niewiadomski 2007, Zegar 2008, Komorowska 2009, Nachtman 2011], również przez autorkę [Luty 2012, 2014].

W Polsce dynamiczny rozwój rolnictwa ekologicznego (Rysunek 1) obserwujemy od roku 2004, gdy nasz kraj został objęty Wspólną Polityką Rolną, wraz z przyłączeniem do struktur Unii Europejskiej. Tempo zmian wskaźników

charakteryzujących polskie rolnictwo oparte na ekologicznych metodach wytwarzania jest i było regionalnie zróżnicowane (Rysunek 2).

Rysunek 1. Przebieg zmian liczby (10tys.), powierzchni (100tys.) gospodarstw ekologicznych oraz udziału powierzchni użytków rolnych gospodarstw ekologicznych w użytkach rolnych ogółem w Polsce, w latach 2004-2012 z dopasowanymi trendami



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych BDL

W niniejszej pracy zbadano dynamikę struktury obszarowej gospodarstw ekologicznych w Polsce, w latach 2004-2012. Wykorzystane mierniki taksonomiczne, pozwolą ocenić stopień i kierunek zmian strukturalnych. Łańcuchowe miary zmienności struktur pozwolą ocenić także przebieg zmian strukturalnych dla województw Polski. Dla analizowanych addytywnych struktur oszacowane zostaną współczynniki koncentracji w układzie rodzajowym i przestrzennym. Ponadto, oszacowane zostaną prognozy struktury obszarowej gospodarstw ekologicznych dla Polski na trzy kolejne lata.

Rysunek 2. Średnie tempa zmian liczby i powierzchni gospodarstw ekologicznych oraz udziału powierzchni użytków rolnych gospodarstw ekologicznych w użytkach rolnych ogółem w województwach Polski, w latach 2007-2012



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych BDL

MATERIAŁ I METODA ANALIZY

Analizę obejmującą głównie¹ lata 2004-2012 prowadzono w oparciu o dane dostępne z raportów Głównego Inspektoratu Jakości Handlowej Artykułów Rolno-Spożywczych (IJHAR-S). Rozważane szeregi czasowe opisują liczbę gospodarstw ekologicznych w grupach obszarowych określonych następująco: do 5ha, 5-10ha, 10-20ha, 20-50ha, 50-100ha, powyżej 100ha.

W celu określenia tempa zmian struktury utworzonej przez m składowych opisanej odpowiednio w okresie t oraz $t + \tau$ wektorami:

$$S_t = [\alpha_{1t} \quad \alpha_{2t} \quad \dots \quad \alpha_{mt}] \quad (1)$$

$$S_{t+\tau} = [\alpha_{1(t+\tau)} \quad \alpha_{2(t+\tau)} \quad \dots \quad \alpha_{m(t+\tau)}] \quad (2)$$

gdzie α_{jt} , $\alpha_{j(t+\tau)}$ oznacza odpowiednio udział j składowej struktury odpowiednio w okresie t i $t + \tau$, $t = 0, 1, 2, \dots, n$, $\tau = 1, 2, \dots$

zastosowano miernik określony następująco [Kukuła 1989]:

$$v_{t,t+\tau} = \frac{\sum_{j=1}^m |\alpha_{j(t+\tau)} - \alpha_{jt}|}{2} \quad (3)$$

¹ Ze względu na brak danych, część analiz prowadzono w latach 2007-2012

Wartość $v_{t,t+\tau}$ określa stopień zmian struktury w okresie od $t+\tau$ do t . Miernik ten przybiera wartości z przedziału $[0, 1]$, przy czym większa jego wartość oznacza większe zmiany w strukturze.

Przeciętne wartości miernika $v_{t,t+\tau}$ wyznaczono zgodnie ze wzorem:

$$\bar{v} = \frac{\sum_{t=0}^{n-1} v_{t,t+1}}{n} \quad (4)$$

Do oceny monotoniczności zmian strukturalnych [Kukuła 1996] wykorzystano ciąg $(\eta_k) = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_k)$:

$$\eta_k = \frac{v_{0,k}}{\sum_{t=0}^{n-1} v_{t,t+1}} \quad (5)$$

Pomiar stopnia koncentracji zjawiska w oparciu o informacje zawarte w wektorze S_t można dokonać stosując miernik postaci [Kukuła 1989]:

$$K_t = \frac{(m + \sqrt{m}) \cdot W_t - \sqrt{m} - 1}{m - 1} \quad (6)$$

gdzie $W_t = \left(\sum_{j=1}^m \alpha_{jt}^2 \right)^{1/2}$ współczynnik specjalizacji [Szyrmer 1975].

Miara K_t przyjmuje wartości z przedziału $[0, 1]$. Niska wartość tego miernika świadczy o równomiernym rozkładzie zjawiska.

W celu wyznaczenia prognoz omawianej struktury zastosowano metodę² opracowaną przez Nowaka (1981), zgodnie z którą należy wyznaczyć kolejno:

- prognozę liczby gospodarstw ekologicznych ogółem,
- surowe prognozy liczby gospodarstw ekologicznych w grupach obszarowych,
- prognozy wskaźników struktury oraz prognozy omawianych zmiennych.

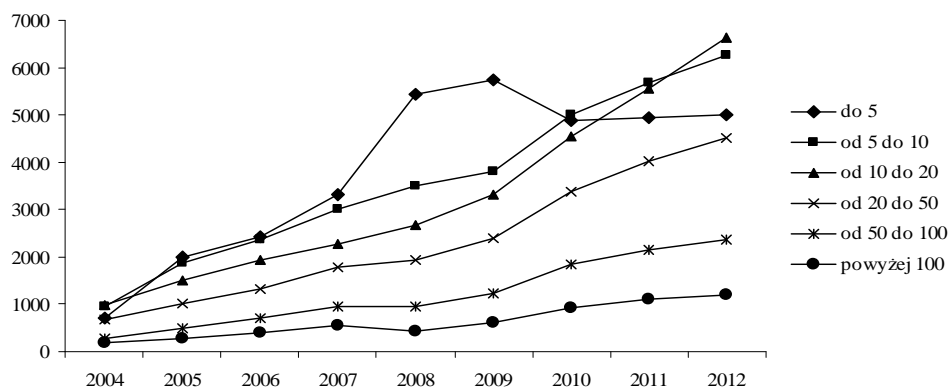
WYNIKI BADAŃ

Liczba gospodarstw ekologicznych w Polsce w roku 2004 wynosiła 3760 z czego najwięcej miało powierzchnię od 10 do 20ha (26%). Z roku na rok liczba gospodarstw w grupach obszarowych na ogół rosła (Rysunek 3). Największy wzrost, w latach 2004-2012 nastąpił w grupie gospodarstw o powierzchni od 50 do 100ha (o 795%). W pozostałych rozpatrywanych grupach obszarowych liczba

² Zastosowaną w pracy autorki [2011]

gospodarstw zwiększyła się co najmniej sześciokrotnie w ostatnim roku analizy w stosunku do roku 2004.

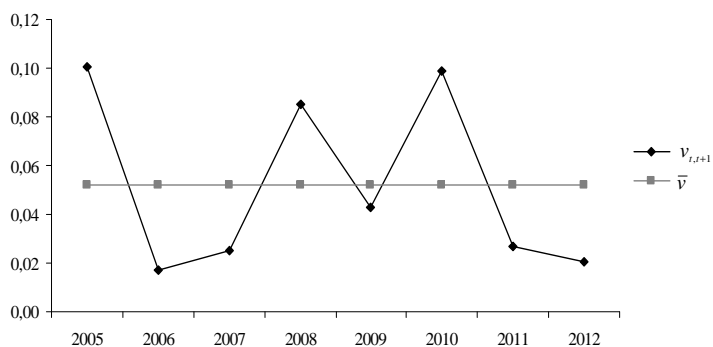
Rysunek 3. Liczba gospodarstw ekologicznych w grupach obszarowych [ha] w Polsce, w latach 2004-2012



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych IJHAR-S

Przeciętne zmiany w strukturze obszarowej gospodarstw ekologicznych w całej Polsce, w latach 2004-2012 określa wartość $\bar{v} = 0,052$.

Rysunek 4. Przebieg zmian wartości miernika dynamiki struktury obszarowej ($v_{t,t+1}$) liczby gospodarstw ekologicznych w Polsce, w latach 2004-2012



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych IJHAR-S

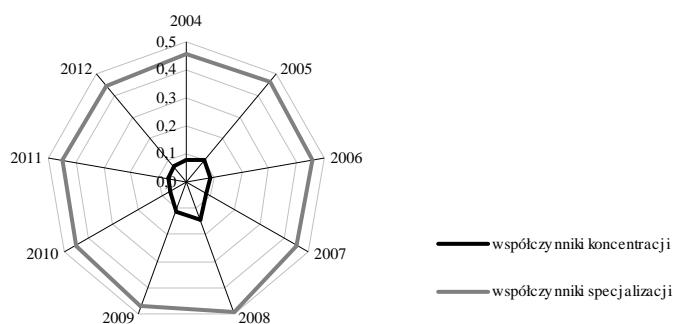
Ponadprzeciętne zmiany omawianej struktury (Rysunku 4) odnotowano w latach 2005, 2008, 2010. O braku stabilizacji omawianej struktury w latach 2004-2012 świadczą zróżnicowane wartości $v_{t,t+1}$ oraz ciąg wartości :

$$(\eta_k) = (1; 0,855; 0,175; 0,374; 0,159; 0,268; 0,068; 0,050),$$

który wskazuje, że udziały poszczególnych składowych kilkakrotnie przybierają inny kierunek zmian.

Także współczynniki koncentracji oszacowane w kolejnych latach (Rysunek 5) wskazują, na te zmiany.

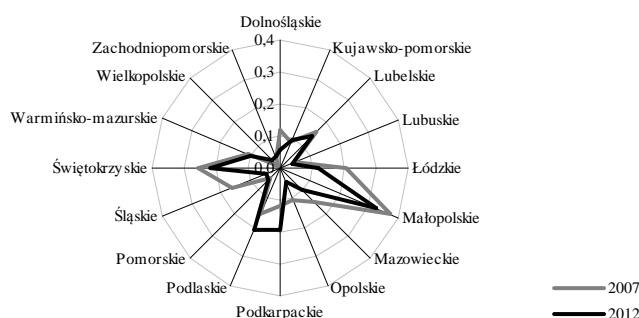
Rysunek 5. Współczynniki koncentracji i specjalizacji liczby gospodarstw ekologicznych w grupach obszarowych w Polsce, w latach 2004-2012



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych IJHAR-S

Województwa Polski różnią się znacznie między sobą strukturą obszarową gospodarstw ekologicznych (Rysunek 6).

Rysunek 6. Współczynniki koncentracji liczby gospodarstw ekologicznych w grupach obszarowych w Polsce, w latach 2007 i 2012



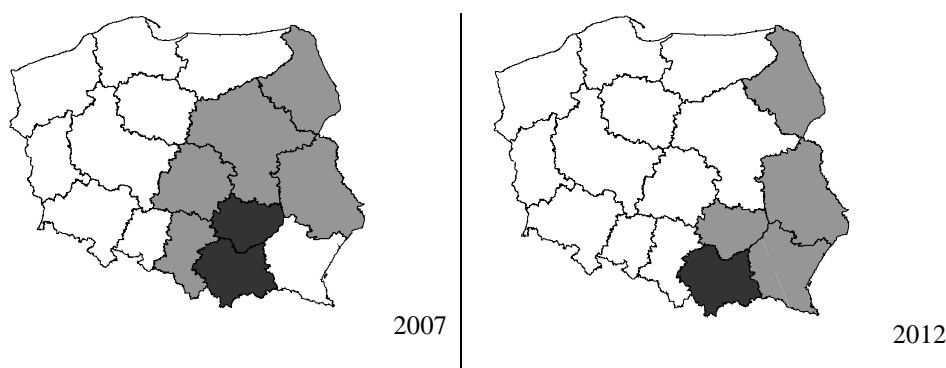
Źródło: opracowanie własne na podstawie danych IJHAR-S

Obok województw o stosunkowo wysokim skoncentrowaniu liczby gospodarstw, występują województwa o dość równomiernym jej rozkładzie (Rysunek 7).

W roku 2007, aż dziewięć województw, głównie Polski zachodnio-północnej (wielkopolskie, zachodniopomorskie, pomorskie, lubuskie, kujawsko-pomorskie, opolskie, warmińsko-mazurskie, podkarpackie, dolnośląskie) można zaliczyć do grupy obiektów o względnie równomiernym rozłożeniu liczby gospodarstw między poszczególne grupy obszarowe. W roku 2012 było ich jeszcze więcej, dołączyły województwa: śląskie, mazowieckie, łódzkie.

Silnym skoncentrowaniem liczby gospodarstw, zarówno w roku 2007, jak i 2012 charakteryzowały się głównie województwa południowo-wschodniej Polski, w szczególności województwo małopolskim, w których to województwie przeważały gospodarstwa o powierzchni do 5ha.

Rysunek 7. Grupy województw podobnych pod względem współczynnika koncentracji liczby gospodarstw ekologicznych w grupach obszarowych w Polsce, w latach 2007 i 2012

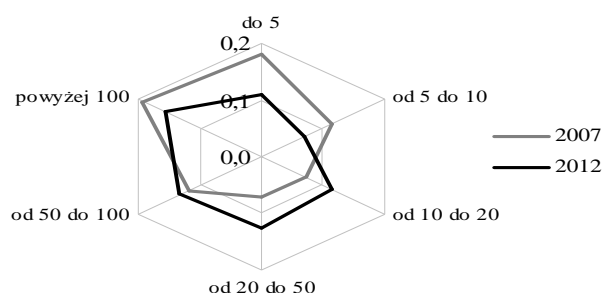


Źródło: opracowanie własne³ na podstawie danych IJHAR-S

Oszacowane wartości współczynników koncentracji w układzie przestrzennym, odpowiednio dla poszczególnych grup obszarowych (Rysunek 8), wskazują, że najrównomierniej rozłożona była w roku 2007 liczba gospodarstw ekologicznych w grupach obszarowych od 10 do 20ha i od 20 do 50ha, a w roku 2012 w grupie obszarowej od 5 do 10 ha.

³ Grupy województw podobnych ustalono odpowiednio (I-biały, II-szary, III-czarny) dodając kolejno od minimum wskaźnika, w badanej grupie obiektów jedną trzecią jego rozstępu

Rysunek 8. Współczynniki koncentracji liczby gospodarstw ekologicznych w układzie przestrzennym w grupach obszarowych w Polsce, w latach 2007 i 2012



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych IJHAR-S

Województwa Polski charakteryzuje różne tempo zmian analizowanej struktury (Tabela 1).

Tabela 1. Zmiany struktury liczby gospodarstw ekologicznych w grupach obszarowych w województwach Polski, w latach 2007-2012 („+”: $v_{t,t+\tau} > \bar{v}$; „- ”: $v_{t,t+\tau} \leq \bar{v}$)

Województwo	$v_{2007,2008}$	$v_{2008,2009}$	$v_{2009,2010}$	$v_{2010,2011}$	$v_{2011,2012}$	\bar{v}
Dolnośląskie	+	-	+	-	-	0,070
Kujawsko-pomorskie	+	+	-	-	-	0,072
Lubelskie	+	+	-	-	+	0,028
Lubuskie	+	-	+	-	-	0,063
Łódzkie	+	-	-	-	-	0,093
Małopolskie	+	+	+	-	-	0,069
Mazowieckie	+	+	-	-	-	0,040
Opolskie	+	+	+	-	-	0,085
Podkarpackie	-	+	+	-	-	0,101
Podlaskie	+	+	-	-	-	0,055
Pomorskie	+	-	+	-	-	0,087
Śląskie	+	-	+	-	-	0,082
Świętokrzyskie	+	-	+	-	-	0,045
Warmińsko-mazurskie	+	+	-	-	-	0,081
Wielkopolskie	+	+	-	-	-	0,073
Zachodniopomorskie	+	-	+	-	-	0,079
Polska	+	-	+	-	-	0,055

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych IJHAR-S

W latach 2007-2012 najbardziej zmieniła się struktura obszarowa gospodarstw w województwach podkarpackim, warmińsko-mazurskim, zachodniopomorskim oraz pomorskim. W województwach tych kierunek zmian

struktury nie pokrywał się z tendencjami ogólnokrajowymi. Najmniejszym z kolei zmianom podlegała analizowana struktura w województwie lubelskim.

Do ustalenia prognoz struktury obszarowej gospodarstw ekologicznych w Polsce wyznaczono, dla ogólnej liczby gospodarstw oraz dla każdej grupy obszarowej modele tendencji rozwojowej, które oszacowano metodą najmniejszych kwadratów (Rysunek 1, Tabela 2). Wielkości współczynników determinacji oceniają stopień dopasowania każdego z modeli do danych empirycznych. Na podstawie oszacowanych modeli tendencji rozwojowej wyznaczono prognozy odpowiednio dla: 2013, 2014 i 2015 roku, ogólnej liczby gospodarstw ekologicznych oraz prognozy surowe dla poszczególnych grup obszarowych gospodarstw, które następnie skorygowano.

Tabela 2. Trendy liczby gospodarstw ekologicznych w grupach obszarowych oraz prognozy wskaźników struktury oraz liczby gospodarstw na lata 2013-2015

Ozn.	Trend	Prognoza					
		Wskaźnik struktury			Liczba		
		2013	2014	2015	2013	2014	2015
Grupy obszarowe Ihał	do 5 $\hat{y} = 589,6 + 2278,4 \ln t$ <small>(563,9) (357,9)</small> $R^2 = 0,853$	0,209	0,200	0,191	5996	6273	6530
	5 - 10 $\hat{y} = 377,6 + 644,9 t$ <small>(151,8) (27,0)</small> $R^2 = 0,988$	0,245	0,246	0,248	7014	7744	8479
	10 - 20 $\hat{y} = -146,1 + 682,8 t$ <small>(350,5) (62,3)</small> $R^2 = 0,945$	0,239	0,243	0,246	6866	7633	8407
	20 - 50 $\hat{y} = -84,3 + 484,5 t$ <small>(205,5) (36,5)</small> $R^2 = 0,962$	0,171	0,173	0,175	4892	5437	5986
	50 - 100 $\hat{y} = -113,0 + 265,3 t$ <small>(121,4) (21,6)</small> $R^2 = 0,956$	0,091	0,092	0,094	2610	2907	3207
	powyżej 100 $\hat{y} = -2,0 + 126,9 t$ <small>(78,4) (13,9)</small> $R^2 = 0,922$	0,045	0,046	0,046	1302	1444	1588

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych IJHAR-S

Wyznaczone funkcje trendów wskazują, że jeżeli tendencje się utrzymają w kolejnych latach, to rocznie będzie najwięcej przybywać gospodarstw o powierzchni od 5 do 20ha. Z kolei udział gospodarstw ekologicznych o powierzchni do 5 ha w ogólnej liczbie gospodarstw będzie z roku na rok spadał.

WNIOSKI

Badania potwierdzają, że województwa Polski są zróżnicowane pod względem struktury obszarowej gospodarstw ekologicznych, która w analizowanych latach zmieniała się. Dostrzegalne są również różnice w zakresie koncentracji między rodzajowymi i przestrzennymi układami liczby gospodarstw w grupach obszarowych, które w latach także ulegały zmianom.

Zmiany w analizowanych procesach miały charakter ciągły, co pozwoliło określić tendencje tych zmian. Predykcja omawianych wielkości wskazuje na ciągły wzrost liczby gospodarstw ekologicznych w każdej rozpatrywanej grupie obszarowej. Prognozowane wskaźniki struktury liczby gospodarstw ekologicznych w najbliższych trzech latach nie powinny ulegać gwałtownym zmianom, aczkolwiek pozytywnym zjawiskiem jest zmniejszający się udział liczby gospodarstw o powierzchni do 5ha.

Zmiany struktury obszarowej gospodarstw ekologicznych są jednym ze wskaźników dostosowywania się tego rodzaju rolnictwa do warunków ekonomicznych.

BIBLIOGRAFIA

- Golinowska M., Janowska-Biernat J. (2006) Rozwój rolnictwa ekologicznego na Dolnym Śląsku. Prace Naukowe AE we Wrocławiu, nr 1118, 244-240
- Komorowska D. (2009) Rozwój produkcji i rynku żywności ekologicznej. Roczniki Naukowe SERiA, t. XI, z. 3, WIEŚ JUTRA, Warszawa, 181
- Kukuła K. (1989) Statystyczna analiza strukturalna i jej zastosowanie w sferze usług produkcyjnych dla rolnictwa. Zeszyty Naukowe AE w Krakowie, Seria specjalna: Monografie, 89, Kraków
- Kukuła K. (1996) Statystyczne metody analizy struktur ekonomicznych. Wydawnictwo Ekonomiczne, Kraków
- Luty L. (2011) Zmiany demograficzne w powiecie wielickim. Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych, Wydawnictwo SGGW, t. XII, nr 2, Warszawa, 241-248
- Luty L. (2012) Dynamika rozwoju rolnictwa ekologicznego w Polsce. Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych, Wydawnictwo SGGW, t. XIII, nr 1, Warszawa, 158 – 166
- Luty L. (2012) Zróżnicowanie województw Polski pod względem struktury obszarowej gospodarstw ekologicznych. Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych, Wydawnictwo SGGW, t. XIII, nr 2, Warszawa, 147 - 158
- Luty L. (2014) Wpływ akcesji Polski do Unii Europejskiej na rozwój rolnictwa ekologicznego. Roczniki Naukowe Ekonomii Rolnictwa i Rozwoju Obszarów, Polska

- Akademia Nauk, Komitet Ekonomii Rolnictwa i Rozwoju Obszarów Wiejskich, t. 101, z. 1, Warszawa, 74-81
- Łuczka-Bakuła W. (2007) Rynek żywności ekologicznej. Wyznaczniki i uwarunkowania rozwoju, PWN, Warszawa, 33-43.
- Małyszem M., Szmidt K. (2003) Rolnictwo ekologiczne w Polsce i krajach Unii Europejskiej. *Więś i Rolnictwo*, nr 4, 59-75
- Nachtman G. Bekąło M. (2011) Wyniki ekonomiczne wybranych ekologicznych produktów rolniczych w latach 2005-2009. Warszawa. IERiGŻ-PIB
- Niewiadomski K. (2007) Aspekty rozwoju rolnictwa ekologicznego w Polsce. *Zagadnienia ekonomiki rolnej*, nr 1, 71-86
- Nowak E. (1981) Prognozowanie struktury zjawisk społeczno-ekonomicznych, *Wiadomości Statystyczne*, nr 4
- Raport o stanie rolnictwa ekologicznego w Polsce w latach 2004-2012, Główny Inspektorat Jakości Handlowej Artykułów Rolno-Spożywczych, Warszawa
- Szyrmer J. (1975) Stopień specjalizacji rolnictwa. *Przegląd Geograficzny*, z. 1
- Zegar J. S. (2008) Gospodarstwa ekologiczne w rolnictwie indywidualnym. *Wiadomości Statystyczne*, nr 8, 49-61

CHANGES OF THE STRUCTURE OF AREA OF THE ORGANIC FARMS IN POLAND IN YEARS 2004-2012

Abstract: Organic farming production methods are part of the concept of sustainable development, therefore it becomes important to study the level of organic farming, its development, regional diversification and the trend and rate of change. The aim of this paper was to present changes to the structure of the area of organic farms in Poland in the years 2004-2012. Used taxonomic meters, allowed to assess the degree and direction of structural changes in the Polish voivodeships. For analyzed additive structures concentration coefficients were estimated. In addition, there is forecast for the structure of area for organic farms for the next three years in Poland.

Keywords: organic farm, dynamics of structures, concentration coefficient

PRÓBA BUDOWY HOMOGENICZNYCH GRUP WOJEWÓDZTW W OBSZARZE LOKALNYCH RYNKÓW NIERUCHOMOŚCI MIESZKANIOWYCH

Łukasz Mach

Katedra Ekonomii, Finansów i Badań Regionalnych
Politechnika Opolska
e-mail: l.mach@po.opole.pl

Streszczenie: W artykule przedstawiono proces badawczy mający na celu utworzenie jednorodnych grup województw, które następnie poddano syntetycznej charakterystyce z punktu widzenia trzech aspektów, tj. wtórnego rynku nieruchomości mieszkaniowych, gospodarki mieszkaniowej oraz zmiennych makroekonomicznych. Proces grupowania województw został przeprowadzony z wykorzystaniem statystycznych narzędzi analizy wielowymiarowej, tj.: analizy skupień oraz analizy czynnikowej. Wykorzystanie wspomnianych narzędzi miało na celu wskazanie zmiennych diagnostycznych istotnie wpływających na kształtowanie się rynku nieruchomości mieszkaniowych. Etapem następującym po wyodrębnieniu grup województw homogenicznych, był krok polegający na ich syntetycznej wielowymiarowej charakterystyce.

Słowa kluczowe: rynek nieruchomości mieszkaniowych, analiza skupień, analiza czynnikowa

WSTĘP

Całościowa analiza porównawcza lokalnych rynków nieruchomości mieszkaniowych jest procesem niezwykle trudnym a w wielu przypadkach wręcz niemożliwym. Wynika to z faktu, że przyjmując powszechnie stosowany podział naszego kraju na województwa, zostaje utworzonych 16 zróżnicowanych obszarów do analizy. W opracowaniach z zakresu rynku nieruchomości mieszkaniowych możemy znaleźć wiele prac opisujących sytuację mieszkaniową w poszczególnych województwach oraz próby ich analizy porównawczej. Natomiast znacznie uboższa jest literatura z zakresu całościowej analizy lokalnych rynków

nieruchomości mieszkaniowych z uwzględnieniem rynków względnie jednorodnych.

Mając na uwadze ciągły rozwój oraz dopełnienie stanu wiedzy w obszarze rynków nieruchomości mieszkaniowych w niniejszym artykule podjęto próbę utworzenia homogenicznych grup województw, które następnie poddano krótkiej charakterystyce. Dokonując grupowania województw w grupy jednorodne, w pierwszej kolejności zdefiniowano zmienne diagnostyczne istotnie wpływające na cenę metra kwadratowego nieruchomości. W procesie wyboru zmiennych diagnostycznych istotnie wpływających na cenę mieszkania, wykorzystano narzędzia statystycznej analizy danych, takie jak analiza czynnikowa oraz analiza regresji wielorakiej. Następnie bazując na otrzymanych zmiennych, zastosowano analizę skupień do utworzenia trzech względnie jednorodnych grup województw. Ostatni etap badawczy polegał na przedstawieniu syntetycznej charakterystyki utworzonych grup z punktu widzenia cech wpływających na rozwój rynku nieruchomości mieszkaniowych.

PROCES GRUPOWANIA WOJEWÓDZTW W GRUPY JEDNORODNE

Ważnym aspektem w procesie grupowania województw z wykorzystaniem analizy skupień jest poprawny sposób wyboru zmiennych dyskryminujących, wykorzystywanych do utworzenia grup województw homogenicznych. W artykule przyjęto założenie, że w zbiorze zmiennych grupujących poszczególne województwa będą uwzględnione zmienne o charakterze makroekonomicznym, które istotnie wpływają na kształtowanie się ceny metra kwadratowego nieruchomości. Identyfikacji kluczowych zmiennych grupujących w wymiarze ekonomicznym dokonano z wykorzystaniem analizy czynnikowej. Podstawę przeprowadzania analizy czynnikowej stanowiła macierz obserwacji o wymiarach 16 województw na 18 wstępnie dobranych zmiennych opisujących rozwój regionów.

Propozycja zmiennych diagnostycznych przedstawia się następująco:¹

- X₁ – nowe podmioty gospodarki narodowej na 1000 ludności,
- X₂ – podmioty gospodarki narodowej wyrejestrowane na 1000 ludności,
- X₃ – liczba mikro przedsiębiorstw na 10000 ludności,
- X₄ – liczba przedsiębiorstw małych na 10000 ludności,
- X₅ – liczba przedsiębiorstw średnich na 10000 ludności,
- X₆ – liczba przedsiębiorstw dużych na 10000 ludności,
- X₇ – PKB na 1 mieszkańca,
- X₈ – przeciętne miesięczne wynagrodzenie brutto,
- X₉ – przeciętna emerytura z pozarolniczego systemu ubezpieczeń społecznych,

¹ Dane pozyskano z bazy danych GUS (dane za rok 2012)

- X₁₀ – sprzedaż detaliczna na jednego mieszkańca,
- X₁₁ – przeciętne miesięczne wydatki na 1 osobę na użytkowanie mieszkania,
- X₁₂ – przeciętne miesięczne wydatki na 1 osobę na wyposażenie mieszkania,
- X₁₃ – przeciętny miesięczny dochód na osobę w gospodarstwie domowym,
- X₁₄ – izby w mieszkaniach na 1000 ludności,
- X₁₅ – przeciętna powierzchnia użytkowa jednego mieszkania,
- X₁₆ – mieszkania na 1000 ludności,
- X₁₇ – mieszkania na 1000 zawartych małżeństw,
- X₁₈ – mieszkania nowe w nowych budynkach mieszkalnych (oddanych do użytkowania w całości lub w poszczególnych częściach) i niemieszkalnych na 1000 ludności.

Realizacja oraz założenie poprawności obliczeniowej procesu badawczego zostały opisane we wcześniejszej pracy badawczej autora [Mach 2012], w której wyodrębniono zmienne diagnostyczne istotnie wpływające na kształtowanie się ceny metra kwadratowego nieruchomości mieszkaniowych. Ostatecznie determinantami istotnie kształtującymi cenę metra kwadratowego nieruchomości mieszkaniowych okazały się zmienne, tj.:

- X₃ – liczba mikro przedsiębiorstw na 10000 ludności,
- X₄ – liczba przedsiębiorstw małych na 10000 ludności,
- X₅ – liczba przedsiębiorstw średnich na 10000 ludności,
- X₆ – liczba przedsiębiorstw dużych na 10000 ludności,
- X₇ – PKB na 1 mieszkańca,
- X₈ – przeciętne miesięczne wynagrodzenie brutto,
- X₁₀ – sprzedaż detaliczna na jednego mieszkańca,
- X₁₁ – przeciętne miesięczne wydatki na 1 osobę na użytkowanie mieszkania,
- X₁₃ – przeciętny miesięczny dochód na osobę w gospodarstwie domowym.

Tak zdefiniowane zmienne, posłużyły jako zmienne wejściowe do zastosowania analizy skupień mającej na celu klasyfikację województw Polski w grupy województw jednorodnych. Stosując analizę skupień, wykorzystano jako metodę aglomeracji algorytm Warda, natomiast zastosowaną miarą odległości była odległość euklidesowa. Wymagania merytoryczne stosowania analizy skupień oraz jej zapis formalny można znaleźć w pracach [Aczel 2000; Panek 2009; Witkowska 2002].

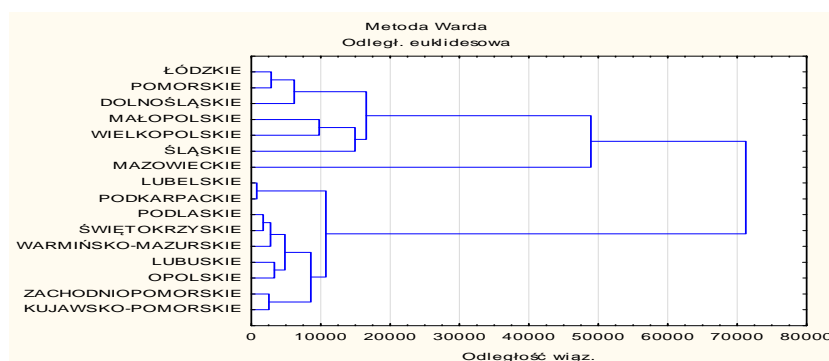
Na Rysunku 1 przedstawiono diagram drzewa otrzymany po zastosowaniu analizy skupień, w oparciu o który zdefiniowano trzy jednorodne grupy województw. Grupy te na potrzeby artykułu oznaczono jako:

- Grupa 3 – województwa cechujące się małymi lokalnymi rynkami nieruchomości;

- Grupa 2 – województwa cechujące się średnimi oraz dużymi lokalnymi rynkami nieruchomości;
- Grupa 1 – województwa kluczowe w obszarze rozwoju rynku nieruchomości mieszkaniowych.

Do grupy trzeciej zakwalifikowano województwa: lubelskie, podkarpackie, podlaskie, świętokrzyskie, warmińsko-mazurskie, lubuskie, opolskie, zachodnio-pomorskie, kujawsko-pomorskie. Do grupy drugiej zakwalifikowano województwa: łódzkie, pomorskie, dolnośląskie, małopolskie, wielkopolskie, śląskie. Natomiast do grupy pierwszej zaliczono tylko jedno województwo, jakim jest województwo mazowieckie.

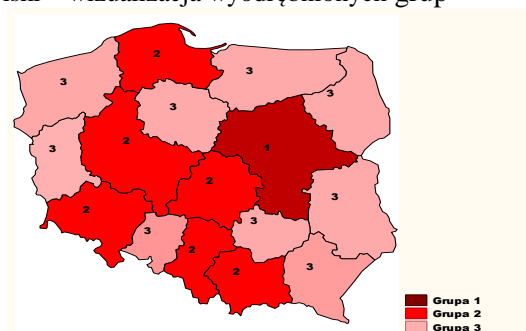
Rysunek 1. Diagram drzewa otrzymany po zastosowaniu analizy skupień



Źródło: obliczenia własne z wykorzystaniem programu Statistica firmy Statsoft

Dla pełniejszego przedstawienia utworzonych grup na Rysunku 2 przedstawiono mapę Polski z wyszczególnieniem poszczególnych województw, w której przypisany numer identyfikuje utworzoną grupę. Z Rysunku 2 możemy zauważyć, że sześć na siedem województw sąsiadujących z silnym ekonomicznie województwem mazowieckim, zostało zakwalifikowanych do grupy województw o najsłabszym poziomie rozwoju. Uogólniając można postawić tezę, iż województwo mazowieckie z uwagi na swoje atuty administracyjne absorbuje kapitał ekonomiczny w obszarze Polski wschodniej. Podobną tezę można postawić w przypadku województwa opolskiego, gdyż jego lokalizacja pomiędzy ekonomicznie silnymi województwami, powoduje jego mniejszą atrakcyjność względem województw sąsiednich.

Rysunek 2. Mapa Polski – wizualizacja wyodrębnionych grup



Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem programu Statistica firmy Statsoft

Do grupy trzeciej zostało zakwalifikowanych 9 województw. Najmniejszym województwem jest województwo opolskie, natomiast największym województwo lubelskie². Do grupy drugiej zostało zakwalifikowanych 6 województw. Najmniejszym województwem jest województwo pomorskie, natomiast największym województwo śląskie³. Natomiast do grupy pierwszej po zastosowaniu analizy skupień, zostało zakwalifikowane tylko jedno województwo, tj. województwo mazowieckie.

CHARAKTERYSTYKA ZMIENNYCH WPLYWAJĄCYCH NA GOSPODARKĘ MIESZKANIOWĄ

Pierwszym aspektem poddanym charakterystyce w utworzonych grupach województw były zmienne z obszaru gospodarki mieszkaniowej wpływające na sytuację na rynku nieruchomości mieszkaniowych. W tabeli 1 zostały przedstawione zmienne charakteryzujące wyodrębnione grupy oraz ich wartości.

Tabela 1. Zmienne charakteryzujące gospodarkę mieszkaniową w wyróżnionych grupach województw

Zmienne charakteryzujące gospodarkę mieszkaniową	Grupa 3	Grupa 2	Grupa 1
izby w mieszkaniach na 1000 ludności [izba]	13,16	15,20	19,80
przeciętna powierzchnia użytkowa 1 mieszkania [m ²]	64,78	62,67	47,00
mieszkania na 1000 zawartych małżeństw [mieszk.]	549,78	651,50	913,00
mieszkania nowe w nowych budynkach mieszkalnych (oddanych do użytkowania w całości lub w poszczególnych częściach) i niemieszkalnych na 1000 ludności [mieszk.]	2,82	3,45	4,63

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z GUS

² uwzględniając liczbę ludności faktycznie zamieszkującą dane województwo (stan 31.12.2012 r.)

³ uwzględniając liczbę ludności faktycznie zamieszkującą dane województwo (stan 31.12.2012 r.)

Na uwagę zasługuje fakt, że przeciętna użytkowa powierzchnia mieszkania na jednego mieszkańca jest największa w województwach należących do grupy trzeciej, natomiast najmniejsza w województwie należącym do grupy pierwszej. Kształtowanie się tej zależności jest niewątpliwie powiązane z ceną metra kwadratowego nieruchomości oraz siłą nabywczą społeczeństwa. Potencjał województwa mazowieckiego potwierdza również statystyka pokazująca mieszkania nowe w nowych budynkach mieszkalnych (oddanych do użytkowania w całości lub w poszczególnych częściach) i niemieszkalnych na 1000 ludności (por. tabela 1). Grupa pierwsza (województwo mazowieckie) mimo najwyższych cen ofertowych oraz transakcyjnych ma najwięcej nowych mieszkań w budynkach mieszkalnych oraz niemieszkalnych na 1000 ludności.

CHARAKTERYSTYKA WTÓRNEGO RYNKU NIERUCHOMOŚCI MIESZKANIOWYCH W POSZCZEGÓLNYCH GRUPACH HOMOGENICZNYCH

Charakterystyka wtórnego rynku nieruchomości mieszkaniowych została przeprowadzona głównie na podstawie danych umieszczonych w raporcie rocznym dotyczącym rynku nieruchomości mieszkaniowych cyklicznie publikowanym przez Narodowy Bank Polski⁴ oraz na podstawie badań własnych.

Dokonując krótkiej charakterystyki wtórnego rynku nieruchomości mieszkaniowych, należących do grupy trzeciej możemy stwierdzić, że:

- najniższa cena za metr kwadratowy nieruchomości wynosiła 2174 zł, natomiast najwyższa 6527 zł;
- 72% zasobów mieszkaniowych cechowało się budynkami do 5 kondygnacji;
- 74% mieszkań było 2 lub 3 pokojowych;
- 80% mieszkań miało kuchnie widną;

Charakteryzując drugą grupę zasobu mieszkaniowego z wtórnego rynku nieruchomości możemy stwierdzić, że:

- najniższa cena za metr kwadratowy nieruchomości wynosiła 2500 zł, natomiast najwyższa 12068 zł;
- 72% zasobów mieszkaniowych cechowało się budynkami do 5 kondygnacji;
- 77,5% mieszkań było 2 lub 3 pokojowych;
- 70% mieszkań miało kuchnie widną;
- 34% mieszkań znajdowało się w zasobach wybudowanych w technologii prefabrykowanej.

Natomiast dokonując charakterystyki wtórnego rynku nieruchomości mieszkaniowych w grupie pierwszej możemy zauważyć, że:

⁴ Raport o sytuacji na rynku nieruchomości mieszkaniowych i komercyjnych w Polsce w 2012, Narodowy Bank Polski

- w pierwszej grupie województw, najniższa cena za metr kwadratowy nieruchomości wynosiła 3401 zł, natomiast najwyższa 15000 zł⁵;
- 54 % zasobów mieszkaniowych cechowało się budynkami do 5 kondygnacji;
- 75,6% mieszkań było 2 lub 3 pokojowych;
- 60% mieszkań miało kuchnie widną;
- 25% mieszkań znajdowało się w zasobach wybudowanych w technologii prefabrykowanej.

Podsumowując zaprezentowaną syntetyczną charakterystykę możemy zauważyć, że na rynku transakcyjnym województwo mazowieckie ma w swoich zasobach mieszkaniowych najmniejszy udział budynków do 5 kondygnacji. Drugą charakterystyką różnicującą poszczególne grupy jest wyposażenie mieszkań w kuchnię widną⁶. Atrybut kuchnia widna w mieszkaniu, w większości przypadków determinuje stary zasób mieszkaniowy, natomiast atrybut kuchni typu aneks w większości przypadków determinuje nowy zasób mieszkaniowy.

CHARAKTERYSTYKA ZMIENNYCH EKONOMICZNYCH W WYODRĘBNIONYCH GRUPACH WOJEWÓDZTW

Kolejnym aspektem poddanym charakterystyce w wyodrębnionych grupach województw są zmienne ekonomiczne. Średnie wartości dla poszczególnych grup województw przedstawiono w Tabeli 2.

Tabela. 2. Zmienne ekonomiczne dotyczące rynku nieruchomości mieszkaniowych w poszczególnych grupach województw jednorodnych

Zmienne ekonomiczne	Grupa 3	Grupa 2	Grupa 1
liczba mikro przedsiębiorstw na 10.000 ludności [jed. gosp.]	848	989	1227
liczba przedsiębiorstw małych na 10.000 ludności [jed. gosp.]	54	141	263
liczba przedsiębiorstw średnich na 10.000 ludności [jed. gosp.]	6	7	9
liczba przedsiębiorstw dużych na 10.000 ludności [jed. gosp.]	0,94	1,21	2,13
PKB na 1 mieszkańca [zł]	27404	35038	56383
przeciętne miesięczne wynagrodzenie [zł]	3143,47	3468,79	4504,66
sprzedaż detaliczna na 1 mieszkańca [zł]	9487,56	14517,33	35453,00
przeciętne miesięczne wydatki na 1 osobę za użytkowanie mieszkania [zł]	178,90	203,75	243,51
przeciętny dochód na osobę w gospodarstwie domowym [zł]	1081,43	1177,12	1601,97

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z GUS

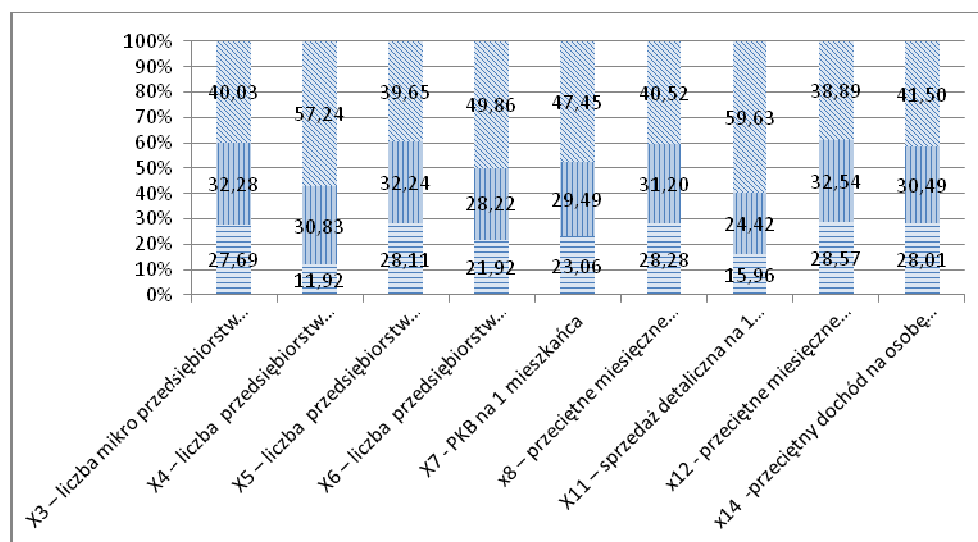
⁵ wartość maksymalna wynika z przyjętego założenia o obserwacjach nietypowych

⁶ możliwe atrybuty mieszkań wyposażonych w kuchnię to kuchnia widna, ciemna lub aneks

Poddając analizie średnie wartości otrzymane dla poszczególnych grup województw możemy postawić tezę, iż najsłabiej rozwiniętą grupą województw są województwa z grupy trzeciej. Poddając analizie średnią liczbę przedsiębiorstw na 10.000 ludności, w wyodrębnionych grupach, możemy zauważyć że najkorzystniejszym wskaźnikiem cechuje się grupa pierwsza. Również najwyższe w grupie pierwszej jest przeciętne miesięczne wynagrodzenie brutto, wynoszące ponad 4500 zł. W grupie drugiej oraz trzeciej przeciętne miesięczne wynagrodzenie brutto wynosi odpowiednio 3468,78 zł oraz 3143,47 zł.

Na Rysunku 3, zostały przedstawione udziały procentowe kształtowania się badanych zmiennych makroekonomicznych. Przedstawione udziały procentowe potwierdzają ekonomiczną dominację województwa mazowieckiego (grupa 1).

Rysunek 3. Procentowe udziały kształtowania się zmiennych ekonomicznych dla poszczególnych grup województw



Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z GUS

PODSUMOWANIE

Celem artykułu było wyodrębnienie względnie jednorodnych grup województw w obszarze rynku nieruchomości mieszkaniowych oraz przeprowadzenie ich wieloaspektowej charakterystyki. Wieloaspektowość charakterystyki polegała na zaprezentowaniu syntetycznego opisu utworzonych grup z punktu widzenia wtórnego rynku nieruchomości mieszkaniowych oraz z punktu widzenia kształtowania się wartości zmiennych charakteryzujących gospodarkę mieszkaniową jak i zmiennych ekonomicznych mających wpływ na wartościowanie rynku nieruchomości mieszkaniowych.

W celu poprawnego przeprowadzania procesu grupowania województw w zbiory homogeniczne, w pierwszej kolejności wyselekcjonowano zmienne istotnie wpływające na cenę metra kwadratowego nieruchomości. Następnie zastosowano te zmienne wykorzystując wielowymiarową statystyczną analizę danych, tj. analizę skupień do utworzenia trzech grup województw homogenicznych.

Grupę trzecią reprezentują województwa: lubelskie, podkarpackie, podlaskie, świętokrzyskie, warmińsko-mazurskie, lubuskie, opolskie, zachodnio-pomorskie, kujawsko-pomorskie. Grupę drugą stanowią województwa: łódzkie, pomorskie, dolnośląskie, małopolskie, wielkopolskie, śląskie. Natomiast do grupy pierwszej zaliczono tylko jedno województwo - mazowieckie

BIBLIOGRAFIA

- Aczel A. D. (2000) Statystyka w zarządzaniu, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, str. 849-916.
- Mach Ł.(2012) Determinanty ekonomiczno-gospodarcze oraz ich wpływ na rozwój rynku nieruchomości mieszkaniowych, *Ekonometria* 3(38)/2012 pod redakcją Józefa Dziechciarza, Wrocław, str. 106-116.
- Raport o sytuacji na rynku nieruchomości mieszkaniowych i komercyjnych w Polsce w 2012, Narodowy Bank Polski, Warszawa, 2013
- Panek T. (2009) Statystyczne metody wielowymiarowej analizy porównawczej, Wydawnictwo Szkoły Głównej Handlowej w Warszawie, Warszawa, str.105-169.
- Witkowska, D. (2002) Sztuczne sieci neuronowe i metody statystyczne, Wydawnictwo C. H. Beck, ISBN, Warszawa, str.80-90.

THE ATTEMPT TO CREATE HOMOGENEOUS GROUPS OF PROVINCES IN THE RESIDENTIAL REAL ESTATE MARKET

Abstract: This paper presents the research process aimed at creating homogeneous groups of provinces in the residential real estate market and their multifaceted analysis. The process of formation of the relatively homogeneous groups of provinces was conducted using a multivariate statistical analysis tools, such as cluster analysis and factor analysis. The use of these tools to identify diagnostic variables significantly influencing the residential real estate market. Stage following the separation of homogeneous groups of provinces, was the step of the synthetic analysis and multidimensional characteristics.

Keywords: residential real estate market, cluster analysis, factor analysis

ANALIZA DYNAMIKI ZMIAN NA RYNKU TRANSAKCJI KUPNA-SPRZEDAŻY NIERUCHOMOŚCI W POLSCE

Agnieszka Mazur-Dudzińska
Katedra Zarządzania, Politechnika Łódzka
e-mail: agnieszka.mazur@p.lodz.pl

Streszczenie: Po okresie dość intensywnego rozwoju rynku nieruchomości w Polsce, liczba i wartość zawartych na tym rynku transakcji zaczęły spadać. W roku 2009 liczba zawartych transakcji była mniejsza o 32% niż w roku 2007. O tyle samo spadła również wartość wszystkich zawartych transakcji w roku 2009 w stosunku do roku poprzedniego. Jednak po roku 2009 sytuacja zaczęła się powoli poprawiać, na co wskazują dodatnie wskaźniki dynamiki badanych zjawisk. Celem artykułu jest analiza dynamiki ilości i wartości transakcji kupna-sprzedaży różnych rodzajów nieruchomości w Polsce w latach 2006-2012.

Słowa kluczowe: rynek nieruchomości, transakcje kupna-sprzedaży nieruchomości, dynamika zmian na rynku nieruchomości

WPROWADZENIE

W literaturze można znaleźć wiele definicji rynku nieruchomości. Według jednej z nich rynek nieruchomości to ogół stosunków wymiany i stosunków równoległych zachodzących pomiędzy uczestnikami rynku, którzy tworzą popyt i podaż nieruchomości. Przez stosunki wymiany należy rozumieć ujawnienie zamierzeń kupna i sprzedaży lub najmu czy dzierżawy przez różne podmioty, wynajmowanie i wydzierżawianie różnych nieruchomości, konfrontacje zamierzeń, a także mechanizm przetargowy, obejmujący procesy negocjacyjne. Równoległość stosunków polega na tym, że konfrontacja zamiarów zachodzi zarówno między tworzącymi popyt na nieruchomości, jak i między tworzącymi podaż [Kucharska-Stasiak 2006]. Rynek nieruchomości jest rynkiem specyficznym, ponieważ sprzedaż nie dotyczy fizycznie samej nieruchomości, ale przeniesienia na kupującego prawa władania tą nieruchomością. Na rynku tym towarem są prawa

do nieruchomości. Specyfika rynku nieruchomości przejawia się również w takich cechach jak [Belniak 2001, Bryx 2006]:

- niedoskonałość,
- lokalny charakter,
- mała elastyczność popytu i podaży,
- niska efektywność
- duży zakres interwencji państwa,
- wymóg fachowej obsługi.

Większość najbardziej typowych cech rynku nieruchomości czyli niedoskonałość, mała elastyczność cenowa i niska efektywność wynika z relacji, jakie występują na tym rynku między popytem, podażą i ceną. Cechą charakterystyczną zarówno popytu, jak i podaży nieruchomości jest powolna reakcja na ceny. Na rynku nieruchomości zawsze występuje nadwyżka popytu lub podaży, bowiem podaż w krótkim okresie czasu jest stała.

Czynnikami przyczyniającymi się do stabilizacji podaży mogą być: długi czas wytwarzania obiektów budowlanych i wysokie koszty inwestycji (dotyczy podaży nowobudowanych obiektów), nieodnawialność zasobów ziemi (dotyczy podaży gruntów), długoletnie umowy najmu i dość wysokie koszty przeprowadzki do nowych pomieszczeń (dotyczy nieruchomości wynajmowanych).

Podobnie jak podaż, popyt na rynku nieruchomości też jest mało elastyczny cenowo, czyli wolno reaguje na ceny. Przede wszystkim wynika to z małej substytucyjności nieruchomości. Nie istnieje dobro substytucyjne dla nieruchomości, a poza tym nieruchomości, ze względu na stałość w miejscu, nie stanowią łatwych substytutów dla siebie. Specyfika popytu na nieruchomości związana jest też z relatywnie (w porównaniu do innych dóbr) wysoką ceną nieruchomości, co jest ograniczeniem dla potencjalnych nabywców.

Charakterystyczne są również transakcje rynkowe dotyczące nieruchomości, które cechuje [Śliwiński 2000]:

- jednostkowy charakter (wysoka wartość transakcji wymusza ich dokładne przygotowanie, zapewniające bezpieczeństwo obu stronom),
- wysokie koszty transakcji,
- brak równorzędnego dostępu obu stron do informacji dotyczącej przedmiotu transakcji (na niekorzyść kupującego),
- rozłożenie płatności w czasie (ze względu na wysoką wartość transakcji nie często stosowana jest zasada natychmiastowej płatności),
- złożoność, która wynika z wymogu objęcia transakcji umową.

Rynek nieruchomości oraz stopień jego rozwoju opisywane są przez takie charakterystyki ilościowe, jak: wielkość, która jest sumą wartości wszystkich transakcji kupna-sprzedaży nieruchomości zawartych w skali roku (lub mniejszej jednostki czasu) w ramach przyjętego obszaru oraz zakres rynku, który oznacza

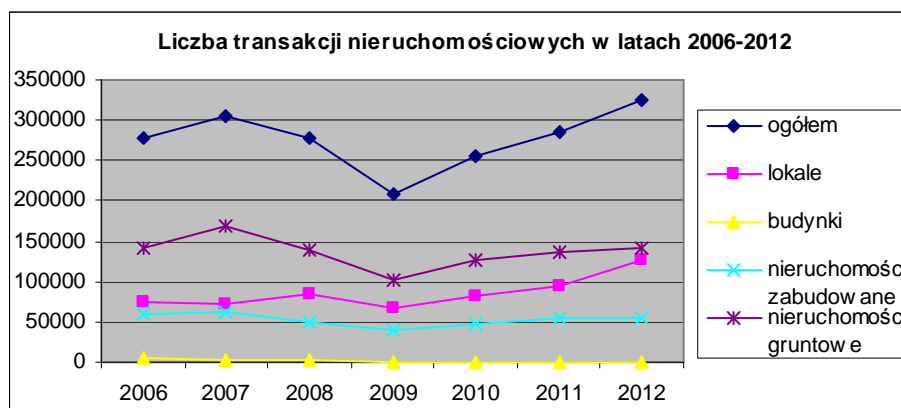
łącną liczbę zawartych transakcji kupna-sprzedaży w ramach ustalonej jednostki przestrzenno-administracyjnej [Kałkowski i in. 2003].

Celem artykułu jest analiza dynamiki¹ ilości i wartości transakcji kupna-sprzedaży różnych rodzajów nieruchomości w Polsce w latach 2006-2012.

TRANSAKCJE KUPNA-SPRZEDAŻY NIERUCHOMOŚCI W POLSCE W LATACH 2006-2012

Jak widać na wykresie (rys. 1), liczba transakcji na rynku nieruchomości w Polsce zaczęła spadać po roku 2007, w którym wynosiła 306085, by w roku 2009 osiągnąć poziom 208190 (spadek o 32% w stosunku do roku 2007). W kolejnych latach (2009-2012) w Polsce przeprowadzano coraz to więcej transakcji kupna-sprzedaży nieruchomości. Z roku na rok ich liczba wzrastała średnio o 16%, a w roku 2012 wyniosła 324133.

Rysunek 1. Liczba transakcji na rynku nieruchomości w Polsce w latach 2006-2012



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS (www.stat.gov.pl)

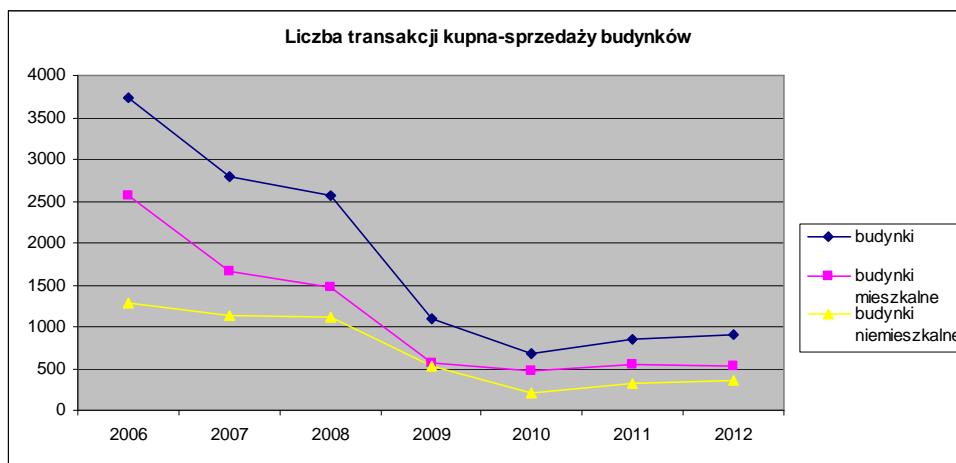
Analizując liczbę transakcji dla poszczególnych rodzajów nieruchomości w kolejnych latach, można zauważyć różnice w tendencjach zmian. W przypadku lokali liczba transakcji wzrosła o 18% w 2008 roku w stosunku do roku poprzedniego, by jednak wyraźnie spaść w 2009 roku (o 22%). Taka sytuacja miała również miejsce w przypadku części nieruchomości gruntowych (gruntów leśnych oraz zadrzewionych i zakrzewionych), dla których liczba transakcji w roku 2008 była większa o 20% niż w roku 2007, a w ciągu następnego roku spadła o 27%.

¹ O zastosowaniu metod statystycznych na rynku nieruchomości pisze między innymi Gawron H. (2013). Praktyczne wykorzystanie tych metod na rynku nieruchomości można znaleźć między innymi w pracach: Forys F. (2011), Kowalczyk P. (2011), Trojanowski D. (2011), Grabowski T.K. (2012), Urban S., Kowalska A. (2014).

W odróżnieniu od ogólnej tendencji wzrostu liczby transakcji na rynku nieruchomości po roku 2009, liczba transakcji dotyczących niektórych rodzajów nieruchomości spadła jeszcze w roku 2010. Dla lokali niemieszkalnych i gruntów leśnych oraz zadrzewionych i zakrzewionych zaobserwowano wtedy nieduże - odpowiednio pięcioprocentowy i trzyprocentowy, spadki liczby transakcji (w stosunku do roku poprzedniego). Natomiast dla budynków ogółem liczba transakcji spadła w tym okresie o 39%, a dla budynków niemieszkalnych nawet o 62% (rys. 2).

Na rysunku 2 przedstawiono dynamikę zmian ilości transakcji dotyczących budynków (w tej grupie nieruchomości wyróżnia się budynki mieszkalne i budynki niemieszkalne). Liczba transakcji kupna-sprzedaży budynków charakteryzuje się ujemnym przeciętnym tempem zmian w latach 2006-2012, wynoszącym - 21%.

Rysunek 2. Liczba transakcji kupna-sprzedaży budynków w Polsce w latach 2006-2012

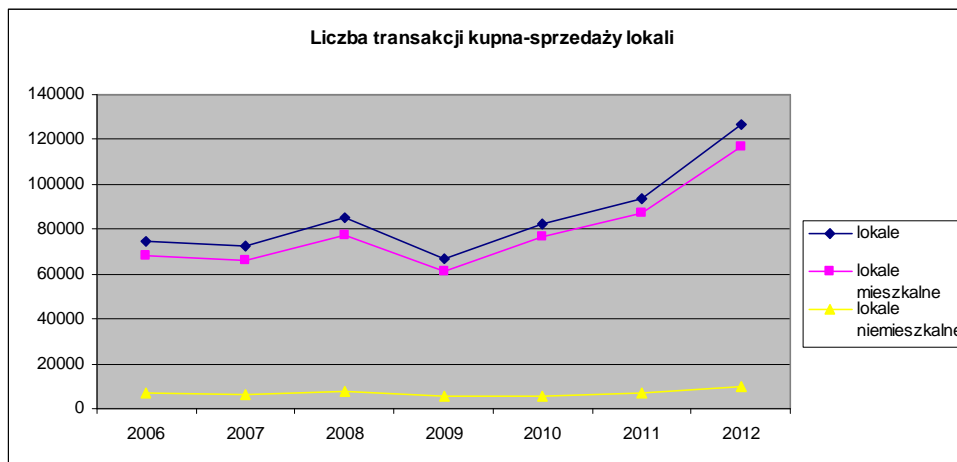


Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS (www.stat.gov.pl)

W spadkowym okresie 2006-2010 średnio, w kolejnych latach kupowano/sprzedawano w Polsce o 35% mniej budynków. Natomiast średnioroczne tempo wzrostu liczby transakcji po roku 2010 wynosiło tylko 16%.

Spośród pozostałych rodzajów nieruchomości największym średniorocznym tempem wzrostu (24% w okresie 2010-2012) charakteryzują się lokale (rys. 3). Jak widać na rysunku 3, na rynku lokali ponad 90% stanowią transakcje dotyczące lokali mieszkalnych. Natomiast liczba transakcji dotyczących nieruchomości zabudowanych i liczba transakcji dotyczących nieruchomości gruntowych po roku 2010 rosły średnio w kolejnych latach o 12% (na rysunku 4 przedstawiono liczbę transakcji dla nieruchomości gruntowych). Dla tych dwóch grup nieruchomości średnioroczne tempo spadku liczby transakcji (w okresie 2007-2009) wynosiło odpowiednio -21% i -23%.

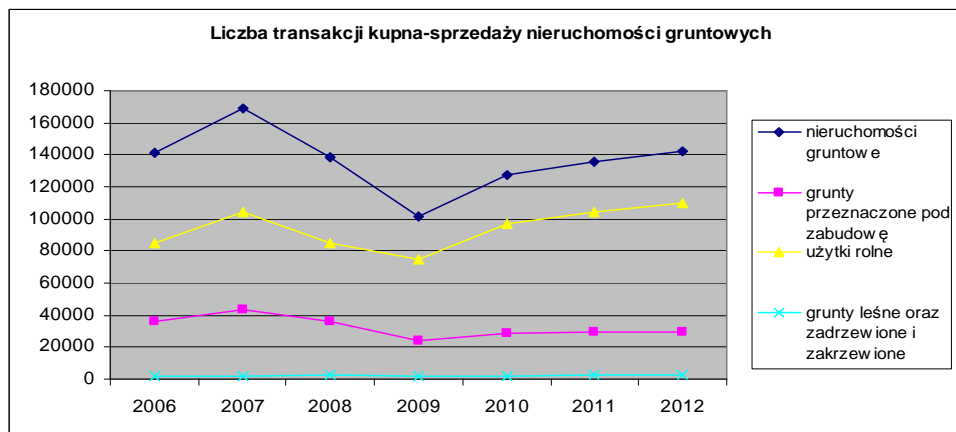
Rysunek 3. Liczba transakcji kupna-sprzedaży lokali* w Polsce w latach 2006-2012



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS (www.stat.gov.pl)

* w grupie nieruchomości lokalowych wyróżnia się lokale mieszkalne i lokale niemieszkalne

Rysunek 4. Liczba transakcji kupna-sprzedaży nieruchomości gruntowych w Polsce w latach 2006-2012



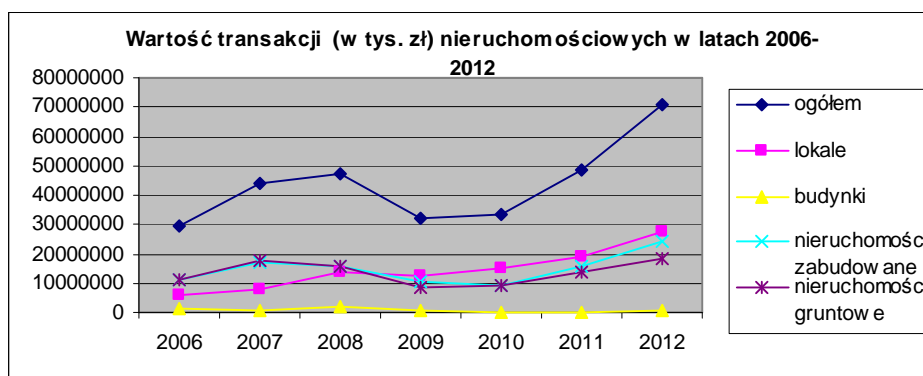
Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS (www.stat.gov.pl)

* w grupie nieruchomości gruntowych wyróżnia się grunty przeznaczone pod zabudowę, użytki rolne, grunty leśne oraz zadrzewione i zakrzewione

Obserwując tendencje zmian wartości transakcji kupna-sprzedaży nieruchomości w Polsce w latach 2006-2012 (rys. 5), można zauważyć że tendencja wzrostowa utrzymywała się od roku 2006 do 2008. Następnie w 2009 roku wartość transakcji spadła o 32% w stosunku do roku poprzedniego. Po

nieznacznym - około pięcioprocentowym, wzroście wartości transakcji w roku 2010, później można zaobserwować już silną tendencję wzrostową, aż do roku 2012, w którym wartość wszystkich transakcji na rynku nieruchomości wyniosła w Polsce 71051,5 mln zł (co oznacza wzrost o prawie 112% w stosunku do roku 2010).

Rysunek 5. Wartość transakcji (w tys. zł.) na rynku nieruchomości w Polsce (2006-2012)

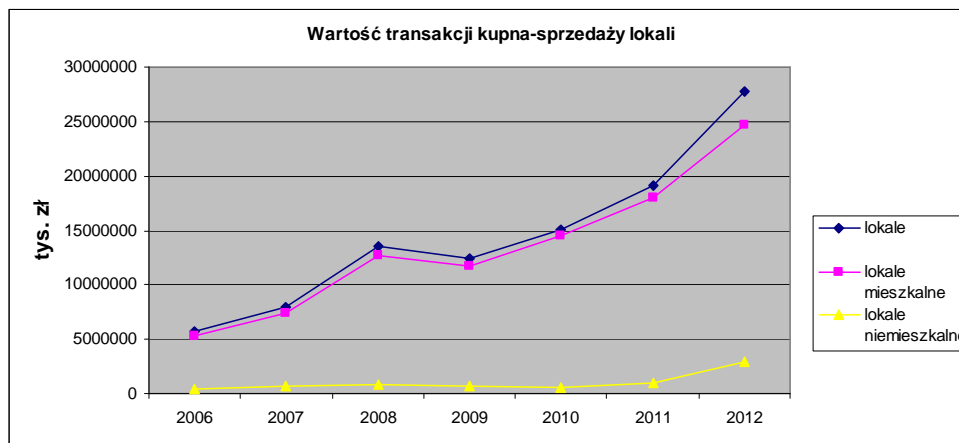


Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS (www.stat.gov.pl)

Jak widać na Rysunku 5, nieruchomości zabudowane i nieruchomości gruntowe charakteryzują się spadkiem wartości transakcji w roku 2008 w stosunku do roku poprzedniego. W grupie nieruchomości zabudowanych w 2008 roku zmalała wartość nieruchomości zabudowanych pozostałych o 23%, a w grupie nieruchomości gruntowych – użytków rolnych o 5%. Podobnie, jak w przypadku liczby transakcji, wartość transakcji kupna-sprzedaży niektórych typów nieruchomości (np. budynki, lokale niemieszkalne, część nieruchomości gruntowych) spadła w 2010 roku (w stosunku do roku 2009) i dopiero po tym roku utrzymywała się tendencja wzrostowa.

Największym przeciętnym tempem wzrostu wartości transakcji (30% rocznie) charakteryzują się lokale (rys. 6), a ujemne przeciętne tempo zmian wartości transakcji (-15% rocznie) zaobserwowano, podobnie jak w przypadku liczby transakcji, dla budynków (rys. 7). Na rysunku 6 widać, że w całym badanym okresie niewielki spadek wartości lokali ogółem i lokali mieszkalnych nastąpił tylko w roku 2009 (o 8% i 9%). Duży wzrost wartości lokali niemieszkalnych nastąpił w roku 2012 – o 203% w stosunku do roku poprzedniego. Wartość wszystkich lokali w roku 2006 wyniosła 5781,7 mln zł., a w roku 2012 aż 27750,5 mln zł.

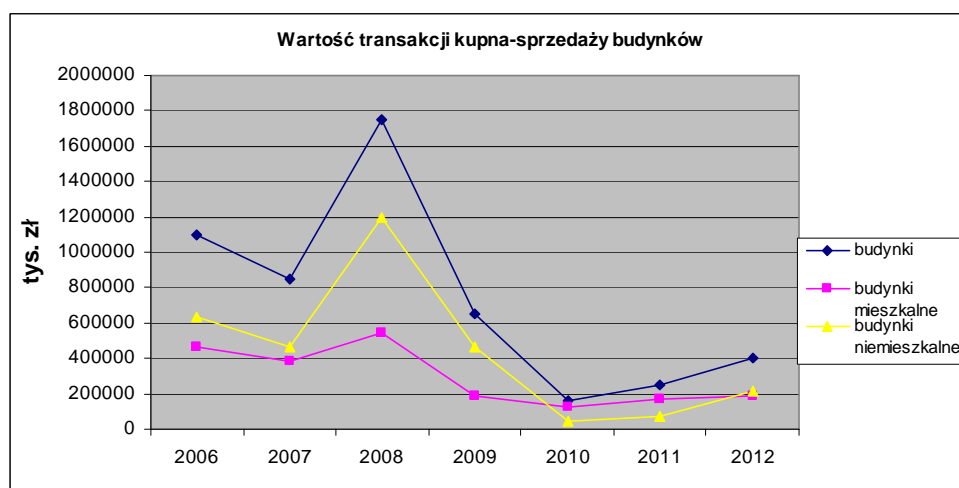
Rysunek 6. Wartość transakcji (w tys. zł.) kupna-sprzedaży lokali w Polsce (2006-2012)



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS (www.stat.gov.pl)

Wartość budynków (rys. 7) spadła w Polsce w roku 2007, a następnie w ciągu następnego roku wzrosła o 105%. Po roku 2008 widać duży spadek wartości wszystkich budynków aż do roku 2010. Średnioroczne tempo spadku w tym okresie wynosi -69%. W roku 2011 i 2012 zanotowano wzrost wartości budynków mieszkalnych i niemieszkalnych odpowiednio o 50% i 64%. Większe zmiany wartości można zaobserwować w przypadku budynków niemieszkalnych, których wartość spadła w 2010 roku aż o 91% w stosunku do roku poprzedniego, natomiast w roku 2012 wzrosła o 185% w stosunku do roku 2011.

Rysunek 7. Wartość transakcji (w tys. zł.) kupna-sprzedaży budynków w Polsce (2006-2012)



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS (www.stat.gov.pl)

Wartość transakcji dotyczących wszystkich nieruchomości zabudowanych od roku 2007 do 2010 przeciętnie malała o 19% rocznie. Natomiast przeciętne roczne tempo spadku wartości wszystkich nieruchomości gruntowych od 2007 do 2009 roku wyniosło -32%. Po roku 2010 wartość transakcji dotyczących nieruchomości zabudowanych przeciętnie z roku na rok (do 2012) rosła o 63%, natomiast wartość transakcji kupna-sprzedaży nieruchomości gruntowych rosła już po roku 2009, jednak wolniej – przeciętnie o 30% rocznie.

W tabeli 1 przedstawione zostały wskaźniki wzrostu liczby i wartości transakcji kupna-sprzedaży poszczególnych typów nieruchomości w roku 2012 w Polsce w stosunku do roku 2009 lub 2010 (w zależności od tego, kiedy nastąpiła tendencja wzrostowa).

Tabela 1. Wskaźniki wzrostu liczby i wartości transakcji kupna-sprzedaży nieruchomości w roku 2012 w Polsce w stosunku do roku 2009 lub 2010*

Nieruchomości	Indeks liczby transakcji (%)	Indeks wartości transakcji (%)
lokale	190	224
lokale mieszkalne	191	211
lokale niemieszkalne	187*	531*
budynki	134*	245*
budynki mieszkalne	114*	152*
budynki niemieszkalne	179	531
nieruchomości zabudowane	140	265*
nieruchomości zabudowane budynkami mieszkalnymi	151	241
grunty rolne zabudowane	139	227
nieruchomości zabudowane pozostałe	119	491*
nieruchomości gruntowe	140	221
grunty przeznaczone pod zabudowę	123	204*
użytki rolne	146	258
grunty leśne oraz zadrzewione i zakrzewione	145*	121

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS (www.stat.gov.pl)

* oznacza, że za podstawę indeksu przyjęto rok 2010

Największy wzrost liczby transakcji w 2012 roku w stosunku do roku „kryzysowego” odnotowano na rynku lokali mieszkalnych (o 91%), lokali niemieszkalnych (o 87%) oraz budynków niemieszkalnych (o 79%). Liczba transakcji kupna-sprzedaży budynków mieszkalnych wzrosła tylko o 14%, nieruchomości zabudowanych pozostałych o 19%, a gruntów przeznaczonych pod zabudowę o 23%. W przypadku nieruchomości zabudowanych pozostałych niewielkiemu wzrostowi liczby transakcji w omawianym okresie, towarzyszył duży wzrost wartości transakcji – aż o 391%.

Jak widać w tabeli 1, najbardziej wzrosła w 2012 roku wartość transakcji kupna-sprzedaży lokali niemieszkalnych i budynków niemieszkalnych – o 431%. Dla większości typów nieruchomości wzrost wartości transakcji w 2012 roku w stosunku do roku „kryzysowego” przekroczył 100%. Jedynie dla budynków mieszkalnych i gruntów leśnych oraz zadrzewionych i zakrzewionych wzrost wartości transakcji był mniejszy i wynosił odpowiednio 52% i 21%. Na podstawie wartości wskaźników w tabeli 1, widać że wzrost wartości transakcji na rynkach nieruchomości jest prawie zawsze dużo większy od wzrostu liczby transakcji. Można przypuszczać, że wartość pojedynczej transakcji jest coraz większa.

PODSUMOWANIE

Ogólny kryzys finansowy oraz pogorszenie się sytuacji gospodarczej w Polsce, przyczyniły się do kryzysu również w sektorze nieruchomości. Analiza dynamiki ilości i wartości transakcji kupna-sprzedaży nieruchomości w Polsce wskazuje na wyraźne osłabienie koniunktury na tym rynku w latach 2008-2009. Po okresie dość intensywnego rozwoju rynku nieruchomości w naszym kraju, liczba i wartość zawartych transakcji zaczęły spadać. W roku 2009 liczba zawartych transakcji na polskim rynku nieruchomości była mniejsza o 32% niż w roku 2007. O tyle samo spadła również wartość wszystkich zawartych transakcji w roku 2009 w stosunku do roku poprzedniego. Jednak po roku 2009 sytuacja zaczęła się powoli poprawiać, na co wskazują dodatnie wskaźniki dynamiki badanych zjawisk. Ogólna liczba transakcji kupna-sprzedaży na rynku nieruchomości w Polsce w 2012 roku w stosunku do roku 2009 wzrosła o 56%, a wartość o 123%. Największy wzrost liczby i wartości transakcji kupna-sprzedaży po okresie kryzysu zaobserwowano dla lokali niemieszkalnych oraz budynków niemieszkalnych.

Zatem, 324 tysiące transakcji kupna-sprzedaży nieruchomości o łącznej wartości 71051,5 mln złotych w 2012 roku to optymistyczny sygnał ożywienia w sektorze nieruchomości w naszym kraju. Warto dodać również, że w 2012 roku w Polsce podpisanych zostało ponad 1,5 mln aktów notarialnych, a ok. 383 tys. spośród nich dotyczyło transakcji nieruchomościami².

BIBLIOGRAFIA

- Belniak S. (2001) *Rozwój rynku nieruchomości w Polsce na tle krajów wysoko rozwiniętych*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków, str. 27-28, 42-44.
- Bryx M. (2006) *Rynek nieruchomości. System i funkcjonowanie*, Poltext, Warszawa, str. 47-50.

²„Obrót nieruchomościami w 2012 r.”, Informacje i opracowania statystyczne, Warszawa 2013. (www.stat.gov.pl)

- Foryś I. (2011) Prawidłowości na rynku nieruchomości na przykładzie lokalnego rynku mieszkaniowego, w: Gawron H. (red.) Stan i tendencje rozwoju rynku nieruchomości, Zeszyty Naukowe, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu, str. 30-44.
- Gawron H. (2013) Ekonomiczne podstawy rynku nieruchomości, w: Trojanek M. (red.) Ekonomiczne uwarunkowania decyzji na rynku nieruchomości. Wybrane problemy., Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu, Poznań, str. 41-43.
- Grabowski T. K. (2012) Analiza statystyczna cen ziemi rolniczej w Polsce (2005-2010), Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych, Tom XIII/1, str. 106-117.
- Kałkowski L. (red.) (2003) Rynek nieruchomości w Polsce, Twigger, Warszawa, str.15.
- Kowalczyk P. (2011) Analiza wrocławskiego rynku nieruchomości mieszkaniowych, w: Gawron H. (red.) Stan i tendencje rozwoju rynku nieruchomości, Zeszyty Naukowe, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu, str. 106-118.
- Kucharska-Stasiak E. (2006) Nieruchomość w gospodarce rynkowej, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, str. 40-41.
- Śliwiński A. (2000) Zarządzanie nieruchomościami. Podstawy wiedzy i praktyki gospodarowania nieruchomościami, Agencja Wydawnicza "Placet", Warszawa, str. 45-46.
- Trojanowski D. (2011) Rynek nieruchomości gruntowych zabudowanych obiektami hotelowymi na przykładzie województwa pomorskiego, w: Gawron H. (red.) Stan i tendencje rozwoju rynku nieruchomości, Zeszyty Naukowe, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu, str. 119-133.
- Urban S., Kowalska A. (2014) Mieszkalnictwo w Polsce, Wiadomości Statystyczne, marzec 2014, GUS Warszawa, str. 36-46.
- „Obrót nieruchomościami w 2012 r.”, Informacje i opracowania statystyczne, Warszawa 2013. (www.stat.gov.pl).

ANALYSIS OF DYNAMICS OF CHANGES ON THE REAL ESTATE TRANSACTIONS MARKET IN POLAND

Abstract: After the period of quite intense sector development in Poland, the number and the value of transactions began to decrease. In 2009 the number of transactions entered into on the Polish market dropped of 32% compared to 2007. The value of all transactions entered into the market in 2009 also lost the same percentage in relation to the previous year. However after 2009 the situation started slowly to recover. The purpose of the article is to analyse the dynamics of the amount and the values of different types purchase-sale transactions of the real estate in Poland through years 2006-2012 .

Keywords: real estate market, purchase and sale transactions of the real estate, dynamics of changes on the real estate market

NIEPEWNA NIEPEWNOŚĆ – LICZBA WIDZÓW A NIEPEWNOŚĆ WYNIKU MECZU

Jan Murak

Katedra Ekonomii Matematycznej, Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
e-mail: jan.murak@ue.wroc.pl

Streszczenie: W pracy tej przeprowadzono analizę wpływu niepewności wyniku meczu na liczbę widzów oglądających dany mecz na stadionie. Zbudowano w tym celu model ekonometryczny, w którym do zmierzenia niepewności wyniku meczu wykorzystano kursy bukmacherskiej. Po estymacji otrzymane wyniki odnośnie do mierników niepewności były niejednoznaczne. W meczach, w których niepewność nie była ani wysoka, ani też niska, oczekiwano najniższej frekwencji. Od tego punktu zarówno wzrost niepewności, jak i jego spadek powinien powodować wzrost liczby widzów.

Słowa kluczowe: sport, niepewność, ekonomia sportu, frekwencja

WSTĘP

Piłka nożna jest najpopularniejszym sportem na świecie- zarówno pod względem liczby aktywnie ją uprawiających osób jak i liczby kibiców. Stanowi ważną część współczesnej gospodarki. Najdroższe kluby są wyceniane na ponad 3 mld dolarów, a przychody 10 największych w 2013 roku wyniosły około 3,5 mld dolarów. Głównym produktem, oferowanym przez kluby piłkarskie są mecze. Dlatego też, nie może dziwić fakt, że kluby i władze piłkarskie starają się w różny sposób zwiększyć atrakcyjność meczów, a tym samym liczbę kibiców, przychody i zyski. Wartość meczów piłkarskich dla kibiców związana jest przede wszystkim z emocjami jakie generują. Stąd powszechnie przyjmuje się, że czym mecze budzą więcej emocji, tym powinien być zgłaszany na nie większy popyt. W związku z tym, jednym z najczęściej stosowanych sposobów mających doprowadzić do wzrostu wartości meczów są próby zwiększenia niepewności końcowego wyniku, co wynika z założenia, że radość ze zwycięstwa czy gorzka porażka są mocniej odczuwane, kiedy się ich nie spodziewa.

Głównym środkiem, który stosują władze piłkarskie w celu zapewnienia niepewności wyniku, jest wyrównywanie jakości sportowej zespołów. Natomiast do wyrównania jakości sportowej, wykorzystuje się przede wszystkim narzędzia zmniejszające dysproporcje w przychodach, przyjmując założenie, że jakość sportowa jest silnie, dodatnio skorelowana z wysokością przychodów. Ponieważ obecnie dla zdecydowanej części zespołów, szczególnie tych mniejszych, grających w najwyższych klasach rozgrywkowych, głównym źródłem przychodów jest sprzedaż praw telewizyjnych do pokazywania meczów, są one sprzedawane w większości lig (np. angielskie, niemieckiej, polskiej) przez krajowe władze piłkarskie, a nie przez poszczególne drużyny. W ten sposób część pieniędzy, które dostałaby najsilniejsze drużyny w lidze (chętnie oglądane, a tym samym mogące wynegocjować wysokie kwoty za prawa telewizyjne), jest redystrybuowane do słabszych zespołów. Innym narzędziem jest wprowadzona przez europejskie władze piłkarskie UEFA tzw. zasada finansowego „fair-play”, zgodnie z którą kluby są karane przez UEFA, jeżeli ich wydatki w danym roku są znacznie wyższe od przychodów.

Dlatego też, ważnym wydaje się sprawdzenie czy te narzędzia stosowane przez władze piłkarskie są usprawiedliwione, czyli innymi słowy, czy rzeczywiście można zaobserwować wzrost liczby widzów przy wzroście niepewności wyniku. W tym celu zostały zebrane dane z meczów piłkarskich rozgrywanych we włoskiej najwyższej klasie rozgrywkowej- Serie A- między sezonami 2002/03-2012/13, na podstawie których zbudowano modele ekonometryczne. Celowi badawczemu została podporządkowana struktura pracy. W kolejnym rozdziale dokonano przeglądu piśmiennictwa związanego z zależnością pomiędzy liczbą widzów a niepewnością wyniku. W trzecim rozdziale, sprawdzono czy kursy bukmacherskie mogą posłużyć do oceny niepewności wyników meczów. W czwartym rozdziale, opisano wykorzystane w badaniu dane, a w następnej części, estymowano model ekonometryczny i omówiono otrzymane wyniki. W ostatnim rozdziale podsumowano całe badanie.

PRZEGLĄD LITERATURY

Badania dotyczące wpływu niepewności wyniku na atrakcyjność pojedynków sportowych mają stosunkowo długą historię. Punktem wyjścia była praca Rottenberga [1956], w której autor przedstawił hipotezę, mówiącą, że konsumenci, *ceteris paribus*, wyżej cenią mecze z dużą niepewnością wyniku (*uncertainty of outcome*), która wynika z uczestniczenia w nich zespołów o podobnej jakości sportowej (*competitive balance*). Od tego czasu starano się empirycznie, za pomocą modeli ekonometrycznych, dowieść prawdziwość tego przypuszczenia. Wiązało się to z powstaniem kilku różnych podejść do analizowanego problemu. Wśród nich można wyróżnić trzy kryteria podziału.

Pierwsze kryterium dotyczy badanej jednostki zdarzeń. Niepewność można mierzyć zarówno co do wyniku poszczególnych meczów, jak i w dłuższej

perspektywie. W tym ostatnim przypadku najczęściej jednostką jest cały sezon i końcowe miejsce w lidze [np. Jennett 1984; Dobson, Goddard 1992; Garcia, Rodriguez 2002]. Można także znaleźć badania [np. Schmidt, Berri 2001; Humphreys 2002], w których mierzy się niepewność w jeszcze dłuższych okresach, uśredniając końcowe wyniki z kilku sezonów.

Drugie kryterium dotyczy sposobu mierzenia niepewności. Jeżeli jednostką badania są poszczególne mecze, jak w niniejszej pracy, można wyróżnić dwa podstawowe sposoby obliczania mierników. Pierwszy oparty jest na zsumowanych osiągnięciach w poprzednich meczach tego sezonu, takich jak liczba zdobytych punktów [np. Scelles i in. 2013], miejsce w lidze [np. Benz i in. 2008], średnia liczba zdobywanych bramek w meczu [np. Falter, Perignion 2000]. Wówczas wychodzi się z założenia, że jeżeli różnica np. zdobytych średnio punktów pomiędzy zaangażowanymi w mecz zespołami jest bardzo mała, to grają drużyny o podobnej sile sportowej, a co jest z tym związane, występuje duża niepewność co do końcowego rozstrzygnięcia. Do tej grupy mierników można także zaliczyć prawdopodobieństwa różnych, końcowych rozstrzygnięć meczów, które są obliczane na podstawie przeszłych wyników [np. McDonald, Rascher 2000]. Należy jednak zauważyć, że ta grupa mierników, ze względu na swoją prostotę, nie uwzględnia wielu czynników, które mogą wpływać na końcowy wynik, takich jak absencje kluczowych graczy, spadek albo wzrost formy zawodników danej drużyny, czy tzw. przewagi własnego boiska (drużyny gospodarzy wygrywają częściej niż drużyny gości). Ponadto większość tych wskaźników niepewności jest szczególnie nieskuteczna na początku sezonów ligowych, kiedy to liczba meczów jest bardzo mała, a przez to wyliczone wartości mogą nie odzwierciedlać siły drużyn w sezonie.

Druga grupa mierników oparta jest na kursach bukmacherskich. Przyjmuje się przy tym założenie, że rynek bukmacherski jest efektywny lub mu bardzo bliski, a co z tym jest związane, w kursach są uwzględnione wszystkie informacje mające wpływ na przewidywany wynik. Należy jednak zauważyć, że same kursy bardzo często nie są bezpośrednio ustalane przez rynek, a przez ekspertów, którzy to starają się ustalić prawdopodobieństwa wystąpienia poszczególnych wyników. Na podstawie kursów bukmacherskich badacze stworzyli kilka wskaźników, niektóre korzystają bezpośrednio z kursów bukmacherskich [np. Carmichael i in. 1999; Welki, Zlatoper 1999], inne otrzymują na ich podstawie prawdopodobieństwa wyników [np. Forrest, Simmons 2002; Forrest i in. 2004; Benz i in. 2008; Brandes i in. 2013].

Oprócz dwóch wspomnianych powyżej kryteriów, dotyczących jednostki badania i postaci użytego miernika niepewności, można także podzielić badania ze względu na źródło danych, które wiąże się przede wszystkim z wyborem dyscypliny sportowej jak i kraju, w którym rozgrywane są spotkania. Chronologicznie wcześniejsze są badania dotyczące sportów zespołowych rozgrywanych w Stanach Zjednoczonych- przede wszystkim baseballu [np. Noll 1974]. Dopiero w późniejszym okresie problematyką niepewności zajęli się

badacze spoza Stanów Zjednoczony, co wiązało się z wykorzystaniem danych z różnych krajów i dyscyplin sportowych, w tym z piłki nożnej.

Najbogatszą literaturę, nie wliczając profesjonalnych lig ze Stanów Zjednoczonych, stanowią pozycje, które badały wpływ niepewności wyniku na atrakcyjność piłki nożnej. Jedną z pierwszych prac był artykuł Jennetta [1984], w którym otrzymane rezultaty potwierdziły istotny, dodatni wpływ niepewności na liczbę widzów na stadionie. Część późniejszych prac, wykorzystująca różne mierniki niepewności i jednostki badania, potwierdziła te rezultaty [np. Forrest, Simons 2002; Forrest i in. 2004; Scelles i in. 2013], część uzyskała niejednoznaczne wyniki [np. Benz i in. 2008], a część przeciwne [np. Brandes i in. 2013]. Oznacza to, że nie udało się w sposób przekonujący uprawdopodobnić hipotezy, że wzrost niepewności zwiększa atrakcyjność meczów i to nie tylko w przypadku piłki nożnej, ale również innych dyscyplin sportowych z różnych krajów. Pełniejszy przegląd literatury dotyczącej tego problemu można znaleźć w pracy Borlanda i MacDonalda [Borland, MacDonald 2003].

W polskiej literaturze można spotkać się z pozycjami odnoszącymi się do różnych aspektów ekonomii sportu. Mimo to, nie udało nam się znaleźć prac analizujących wpływ niepewności wyniku meczów na zachowania konsumpcyjne gospodarstw domowych. Nie mniej jednak, można wyróżnić trzy prace o zbliżonej tematyce. Dwie z nich badały zachowania konsumpcyjne odnoszące się do wydatków na sport. Strawiński [2011] analizuje ogólne wydatki gospodarstw domowych na dobra i usługi związane ze sportem, zaś Waśkowski [2010] bada z marketingowego punktu widzenia zachowania kibiców jako nabywców oferty usługowej klubu sportowego - warto zauważyć, że ten autor nie wyróżnia niepewności wyniku meczu jako czynnika wpływających na popyt. Sznajder [2010] zajął się problemem równowagi sił pomiędzy drużynami, sposobami jej mierzenia oraz narzędziami, które mają ją zapewnić. W tej ostatniej pracy podkreślono wpływ niepewności meczu na wyniki finansowe klubu.

KURSY BUKMACHERSKIE

W niniejszej pracy, w związku z przypuszczeniem, że kursy bukmacherskie lepiej odzwierciedlają rzeczywiste prawdopodobieństwa wyniku meczu aniżeli inne wskaźniki oparte jedynie na przeszłych wynikach, a których przykłady były przedstawione we wcześniejszym rozdziale, to właśnie kursy bukmacherskie wykorzystano do zmierzenia niepewności. W tym miejscu zostanie przedstawione w jaki sposób ustalane są kursy bukmacherskie i podjęto próbę odpowiedzi na pytanie, czy kursy bukmacherskie dobrze określają prawdopodobieństwa danych wyników.

Istnieje kilka formatów i typów kursów bukmacherskich. Najważniejszy z punktu widzenia tej pracy jest tzw. system dziesiętny (europejski) stałych kursów, w którym podaje się ile razy więcej jednostek wypłaci bukmacher, jeśli dany kurs będzie wygrany; a same kursy po opublikowaniu nie są zmieniane.

Kursy otrzymywane są w następujący sposób. W pierwszym etapie bukmacherzy ustalają rozkład prawdopodobieństwa wyników, np. wygranej drużyny gospodarzy, wygranej drużyny gości i remisu. Następnie prawdopodobieństwa te są odwracane, żeby w ostatnim etapie doliczyć do nich marżę. W związku z tym, na podstawie kursów bukmacherskich, można obliczyć początkowy rozkład prawdopodobieństwa. Dla określenia czy konkretna drużyna wygra, czy też będzie remis, korzysta się ze wzoru:

$$p_i = \frac{\frac{1}{k_i}}{\sum_{i=1}^3 \frac{1}{k_i}} \quad (1)$$

gdzie, p_i to prawdopodobieństwo danego zdarzenia, k_i to kurs na dane zdarzenie, a i przyjmuje wartość 1 dla wygranej gospodarzy, 2 dla wygranej gości i 3 dla remisu.

Po otrzymaniu prawdopodobieństw można sprawdzić czy nie występują w nich jakieś systematyczne błędy. W literaturze wyróżnia się trzy efekty, które zniekształcają prawdopodobieństwa. Pierwsze dwa zostały zauważone przez Dixona i Pope'a [1996]- przeciętnie mniejsze straty poniesienie gracz, jeżeli będzie obstawiał zwycięstwa drużyny gospodarzy (home-away bias) oraz przeciętnie mniejsze straty poniesie gracz, jeżeli będzie obstawiał na przegraniu zdecydowanego faworyta bukmacherów (short odds - long odds bias). Trzeci efekt uwypuklili Forrest i Simmons [2002] wskazując, że przeciętnie mniejsze straty poniesie się przy obstawianiu na drużyny, które mają mniej kibiców (efekt liczby kibiców). Warto jednak zauważyć, że wszystkie powyższe błędy zostały zauważone dla okresu przed dynamicznym rozwojem Internetu, który to przyczynił się do gwałtownego wzrostu rynku zakładów bukmacherskich, a w związku z tym można przypuszczać, że te negatywne efekty mogły zostać wyeliminowane.

W celu sprawdzenia tego przypuszczenia, wykorzystano metodę zaproponowaną przez Forresta i Simmonsa- estymowane zostały dwa modele ekonometryczne klasyczną metodą najmniejszych kwadratów. W pierwszym zmienną zależną było prawdopodobieństwo wygrania meczu przez drużynę gospodarzy (dla danych empirycznych- 1 gdy mecz zakończył się zwycięstwem gospodarzy, 0 gdy padł inny wynik), a w drugim prawdopodobieństwo wygrania przez drużynę gości (wartości empiryczne adekwatnie jak poprzednio). Pierwszą zmienną niezależną było prawdopodobieństwo otrzymane z kursów bukmacherskich, odpowiednio wygrania drużyny gospodarzy i wygrania drużyny gości, drugą zaś różnica pomiędzy średnią liczbą kibiców w poprzednim sezonie drużyny gospodarzy i drużyny gości. Jeżeli nie występują żadne błędy, współczynnik przy zmiennej prawdopodobieństwa z kursów powinien być równy jeden, natomiast współczynnik przy stałej i przy różnicy kibiców równe zero. Wyniki z estymacji tego modelu dla meczów ligi włoskiej w sezonach od 2002/03

do 2012/13 przedstawia Tabela 1. Przy estymacji korzystano ze średnich kursów dla 3356 meczów, na podstawie danych ze strony www.betexplorer.com.

Wyniki estymacji uprawdopodobniły hipotezę, że przy szacowaniu kursów bukmacherskich nie występuje ani home-away bias ani efekt liczby kibiców. Szczególnie jest to widoczne dla modelu prawdopodobieństwa wygrania przez drużynę gospodarzy, w którym tylko współczynnik przy zmiennej prawdopodobieństwa z kursów jest statystycznie istotny. W przypadku modelu prawdopodobieństwa wygrania przez drużynę gości, istotna także jest stała, ale w związku z tym, że współczynnik przy niej ma taki sam znak jak w modelu dla drużyny gospodarzy, nie można stwierdzić, że uprawdopodobniają ona wystąpienie home – away bias. Otrzymane wartości także nie pozwalają na zaobserwowanie short odds-long odds bias, a po części uprawdopodobniają istnienie odwrotnego efektu, gdyż wyniki estymacji mogą wskazywać na niedoszacowanie wysokich prawdopodobieństw i przeszacowanie niskich, co jest zgodne z teorią perspektywy rozwinięta przez D. Kahnemana i A. Tversky'ego [1979].

Tabela 1. Wyniki estymacji modelu poprawności kursów bukmacherskich

	Wygrane gospodarzy		Wygrane gości	
	Współczynnik	Wartość p	Współczynnik	Wartość p
Stała	-0,0423	0,24882	-0,0668	0,00297
Różnica kibiców	2,33E-07	0,68912	3,62E-07	0,46413
Prawdopodobieństwo z kursów	1,13814	<0,00001	1,18469	<0,00001

Źródło: opracowanie własne przy użyciu programu GRETL

Można w związku z tym uznać, że prawdopodobieństwa otrzymane z kursów bukmacherskich są bardzo bliskie obiektywnym prawdopodobieństwom. Dlatego też, zdecydowano się na mierzenie niepewności, w dalszej części pracy, za pomocą kursów bukmacherskich.

DANE

Zebrane dane dotyczyły meczów rozgrywanych w piłkarskiej lidze włoskiej-Serie A- w sezonach od 2002/03 do 2012/13. Wybór ligi włoskiej był podyktowany dwoma przesłankami. Po pierwsze, jest to jedna z najważniejszych lig piłkarskich na świecie. Dlatego też, cieszy się ona dużą popularnością, a dane dotyczące różnych aspektów są łatwo dostępne. Po drugie, pomimo tego, że jest to jedyna spośród najsilniejszych lig, w której stosunkowo rzadko zdarza się, że wszystkie miejsca na stadionie są wykupione, co ułatwiło badanie.

Z zebranej próby zostały odrzucone mecze, w których liczba widzów była poniżej 100, gdyż oznaczało to, że albo mecz się nie odbył, albo stadion był

zamknięty dla widzów. Ponadto, odrzucono wszystkie mecze, w których uczestniczyły drużyny, które w badanym okresie nie zagrały w co najmniej trzech sezonach Serie A (z 11 w tym okresie rozegranych), a także wszystkie mecze rozgrywane w pierwszej kolejce sezonu. Wykluczenie tych meczów było z jednej strony podyktowane doborem zmiennych objaśniających, a z drugiej chęcią odrzucenia obserwacji odstających. Ostatecznie zostało przeanalizowanych 3356 meczów włoskiej ligi Serie A.

Jako zmienna zależna posłużyła liczba widzów na stadionie (oznaczona jako WIDZ)- tak jak w większości prac badających problem wpływu niepewności na atrakcyjność spotkań. Jako zmienne objaśniające, mierzące niepewność wybrano wartość bezwzględną różnicy pomiędzy prawdopodobieństwem wygrania przez gospodarzy i prawdopodobieństwem wygrania przez gości (do otrzymania prawdopodobieństw wykorzystano wzór 1)- oznaczoną jako NIEP- oraz kwadrat tej wartości- $NIEP^2$. Wykorzystanie także kwadratu niepewności jest powszechnie stosowanym zabiegiem w literaturze, opartym na przesłance, że wpływ zmiany niepewności nie oddziałuje liniowo na liczbę widzów. Natomiast pomijając, w zastosowanej mierze, prawdopodobieństwa remisu, przyjęto, m. in. za Royem [2004], że prawdopodobieństwo remisu nie wpływa na niepewność wyniku. Ponadto, tak stworzony miernik niepewności ma tę zaletę, że jest łatwo interpretowalny. Wartość NIEP ze względu na konstrukcję musi mieścić się w przedziale $<0,1>$, gdzie dla 0 jest bardzo wysoka niepewność wyniku meczu, natomiast 1 oznacza istnienie zdecydowanego faworyta meczu. Oczekiwano w związku z tym ujemnego znaku dla współczynnika przy zmiennej NIEP lub $NIEP^2$.

Wybór pozostałych zmiennych zgodny był z sugestiami we wcześniejszych, przytoczonych badaniach. Zmienne M1 i M2 odpowiadały miejscom w tabeli ligowej jakie zajmowały, odpowiednio drużyna gospodarzy i drużyna gości, przed rozpoczęciem meczu. Podejrzewano, że czym wyższe miejsce danej drużyny (czyli czym bliżej 1), tym więcej kibiców powinno przychodzić na stadion, a to oznacza, że współczynnik powinien być ujemny. Ponadto przypuszczano, że siła oddziaływania miejsca gospodarzy będzie większa niż siła oddziaływania gości. Kolejna zmienna D, przyjmowała wartość 1, gdy dany mecz był derbami danego miasta oraz 0 w pozostałych przypadkach. Spodziewany znak współczynnika powinien być przy tej zmiennej dodatni. Zmienne K i K^2 przyjmowały odpowiednio wartość numeru kolejki, w którym rozgrywano dany mecz, w sezonie i kwadrat tej wartości. Oczekiwano, że największym zainteresowaniem będą się cieszyły mecze na początku sezonu, kiedy to kibice chcą zobaczyć swoje drużyny po dłuższej przerwie oraz na końcu sezonu, kiedy to zbliżają się końcowe rozstrzygnięcia. Ponadto, mecze rozgrywane w połowie sezonu grane są w zimie, kiedy pogoda nie sprzyja spędzeniu wolnego czasu na świeżym powietrzu. Dlatego też, można oczekiwać, że współczynnik przy zmiennej K będzie ujemny, natomiast przy zmiennej K^2 dodatni. Warto przy tym podkreślić, że takie podejście w dużym stopniu pozwala na pominięcie zmiennych określających istotność meczów dla

końcowego rozstrzygnięcia, które są dość problematyczne, ze względu na dowolność w ich definiowaniu.

Następna zmienna POJ, określała jaka jest pojemność stadionu. Oczekiwano przy tym, że wzrostowi pojemności stadionu powinien towarzyszyć wzrost liczby widzów, gdyż władze klubów powinny dostosowywać wielkość stadionu na którym grają do spodziewanej liczby kibiców. Zmienna S przyjmowała wartość od 1 do 11, w zależności od numeru sezonu w badanej próbie. Miała ona na celu zobrazowanie ogólnego trendu w liczbie kibiców na stadionie. W związku z podejrzeniem, że na liczbę kibiców wpływ może mieć także reputacja danego klubu, zwyczaj kibiców danego klubu, popularność klubu w mieście, w którym gra, oraz wiele innych trudno mierzalnych czynników, które bardzo powoli zmieniają się w czasie, zdecydowano się przypisać każdej drużynie w próbie dwie zmienne. Pierwsza - DR1i - odpowiadała na pytanie, czy dana drużyna i jest gospodarzem meczu (wówczas przyjmowała 1, w innym przypadku 0), a druga - DR2j - czy dana drużyna j jest gościem (1- jeżeli tak, 0- jeżeli nie). W ten sposób zostało określone, jakie dwie drużyny grały w meczu. Oczekiwano, że większy wpływ będzie miała zmienna określająca drużynę gospodarzy.

Na zakończenie omawiania danych warto przyjrzeć się statystyce opisowej niektórych, użytych w modelu zmiennych oraz poziomu wypełnienia stadionów kibicami (Tabela 2). Średnia wartość miernika niepewności w meczu wynosiła 27,86%, co oznacza, że w przeciętnym meczu jedna z drużyn była stosunkowo mocnym faworytem bukmacherów. Zebrane dane dotyczące kursów bukmacherskich pochodziły ze strony internetowej www.betexplorer.com, natomiast pozostałe dane ze strony www.transfermarkt.it.

Tabela 2. Statystyka opisowa niektórych zmiennych w sezonach 2002/03-2012/13 ligi włoskiej- Serie A

Zmienna	Średnia	Minimum	Maksimum	Odchylenie standardowe
Liczba widzów (WIDZ)	24950	200	81955	15836
Wypełnienie stadionu	59,20%	0,85%	100%	20,08%
Pojemność stadionu (POJ)	41919	6900	82000	21371
Niepewność (NIEP)*	27,86%	0	84,04%	18,49%

Źródło: obliczenia własne

* 0- maksymalna niepewność wyniku, 1- minimalna niepewność wyniku

WYNIKI

Otrzymane wyniki estymacji modelu ekonometrycznego metodą najmniejszych kwadratów przedstawia Tabela 3. Warto przede wszystkim zauważyć, że współczynniki przy wszystkich zmiennych są zgodne z oczekiwaniami, a ponadto statystycznie istotne przy poziomie istotności 1%.

Otrzymano również wysoką wartość współczynnika determinacji R^2 - wynosi on ponad 0,86.

Uzyskane wyniki w szczególności pokazują, że w meczach derbowych liczba widzów jest średnio większa o około 15 tysięcy osób w porównaniu z innymi meczami, a w kolejnych sezonach liczba widzów na meczu spadała. W pierwszych i w ostatnich kolejkach sezonu liczba widzów była wyższa niż w przeciętnym meczu. Otrzymano dodatni znak przy zmiennej POJ świadczący o dodatniej korelacji między liczbą kibiców a wielkością użytkowych stadionów. Przypuszczenia odnośnie do wpływu miejsc zajmowanych w lidze przed spotkaniem także zostały uprawdopodobnione.

Tabela 3. Wyniki estymacją modelu wpływu niepewności meczu na liczbę widzów

Zmienne	Współczynnik	Błąd standardowy	Wartość p
NIEP	-9336,21	2078,61	<0,00001
NIEP ²	10263,5	3129,76	0,00105
D	15180,4	804,932	<0,00001
S	-675,365	39,8832	<0,00001
K	-200,303	41,6847	<0,00001
K ²	6,2115	1,0234	<0,00001
POJ	0,089709	0,03054	0,00333
M1	-160,452	23,8681	<0,00001
M2	-78,831	23,8916	0,00098
Stała	20464,7	1303,68	<0,00001
R^2	0,862533		

Źródło: opracowanie własne przy użyciu programu GRET

Najważniejszymi jednak współczynnikami, ze względu na poruszany problem, były wartości przy zmiennych dotyczących niepewności. Otrzymano wartość ujemną przy zmiennej NIEP, natomiast dodatnią przy NIEP². W związku z tym, oddziaływanie nie jest jednoznaczne. Od wartości wskaźnika niepewności równej 0 do 0,46 następuje spadek liczby widzów, jest on jednak coraz słabszy, a następnie wraz ze wzrostem wskaźnika (czyli spadkiem niepewności) rośnie liczba widzów. Wy tłumaczenia można szukać w tym, że większość kibiców woli mecze o bardziej niepewnym wyniku, jednak część przychodzi jedynie na mecze, w których może wskazać, z dużym prawdopodobieństwem, zwycięzcę jeszcze przed meczem. Ponadto, warto zauważyć, że wpływ niepewności na liczbę widzów, w następstwie oddziaływania na siebie dwóch poprzednio opisanych sił, jest stosunkowo niewielki, gdyż w najmniej atrakcyjnym meczu ze względu na niepewność przeciętnie liczba widzów jest tylko o 2123 kibiców mniejsza niż w meczu o maksymalnej niepewności.

Na koniec należy porównać otrzymane wartości i wynikający z nich kształt krzywej zależności liczby widzów od niepewności, do analizowanych danych. Jak pokazano we wcześniejszej części, średnia wartość miernika niepewności wynosi 27,86%, zaś mediana 24,77%. Obie te wartości są znacznie poniżej 46%, które rozdziela ujemny i dodatni wpływ niepewności na liczbę widzów. W związku z tym, zdecydowana większość meczów (około 81%) była rozgrywana dla tej części krzywej, dla której wzrost niepewności powodował wzrost liczby widzów.

ZAKOŃCZENIE

Ważnym problemem w zarządzaniu klubami, jak i rozgrywkami ligowymi, w piłce nożnej jest przyciągnięcie jak największego zainteresowania meczami, gdyż to ono przykłada się na zyski. Wśród wielu czynników decydujących o popularności danego spotkania piłkarskiego i popytu na nie, szczególnym zainteresowaniem ekonomistów i praktyków biznesu cieszy się niepewność wyniku. Powszechnie przyjmuje się, że wzrost niepewności powinien skutkować wzrostem liczby widzów. Dlatego też, władze piłkarskie starają się doprowadzić do takiej sytuacji, przede wszystkim poprzez dążenie do wyrównania jakości sportowej drużyn- czy to poprzez zasadę „finansowego fair-play” czy też poprzez sprzedaż praw telewizyjnych dla całej ligi.

W związku z tym, w niniejszej pracy starano się sprawdzić, czy istnieje dodatnia zależność pomiędzy liczbą widzów i niepewnością wyniku meczów. Otrzymane po estymacji wyniki były dość niejednoznaczne, gdyż współczynnik przy wskaźniku niepewności sugerował istnienie dodatniej zależności pomiędzy niepewnością a liczbą widzów, natomiast przy kwadracie wskaźnika- ujemnej (oba współczynniki były statystycznie istotne). Dlatego też w meczach, w których niepewność nie była ani wysoka, ani też niska, oczekiwano, zgodnie z modelem, najmniejszej frekwencji. Od tego punktu zarówno wzrost niepewności, jak i jego spadek powinien powodować wzrost liczby widzów. Należy jednak zauważyć, że zdecydowana większość meczów w próbie (81%) była rozgrywana dla tej części krzywej zależności, w której wzrost niepewności powodował wzrost liczby kibiców na stadionie. Te niejednoznaczne rezultaty mogą wynikać z tego, że większość kibiców ceni wyżej mecze, w których spotykają się dwie równorzędne drużyny, czyli występuje duża niepewność wyniku, jednak istnieje także część ludzi, którzy przychodzą jedynie na mecze, w których drużyna przez nich wspierana jest „pewna” zwycięstwa.

Podsumowując należy zauważyć, że w przyszłości należałoby jednak spróbować otrzymać bardziej przekonujące wyniki, w których można by np. zamiast liczby widzów na stadionie, wykorzystać inne miary popularności (pierwsze kroki ku temu zostały uczynione, np. wykorzystano liczbę widzów przed telewizorami [Forrest i in. 2004]). Wartościowe także byłoby przeprowadzenie badań ankietowych do wyodrębnienia innych, poza wykorzystanymi, kluczowych czynników wpływających na popyt na mecz piłkarski.

BIBLIOGRAFIA

- Benz M., Brandes L., Franck E. (2009) Do soccer associations really spend on a good thing? Empirical evidence on heterogeneity in the consumer response to match uncertainty of outcome, *Contemporary Economic Policy*, vol. 27, no. 2, str. 216-235.
- Borland J., MacDonald R. (2003) Demand for Sport, *Oxford Review of Economic Policy*, vol. 19, no. 4, str. 478-502.
- Brandes L., Franck E., Theiler P. (2013) The group size and loyalty of football fans: a two-stage estimation procedure to compare customer potentials across teams, *Journal of the Royal Statistical Society*, vol. 176, no. 2, str. 347-369.
- Carmichael F., Millington J., Simmons R. (1999) Elasticity of Demand for Rugby League Attendance and the Impact of BSkyB, *Applied Economics Letters*, vol. 6, no. 12, str. 797-800.
- Dixon M.J., Pope P.F. (1996) Inefficiency and bias in the U.K association football betting market, *Mimeo*, Lancaster.
- Dobson S.M., Goddard J.A. (1992) The Demand for Standing and Seated Viewing Accommodation in the English Football League, *Applied Economics*, vol. 24, str. 1155-63.
- Falter J.M., Perignon C. (2002) Demand for Football and Intramatch Winning Probability: An Essay on the Glorious Uncertainty of Sports, *Applied Economics*, vol. 32, str. 1757-65.
- Forrest D., Simmons R. (2002) Outcome Uncertainty and Attendance Demand in Sport: The Case OF English Soccer, *Journal of the Royal Statistical Society*, vol. 51, no. 2, str. 229-241.
- Forrest D., Simmons R., Buraimo B. (2004) Outcome Uncertainty And The Couch Potato Audience, *Lancaster University Management School Working Paper*, vol. 47.
- Garcia J., Rodriguez P. (2002) Supporters, Followers, Fans and Flaneurs, *Journal of Sport and Social Issues*, vol. 26, no. 1., str. 26-46.
- Humphreys B. (2002) Alternative Measures of Competitive Balance in Sporting Leagues, *Journal of Sports Economics*, vol. 3, no. 2, str. 133-48.
- Jennet N. (1984) Attendances, Uncertainty of Outcome and Policy in Scottish League Football, *Scottish Journal of Political Economy*, vol. 31, no. 2, str. 176-98.
- Juchniewicz M. (2007) EURO 2012 w Polsce- ocean kosztów i korzyści, *Przegląd Organizacji*, nr 12, str. 10-13.
- Kahneman D., Tversky A. (1979) Prospect Theory: An analysis of Decision under Risk, *Econometrica*, vol. 46, str. 263-291.
- Kopyciński B. (2000), Składowe wyniku meczu w lidze piłkarskiej, *Prace Naukowe AE we Wrocławiu*, nr 857, str. 112-127.
- Kozak M.W. (2010), Wielkie imprezy sportowe: korzyść czy strata?, *Studia Regionalne i Lokalne*, nr 1, str. 48-68.
- McDonald M., Rascher D. (2000) Does Bat Day Make Cents? The Effect of Promotions on the Demand for Major League Baseball, *Journal of Sport Management*, vol. 14, no. 1, str. 8-27.
- Noll R. (1974) Attendance and Price Setting, [w:] Noll R. (eds.), *Government and the Sports Business*, Brookings Institute, Washington.

- Pasewicz W., Wagner W. (2000) Charakterystyka modeli probabilistycznych w opisie gema i seta w tenisie ziemnym, *Prace Naukowe AE we Wrocławiu*, nr 857, str. 140-147.
- Rottenberg S. (1956) The Baseball Players' Labor Market, *Journal of Political Economy*, vol. 64, str. 242-58.
- Roy P. (2004) *Die Zuschauernachfrage im professionellen Team-sport*, Shaker Verlag, Aachen.
- Scelles N., Durand C., Bonnal L., Goyeau D., Andreff W. (2013) Competitive balance versus competitive intensity before a match: is one of these two concepts more relevant in explaining attendance? The case of the French football Ligue 1 over the period 2008-2011, *Applied Economics*, vol. 45, no. 29, str. 4184-4192.
- Schmidt M., Berri D. (2001) Competitive Balance and Attendance: The Case of Major League Baseball, *Journal of Sports Economics*, vol. 2, no. 2, str. 145-67.
- Stosik A., Sieja Z. (1999) Determinanty sukcesu w klubie sportowym, *Prace Naukowe AE we Wrocławiu*, nr 823, str. 114-121.
- Strawiński P. (2011) Wydatki gospodarstw domowych związane ze sportem, *Wiadomości Statystyczne*, nr 7-8, str. 56-66.
- Sznajder A. (2007) Charakterystyka rynku sportu profesjonalnego, *Gospodarka Narodowa* 2007, nr 10, str. 45-65.
- Sznajder A. (2010) Równowaga sił konkurentów na rynku sportu profesjonalnego, *Gospodarka Narodowa*, nr 10, str. 79-95.
- Theil H. (1967) *Economics and Information Theory*, Amsterdam.
- Waśkowski Z. (2010) Zachowania kibiców jako nabywców oferty usługowej klubu sportowego, *Marketing i Rynek*, nr 4, str. 21-25.
- Welki A.M., Zlatoper T.J. (1999) US Professional Football Game-Day Attendance, *Atlantic Economic Journal*, vol. 27, no. 3, str. 285-98.

UNCERTAIN UNCERTAINTY – ATTENDANCE AND UNCERTAINTY OF OUTCOME OF A MATCH

Abstract: In this paper we conduct an analysis whether the amount of uncertainty of the outcome affect attendances in team sports. We build the uncertainty of the outcome measure, which use bookmakers odds, and next build an econometric model. Results, which are related with the uncertainty of the outcome, are ambiguous. In the match, that characterizes neither high uncertainty of the outcome nor low uncertainty of the outcome, the attendances is the lowest. From this point of the uncertainty, both an increase and a decrease of uncertainty should influence the attendance raise.

Keywords: sport, uncertainty, sport economics, attendance

REVIEWERS COOPERATING WITH THE JOURNAL IN 2014

Hanna Adamkiewicz-Drwiłło
Aleksandra Baszczyńska
Jarosław Becker
Jacek Bednarz
Piotr Bilski
Zbigniew Binderman
Dariusz Błaszczuk
Lucyna Błażejczyk-Majka
Bolesław Borkowski
Jadwiga Bożek
Ryszard Budziński
Mariola Chrzanowska
Wiesław Dębski
Robert W. Dimand
Hanna Dudek
Marcin Dudziński
Gema Fernández-Avilés Calderón
Jennifer P. Foo
Peter Friedrich
Konrad Furmańczyk
Paolo Gajo
Stanisław Gędek
Vasile Glavan
Marek Gruszczyński
Urszula Grzybowska
Mariusz Hamulczuk
Stanisław Jaworski
Andrzej Karpio
Krzysztof Karpio
Marek Karwański
Stanisław Kasiewicz
Joanna Kisielińska
Stephan Klasen
Paweł Kliber
Marek Kociński
Krzysztof Kompa
Yuriy Kondratenko
Vassilis Kostoglou
Grzegorz Koszela
Stanisław Kot
Robert Kragler
Monika Krawiec
Tadeusz Kufel
Justyna Kujawska
Karol Kukuła
Tadeusz Kwater
Joanna Landmesser
Barbara Z. Liberda
Andrzej Łodziński
Piotr Łukasiewicz
Wanda Marcinkowska-Lewandowska
Jerzy Marzec
Aleksandra Matuszewska-Janica
Jose-María Montero Lorenzo
Rafik Nafkha
Magdalena Osińska
Maria Parlińska
Mariola Piłatowska
Marian Podstawka
Iwona Pomianek
Artur Prędko
Alexander Prokopenya
Mariusz Próchniak
Ryszarda Rempała
Janina Sawicka
Yochanan Shachmurove
Mirbulat B. Sikhov
Agnieszka Sompolska-Rzechuła
Stanisław Stańko
Aleksander Strasburger
Jacek Strojny
Ewa Syczewska
Wiesław Szczesny
Waldemar Tarczyński
Grażyna Trzpiot
Beata Turyna-Pułaska
Ewa Wędrowska
Andrzej Wiatrak
Marek Wierzbicki
Dorota Witkowska
Bartosz Witkowski
Michał Zasada
Jan Zawadzki
Jarosław Zawadzki
Tomasz Ząbkowski
Beata Zduniak
Monika Zielińska-Sitkiewicz
Wojciech Zieliński
Krzysztof Zmarzłowski
Dorota Żebrowska-Suchodolska