

**METODY ILOŚCIOWE  
W BADANIACH EKONOMICZNYCH**

QUANTITATIVE METHODS  
IN ECONOMICS

Vol. XVI, No. 3

Warsaw University of Life Sciences – SGGW  
Faculty of Applied Informatics and Mathematics  
Department of Econometrics and Statistics

METODY ILOŚCIOWE  
W BADANIACH EKONOMICZNYCH

**QUANTITATIVE METHODS  
IN ECONOMICS**

**Volume XVI, No. 3**

Warsaw 2015

## **EDITORIAL BOARD**

Editor-in-Chief: Bolesław Borkowski

Deputy Editor-in-Chief: Hanna Dudek

Theme Editors:

Econometrics: Bolesław Borkowski

Multidimensional Data Analysis: Wiesław Szczesny

Mathematical Economy: Zbigniew Binderman

Analysis of Labour Market: Joanna Landmesser

Financial Engineering: Grzegorz Koszela

Statistical Editor: Wojciech Zieliński

Technical Editors: Jolanta Kotlarska, Elżbieta Saganowska

Language Editor: Agata Kropiwek

Native Speaker: Yochanan Shachmurove

Editorial Assistant: Monika Krawiec

## **SCIENTIFIC BOARD**

Peter Friedrich (University of Tartu, Estonia)

Paolo Gajo (University of Florence, Italy)

Vasile Glavan (Moldova State University, Moldova)

Francesca Greselin (The University of Milano-Bicocca, Italy)

Yuriy Kondratenko (Black Sea State University, Ukraine)

Vassilis Kostoglou (Alexander Technological Educational Institute of Thessaloniki, Greece)

Robert Kragler (University of Applied Sciences, Weingarten, Germany)

Karol Kukuła (University of Agriculture in Krakow)

Alexander N. Prokopenya (Brest State Technical University, Belarus)

Yochanan Shachmurove (The City College of The City University of New York, USA)

Mirbulat B. Sikhov (al-Farabi Kazakh National University, Kazakhstan)

Ewa Syczewska (Warsaw School of Economics, Poland)

Achille Vernizzi (University of Milan, Italy)

Andrzej Wiatrak (University of Warsaw, Poland)

Dorota Witkowska (University of Lodz, Poland)

ISSN 2082 – 792X

© Copyright by Department of Econometrics and Statistics WULS – SGGW  
(Katedra Ekonometrii i Statystyki SGGW)

Warsaw 2015, Volume XVI, No. 3

The original version is the paper version

Journal homepage: [qme.sggw.pl](http://qme.sggw.pl)

Published by Warsaw University of Life Sciences Press



## SPIS TREŚCI

1. Piotr Adamczyk – Ocena Sytuacji na Lokalnym Rynku Pracy z Wykorzystaniem Metod Wielowymiarowej Analizy Porównawczej .....	7
2. Czesław Domański – Ograniczenia Stosowania Testów Statystycznych .....	18
3. Szczepan Figiel, Jacek Michalak, Anna Rutkowska – Efektywność Funkcjonowania Wybranych Urzędów Miast w Polsce w Ujęciu Nieparametrycznym .....	26
4. Waldemar Florczak, Michał Przybyliński – Kapitał Ludzki Ucieleśniony w Polskim Handlu Zagranicznym na Tle Nowych Krajów Członkowskich UE. Analiza na Podstawie WIOD .....	37
5. Andrzej Geise – Wpływ Cen Ropy Naftowej na Produkcję i Inflację w Wybranych Państwach Unii Europejskiej .....	48
6. Stanisław Gędek – Analiza Współzależności Pomiedzy Poziomem Stóp Procentowych a Poziomem Inflacji i Kursami Walutowymi Złotego .....	60
7. Michał Gostkowski – Analiza Popytu Konsumpcyjnego z Wykorzystaniem Modelu AIDS .....	70
8. Mariusz Hamulczuk – Powiązania Przyczynowe między Cenami Pszenicy w Polsce i Niemczech – Analiza w Dziedzinie Częstotliwości .....	83
9. Magdalena Homa – Efektywność a Ryzyko Finansowe Ubezpieczeniowych Funduszy Kapitałowych .....	93
10. Anna Jankowska – Zastosowanie Analizy Skupień dla Zobrazowania Interwencjonizmu na Poszczególnych Rynkach Rolnych w Krajach EŚW .....	107
11. Marta Jarocka – Porządkowanie Liniowe – Błędy przy Interpretacji Wyników oraz Sposób ich Eliminacji .....	118
12. Anna Jędrzychowska – Świadczenia Rentowe Wypłacane z Tytułu Ubezpieczeń Odpowiedzialności Cywilnej .....	129
13. Dariusz Kacprzak, Katarzyna Rudnik – Podejmowanie Decyzji z Wykorzystaniem Rozmytej Metody SAW i Transformaty Mellina .....	141
14. Beata Kasprzyk – Czynniki Determinujące Subiektywną Ocenę Jakości Życia według Modeli Logitowych .....	151
15. Marek Kiczek – Analiza Konwergencji Rozwoju Gmin Województwa Podkarpackiego .....	162

16. Joanna Kisielińska – Bootstrapowy Estymator Mediany dla Próby o Nieparzystej Liczbie Elementów .....	172
17. Grzegorz Koszela, Wiesław Szczesny – Wykorzystanie Narzędzi WAP do Oceny Poziomu Zanieczyszczania Środowiska w Ujęciu Przestrzennym .....	183
18. Michał Kościółek – Wykorzystanie Analizy Wielowymiarowej do Badania Zróźnicowania Potencjału Innowacyjnego Polski .....	194
19. Dominik Krężolek – Analiza Porównawcza Ryzyka Ekstremalnego na Rynkach Metali Nieżelaznych i Szlachetnych .....	202
20. Justyna Kujawska – Ocena Dostępności do Lecznictwa Onkologicznego w Polskich Województwach .....	214
21. Karol Kukuła, Lidia Luty – Ranking Państw UE ze Względu na Wybrane Wskaźniki Charakteryzujące Rolnictwo Ekologiczne .....	225
22. Tomasz Kuszewski, Agata Sielska – Efekty Skali Produkcji Rolniczej w Regionach FADN dla Polski w Latach 2004-2011 .....	237
23. Sławomir Lisek – Analiza Porównawcza Wyników Uzyskanych za Pomocą Miar Syntetycznych: $M$ oraz przy Zastosowaniu Metody Unitaryzacji Zerowanej .....	248
24. Lidia Luty, Monika Ziolo – Zróźnicowanie Infrastruktury Drogowej w Polsce w Ujęciu Przestrzennym w 2013 Roku .....	258
25. Anna Majdzińska – Klasyfikacje Obszarów Polski z Punktu Widzenia Wybranych Cech Społeczno-Demograficznych Ludności .....	269

## **OCENA SYTUACJI NA LOKALNYM RYNKU PRACY Z WYKORZYSTANIEM METOD WIELOWYMIAROWEJ ANALIZY PORÓWNAWCZEJ**

**Piotr Adamczyk**

Katedra Ekonomii i Polityki Gospodarczej  
Szkola Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie  
piotr\_adamczyk@sggw.pl

**Streszczenie:** W artykule przedstawiono wyniki analizy porównawczej stanu rynku pracy w powiatach województwa mazowieckiego z wykorzystaniem zmiennej syntetycznej. Na podstawie wartości zmiennej syntetycznej sporządzono ranking powiatów, a następnie wyodrębniono grupy typologiczne składające się z jednostek o podobnej sytuacji na rynku pracy. Stwierdzono, że zmienna syntetyczna pozwala rzetelniej niż stopa bezrobocia porównać rzeczywistą sytuację na lokalnych rynkach pracy.

**Słowa kluczowe:** lokalny rynek pracy, zmienna syntetyczna, stopa bezrobocia, ranking

### **WSTĘP**

Pojęcie lokalnego rynku pracy nawiązuje do przestrzennego wymiaru rynku pracy. Najczęściej proponowanymi w literaturze kryteriami delimitacji lokalnych rynków pracy są kryterium administracyjne oraz kryterium mobilności siły roboczej [zob. np. Góra, Sztanderska 2006, Głuszcuk 2012]. Według pierwszego lokalny rynek pracy to przestrzeń będąca częścią powierzchni kraju. W przypadku Polski może to być obszar powiatu lub gminy, które uznawane są za jednostki terytorialne szczebla lokalnego. Według drugiego kryterium lokalny rynek pracy to ekonomicznie zintegrowany obszar geograficzny, w ramach którego zamieszkująca go ludność może znaleźć zatrudnienie bądź je zmienić bez konieczności zmiany miejsca zamieszkania [Gruchociak 2012].

Porównanie sytuacji na lokalnych rynkach pracy jest zagadnieniem złożonym. Wykorzystywanie w tym celu wyłącznie stopy bezrobocia rejestrowanego wydaje się zbyt dużym uproszczeniem. Pełny opis stanu rynku

pracy powinien uwzględniać wszystkie główne kategorie ekonomiczne, które są z nim związane. Dlatego też zasadne wydaje się wzięcie pod uwagę również innych wskaźników, odzwierciedlających stopień wykorzystania zasobów pracy, warunki pracy oraz potencjalne możliwości powstawania nowych miejsc pracy.

Analiza rynku pracy w ujęciu przestrzennym może mieć na celu określenie przyczyn występowania różnicowań lub polegać na klasyfikacji jednostek terytorialnych według wybranych kryteriów. W pierwszym przypadku wykorzystuje się modele ekonometryczne [zob. np. Misiak, Tokarski 2012, Majchrowska i in. 2013, Dykas, Misiak 2014], w drugim zaś najczęściej metody taksonomiczne [Gawrycka, Szymczak 2010, Sojka 2014].

Głównym celem artykułu jest próba budowy zmiennej syntetycznej opisującej stan lokalnego rynku pracy oraz sporządzenie rankingu jednostek terytorialnych ze względu na wartość tej zmiennej. Cel dodatkowy to określenie, w jakim stopniu klasyfikacja lokalnych rynków pracy z wykorzystaniem zmiennej syntetycznej pokrywa się z klasyfikacją dokonaną tylko na podstawie stopy bezrobocia.

Badanie przeprowadzono na poziomie powiatów (NTS-4), gdyż wydaje się on najbardziej adekwatny przy analizach rynku pracy. Analizą objęto województwo mazowieckie (37 powiatów ziemskich i 5 miast na prawach powiatu), które cechuje wysoki stopień wewnątrzregionalnego zróżnicowania rynku pracy. Badanie przeprowadzono w oparciu o dane Urzędu Statystycznego w Warszawie. Ma ono charakter statyczny i obejmuje 2013 rok.

## METODYKA BADAŃ

W badaniu wykorzystano metodę liniowego porządkowania obiektów zaliczaną do zbioru procedur określanych w literaturze jako wielowymiarowa analiza porównawcza, służących m.in. do badania zjawisk złożonych, które nie mogą być opisane jedną zmienną. Metody te stosuje się w celu transformacji wielowymiarowej przestrzeni zmiennych diagnostycznych do jednowymiarowej przestrzeni zmiennej syntetycznej. Główną ideą badania zjawisk złożonych jest ich rozpatrywanie porównawcze. Oznacza to, że poziom zjawiska złożonego rozpatruje się w  $r$  obiektach, a każdy obiekt jest opisany przez  $n$  zmiennych diagnostycznych. Zgromadzone informacje tworzą macierz dwuwymiarową o postaci [Kukuła 2014]:

(1)

gdzie  $x_{ij}$  – oznacza wartość  $j$ -tej cechy dla  $i$ -tego obiektu ( $i = 1, 2, \dots, r; j = 1, 2, \dots, n$ )

Proces konstrukcji zmiennej syntetycznej można podzielić na następujące etapy: wybór zmiennych diagnostycznych, identyfikacja wybranych zmiennych,

normalizacja cech diagnostycznych za pomocą wybranej metody normującej, przypisanie wag zmiennym unormowanym, agregacja zmiennych diagnostycznych, czyli utworzenie zmiennej syntetycznej stanowiącej ocenę każdego z badanych obiektów, budowa rankingu obiektów ze względu na poziom rozpatrywanego zjawiska złożonego, dokonanie podziału obiektów na podgrupy [Kukuła 2014].

Przy wyborze zmiennych diagnostycznych najczęściej bierze się pod uwagę kryteria merytoryczno-formalne (rzeczywisty wpływ danej zmiennej na kształtowanie się badanego zjawiska złożonego oraz dostępność i kompletność danych) a także kryteria statystyczne takie jak: stopień zmienności zmiennej diagnostycznej oraz stopień skorelowania zmiennych diagnostycznych [Gotowska, Jakubczak 2012].

Wstępna analiza danych empirycznych obejmowała eliminację zmiennych *quasi*-stałych. W tym celu dla każdej  $j$ -tej zmiennej wyznaczono współczynnik zmienności  $V(X_j)$ , będący względną miarą rozproszenia, obliczany jako iloraz odchylenia standardowego i wartości średniej arytmetycznej. Ze zbioru zmiennych wyeliminowano te cechy, dla których wartość współczynnika jest mniejsza lub równa 0,1. W opracowaniu wykorzystano również drugą miarę zróżnicowania – współczynnik  $I(X_j)$  w postaci ilorazu skrajnych wartości zmiennej  $X_j$ , obliczany według wzoru:

$$\text{---} \quad (2)$$

$$(3)$$

Dla cechy o wartościach stałych miara  $I(X_j)$  przyjmuje wartość 1. Spełnia ona ważną rolę w procesie kwalifikowania cech do zbioru zmiennych diagnostycznych, zwłaszcza gdy celem jest budowa rankingu obiektów. Do zbioru zmiennych diagnostycznych przyjmuje się każdą zmienną, dla której wartość  $I(X_j)$  jest większa od 2, niezależnie od wartości współczynnika zmienności [Kukuła 2014].

W procedurze kwalifikacji cech do zbioru zmiennych diagnostycznych pominięto analizę korelacyjną, która jest niezbędna przy wyborze zmiennych objaśniających do modelu ekonometrycznego, natomiast przy budowie rankingu obiektów ze względu na poziom badanego zjawiska wydaje się być zbędną [Kukuła 2014 a].

Kolejny etap badania obejmował określenie charakteru zmiennych oraz ich normalizację. W procesie normowania oryginalnych wartości cech diagnostycznych należy dokonać ich przekształcenia według wybranej metody w zmienne pozbawione mian i o ustalonym, jednolitym przedziale zmienności [Kukuła 2012]. W badaniu wykorzystano metodę unitaryzacji zerowanej, która pozwala na sprowadzenie wartości cech do przedziału obustronnie domkniętego  $[0,1]$ .

Normowanie cech będących stymulantami przeprowadzono według formuły:

(4)

przy czym  $z_{ij} \in [0,1]$ . Wartość  $z_{ij}$  jest równa 0 dla minimalnej wartości  $x_{ij}$  oraz jest równa 1 dla maksymalnej wartości  $x_{ij}$ . Cechy będące destymulantami znormalizowano według formuły:

(5)

W tym przypadku wartości znormalizowanych zmiennych również należą do przedziału  $[0,1]$ . Wartość  $z_{ij}$  jest równa 0 dla maksymalnej wartości  $x_{ij}$  i wynosi 1, gdy  $x_{ij}$  osiąga wartość minimalną. Formułę normującą dla zmiennych diagnostycznych należących do nominant pominięto, gdyż w zbiorze cech uwzględnionych w badaniu ten typ zmiennej nie występował.

W celu przejścia od wielu unormowanych cech charakteryzujących każdy obiekt do zmiennej syntetycznej należy dokonać agregacji wszystkich unormowanych zmiennych dla każdego obiektu. W badaniu przyjęto system jednolitych wag dla wszystkich cech diagnostycznych, obliczając wartość zmiennej syntetycznej dla danego obiektu według wzoru:

(6)

Zmienna syntetyczna przyjmuje wartości z przedziału  $[0,1]$ . Wartość 0 osiąga, gdy  $i$ -ty obiekt jest najgorszy pod względem wszystkich uwzględnionych w badaniu cech, natomiast wartość 1 może zostać osiągnięta tylko w sytuacji, gdy dany obiekt jest najlepszy w zakresie wszystkich wziętych do badania zmiennych.

Do porządkowania obiektów stosowane są metody, które można podzielić na bezwzorcowe i wzorcowe. Metody bezwzorcowe polegają na konstrukcji miernika syntetycznego tylko na podstawie znormalizowanych wartości cech. Metody wzorcowe polegają na skonstruowaniu sztucznych punktów odniesienia, mierzeniu odległości od tych wzorców i na tej podstawie konstruowaniu miernika syntetycznego [Binderman 2011]. W badaniu zastosowano metodę bezwzorcowego porządkowania liniowego.

Na podstawie wartości miary syntetycznej sporządzono ranking powiatów, a następnie wyodrębniono grupy typologiczne składające się z powiatów o podobnym stanie rynku pracy. Wszystkie badane obiekty podzielono na 4 grupy. W tym celu wyznaczono rozstęp zmiennej syntetycznej  $Q_i$  według wzoru:

(7)

Następnie wyznaczono wartość parametru podziału  $k$  według wzoru

(8)

Parametr  $k$  wykorzystano do podziału badanej zbiorowości na grupy według poziomu zjawiska złożonego (Tabela 1).

Tabela 1. Kryteria podziału badanej zbiorowości według poziomu zjawiska złożonego

Nazwa grupy	Zakres wartości zmiennej syntetycznej
Grupa I	
Grupa II	
Grupa III	
Grupa IV	

Źródło: opracowanie własne

W celu określenia, czy stopa bezrobocia dobrze opisuje sytuację na lokalnym rynku pracy, w podobny sposób pogrupowano powiaty województwa mazowieckiego opierając się wyłącznie na tym jednym wskaźniku. Do oceny stopnia podobieństwa dwóch rankingów powiatów wykorzystano współczynnik korelacji liniowej Pearsona.

## WYNIKI BADAŃ

Pierwszy etap doboru zmiennych do budowy syntetycznego wskaźnika rynku pracy miał charakter merytoryczny i opierał się na studiach literatury związanej z problematyką lokalnego rynku pracy. Wybrane zmienne mają charakter statyczny i pozwalają na szeregowanie jednostek terytorialnych. Ważnym kryterium doboru zmiennych była również dostępność kompletnych danych na poziomie powiatów. Z tego powodu niektóre zmienne, istotne pod względem merytorycznym, nie mogły zostać uwzględnione w badaniu. Ostatecznie wzięto pod uwagę 5 zmiennych, innych niż stopa bezrobocia, opisujących sytuację na lokalnym rynku pracy:

- $X_1$  - przeciętne miesięczne wynagrodzenie brutto,
- $X_2$  - udział pracujących w liczbie ludności w wieku produkcyjnym,
- $X_3$  - liczba bezrobotnych przypadających na 1 ofertę pracy,
- $X_4$  - udział długotrwale bezrobotnych w ogólnej liczbie bezrobotnych,
- $X_5$  - liczba podmiotów gospodarczych w rejestrze REGON na 1000 osób w wieku produkcyjnym.

W kolejnym kroku potencjalne zmienne diagnostyczne poddano badaniu pod względem kryterium minimalnego stopnia zmienności (Tabela 2).

Tabela 2. Ocena statystyczna zmiennych diagnostycznych

Zmienna	$X_1$ [zł]	$X_2$ [%]	$X_3$	$X_4$ [%]	$X_5$
Maksimum	5226,05	76,1	560	38,6	350
Minimum	2824,25	14,0	17	9,1	86
Średnia arytmetyczna	3507,72	27,6	134	22,6	147
Odchylenie standardowe	534,36	12,6	113	6,6	56
$V(X_i)$	0,15	0,46	0,84	0,29	0,38
$I(X_i)$	1,9	5,5	33,2	4,3	4,1

Źródło: obliczenia własne

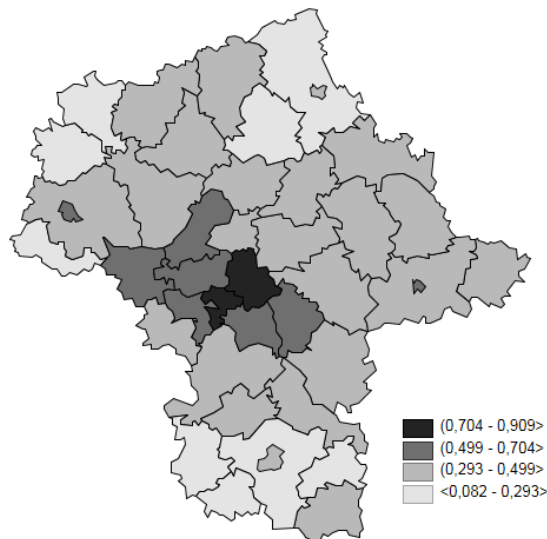
Kryterium stopnia zmienności mierzonej współczynnikiem zmienności  $V(X_i)$  spełniły wszystkie zmienne uwzględnione w badaniu (w każdym przypadku przekroczona została wartość 0,1). Zastosowanie drugiego kryterium tj. ilorazów skrajnych wartości prowadzi do wniosku, że zmienna  $X_1$  powinna być wyeliminowana ze zbioru zmiennych diagnostycznych, ponieważ wartość  $I(X_i)$  kształtuje się na poziomie nieznacznie niższym od 2. Biorąc jednak pod uwagę, że zmienną tą jest przeciętne miesięczne wynagrodzenie brutto, czyli zmienna o znaczącym wpływie na badane zjawisko, zdecydowano się pozostawić ją w zbiorze zmiennych diagnostycznych. Warto również zauważyć, że dane Urzędu Statystycznego w Warszawie na temat wynagrodzeń nie uwzględniają podmiotów o liczbie pracujących do 9 osób. W związku z tym można sądzić, że rzeczywiste różnicowanie wynagrodzeń jest większe niż pokazują to dane statystyczne.

Zmienne diagnostyczne poddano normalizacji według odpowiednich formuł. Trzy zmienne ( $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_5$ ) były stymulantami, a dwie pozostałe ( $X_3$ ,  $X_4$ ) destymulantami.

Ze względu na wartość syntetycznej zmiennej rynku pracy wyodrębniono 4 grupy powiatów. W grupie pierwszej charakteryzującej się najwyższą wartością miary syntetycznej znalazły się 2 powiaty, w grupie drugiej 8 powiatów, w trzeciej 23 powiaty, zaś w czwartej 9 jednostek (Rysunek 1). Uzyskane wyniki potwierdzają znaczne różnicowanie rynku pracy w województwie mazowieckim. Najwyższą wartość zmiennej syntetycznej odnotowano w przypadku m.st. Warszawy (0,909), natomiast najniższą w powiecie ostrołęckim (0,082).



Rysunek 1. Wartość syntetycznej zmiennej rynku pracy (SZRP) w powiatach województwa mazowieckiego w 2013 roku

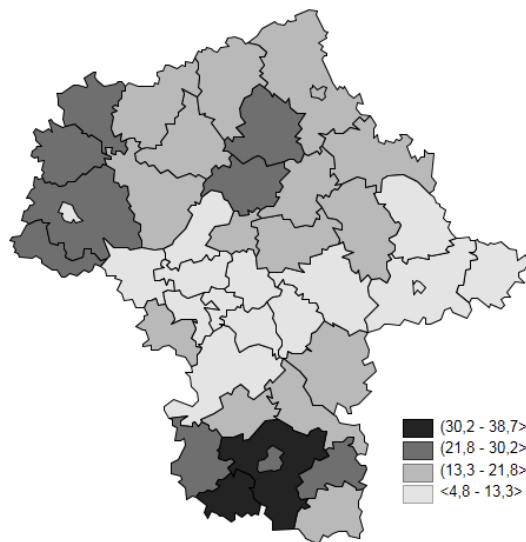


Źródło: obliczenia własne

W pierwszej grupie, oprócz Warszawy, znalazł się powiat pruszkowski. Grupę drugą tworzą powiaty położone na zachód i południe od Warszawy, znajdujące się w jej bliskim otoczeniu oraz dwa miasta na prawach powiatu (Płock i Siedlce). Wraz z oddaleniem od Warszawy obraz lokalnych rynków pracy staje się mniej korzystny. W czwartej grupie znalazły się powiaty położone na obrzeżach województwa mazowieckiego. Zwraca również uwagę fakt, że, biorąc pod uwagę wskaźniki rynku pracy, inne dawne miasta wojewódzkie, takie jak Radom i Ostrołęka dość słabo wypełniają funkcję ośrodków centralnych o znaczeniu regionalnym.

Silne zróżnicowanie rynku pracy widoczne jest również, gdy oceny dokonuje się wykorzystując w tym celu wyłącznie stopę bezrobocia. W tym przypadku również najlepszą sytuację odnotowano w Warszawie i jej najbliższym otoczeniu. Warto jednak zwrócić uwagę, że w pierwszej grupie znalazły się również powiaty położone na wschód od stolicy, także te znajdujące się na obrzeżach województwa (Rysunek 2). Najwyższą stopę bezrobocia odnotowano w południowej części województwa, w powiatach podregionu radomskiego.

Rysunek 2. Stopa bezrobocia w powiatach województwa mazowieckiego w 2013 roku [%]



Źródło: Województwo Mazowieckie - Podregiony, Powiaty, Gminy 2014, Urząd Statystyczny w Warszawie, Warszawa

Porównanie rankingów powiatów według stopy bezrobocia oraz wartości zmiennej syntetycznej wskazuje, że na obszarach charakteryzujących się niską stopą bezrobocia zmienna syntetyczna na ogół przyjmuje relatywnie wysokie wartości. Z kolei tam, gdzie stopa bezrobocia jest wysoka, zmienna syntetyczna kształtuje się na relatywnie niskim poziomie. Współczynnik korelacji liniowej Pearsona między rankingami wyniósł  $(-0,75)$ , co świadczy o silnej, ujemnej współzależności. Można zatem uznać, że stopa bezrobocia na ogół dość dobrze opisuje sytuację na lokalnych rynkach pracy województwa mazowieckiego.

Warto jednak zwrócić uwagę na te powiaty, w przypadku których ocena sytuacji na rynku pracy znacząco różni się, w zależności od przyjętego kryterium. W Tabeli 3 zamieszczono miejsca wybranych powiatów w rankingu pod względem stopy bezrobocia (pierwsze miejsce przypisano powiatowi o najniższej stopie bezrobocia) oraz wartości syntetycznej zmiennej rynku pracy (pierwsze miejsce przypisano powiatowi o najwyższej wartości zmiennej syntetycznej).

Tabela 3. Pozycja wybranych powiatów województwa mazowieckiego w rankingach według poziomu stopy bezrobocia i wartości syntetycznej zmiennej rynku pracy (SZRP)

Nazwa powiatu	Miejsce w rankingu		Charakterystyka
	Stopa bezrobocia	SZRP	
kozienicki	31	15	niska liczba bezrobotnych na 1 ofertę pracy, wysokie przeciętne miesięczne wynagrodzenie brutto
m. Płock	15	3	niska liczba bezrobotnych na 1 ofertę pracy, wysokie przeciętne miesięczne wynagrodzenie brutto
m. Radom	34	22	wysoki odsetek pracujących, duża liczba podmiotów gospodarczych
łosicki	10	25	niski odsetek pracujących, niskie wynagrodzenia
garwoliński	18	33	niewielka liczba podmiotów gospodarczych
ostrołęcki	30	42	niski odsetek pracujących, wielu bezrobotnych na 1 ofertę pracy, niewielka liczba podmiotów gospodarczych
białobrzeski	17	28	niski odsetek pracujących, niewielka liczba podmiotów gospodarczych
węgrowski	19	30	niski odsetek pracujących, niskie wynagrodzenia, niewielka liczba podmiotów gospodarczych

Źródło: opracowanie własne

Do grupy powiatów, które w rankingu według wartości syntetycznej zmiennej rynku pracy znalazły się na wyraźnie wyższej pozycji niż w przypadku rankingu stworzonego tylko na podstawie poziomu stopy bezrobocia można zaliczyć powiat kozienicki oraz dwa miasta na prawach powiatu, Płock i Radom. W dwóch pierwszych przypadkach wyższe miejsce w rankingu według wartości zmiennej syntetycznej to efekt relatywnie małej liczby osób bezrobotnych przypadających na 1 ofertę pracy oraz względnie wysokich wynagrodzeń. W przypadku Radomia można zaobserwować sytuację, gdy wysokiej stopie bezrobocia towarzyszy wysoki odsetek pracujących oraz względnie duża liczba podmiotów gospodarczych w przeliczeniu na 1000 osób w wieku produkcyjnym, co jest charakterystyczne dla obszarów miejskich.

W badanej zbiorowości można też wskazać grupę powiatów, w których wystąpiła sytuacja odwrotna (łosicki, garwoliński, ostrołęcki, białobrzeski i węgrowski). W większości przypadków jest to efekt relatywnie małej aktywności zawodowej mieszkańców (niski odsetek pracujących przy jednocześnie umiarkowanej stopie bezrobocia, czemu towarzyszą niskie wynagrodzenia) oraz niskiej aktywności gospodarczej obserwowanej na danym obszarze (niewielka liczba podmiotów gospodarczych na 1000 osób w wieku produkcyjnym).

## PODSUMOWANIE

Z przeprowadzonego badania wynika, że sytuacja na lokalnych rynkach pracy w województwie mazowieckim jest silnie zróżnicowana. W świetle przyjętych cech diagnostycznych najlepiej kształtuje się ona w Warszawie i jej najbliższym otoczeniu. Zauważalne jest występowanie układu centrum-peryferie. W miarę oddalenia od Warszawy wskaźniki opisujące rynek pracy ulegają pogorszeniu.

Klasyfikacja lokalnych rynków pracy z wykorzystaniem zmiennej syntetycznej w dużej mierze pokrywa się z klasyfikacją dokonaną tylko na podstawie stopy bezrobocia. W przypadku niektórych powiatów stwierdzono jednak występowanie istotnych różnic. W podobnych badaniach, przeprowadzonych dla województwa śląskiego [Sojka 2014], zaobserwowano znacznie słabszą korelację między tymi rankingami, co może wynikać ze specyfiki badanego obszaru (wśród jednostek terytorialnych dominują miasta na prawach powiatu) oraz pewnych różnic metodologicznych. Należy również zaznaczyć, że zastosowana metoda charakteryzuje się dużą arbitralnością. Dobór zmiennych diagnostycznych oraz przypisanie im określonych wag w procesie konstrukcji zmiennej syntetycznej silnie wpływają na uzyskane wyniki.

Mimo pewnych ograniczeń wykorzystanej metody można stwierdzić, że opis sytuacji na lokalnym rynku pracy powinien uwzględniać również inne niż stopa bezrobocia wskaźniki, a wykorzystanie zmiennej syntetycznej jest uzasadnione merytorycznie i może stanowić wsparcie decyzji w zakresie polityki rynku pracy.

## BIBLIOGRAFIA

- Binderman A. (2011) Wielokryterialne metody analizy zróżnicowania polskiego rolnictwa w 2009 roku, *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych* Tom XII/2, str. 58-68.
- Dykas P., Misiak T. (2014) Determinanty podstawowych zmiennych rynku pracy w polskich powiatach w latach 2002-2011, *Gospodarka Narodowa* nr 11-12, str. 57-80.
- Gawrycka M., Szymczak A. (2010) Przestrzenne zróżnicowanie rynków pracy z punktu widzenia popytu na pracę, *Współczesna Ekonomia* nr 1, str. 47-58.
- Głuszczyk D. (2012) Lokalny rynek pracy – ocena z wykorzystaniem materiałów statystycznych banku danych lokalnych na przykładzie miasta na prawach powiatu Jelenia Góra, *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu* nr 243, str. 82-93.
- Gotowska M., Jakubczak J. (2012) Zastosowanie wybranych metod do oceny zróżnicowania poziomu życia ludności w Polsce, Artykuł na IX Kongres Ekonomistów Polskich. Pobrano 17.06. 2015 z: <http://kongres.pte.pl/kongres/referaty/>
- Góra M., Sztanderska U. (2006) Wprowadzenie do lokalnego rynku pracy - przewodnik, Ministerstwo Pracy i Polityki Społecznej, Warszawa.
- Gruchociak H. (2012) Delimitacja lokalnych rynków pracy w Polsce, *Przegląd Statystyczny* nr 2, str. 277-297.

- Kukuła K. (2012) Propozycja budowy rankingu obiektów z wykorzystaniem cech ilościowych oraz jakościowych, *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych*, Tom XIII/1, str. 5-16.
- Kukuła K. (2014) Budowa rankingu województw ze względu na wyposażenie techniczne rolnictwa w Polsce, *Wiadomości Statystyczne* nr 7, str. 62-76.
- Kukuła K. (2014 a) Wybrane problemy ochrony środowiska w Polsce w świetle wielowymiarowej analizy porównawczej, *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych* Tom XV/3, str. 169-188.
- Majchrowska A., Mroczek K., Tokarski T. (2013) Zróżnicowanie stóp bezrobocia rejestrowanego w układzie powiatowym w latach 2002-2011, *Gospodarka Narodowa* nr 9, str. 69-90.
- Misiak T., Tokarski T. (2012) Wewnątrzregionalne zróżnicowanie rynku pracy w Polsce, *Wiadomości Statystyczne* nr 12, str. 68-89.
- Sojka E. (2014) Analiza porównawcza powiatowych rynków pracy województwa śląskiego, *Zeszyty Naukowe „Studia Ekonomiczne”* Nr 181, Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach, str. 101-113.
- Województwo Mazowieckie - Podregiony, Powiaty, Gminy (2014), Urząd Statystyczny w Warszawie, Warszawa.

#### LOCAL LABOUR MARKET EVALUATION USING MULTIDIMENSIONAL COMPARATIVE ANALYSIS METHODS

**Abstract:** The paper presents the results of comparative analysis of labour market in districts of Mazowieckie voivodship using synthetic indicator. The districts were listed from the best to the worst on the basis of synthetic indicator level and next groups of districts with a similar situation on local labour market were created. It was stated that synthetic indicator provides more reliable comparison of local labour markets than the unemployment rate.

**Keywords:** local labour market, synthetic indicator, unemployment rate, ranking

## OGRANICZENIA STOSOWANIA TESTÓW STATYSTYCZNYCH

**Czesław Domański**

Katedra Metod Statystycznych, Uniwersytet Łódzki  
e-mail: czedoman@uni.lodz.pl

**Streszczenie:** Celem artykułu jest wskazanie ograniczenia stosowania testów statystycznych opartych na teorii Neymana-Pearsona. Najważniejszą cechą każdego testu jest jego moc, którą możemy zbadać, wtedy gdy jednoznacznie mamy sformułowaną zarówno hipotezę zerową, jak i hipotezę alternatywną. W artykule przedstawimy przykład takiego testu, dla którego określimy empiryczną moc i jego rozmiar.

**Słowa kluczowe:** model statystyczny, idea Neymana-Pearsona, moc i rozmiar testu, test Coxa, testy dla prób nieprostych

### WSTĘP

Celem artykułu jest wskazanie pewnych ograniczeń stosowania testów statystycznych opartych na teorii Neymana-Pearsona.

Przystępując do wnioskowania statystycznego, czyli do sformułowania sądów o zbiorowości na podstawie pobranej z niej próby, konieczne jest ustalenie tzw. trójki probabilistycznej: przestrzeni prób  $\Omega$ ,  $\sigma$  ciała  $\mathfrak{N}$  określonego na  $\Omega$  i miary probabilistycznej  $P$  określonej na  $\mathfrak{N}$ .

Niech  $A$  będzie wyróżnionym  $\sigma$ -ciałem podzbiorów zbioru  $\mathcal{X} \subset R^n$ , zaś  $X$  jest mierzalnym przekształceniem  $(\Omega, \mathfrak{N}) \rightarrow (\mathcal{X}, A)$ . Rozkład  $P^X(A) = P(X^{-1}(A))$  jest miarą na przestrzeni  $(\mathcal{X}, A)$ . W problemach statystycznych zakłada się, że rozkład  $P^X$  należy do pewnej określonej klasy rozkładów  $\mathcal{P}$  na  $(\mathcal{X}, A)$ . Znając tę klasę oraz mając dane wyniki obserwacji zmiennej losowej  $X$ , chcemy wysnuć poprawne wnioski o nieznanym rozkładzie  $P^X$ . Wobec tego matematyczną podstawą badań statystycznych jest przestrzeń mierzalna  $(\mathcal{X}, A)$  i rodzina rozkładów  $\mathcal{P}$ . Przestrzeń probabilistyczna  $(\Omega, \mathfrak{N}, P)$  odgrywa rolę pomocniczą. Sformułowanie: dana jest przestrzeń probabilistyczna  $(\Omega, \mathfrak{N}, P)$ , oznacza, że znany jest model probabilistyczny

pewnego zjawiska lub doświadczenia, czyli wiemy, jakie są możliwe wyniki tego doświadczenia, jakie zdarzenia wyróżniamy oraz jakie prawdopodobieństwa tym zdarzeniom przypisujemy. Reasumując, wiedza a priori o przedmiocie badań jest sformułowana w postaci pewnych modeli probabilistycznych. Probabilistyka może wynikać z samego charakteru badanego zjawiska lub też być wprowadzana przez badacza.

Zauważmy, że  $\mathcal{P} = \{P_\theta: \theta \in \Theta\}$  jest rodziną rozkładów prawdopodobieństwa na odpowiednim  $\sigma$ -ciele zdarzeń losowych w  $\mathcal{X}$ .

Przestrzeń próby wraz z rodziną rozkładów  $\mathcal{P}$ , tzn. obiekt:

$$(\mathcal{X}, \mathfrak{N} \{P_\theta: \theta \in \Theta\}) \quad (1)$$

nazywamy modelem statystycznym (przestrzenią statystyczną), natomiast odwzorowania z  $\mathcal{X}$  w  $R^k$  – statystykami lub  $k$ -wymiarowymi statystykami.

Jeżeli  $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T$ , przy czym  $X_1, X_2, \dots, X_n$  są niezależnymi zmiennymi losowymi o jednakowym rozkładzie, to będziemy stosować też oznaczenie:

$$(\mathcal{X}, \{P_\theta: \theta \in \Theta\})^n, \quad (2)$$

w którym  $\mathcal{X}$  jest zbiorem wartości zmiennej losowej  $X$  (a więc każdej ze zmiennych  $X_1, X_2, \dots, X_n$ ) oraz  $P_\theta$  to rozkład tej zmiennej losowej. Używa się wtedy również terminologii:  $X_1, X_2, \dots, X_n$  jest próbą z rozkładu  $P_\theta$  lub próbą z populacji  $P_\theta$  dla pewnego  $\theta \in \Theta$ .

## PROBLEMY ANALIZY STATYSTYCZNEJ

Zadaniem analizy statystycznej jest wykrycie, który z rozkładów z modelu statystycznego mógł „wyprodukować” (wygenerować) daną próbę. Ważnym problemem jest prawidłowe zdefiniowanie  $P$ . Niewłaściwy wybór  $P$  może doprowadzić do błędnego wnioskowania, co w statystycznym żargonie określa się nieraz jako błąd trzeciego rodzaju. Podstawowy warunek właściwego wyboru to szczegółowa znajomość procedury rzeczywiście zastosowanej do uzyskania wyników próby.

Obecny etap rozwoju społeczeństw charakteryzuje się gwałtownym rozpowszechnianiem technologii informacyjnych. Prezentowane metody analizy statystycznej obejmują pewne obszary, które z jednej strony oparte są na przyjętym modelu, a z drugiej strony na metodach nieparametrycznych, które uwzględniają dane pod względem najogólniejszych rodzajów wzorców. Często wymagają zastosowania technik iteracyjnych, w których odpowiednie programy komputerowe pozwalają wykonywać wiele symulacji, a szereg oszacowań prowadzi do ostatecznego rozwiązania.

W przypadku badań częściowych jednym z ważniejszych zagadnień, koniecznych do rozważenia, jest spełnienie lub niespełnienie założenia

o niezależności elementów próby, na podstawie której dokonywane jest wnioskowanie statystyczne. Okazuje się bowiem, iż często w zastosowaniach praktycznych założenie o istnieniu próby prostej nie jest spełnione. Szczególnie dotyczy to prób w obszarze nauk ekonomiczno-społecznych, a zwłaszcza w badaniach marketingowych. W takich przypadkach stosowane są złożone schematy losowania próby, inne niż losowanie niezależne, mogą powodować nielosowość prób, co w konsekwencji prowadzi do powstawania błędów (najczęściej niedoszacowania). Wprowadzone wagi układu wpływają bezpośrednio nie tylko na estymatory parametrów populacji ale również na wariancję tych estymatorów. Rozważania teoretyczne nie dostarczają jednak odpowiednich miar dotyczących zmienności próby, szczególnie dla małych prób.

Prezentowane w literaturze przedmiotu procedury estymacji dla prób złożonych dotyczą w większości parametrów populacji takich jak wartość średnia i wartość globalna, natomiast brak jest propozycji estymacji innych parametrów populacji na przykład nieliniowych miar nierówności oraz korelacji, jak również estymacji parametrów pozycyjnych. Analogiczna sytuacja jest obserwowana w przypadku weryfikacji hipotez statystycznych dla prób złożonych. Fakt, że próba nie jest prosta ma duży wpływ na rozmiar testu. Prowadzone badania wykazały [Domański, Pruska 2000], że dla prób złożonych dla testu niezależności  $\chi^2$  faktycznie prawdopodobieństwo błędu I rodzaju przekraczało nawet 0,5, przy założonym poziomie istotności 0,05. Modyfikacje statystyk testowych powodują, że faktyczny rozmiar testu waha się pomiędzy 0,04 a 0,06 [por. np. Bracha 1996].

## TEORIA NEYMANA – PEARSONA

Głównym odkryciem Jerzego Sławy Neymana było to, że testy istotności nie mają sensu, o ile nie ma przynajmniej dwóch możliwych hipotez. Zatem nie można weryfikować hipotezy, czy dane pasują do rozkładu normalnego, o ile nie jesteśmy przekonani, że mogą one pasować do jakiegoś innego rozkładu lub klasy innych rozkładów. Wybór tej hipotezy alternatywnej określa sposób realizacji testu istotności. Prawdopodobieństwo wykrycia tej alternatywy, o ile jest poprawna, nazywa się „mocą” testu. W matematyce jasność rozumowania osiąga się nadając wyraźne, dobrze zdefiniowane nazwy określonym koncepcjom. W celu odróżnienia hipotezy, którą wykorzystuje się do wyznaczania p-wartości Fishera, od innych możliwych hipotez, Neyman i Pearson nazwali testowaną hipotezę hipotezą zerową, a pozostałe hipotezą alternatywną. W ich podejściu p-wartości oblicza się, aby przetestować hipotezę zerową, ale moc testu określa, jak zachowa się p-wartość, gdy w rzeczywistości prawdziwa jest hipoteza alternatywna.

Doprowadziło to Neymana do dwóch wniosków.

Pierwszy z nich dotyczy mocy testu, która jest miarą dobroci testu. Z dwóch testów lepiej zastosować ten o większej mocy.

Drugi wniosek związany jest ze zbiorem wariantów hipotezy alternatywnej, który może być zbyt duży. Przeprowadzający analizę nie ma możliwości określenia,



czy dane z próby mają rozkład normalny (hipoteza zerowa), czy dowolny inny możliwy rozkład. To zbyt szeroki zbiór wariantów hipotezy alternatywnej i żaden test nie może mieć wysokiej mocy przeciwko wszystkim możliwym wariantom takiej hipotezy.

## OGRANICZENIA WYNIKAJĄCE Z TEORII NEYMANA – PEARSONA

W latach pięćdziesiątych Neyman opracował ideę testu ograniczonych hipotez, gdzie zbiór wariantów hipotezy alternatywnej jest bardzo wąsko określony. Pokazał, że takie testy mają większą moc, niż te, które przyjmują obszerniejsze zbiory hipotezy alternatywnej.

Znane testy zgodności nie zawsze mogą być stosowane w szczególności do weryfikacji np. postaci rozkładów płac i dochodów. Po pierwsze, wiele z tych testów to testy normalności, podczas gdy rozkład normalny dobrze opisuje rozkłady płac jedynie w wyjątkowej sytuacji badania jednorodnych grup pracowników. Po drugie, popularne testy zgodności o szerszym zastosowaniu, jak test  $\chi^2$  czy też test  $\lambda$ -Kolmogorowa, nie powinny być stosowane ze względu na założenia, które na ogół są niespełnione. Testy oparte na statystyce Kolmogorowa wymagają, aby parametry rozkładu teoretycznego były znane. Zastosowanie testu  $\chi^2$  wydaje się także wątpliwe, gdyż w przypadku bardzo dużych prób (kilka lub nawet kilkudziesięciu tysięcy obserwacji), z jakimi mamy często do czynienia, badając rozkłady płac i dochodów, test ten odrzuca hipotezę zerową nawet wtedy, gdy dopasowanie rozkładów jest niemal pewne.

Przedstawimy testy zgodności Coxa, które uwzględniają postulat Neymana.

### Testy zgodności Coxa

Niech  $H_f$  oznacza hipotezę zerową, że funkcja gęstości rozkładu populacji generalnej przyjmuje postać  $f(y, \theta)$ , przy czym  $\theta$  oznacza wektor nieznanych parametrów rozkładu.

Niech  $H_g$  oznacza hipotezę, że funkcja gęstości rozkładu populacji generalnej ma postać  $g(y, \eta)$ , gdzie  $\eta$  – wektor nieznanych parametrów, przy czym  $f(y, \theta)$  i  $g(y, \eta)$  są rozłącznymi rodzinami rozkładów. Cox [1961, 1962] wyjaśnia, że pod pojęciem rozłączne rodziny rozkładów (*separate families*) należy rozumieć, że jeden z porównywanych rozkładów nie może być przedstawiony z żadaną dokładnością za pomocą funkcji gęstości drugiego z rozkładów. Rozkład taki nie może być więc szczególnym przypadkiem ani też rozkładem granicznym drugiego. Hipoteza  $H_g$  służy wskazaniu rozkładu alternatywnego, dla którego chcemy osiągnąć wysoką moc testu – informacja o tym rozkładzie jest zawarta w sprawdzianie testu ( $T_f$ ).

Sprawdzianem testu Coxa jest statystyka:

$$T_f = L_f(\hat{\theta}) - L_g(\hat{\eta}) - E_{\hat{\theta}}[L_f(\hat{\theta}) - L_g(\hat{\eta})], \quad (3)$$

gdzie  $L_f(\hat{\theta}), L_g(\hat{\eta})$  oznaczają wartości logarytmów funkcji wiarygodności dla oszacowanych metodą największej wiarygodności parametrów rozważanych rozkładów.

Jeżeli przestawimy role  $H_f$  i  $H_g$  odpowiednio jako hipotezy zerowej i alternatywnej, otrzymujemy statystykę testu postaci:

$$T_g = L_g(\hat{\eta}) - L_f(\hat{\theta}) - E_{\hat{\theta}}[L_g(\hat{\eta}) - L_f(\hat{\theta})]. \quad (4)$$

Statystyki  $T_f$  i  $T_g$  przy założeniu prawdziwości odpowiednio  $H_f$  i  $H_g$  mają rozkłady asymptotyczne normalne:  $T_f \sim as N(0, D(T_f))$ ,  $T_g \sim as N(0, D(T_g))$ .

W przypadku  $H_f$  jako hipotezy zerowej w wyniku przeprowadzenia testu możliwe są następujące decyzje:

- nie ma podstaw do odrzucenia  $H_f$  ( $T_f$  bliskie zera);
- odrzucamy  $H_f$  na korzyść  $H_g$  ( $T_f$  istotnie różne od zera i ujemne);
- odrzucamy  $H_f$  na korzyść innego rozkładu (nie  $g(y, \eta)$ ), gdy  $T_f$  jest istotnie różne od zera i dodatnie.

W Tabeli 1 prezentowane są wyniki badania rozmiaru testu Coxa. Zarówno dla rozkładu gamma, jak i dla rozkładu logarymiczno-normalnego jako rozkładów alternatywnych. Wobec hipotezy zerowej, że rozkład jest Daguma, rozmiar testu Coxa dobrze odzwierciedla przyjęty poziom istotności  $\alpha$ . Dla rozkładu gamma dla  $\alpha = 0,05$  rozmiar testu jest zadowalający dla badanych liczebności prób, a dla rozkładu Singha-Maddali dla  $n \leq 1000$ . (por. Tabela 1).

Wyniki badania mocy testu zgodności Coxa prezentowane są w Tabeli 2, przy czym rozważano przypadki, gdy rzeczywisty rozkład był rozkładem gamma, logarymiczno-normalnym lub Singha-Maddali, nie zaś przyjętym w hipotezie zerowej rozkładem Daguma. Należy podkreślić, że rozkłady alternatywne dobrane zostały tak, że obejmowały rozkłady o podobnym kształcie i położeniu w stosunku do rozkładu zerowego. Wszystkie są bowiem rozkładami o dodatniej asymetrii a ich parametry oszacowano na podstawie tego samego rozkładu empirycznego. Najbardziej podobnym do rozkładu Daguma jest oczywiście rozkład Singha-Maddali; oba rozkłady należą do systemu rozkładów Burra. Moc testu dla rozkładu gamma jako rozkładu alternatywnego jest bardzo wysoka dla wszystkich liczebności prób i poziomów istotności. Dla rozkładu logarymiczno-normalnego odsetek właściwych decyzji jest bliski 100% dla  $n \geq 2000$ , natomiast dla rozkładu Singha-Maddali zadowalające wyniki otrzymano dopiero dla  $n = 5000$ . Wynika to z faktu, że dla tej pary rozkładów funkcje gęstości są prawie identyczne. Badanie

przeprowadzono metodą Monte Carlo powtarzając 10000 razy każdy wariant eksperymentu.

Tabela 1. Rozmiar testu Coxa dla wybranych rozkładów alternatywnych

n	Rozkład					
	logarytmiczno-normalny		gamma		Singha-Maddali	
	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$
200	0,047	0,011	0,049	0,006	0,051	0,029
300	0,047	0,011	0,049	0,010	0,055	0,031
400	0,053	0,011	0,046	0,014	0,050	0,022
500	0,051	0,012	0,055	0,009	0,043	0,015
600	0,048	0,014	0,049	0,013	0,057	0,023
700	0,053	0,012	0,041	0,013	0,049	0,023
800	0,055	0,014	0,053	0,013	0,055	0,024
1000	0,040	0,014	0,042	0,012	0,053	0,014
2000	0,037	0,015	0,052	0,014	0,062	0,021
5000	0,056	0,015	0,046	0,011	0,061	0,016

Źródło: na podstawie pracy Jędrzejczak [2011]

Tabela 2. Empiryczna moc testu Coxa dla wybranych rozkładów alternatywnych (w %)

n	Rozkład					
	logarytmiczno-normalny		gamma		Singha-Maddali	
	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$
200	218	47	951	848	72	30
300	141	24	997	979	72	37
400	523	227	1000	998	97	40
500	643	357	1000	999	139	57
600	716	431	1000	1000	167	80
700	797	543	1000	1000	162	65
800	830	610	1000	1000	208	92
1000	846	594	1000	1000	286	123
2000	991	921	1000	1000	624	289
5000	1000	1000	1000	1000	985	901

Źródło: obliczenia własne

## KRYTERIUM WYBORU TESTU

W podejściu Fishera testy istotności pozwoliły uzyskać liczbę, którą nazywał p-wartością. Jest to obliczone prawdopodobieństwo związane z zaobserwowanymi danymi, przy założeniu, że hipoteza zerowa jest prawdziwa.

Jerzy Sława Neyman znalazł sposób przedstawienia testowania hipotez tak, by prawdopodobieństwa związane z decyzjami podjętymi na podstawie testu można było obliczyć. Musiał powiązać p-wartości testu statystycznego z rzeczywistością.

W podejściu Neymana i Pearsona badacz przyjmuje pewną liczbę, taką jak 0,05 i odrzuca hipotezę zerową, gdy tylko p-wartość testu istotności jest nie większa od 0,05. W ten sposób w długiej perspektywie badacz będzie odrzucał prawdziwą hipotezę zerową dokładnie w 5% przypadków. Idea Neymana i Pearsona testowania hipotez ma charakter częstościowego podejścia do prawdopodobieństwa. Jednocześnie Neyman przedstawił problem potrzeby określenia dobrze zdefiniowanej hipotezy alternatywnej, którą testuje się wobec hipotezy zerowej, co pozwala na określenie mocy wybranego testu.

Lehman [1959] napisał monografię z dziedziny testowania hipotez, który pozostaje najbardziej kompletnym dziełem prezentującym podejście Neymana i Pearsona do testowania hipotez statystycznych.

W przypadku, gdy dysponujemy próbami nieprostymi tzn. uzyskanymi na podstawie losowania np. zależnego, warstwowego, złożonego, wielostopniowego, zastosowanie odpowiednich testów dla prób prostych może prowadzić do zmiany własności statystycznych testowanych o czym wspomniano w rozdziale PROBLEMY ANALIZY STATYSTYCZNEJ.

Kish [1965] wprowadził pojęcie współczynnika, który nazwał efektem strategii (schematu) losowania (design effect).

Uwzględniając ten współczynnik uzyskujemy modyfikację testów dla prób prostych, którą można zastosować do odpowiednich prób złożonych opartych na różnych schematach losowania lub ich kombinacjach.

Wnioskowanie statystyczne oparte na próbach nieprostych gwarantuje poprawne decyzje wtedy, gdy posługujemy się zmodyfikowanymi statystykami testowymi. Szerszą charakterystykę tych problemów przedstawił Bracha [1996], [por. także Domański, Pruska 2000].

## BIBLIOGRAFIA

- Bracha Cz. (1996) Teoretyczne podstawy metody reprezentacyjnej, PWN, Warszawa.
- Cox D. R. (1961) Tests of Separate Families of Hypotheses. Proceedings of the Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Vol. 1: Contributions to the Theory of Statistics, 105-123, University of California Press, Berkeley, Calif.
- Cox D. R. (1962) Further Results on Tests of Separate Families of Hypotheses, Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological), Vol. 24, No. 2 (1962), pp. 406-424.
- Domański C., Pruska K. (2000) Nieklasyczne metody statystyczne, Polskie Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
- Domański C., Pekasiewicz D., Baszczyńska A., Witaszczyk A. (2014) Testy statystyczne w procesie podejmowania decyzji, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Fisher R. A. (1942) The Design of Experiments, Edinburh.
- Jędrzejczak A. (2011) Metody analizy rozkładów dochodów i ich koncentracji, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Lehmann E.L. (1968) Testowanie hipotez statystycznych, PWN, Warszawa.

Neyman J. (1969) Zasady rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej, PWN, Warszawa.

Rao C.R. (1982) Modele liniowe statystyki matematycznej, PWN, Warszawa.

### **LIMITATIONS OF APPLICABILITY OF STATISTICAL HYPOTHESIS TESTING**

**Abstract:** The aim of this article is to show limits of applications of statistical tests based on the theory Neyman-Pearson. The most important feature of each test is its power, which we can examine if only we had formulated both the null hypothesis and the alternative hypothesis. In this paper we present an example of a test, for which we defined empirical power and size.

**Keywords:** a statistical model, the Neyman-Pearson idea, power and size of the test, the Cox test, tests for not simple samples

## EFEKTYWNOŚĆ FUNKCJONOWANIA WYBRANYCH URZĘDÓW MIAST W POLSCE W UJĘCIU NIEPARAMETRYCZNYM

**Szczepan Figiel, Jacek Michalak, Anna Rutkowska**

Katedra Analizy Rynku i Marketingu

Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

e-mail: sfigiel@uwm.edu.pl, michalak@uwm.edu.pl, anna.rutkowska@uwm.edu.pl

**Streszczenie:** W artykule przedstawiono wyniki badań własnych, których celem głównym była ocena stopnia zróżnicowania poziomu efektywności funkcjonowania wybranych urzędów miejskich w Polsce. Pomiaru efektywności dokonano w ujęciu nieparametrycznym przy wykorzystaniu metody DEA. Identyfikacja różnic w efektywności funkcjonowania umożliwiła między innymi wyznaczenie optymalnej wielkości nakładów ponoszonych na świadczenie usług administracyjnych w grupie 11 badanych urzędów miast oraz wskazanie, w których z nich powinny zostać podjęte działania zmierzające do poprawy analizowanej efektywności.

**Słowa kluczowe:** efektywność, metoda DEA, administracja publiczna

### WSTĘP

Wobec rosnącej roli sektora publicznego w rozwoju współczesnych gospodarek szczególnego znaczenia nabierają badania nad efektywnością funkcjonowania urzędów administracji publicznej. Należy jednak zaznaczyć, iż w przypadku usług publicznych świadczonych w celu realizacji szeroko pojętego interesu publicznego, a zatem pro publico bono, ocena efektywności funkcjonowania urzędów jest bardzo złożonym zadaniem. Wynika to głównie z faktu, iż w obszarach, w których ponoszone są wydatki publiczne trudno jest zidentyfikować i ocenić ich ekonomiczne efekty, nie mówiąc o dokonywaniu ich

precyzyjnego pomiaru [Figiel 2012]<sup>1</sup>. Także nakłady niezbędne do uzyskania zamierzonych efektów często są niejednoznaczne i trudne do kwantyfikowania.

W przeciwieństwie do podmiotów gospodarczych funkcjonujących w konkurencyjnym sektorze prywatnym urzędy administracji publicznej nie są zorientowane na maksymalizację zysku i nie kreują popytu na świadczone usługi, lecz jedynie go zaspokajają. Z punktu widzenia szeroko pojętego dobrobytu ekonomicznego interesującym wydaje się jednak to, czy i w jakim stopniu, pomimo podobnego katalogu realizowanych zadań publicznych, efektywność funkcjonowania określonych typów urzędów administracji publicznej jest zróżnicowana. Poszukując odpowiedzi na to pytanie przeprowadzono badania w 11 celowo wybranych urzędach miast w Polsce liczących ponad 50 tys. mieszkańców i działających na prawach powiatu, a mianowicie: Chorzowa, Dąbrowy Górniczej, Elbląga, Gdańska, Gdyni, Kalisza, Kielce, Lublina, Płocka, Rybnika oraz Zabrze. Głównym celem badań była ocena stopnia zróżnicowania względnego poziomu efektywności funkcjonowania tej grupy urzędów. Do pomiaru efektywności wykorzystano nieparametryczną metodę DEA<sup>2</sup> (ang. Data Envelopment Analysis) [Kleine 2004]<sup>3</sup>. Zgodnie z zasygnalizowaną wcześniej ekonomiczną istotą funkcjonowania urzędów administracji publicznej zastosowano model zorientowany na nakłady (ang. input oriented) [Charnes i in. 1978, Banker i in. 1984]<sup>4,5</sup>. Zakres czasowy badań obejmował lata 2009-2012. Uzyskane wyniki stanowiły podstawę opracowania rankingu efektywności objętych badaniami urzędów. Pozwoliło to również na wyznaczenie optymalnej wielkości nakładów ponoszonych na świadczenie usług administracyjnych w badanej zbiorowości urzędów oraz wskazanie, w których z nich powinny zostać podjęte działania zmierzające do poprawy efektywności ich funkcjonowania.

---

<sup>1</sup> Figiel S. (2012) Rola administracji publicznej w kształtowaniu konkurencyjności współczesnych gospodarek, [w:] Nowy paradygmat funkcjonowania administracji publicznej, Figiel S., Kozuch A. J. (red.), wyd. IDEICO, Olsztyn.

<sup>2</sup> Szczegółowy opis metody DEA oraz kryteriów oceny efektywności obiektów badanych z jej użyciem znaleźć można m. in. w publikacjach: Charnes A., Cooper W. W. (1985) Preface to Topics in Data Envelopment Analysis, *Annals of Operations Research*, Vol. 2, pp. 59-94; Cooper W. W., Seiford L. M., Tone K. (2007) *Data Envelopment Analysis. A Comprehensive Text with Models, Applications, Reference*, 2. Edition, Springer, Berlin; Charnes A., Cooper W. W., Rhodes E. L. (1978) Measuring the Efficiency of Decision Making Units, *European Journal of Operational Research*, Vol. 2, pp. 429-444.

<sup>3</sup> Kleine A. (2004) A general model framework for DEA, *Omega*, No. 32, pp. 17-23.

<sup>4</sup> Charnes A., Cooper W. W., Rhodes E. L. (1978) Measuring the Efficiency of Decision Making Units, *European Journal of Operational Research*, Vol. 2, pp. 429-444.

<sup>5</sup> Banker R. D., Charnes A., Cooper W. W. (1984) Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis, *Management Science*, Vol. 30, pp. 1078-1092.

## OCENA I PORÓWNANIE EFEKTYWNOŚCI FUNKCJONOWANIA BADANYCH URZĘDÓW MIAST

W ocenie efektywności funkcjonowania urzędów miast w ujęciu nieparametrycznym za zmienne efektów przyjęto liczbę wydanych dowodów osobistych, praw jazdy oraz liczbę wydanych decyzji administracyjnych w wyniku stosowania Kodeksu postępowania administracyjnego (KPA). Zmienne nakładów stanowiły wielkość zatrudnienia w osobach, a także płace oraz wydatki rzeczowe związane z bieżącym funkcjonowaniem urzędu. Kryteria zastosowane w ocenie efektywności badanych urzędów miast związane z różnymi wykorzystanymi w analizie modelami DEA (CCR i BCC) przedstawiono w Tabeli 1.

Tabela 1. Kryteria oceny efektywności badanych urzędów

Kryteria efektywności	Ocena efektywności
$e_{crs} = 1$ $e_{vrs} = 1$ $e_{s\_vrs} = 1$ $e_{nirs} = e_{crs}$	– urząd efektywny technologicznie – urząd efektywny względem skali produkcji
$e_{crs} < 1$ $e_{vrs} = 1$ $e_{s\_vrs} < 1$ $e_{nirs} = e_{crs}$	– urząd efektywny technologicznie przy założeniu zmiennych efektów skali – urząd działający w obszarze rosnących efektów skali
$e_{crs} < 1$ $e_{vrs} = 1$ $e_{s\_vrs} < 1$ $e_{nirs} > e_{crs}$	– urząd efektywny technologicznie przy założeniu zmiennych efektów skali – urząd działający w obszarze malejących efektów skali
$e_{crs} < 1$ $e_{vrs} < 1$ $e_{s\_vrs} < 1$ $e_{nirs} = e_{crs}$	– urząd nieefektywny technologicznie – urząd działający w obszarze rosnących efektów skali
$e_{crs} < 1$ $e_{vrs} < 1$ $e_{s\_vrs} = 1$ $e_{nirs} = e_{crs}$	– urząd nieefektywny technologicznie – urząd działający w obszarze stałych efektów skali
$e_{crs} < 1$ $e_{vrs} < 1$ $e_{s\_vrs} < 1$ $e_{nirs} > e_{crs}$	– urząd nieefektywny technologicznie – urząd działający w obszarze malejących efektów skali

$e_{crs}$  – całkowita efektywność techniczna (model CCR);  $e_{vrs}$  – czysta efektywność techniczna (model BCC);  $e_{s\_vrs}$  – efektywność skali;  $e_{nirs}$  – nierosnące efekty skali

Źródło: opracowanie własne na podstawie Pawłowska (2003)<sup>6</sup>

<sup>6</sup> Pawłowska M. (2003) Wpływ fuzji i przejęć na efektywność sektorze banków komercyjnych w Polsce w latach 1997-2001, NBP, Warszawa, str. 27.



Na podstawie wyników przeprowadzonych badań można stwierdzić, iż w całym analizowanym okresie za efektywnie funkcjonujące można uznać Urząd Miasta Gdańska oraz Urząd Miasta Rybnika. Wartość efektywności dla wymienionych urzędów wynosiła 1 ( $\theta^* = 100\%$ ), co oznacza, iż urzędy te były efektywne zarówno technologicznie, jak i pod względem skali świadczonych usług publicznych (Tabela 2). Wartość całkowitej efektywności technicznej (TE) wyznaczonej na podstawie modelu CCR ze stałymi efektami skali oraz czystej efektywności technicznej (PTE) z estymowanego modelu BCC ze zmiennymi efektami skali wynosiła dla nich 1 (tzn.  $e\_crs = 1$ ;  $e\_vrs = 1$ ).

Tabela 2. Wyniki oceny całkowitej i czystej efektywności technicznej funkcjonowania badanych urzędów miast w latach 2009-2012

Urząd Miasta	Efektywność całkowita (stałe efekty skali – $e\_crs$ )				Efektywność czysta (zmiennie efekty skali – $e\_vrs$ )			
	2009	2010	2011	2012	2009	2010	2011	2012
Chorzów	0,9030	0,9093	0,9477	0,8510	0,9819	0,9426	0,9477	0,9668
Dąbrowa Górnicza	0,7386	0,6906	0,7395	0,7208	0,9034	0,8539	0,7395	0,8478
Elbląg	0,9478	0,8861	0,8069	0,8439	1	0,9269	0,8069	0,9090
Gdańsk	1	1	1	1	1	1	1	1
Gdynia	0,9639	0,9419	0,9964	1	0,9672	0,9459	0,9964	1
Kalisz	0,8893	0,9386	1	1	1	1	1	1
Kielce	0,9690	1	1	1	1	1	1	1
Lublin	0,7804	0,6821	0,6846	0,8774	0,8178	0,8321	0,6846	1
Płock	0,5776	0,5804	0,5145	0,6385	0,6696	0,6423	0,5145	0,6911
Rybnik	1	1	1	1	1	1	1	1
Zabrze	0,7961	0,7796	0,6893	0,7459	0,7972	0,7862	0,6893	0,7462

Źródło: obliczenia własne na podstawie przeprowadzonych badań

Analizując efektywność funkcjonowania urzędów miast w poszczególnych latach można zauważyć, iż w 2009 roku w pełni efektywnie funkcjonującymi były Urząd Miasta Gdańska i Urząd Miasta Rybnika. W 2010 roku były to trzy urzędy, bowiem w pełni efektywnie funkcjonującym stał się również Urząd Miasta Kielce. Do grupy tych urzędów w 2011 roku dołączył także Urząd Miasta Kalisza, a w kolejnym 2012 roku, Urząd Miasta Gdyni. Spośród 11 badanych urzędów za w pełni efektywne w ostatnim roku analizowanego okresu można uznać 5 urzędów. Rozpatrując zachodzące w czasie zmiany w wynikach pomiaru względnej efektywności funkcjonowania badanych urzędów można zatem stwierdzić, iż z roku na rok powiększało się systematycznie grono urzędów w pełni efektywnych.

Biorąc pod uwagę wartości całkowitej efektywności technicznej (TE) mniejsze od jedności oraz czystej efektywności technicznej (PTE) wynoszące 1

w 2009 roku urzędy miast Elbląga, Kalisza i Kielc były efektywne technologicznie przy założeniu zmiennych efektów skali. Ze względu na fakt, iż identyfikacja efektywności (nieefektywności) tych urzędów przy stałych (model CCR) i zmiennych (model BCC) efektach nie była zgodna określono dodatkowo efektywność skali ( $e_{s\_vrs}$ ), na podstawie której możliwe jest określenie o ile mniej nakładów można by wykorzystać, gdyby wielkość efektów była optymalna. Miara efektywności skali przyjmowała wartości mniejsze od jedności co wskazuje, że urzędy te były nieefektywne względem skali zaangażowanych czynników produkcji. Uzyskane z estymacji modelu z nierosnącymi efektami skali (NIRS) wartości  $e_{s\_nirs}$  równe 1 upoważniają do stwierdzenia, iż urzędy te działały w obszarze rosnących efektów skali (Tabela 3).

Tabela 3. Wyniki oceny efektów skali funkcjonowania badanych urzędów miast w latach 2009-2012

Urząd Miasta	Model z nierosnącymi efektami skali (NIRS – $e_{nirs}$ )				Identyfikacja rosnących efektów skali (NIRS – $e_{s\_vrs}$ )			
	2009	2010	2011	2012	2009	2010	2011	2012
Chorzów	0,9030	0,9093	0,9477	0,8510	1	1	1	1
Dąbrowa Górnicza	0,7386	0,6906	0,7395	0,7208	1	1	1	1
Elbląg	0,9478	0,8861	0,8069	0,8439	1	1	1	1
Gdańsk	1	1	1	1	1	1	1	1
Gdynia	0,9672	0,9419	0,9964	1	0,9966	1	1	1
Kalisz	0,8893	0,9386	1	1	1	1	1	1
Kielce	1	1	1	1	0,9690	1	1	1
Lublin	0,8178	0,8321	0,9149	1	0,9543	0,8197	0,7483	0,8774
Płock	0,5776	0,5804	0,5145	0,6385	1	1	1	1
Rybnik	1	1	1	1	1	1	1	1
Zabrze	0,7972	0,7796	0,7132	0,7462	0,9986	1	0,9665	0,9996

Źródło: obliczenia własne na podstawie przeprowadzonych badań

Urzędem efektywnym technologicznie, ale przy założeniu zmiennych efektów skali i funkcjonującym w obszarze malejących efektów skali był Urząd Miasta Kielce, dla którego wartość całkowitej efektywności technicznej TE obliczona z modelu CCR była mniejsza od jedności, a czysta efektywność techniczna PTE z modelu BCC wynosiła 1. Wyraźna różnica pomiędzy oszacowanymi efektywnościami wskazuje na występowanie efektów skali. Wartość  $e_{s\_nirs} = 0,9690$  świadczy o funkcjonowaniu tego urzędu w obszarze malejących efektów skali. Nieefektywne technologicznie i funkcjonujące w obszarze malejących efektów skali były natomiast trzy urzędy: Urząd Miasta Gdyni, Urząd Miasta Lublina oraz Urząd Miasta Zabrze. Wszystkie pozostałe

urzędy objęte badaniami okazały się natomiast nieefektywne technologicznie i funkcjonujące w obszarze rosnących efektów skali.

W 2010 roku w pełni efektywnymi urzędami były Urząd Miasta Gdańska, Urząd Miasta Rybnika oraz Urząd Miasta Kielce. Jedynie Urząd Miasta Kalisza był urzędem efektywnym technologicznie przy założeniu rosnących efektów skali. Nieefektywnym technologicznie i funkcjonującym w obszarze malejących efektów skali był Urząd Miasta Lublina. Pozostałe urzędy były nieefektywne technologicznie i funkcjonowały w obszarze rosnących efektów skali. W roku 2011 w grupie urzędów znalazł się także Urząd Miasta Kalisza. Ponownie nieefektywnym technologicznie i funkcjonującym w obszarze malejących efektów skali okazał się Urząd Miasta Lublina, a także dodatkowo Urząd Miasta Zabrze. Pozostałe urzędy były nieefektywne technologicznie i funkcjonowały w obszarze stałych efektów skali, na co wskazywała wartość efektywności skali  $e_{s\_vrs}$  wynosząca 1. W 2012 roku w grupie urzędów w pełni efektywnych znalazł się także Urząd Miast Gdyni. Urzędem efektywnym technologicznie, przy założeniu zmiennych efektów skali, funkcjonującym w obszarze malejących efektów skali stał się Urząd Miasta Lublina. Jedynym urzędem nieefektywnym pod względem technologicznym i funkcjonującym w obszarze malejących efektów skali był Urząd Miasta Zabrze. Pozostałe cztery urzędy były nieefektywne technologicznie i funkcjonowały w obszarze rosnących efektów skali.

Przedstawione dotychczas wyniki analizy pozwoliły przede wszystkim na wyodrębnienie urzędów funkcjonujących efektywnie i nieefektywnie według przyjętych kryteriów zawartych w Tabeli 1. Wyniki te nie dają jednak możliwości jednoznacznego uszeregowania poszczególnych urzędów pod względem osiągniętego poziomu efektywności (chodzi o jednostki uznane za efektywne). Taką możliwość daje zastosowanie modelu CCR z tzw. superefektywnością (Tone 2002)<sup>7</sup> Uzyskane wyniki stanowiły podstawę do opracowania rankingu urzędów od najbardziej, do najmniej efektywnych, zamieszczonego w Tabeli 4.

W grupie 11 urzędów miast objętych badaniami, za najbardziej efektywnie funkcjonujące należy uznać Urząd Miasta Gdańska oraz Urząd Miasta Rybnika. Wysoką pozycję zajmował też w poszczególnych latach Urząd Miasta Kielce. Na uwagę zasługuje też systematyczny awans Urzędu Miasta Kalisza, z pozycji 7 w roku 2009 na pozycję 2 w roku 2012. W analizowanym okresie zdecydowanie najgorzej na tle całej badanej grupy wypadły trzy urzędy: Urząd Miasta Dąbrowy Górniczej, Urząd Miasta Lublina oraz Urząd Miasta Płocka. Zdecydowanie najmniej efektywnym był Urząd Miasta Płocka, w przypadku którego obliczona miara efektywności funkcjonowania oscylowała w poszczególnych latach w przedziale zaledwie 0,51-0,64. Wskazuje to konieczność redukcji ponoszonych nakładów o ok. 40% biorąc pod uwagę skalę świadczonych usług oraz optymalne wykorzystania służących do tego celu zasobów.

<sup>7</sup> Tone K. (2002) A slacks based measure of efficiency in Data Envelopment Analysis, European Journal of Operational Research, 143, pp. 32-41.

Tabela 4. Ranking badanych urzędów miast pod względem efektywności ich funkcjonowania w latach 2009-2012 (model CCR z „superefektywnością”)

Pozycja	Urząd Miasta	2009	Urząd Miasta	2010	Urząd Miasta	2011	Urząd Miasta	2012
1	Gdańsk	1,6432	Gdańsk	1,5258	Gdańsk	1,7317	Gdańsk	1,7417
2	Rybnik	1,2094	Rybnik	1,5235	Rybnik	1,3871	Kalisz	1,2084
3	Kielce	0,9690	Kielce	1,0116	Kalisz	1,0471	Rybnik	1,1743
4	Gdynia	0,9639	Gdynia	0,9419	Kielce	1,0063	Kielce	1,1146
5	Elbląg	0,9478	Kalisz	0,9386	Gdynia	0,9964	Gdynia	1,0021
6	Chorzów	0,9030	Chorzów	0,9093	Chorzów	0,9477	Lublin	0,8774
7	Kalisz	0,8893	Elbląg	0,8861	Elbląg	0,8069	Chorzów	0,8510
8	Zabrze	0,7961	Zabrze	0,7796	Dąbrowa Górnicza	0,7395	Elbląg	0,8439
9	Lublin	0,7804	Dąbrowa Górnicza	0,6906	Zabrze	0,6893	Zabrze	0,7459
10	Dąbrowa Górnicza	0,7386	Lublin	0,6821	Lublin	0,6846	Dąbrowa Górnicza	0,7208
11	Płock	0,5776	Płock	0,5804	Płock	0,5145	Płock	0,6385

Źródło: obliczenia własne na podstawie przeprowadzonych badań

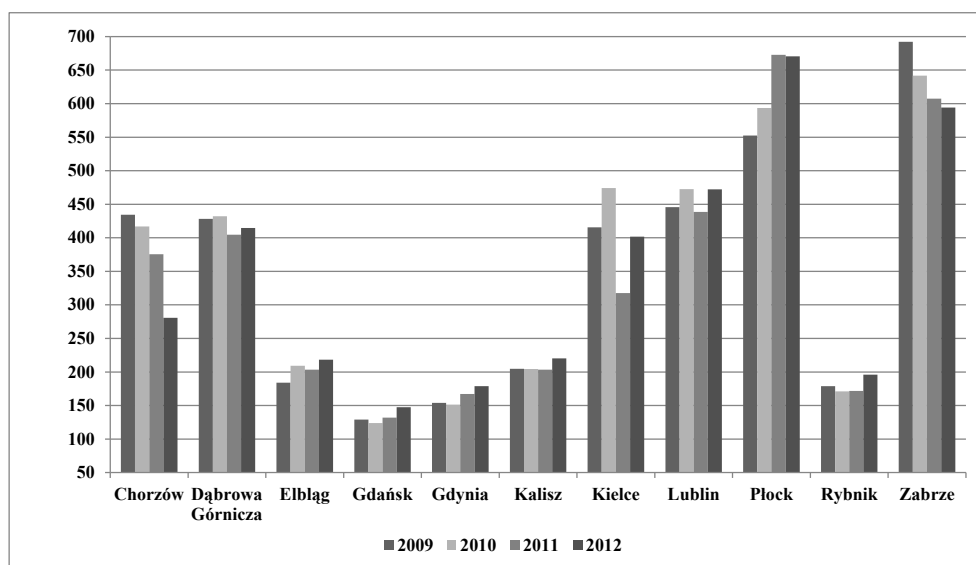
## MOŻLIWOŚCI POPRAWY EFEKTYWNOŚCI ALOKACJI ZASOBÓW W BADANYCH URZĘDACH MIAST

O efektywności alokacji zasobów w badanych urzędach może świadczyć różnicowanie kosztów realizacji świadczonych przez nie usług administracyjnych oraz poziomu zatrudnienia. Na Rysunku 1 przedstawiono jednostkowe koszty świadczenia usług administracyjnych (płace i wydatki rzeczowe w przeliczeniu na 1 usługę, których kwantyfikatorem była łączna liczba wydanych dowodów osobistych, praw jazdy oraz decyzji administracyjnych).

Łatwo zauważyć, iż zdecydowanym liderem w zakresie minimalizacji kosztów jednostkowych świadczenia usług administracyjnych był Urząd Miasta Gdańska. W poszczególnych latach analizowanego okresu zawierały się one w przedziale od 123,9 do 147,4 zł. Stosunkowo niskie koszty jednostkowe odnotowano także w Urzędzie Miasta Gdyni i Urzędzie Miasta Rybnika. Te trzy urzędy można zatem uznać za cechujące się największą efektywnością alokacji posiadanych zasobów. W większości badanych urzędów występowała tendencja do wzrostu kosztów jednostkowych w analizowanym okresie. Jedynie w Urzędzie Miasta Chorzowa miał miejsce coroczny spadek poziomu kosztów z 434,3 zł w 2009 roku do 280,6 zł w 2012 roku. Zdecydowanie najwyższe koszty jednostkowe świadczenia usług administracyjnych generowano w Urzędzie Miasta

Zabrza i Urzędzie Miasta Płocka. Warto przy tym zaznaczyć, że w Urzędzie Miasta Zabrze koszty te były najwyższe w 2009 i wynosiły 692,1 zł, ale w kolejnych latach spadały, wynosząc odpowiednio 641,7, 607,3 i 594,1 zł. Natomiast w Urzędzie Miasta Płocka miał miejsce ich wyraźny wzrost w latach 2009-2011 (od 552,5 do 672,8 zł), zaś w 2012 roku nieznaczny spadek do poziomu 670,5 zł.

Rysunek 1. Koszty jednostkowe usług administracyjnych świadczonych przez badane urzędy miast w latach 2009-2012 (zł/1 usługę)



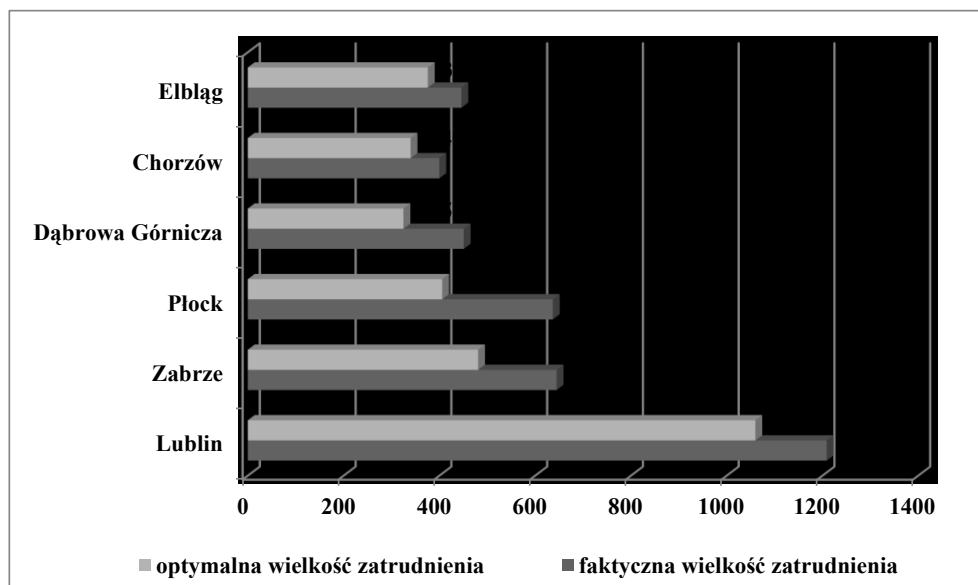
Źródło: opracowanie własne na podstawie przeprowadzonych badań

Oprócz kosztów jednostkowych istotnym elementem obrazu efektywności alokacyjnej badanych urzędów miast jest liczba zatrudnionych w nich pracowników w przeliczeniu na 1000 świadczonych usług administracyjnych. Najmniej osób w stosunku do liczby świadczonych usług zatrudnionych było w Urzędzie Miasta Gdańska (2 osoby) oraz w Urzędzie Miasta Gdyni (3 osoby). Największe zatrudnienie w stosunku do liczby usług (powyżej 10 osób) występowało natomiast w Urzędzie Miasta Zabrze i Urzędzie Miasta Płocka. Warto zaznaczyć, że w analizowanym okresie w Urzędzie Miasta Chorzowa oraz Urzędzie Miasta Zabrze następował systematyczny spadek poziomu zatrudnienia.

Generalnie, porównanie wielkości zatrudnienia w relacji do skali świadczonych usług administracyjnych z jednostkowymi kosztami ich świadczenia w badanych urzędach prowadzi do bardzo zbliżonych spostrzeżeń, co świadczy o tym, że efektywność ich funkcjonowania zależała przede wszystkim od wielkości zatrudnienia. Na podstawie uzyskanych wyników pomiaru efektywności można ustalić występujące przerosty zatrudnienia w stosunku do faktycznego zapotrzebowania zapewniającego efektywne funkcjonowanie przy założeniu

stałych efektów. Mając to na uwadze, obliczone miary efektywności funkcjonowania poszczególnych urzędów miast wykorzystano do przykładowego określenia optymalnej wielkości zatrudnienia w 2012 roku, a tym samym wskazania możliwości poprawy funkcjonowania urzędów zidentyfikowanych jako nieefektywne (Rysunek 2).

Rysunek 2. Wyniki optymalizacji wielkości zatrudnienia w urzędach nieefektywnych w 2012 roku



Źródło: opracowanie własne na podstawie przeprowadzonych badań

Z kształtowania się wielkości zatrudnienia w 2012 roku w kontekście oceny efektywności funkcjonowania urzędów miast wynika, że jego największy przerost (231 osób) występował w Urzędzie Miasta Płocka, będącym w badanej zbiorowości urzędem najmniej efektywnym ( $\theta^* = 0,6385$ ). W Urzędzie Miasta Zabrze zatrudnionych było o 164 osób za dużo w stosunku do faktycznego zapotrzebowania ( $\theta^* = 0,7459$ ), zaś w Urzędzie Miasta Lublina było to osób 149 ( $\theta^* = 0,8774$ ). Najmniejsze przerosty zatrudnienia zidentyfikowano w Urzędzie Miasta Chorzowa (60 pracowników;  $\theta^* = 0,8510$ ). Relatywnie niski był on także w Urzędzie Miasta Elbląga (70 pracowników;  $\theta^* = 0,8439$ ).

## PODSUMOWANIE

Na podstawie wyników przeprowadzonych badań można stwierdzić, iż pomimo podobnego i ustawowo określonego katalogu zadań z zakresu administracji publicznej efektywność funkcjonowania badanych urzędów miast była silnie zróżnicowana. Należy podkreślić, iż pomiar efektywności przy

wykorzystaniu metody DEA ma charakter względny, co oznacza, iż efektywność funkcjonowania danego urzędu jest mierzona w odniesieniu do pozostałych urzędów wchodzących w skład badanej zbiorowości. Innymi słowy, nawet w urzędzie uznanym za najefektywniejszy niewykluczona jest znacząca poprawa jego funkcjonowania. Rozpatrując wielkość zatrudnienia w urzędach miast warto byłoby dodatkowo wziąć pod uwagę pomiar jakości świadczonych usług, uwzględniając chociażby takie kryteria, jak zadowolenie, czy czas obsługi klienta. Uzyskane wyniki badań nad efektywnością i jakością funkcjonowania urzędów miast mogą stanowić asumpt do formułowania rekomendacji i wdrażania niezbędnych zmian zwłaszcza w tych urzędach, które osiągają najsłabsze wyniki. Pomimo ograniczeń badawczych, cennym w sensie zarówno poznawczym, jak i użytkowym wydaje się podejmowanie prób oceny efektywności funkcjonowania różnych typów urzędów administracji publicznej w Polsce, zwłaszcza z wykorzystaniem metod nieparametrycznych. Wprowadzanie na podstawie uzyskanych wyników rozwiązań ma przede wszystkim na celu poprawę istniejącego stanu, co wynika z faktu, iż efektywność funkcjonowania administracji publicznej i sektora publicznego w ogóle wywiera istotny wpływ na konkurencyjność całej gospodarki.

#### BIBLIOGRAFIA

- Banker R. D., Charnes A., Cooper W. W. (1984) Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis, *Management Science*, Vol. 30, pp. 1078–1092.
- Charnes A., Cooper W. W. (1985) Preface to Topics in Data Envelopment Analysis, *Annals of Operations Research*, Vol. 2, pp. 59-94.
- Charnes A., Cooper W. W., Rhodes E. L. (1978) Measuring the Efficiency of Decision Making Units, *European Journal of Operational Research*, Vol. 2, pp. 429-444.
- Cooper W. W., Seiford L. M., Tone K. (2007) *Data Envelopment Analysis. A Comprehensive Text with Models, Applications, Reference*, 2 Edition, Springer, Berlin.
- Figiel S. (2012) Rola administracji publicznej w kształtowaniu konkurencyjności współczesnych gospodarek, [w:] *Nowy paradygmat funkcjonowania administracji publicznej*, Figiel S., Kożuch A. J. (red.), wyd. IDEICO, Olsztyn.
- Kleine A. (2004) A general model framework for DEA, *Omega*, No. 32, pp. 17–23.
- Pawłowska M. (2003) Wpływ fuzji i przejęć na efektywność sektorze banków komercyjnych w Polsce w latach 1997-2001, NBP, Warszawa, str. 27.
- Tone K. (2002) A slacks based measure of efficiency in data envelopment analysis, *European Journal of Operational Research*, 143, pp. 32-41.

### **EFFICIENCY OF FUNCTIONING OF THE CITY OFFICES IN POLAND IN THE NON-PARAMETRIC APPROACH**

**Abstract:** The article presents results of the own research aimed mainly at evaluation of the degree of variation in the level of efficiency of functioning of selected city offices in Poland. Efficiency measurement was carried out using a non-parametric DEA method. Identification of differences in the efficiency of functioning enabled among others to estimate an optimal level of inputs used to deliver administrative services in a group of 11 city offices as well as to indicate in which of them actions to improve the analyzed efficiency should be implemented.

**Keywords:** efficiency, DEA method, public administration



## KAPITAŁ LUDZKI UCIELEŚNIONY W POLSKIM HANDLU ZAGRANICZNYM NA TLE NOWYCH KRAJÓW CZŁONKOWSKICH UE. ANALIZA NA PODSTAWIE WIOD<sup>1</sup>

**Waldemar Florczak**

Zakład Analiz Społeczno-Ekonomicznych, Uniwersytet Jagielloński  
e-mail: waldemar.florczak@uj.edu.pl

**Michał Przybyliński**

Katedra Teorii i Analiz Systemów Ekonomicznych, Uniwersytet Łódzki  
e-mail: micprz@uni.lodz.pl

**Streszczenie:** Celem badania jest określenie tendencji w zakresie zmian zawartości kapitału ludzkiego w polskim handlu zagranicznym na tle innych krajów Europy Środkowej. Ocena tego zjawiska polegała na oszacowaniu zawartości nakładów pracy w polskim eksporcie w podziale na pracę osób wysoko, średnio i nisko wykwalifikowanych. Podobnie, oszacowano struktury nakładów pracy zaoszczędzonych dzięki importowi. Obliczenia przeprowadzono przy użyciu bilansów przepływów międzygałęziowych pochodzących z World Input-Output Database (WIOD), co umożliwiło stworzenie jednolitych szeregów czasowych.

**Słowa kluczowe:** kapitał ludzki, eksport, import, tablica przepływów międzygałęziowych

### WPROWADZENIE

Kapitał ludzki jest jednym z wiodących czynników produkcji determinujących wzrost i konkurencyjność gospodarki. Dążenie do podniesienia jakości tego czynnika zauważalne jest przede wszystkim w przypadku producentów działających na otwartych rynkach międzynarodowych, a więc poddanych silnej presji konkurencyjnej. W myśl tego rozumowania eksporterzy odgrywają wiodącą rolę

---

<sup>1</sup> Artykuł powstał w ramach projektu Narodowego Centrum Nauki DEC-2012/07/B/HS4/02928 „Determinanty rozwoju polskiej gospodarki w XXI wieku. Analiza empiryczna i projekcje na podstawie systemu modeli makroekonomicznych.”

we wzroście produktywności gospodarki (por. np. [Melitz 2003]. Poniżej przedstawiono wyniki badania mającego zweryfikować ten pogląd w przypadku polskiej gospodarki. W tym celu oszacowano zawartość kapitału ludzkiego w eksporcie, imporcie i krajowym popycie finalnym. Procesy zachodzące w latach 1995-2009 prześledzono na tle krajów Europy Środkowej, przyjętych razem z Polską do Unii Europejskiej czyli Czech, Węgier i Słowacji oraz dodatkowo Rumunii i Bułgarii.

Przez kapitał ludzki w szerokim sensie rozumie się wszystkie cechy psychofizyczne jednostki, takie jak posiadane wrodzone zdolności, zasób wiedzy, poziom wykształcenia, umiejętności i doświadczenie zawodowe, stan zdrowotny, poziom kulturalny, aktywność społeczno-ekonomiczna, światopogląd, itp., które wpływają bezpośrednio, bądź pośrednio na wydajność pracy, i które są nierozdzielnie związane z człowiekiem, jako nośnikami owych wartości [Florczak 2007] (por. [Shultz 1961], [Laroche i in. 1999], [OECD 2001]). W węższym znaczeniu kapitał ludzki utożsamiany bywa zazwyczaj z poziomem wykształcenia jednostki.

Koncepcja kapitału ludzkiego nie jest nowa: już William Petty (za [Folloni i Vittadini 2010]) twierdził, że praca jest „ojcem bogactwa” oraz że jej wartość powinna być uwzględniana w szacunku bogactwa narodów, natomiast Adam Smith wymienił 5 czynników – z których część można uznać za uosabiające kapitał ludzki – determinujących zróżnicowanie płac. Jednakże szersze zainteresowanie ekonomistów zagadnieniami związanymi z kapitałem ludzkim wywołały dopiero prace T. Schultza [1961] i G. Beckera [1962], [1964]. Utożsamiają oni kapitał ludzki z nabytymi (w odróżnieniu do wrodzonych) umiejętnościami, wiedzą i doświadczeniem. Liczne definicje terminu, które pojawiły się później poszerzyły rozumienie kapitału ludzkiego o dwie kwestie. Po pierwsze, koncepcja została twardo osadzona w uwarunkowaniach ekonomicznych: tylko te cechy człowieka, które zwiększają jego produktywność – zarówno z jednostkowego, jak i makroekonomicznego punktu widzenia – mogą być uznane za jego kapitał (por. np. [OECD 2001]). Po drugie, zrezygnowano z ograniczenia definiowania kapitału ludzkiego jedynie poprzez wyliczanie specyficznych cech nabytych, przyznając iż produktywność zależy również od zdolności wrodzonych (por. np. [Laroche i in. 1999]. W takim rozumieniu kapitał ludzki jest kategorią wielowymiarową i może być akumulowany w różnych środowiskach: szkolnym, zawodowym, rodzinnym, społecznym, itp.

Złożoność i wielowymiarowość samej koncepcji sprawiają, że istnieją różne propozycje pomiaru kapitału ludzkiego<sup>2</sup>. Wszystkie sposoby pomiaru kapitału ludzkiego posiadają swoje zalety i wady (por. [Florczak 2011]) zaś ich zróżnicowanie powodowane jest zarówno specyfiką celów badawczych, jak i dostępnością danych. W badaniu, którego wyniki zaprezentowano poniżej, jako miernik kapitału ludzkiego przyjęto poziom wykształcenia pracowników. W celu generalizacji

---

<sup>2</sup> Wyczerpujący przegląd czytelnik znajdzie np. w pracy W. Florczaka [2011] (rozdział 3).

wniosków analizę osadzono w komparatywnym środowisku krajów członkowskich UE wywodzących się z byłego systemu gospodarek nakazowo-rozdziałowych.

Na zakończenie tego wątku rozważań warto podkreślić, iż przeprowadzona w artykule analiza empiryczna intencjonalnie dotyczy kwantyfikacji związków pomiędzy kapitałem ludzkim a handlem zagranicznym, co zostało zawarte w jego tytule. Ograniczona jest zatem do roli kluczowej składowej tzw. kapitału intelektualnego, który jest koncepcją znacznie od kapitału ludzkiego szerszą (np. Shveiby [1989], Sullivan [1998], Edvinsson i Malone [2001], Tiwana [2003]). Ograniczenie to wynika to z dwóch przyczyn. Po pierwsze, według jednoznacznej opinii wszystkich badaczy problemu to kapitał ludzki jest wiodącym komponentem kapitału intelektualnego, niezmiennie w tej koncepcji obecnym. Po drugie, bazy danych umożliwiające kwantyfikację analizowanych w pracy związków w ramach metodologii input-output nie zawierają adekwatnych indyktorów kapitału intelektualnego. Nie bez znaczenia jest również fakt, że w odróżnieniu od kapitału ludzkiego, kapitał intelektualny jest koncepcją znacznie słabiej empirycznie doprecyzowaną, przede wszystkim z uwagi na brak konsensusu odnośnie jego głównych składowych (vide cytowane w niniejszym akapicie pozycje).

## METODA BADAWCZA

Idea pomiaru zawartości czynników produkcji w handlu zagranicznym w oparciu o tablice przepływów międzygałęziowych sięga lat pięćdziesiątych ubiegłego wieku, kiedy to Wasily Leontief opublikował wyniki swojego badania empirycznego, wydające się podważać klasyczną teorię Heckschera-Ohlina [Leontief 1953]. Wyniki te stały się impulsem do poszukiwania nowych teorii wymiany międzynarodowej z jednej strony i do redefinicji pojęcia czynnika produkcji z drugiej. Model Heckschera-Ohlina okazał się nie do obrony przy założeniu, że jedynymi czynnikami produkcji są praca i kapitał w tradycyjnym rozumieniu.

Zastosowana metoda odwołuje się bezpośrednio do pomysłu Leontiefa, jednak polega na rozdzieleniu nakładów pracy ponoszonych w gospodarce na nakłady związane z eksportem oraz nakłady na zaspokojenie krajowego popytu finalnego. Dekompozycję taką można zapisać jako:

$$N = V^K + V^E = y' y^K + y' y^E, \quad (1)$$

gdzie  $y$  to wektor, którego elementy stanowi produkcja finalna w poszczególnych gałęziach, a  $N$  – nakłady pracy w całej gospodarce. Superskrypt  $K$  oznacza produkcję (nakłady pracy) na potrzeby krajowe,  $E$  – na eksport,  $v$  to wektor mnożników nakładów pracy. Aby dekompozycja była kompletna, tzn. uwzględniała także nakłady pracy ponoszone przy wytwarzaniu produkcji pośredniej, mnożniki pracy obliczone są jako:

$$v = [I - A']^{-1} n, \quad (2)$$

gdzie  $\mathbf{n}$  to wektor współczynników bezpośredniej pracochłonności (nakłady pracy na jednostkę produkcji globalnej), a  $\mathbf{A}$  to macierz współczynników bezpośredniej materiałochłonności<sup>3</sup>.

Na podobnej zasadzie oszacować można nakłady pracy zawarte w imporcie. Wymaga to przemnożenia mnożników pracy przez wektor importu:

$$N^M = \mathbf{A}' \mathbf{n}, \quad (3)$$

Stosując wzór (3) należy pamiętać, że sformułowanie „zawartość nakładów pracy w imporcie” należy traktować z pewnym dystansem. Byłoby ono precyzyjne, gdyby technologia produkcji w krajach pochodzenia importowanych produktów była identyczna z technologią stosowaną w Polsce, takiej pewności jednak nie ma. Bardziej uprawnione byłoby stwierdzenie, że są to nakłady pracy, które zostały zaoszczędzone w krajowej gospodarce dzięki importowi. Metoda Leontiefa była już wykorzystywana do szacowania zawartości czynników produkcji także w polskim handlu zagranicznym (por. np. [Marczewski i Wysocka 2000] oraz [Przybyliński 2012], wcześniej szacunki takie przeprowadzali pracownicy Instytutu Koniunktur i Cen Handlu Zagranicznego).

## BAZA DANYCH

Tablice przepływów międzygałęziowych są ostatecznym i zbilansowanym źródłem danych statystycznych. Zestawiane są mniej lub bardziej regularnie od lat pięćdziesiątych, pozwalały na ocenę zawartości czynników produkcji w wybranych latach, jednak porównania międzyokresowe były do tej pory dość utrudnione. Polski Główny Urząd Statystyczny publikuje tablice w odstępach pięcioletnich, przy czym następujące zmiany w zasadach sprawozdawczości statystycznej utrudniają prowadzenie porównań.

Istotnym przełomem w badaniach empirycznych stał się projekt World Input-Output Database (WIOD) 7 Programu Ramowego, finansowanego przez Komisję Europejską. Opracowana baza danych obejmuje zestaw tablic przepływów międzygałęziowych dla 40 krajów. Tablice wyrażone są w mln USD w cenach bieżących w podziale na 35 gałęzi, z wyróżnieniem importu. Opisują roczne strumienie produkcji, obejmując lata 1995-2011. Jest to więc pierwszy w historii tak spójny zarówno w czasie jak i przestrzeni szereg tablic input-output. Oczywiście, nie oznacza to, że w cudowny sposób pojawiły się nowe źródła danych. W dużej części mamy tu do czynienia z interpolacją zmiennych lub uśrednianiem wartości, co daje się czasami zauważyć podczas liczenia różnego rodzaju współczynników, udziałów czy też temp wzrostu.

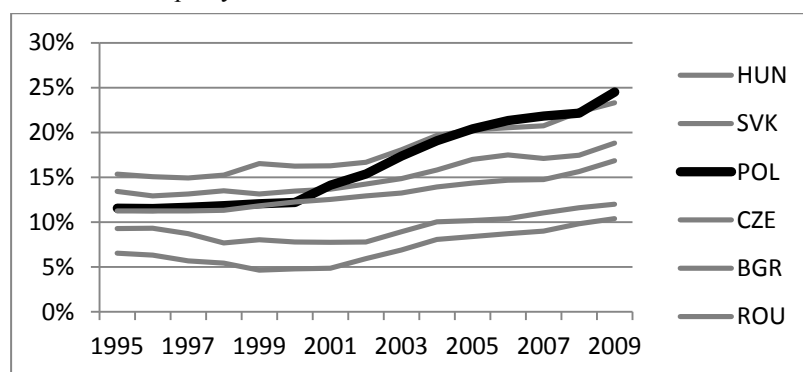
Uzupełnieniem zestawu tablic input-output jest baza danych obejmująca wybrane zagadnienia społeczno-ekonomiczne oraz z zakresu ochrony środowiska.

---

<sup>3</sup> Metody obliczeń, typy i interpretacja mnożników przedstawione są w pracy Millera Blaira [2009].

W tej pierwszej znajdują się m. in. informacje o udziałach pracowników wysoko, średnio i nisko wykwalifikowanych w całkowitych nakładach pracy. Podział ten odpowiada trzem poziomom wykształcenia. W przypadku krajów europejskich pierwotnym źródłem danych jest Eurostat (Labour Force Surveys)<sup>4</sup>. Informacje te mogą stanowić dobry miernik służący do oceny zmian nakładów kapitału ludzkiego w produkcji. Udziały pierwszego i ostatniego typu pracy pokazują Rysunki 1 i 2.

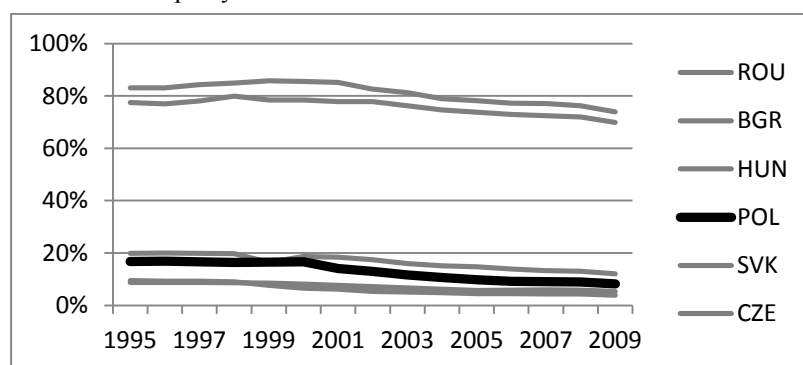
Rysunek 1. Udział nakładów pracy pracowników o wysokich kwalifikacjach w całkowitych nakładach pracy



Legenda podana zgodnie z wartościami w roku startowym (największa wartość - Węgry, najmniejsza - Rumunia).

Źródło: World Input-Output Database [Timmer i in. 2014]

Rysunek 2. Udział nakładów pracy pracowników o niskich kwalifikacjach w całkowitych nakładach pracy



Legenda podana zgodnie z wartościami w roku startowym (największa wartość - Rumunia, najmniejsza - Czechy).

Źródło: World Input-Output Database [Timmer i in. 2014]

<sup>4</sup> Więcej informacji znaleźć można pod adresem (dostęp 10.07.2015): [http://www.wiod.org/publications/source\\_docs/SEA\\_Sources.pdf](http://www.wiod.org/publications/source_docs/SEA_Sources.pdf)

We wszystkich analizowanych krajach udział nakładów pracowników wysoko wykwalifikowanych wzrósł, przy czym do roku 2000 wzrost ten jest dość powolny, a w przypadku Bułgarii i Rumunii obserwujemy regres. Z początkiem wieku sytuacja ulega polepszeniu, do czego najbardziej przyczynia się polska gospodarka. W 2009 roku nasz kraj osiąga najwyższą wartość spośród widocznych na Rysunku 1.

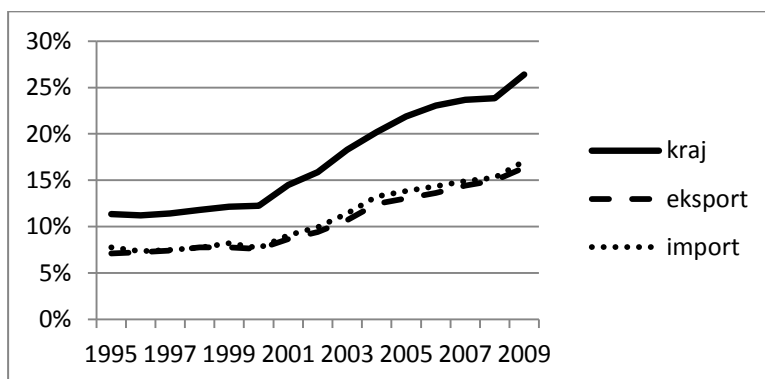
Rumunia i Bułgaria cechują się stosunkowo niskim udziałem pracy wysoko wykwalifikowanej, jednak dopiero Rysunek 2 ukazuje dystans, jaki dzieli „młodsze” kraje UE od „starszych”. Udział pracy nisko wykwalifikowanej w Bułgarii spada do 70% dopiero w ostatnim roku próby, podczas gdy w Rumunii udział ten jest wyższy. W tym samym, 2009 roku na Słowacji wyniósł on 3,8%. W krajach „starszych” dominują pracownicy o średnich kwalifikacjach, podczas gdy produkcja w Rumunii i Bułgarii bazuje na pracy osób o niskich kwalifikacjach.

Można z pewnością uznać, że w okresie 2001-2009 w Europie Środkowej nastąpiła wyraźna, korzystna zmiana struktury nakładów pracy pod względem wykształcenia. Najbardziej widoczna poprawa nastąpiła w Polsce.

## WYNIKI I ICH INTERPRETACJA

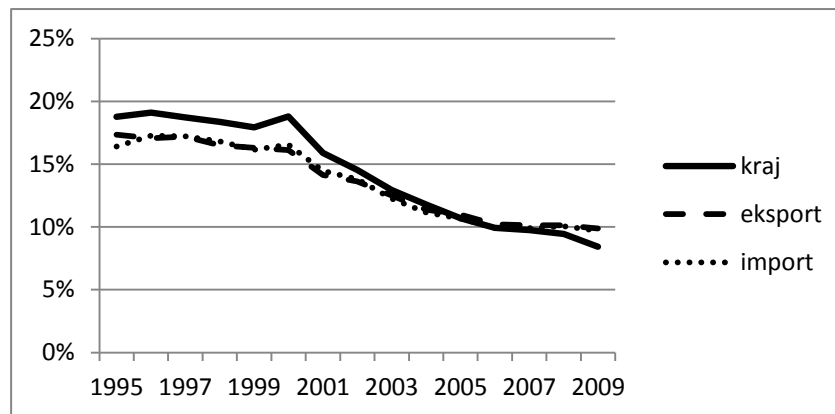
Oszacowanie zawartości kapitału ludzkiego w eksporcie, imporcie i produkcji na rynek krajowy zgodnie z opisaną powyżej metodą w przypadku Polski prowadzi do wyników na pierwszy rzut oka dość zaskakujących (por. Rysunki 3 i 4). Okazuje się bowiem, że produkcja eksportowa oparta jest w dużo mniejszym stopniu na pracy wysoko wykwalifikowanej, niż produkcja finalna przeznaczona dla krajowych odbiorców. Co więcej, stan ten wydaje się pogłębiać wraz z upływem czasu. Dodatkowo, udział pracy nisko wykwalifikowanej w nakładach pracy na rynek krajowy spada szybciej niż w przypadku eksportu i od 2005 roku jest już nawet niższy.

Rysunek 3. Udział nakładów pracy pracowników o wysokich kwalifikacjach w całkowitych nakładach pracy



Źródło: obliczenia własne na podstawie World Input-Output Database [Timmer i in. 2014]

Rysunek 4. Udział nakładów pracy pracowników o niskich kwalifikacjach w całkowitych nakładach pracy



Źródło: Obliczenia własne na podstawie World Input-Output Database [Timmer i in. 2014]

Prowadzona wymiana handlowa jest z punktu widzenia zawartości kapitału ludzkiego neutralna (struktura nakładów zawartych w eksporcie jest niemal identyczna ze strukturą nakładów zawartych w imporcie). Dzieje się tak w całym badanym okresie. Może to się wydawać niezgodne ze spostrzeżeniami o szybkim rozwoju technologicznym naszego kraju. Należałoby się raczej spodziewać, że profil wymiany będzie się zmieniał w kierunku wzrostu wymiany oszczędzającej pracę nisko wykwalifikowaną kosztem pracy wysoko wykwalifikowanej. Inaczej mówiąc, udział nakładów pracy wysoko wykwalifikowanej powinien rosnąć szybciej w eksporcie niż w imporcie, a w przypadku pracy nisko wykwalifikowanej powinno być odwrotnie.

Można wskazać dwie przyczyny tego stanu rzeczy. Po pierwsze, wzrost intensywności handlu wewnątrzgałęziowego w polskiej gospodarce, szeroko potwierdzony wynikami badań empirycznych (por. np. [Czarny i Śledziwska 2009, str. 211-263] oraz [Talar 2012]), który powoduje upodabnianie się struktur importu i eksportu. Po drugie w latach 1995-2009 nastąpiła zmiana struktury geograficznej polskiego handlu zagranicznego, co obrazuje Tabela 1.

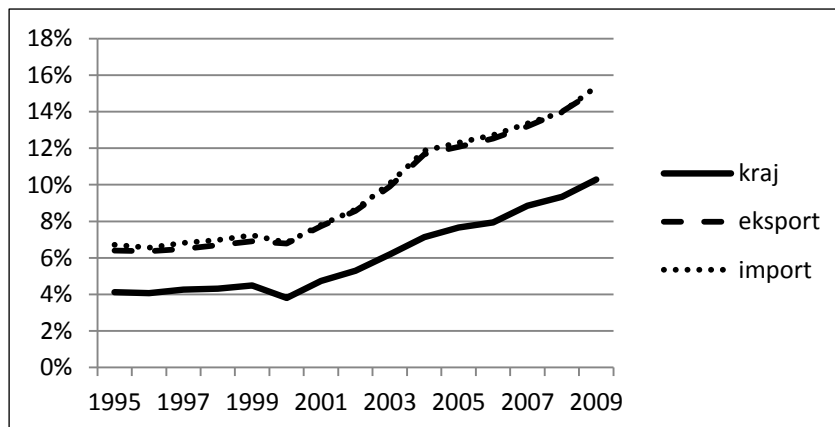
Tabela 1. Udział krajów wysokorozwiniętych w polskim handlu zagranicznym, ceny bieżące

	1995	2009
Import	74%	69%
Eksport	74%	86%

Źródło: obliczenia własne na podstawie Roczników Statystycznych Handlu Zagranicznego

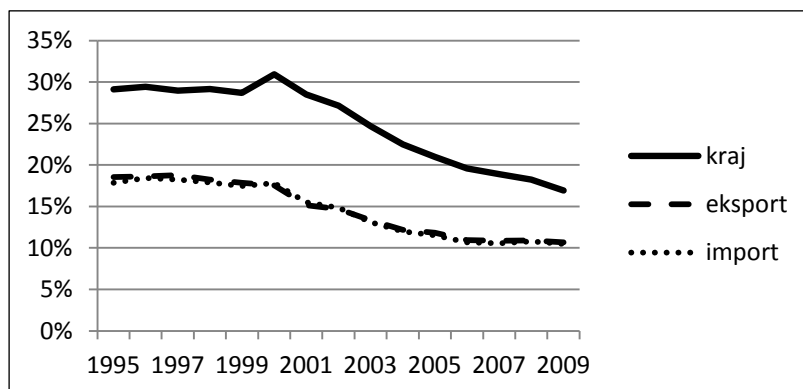
W tej sytuacji warto rozważyć zawężenie badania do produktów podlegających wymianie międzynarodowej, czyli produktów rolnictwa, górnictwa i przemysłu przetwórczego (sekcje A-C w klasyfikacji NACE).

Rysunek 5. Udział nakładów pracy pracowników o wysokich kwalifikacjach w całkowitych nakładach pracy (sekcje A-C)



Źródło: obliczenia własne na podstawie World Input-Output Database [Timmer i in. 2014]

Rysunek 6. Udział nakładów pracy pracowników o niskich kwalifikacjach w całkowitych nakładach pracy (sekcje A-C)



Źródło: obliczenia własne na podstawie World Input-Output Database [Timmer i in. 2014]

Zmiana zakresu badania doprowadziła do przewartościowania wyników. Struktura nakładów jest zdecydowanie bardziej korzystna w przypadku eksportu i importu niż produkcji na rynek krajowy. Przyczyna tego stanu rzeczy jest łatwa do wyjaśnienia. Zdecydowanie najwięcej osób z wysokimi kwalifikacjami zajmuje się wytwarzaniem usług (edukacja, finanse, ochrona zdrowia), które podlegają wymianie międzynarodowej w bardzo ograniczonym zakresie. Produkcja rolnicza, górnictwo i przemysł przetwórczy z natury rzeczy w mniejszym stopniu opierają się na kapitale ludzkim. Hipoteza o wiodącej roli eksporterów w podnoszeniu jakości kapitału ludzkiego została więc potwierdzona w przypadku sekcji A-C (Rysunek 5 i 6), jednak ogólny obraz (Rysunek 3 i 4) kształtowany jest pod



wpływem rosnącej roli, jaką w gospodarce odgrywa sektor usług. Proces ten obrazuje Tabela 2.

Tabela 2. Udział sekcji D-T w produkcji globalnej, liczony w cenach bieżących

Kraj	1995	2009
Bułgaria	46,4%	61,4%
Czechy	58,2%	60,8%
Polska	55,9%	63,7%
Rumunia	44,1%	61,7%
Słowacja	55,7%	62,5%
Węgry	55,9%	59,9%

Źródło: obliczenia własne na podstawie World Input-Output Database (Timmer i in. 2014)

Jak widać, udział sekcji usługowych wzrósł w Polsce z 55,9% do 63,7%, co postawiło nasz kraj na pierwszym miejscu wśród analizowanych gospodarek. Proces ten wystąpił we wszystkich krajach, przy czym zauważyć można wyraźną konwergencję.

## WNIOSKI

W okresie 2001-2009 w Europie Środkowej nastąpiło przesunięcie struktury nakładów pracy pod względem wykształcenia. Wzrósł udział pracowników o wysokich kwalifikacjach kosztem pracy pracowników nisko wykwalifikowanych. Świadczy to o wyraźnej poprawie jakości kapitału ludzkiego. Proces ten najbardziej uwidocznił się w Polsce, co postawiło nasz kraj na pozycji regionalnego lidera. Zmiany te wynikają z jednej strony z wiodącej roli eksporterów wśród firm rolniczych, wydobywczych i przemysłowych, z drugiej strony spowodowane są rosnącą rolą, jaką w gospodarce odgrywa sektor usług, w którym wymagania co do wykształcenia pracowników są wyższe (edukacja, ochrona zdrowia itp.).

Wymiana handlowa Polski okazała się być neutralna pod względem zawartości kapitału ludzkiego. Nie ujawniła się tendencja w zakresie zmiany struktury nakładów pracy w czasie.

## BIBLIOGRAFIA

- Becker G. (1962) Investment in Human Capital: A Theoretical Analysis, *Journal of Political Economy*, Vol. 70.
- Becker G. (1964) *Human Capital: A theoretical and Empirical Analysis with Special Reference to Education*, Columbia University Press, New York.
- Czarny E., Śledziewska K. (2009) *Polska w handlu światowym*, PWE, Warszawa.
- Edvinsson L., Malone M. S. (2001) *Kapitał intelektualny*, Wydawnictwo PWN, Warszawa.
- Florczak W. (2007) Mikro- i makroekonomiczne korzyści związane z kapitałem ludzkim, *Ekonomista*, nr 5.

- Florczak W. (2011) W kierunku endogenicznego i zrównoważonego rozwoju - perspektywa makroekonometryczna, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Folloni G., Vittadini G. (2010) Human Capital Measurement: A Survey, *Journal of Economic Surveys*, No. 24.
- Laroche M., Merette M., Ruggeri G. C. (1999) On the Concept and Dimensions of Human Capital in a Knowledge-Based Economy Context, *Canadian Public Policy*, Vol. XXV, No 1.
- Leontief W. W. (1953) Domestic Production and Foreign Trade: The American Capital Position Re-examined. *Proceedings of the American Philosophical Society*, 97, pp. 332–349.
- Marczewski K., Wysocka A. (2000) Dostosowania strukturalne polskiej gospodarki i handlu zagranicznego do członkostwa w Unii Europejskiej: Badanie za pomocą modelu przepływów międzygałęziowych, [w:] Kotyński J., Korzyści i koszty członkostwa Polski w Unii Europejskiej, Tom 1, Instytut Koniunktur i Cen Handlu Zagranicznego, Warszawa, str. 96-139.
- Melitz M. J. (2003) The Impact of Trade on Intra-industry Reallocations and Aggregate Industry Productivity, *Econometrica*, Vol. 71, No. 6, pp. 1695-1725.
- Miller R. E., Blair P. D. (2009) *Input-Output Analysis: Foundations and Extensions*, Cambridge University Press.
- OECD (2001) *The New Economy: Beyond the Hype*, Final Report on the OECD Growth Project, Paris.
- Przybyliński M. (2012) Metody i tablice przepływów międzygałęziowych w analizach handlu zagranicznego Polski, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Schultz T. W. (1961) Investment in Human Capital, *American Economic Review*, Vol. 51/5.
- Sullivan P. H. (1998) *Profiting from intellectual capital: Extracting value from innovation*, Willey, New York
- Sveiby K. E. (1989) The invisible balance sheet, <http://www.sveiby.com/books/DenOsynligaEng.pdf>.
- Talar S. (2012) Wewnątrzgałęziowa wymiana handlowa Polski w warunkach integracji, *Zeszyty Naukowe Wydziałowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach* pt. Międzynarodowe Stosunki Gospodarcze – integracja regionalna w Europie i na świecie, *Studia Ekonomiczne*, nr 123.
- Timmer M. P., Dietzenbacher E., Los B., Stehrer R. and de Vries G. J. (2015) An Illustrated User Guide to the World Input–Output Database: the Case of Global Automotive Production, *Review of International Economics* (DOI: 10.1111/roie.12178).
- Tiwana A. (2003) *Przewodnik po zarządzaniu wiedzą*, Placet, Warszawa.

**HUMAN CAPITAL EMBODIED IN THE POLISH FOREIGN TRADE.  
ANALYSIS BASED ON WIOD**

**Abstract:** The aim of the study is to identify trends in the changes in the content of human capital embodied in Polish foreign trade. The way to estimate this phenomenon was to calculate the labor content of Polish exports, broken down by high-, medium-, and low-skilled workers. Similarly, the structure of labor saved thanks to imports was also estimated. Calculations were performed using input-output tables from the World Input-Output Database (WIOD), which allowed for creation of unified time series.

**Keywords:** human capital, exports, imports, input output table

## WPLYW CEN ROPY NAFTOWEJ NA PRODUKCJĘ I INFLACJĘ W WYBRANYCH PAŃSTWACH UNII EUROPEJSKIEJ<sup>1</sup>

**Andrzej Geise**

Katedra Ekonometrii i Statystyki, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu  
e-mail: a.geise@umk.pl

**Streszczenie:** Artykuł ten porusza problem zależności między cenami surowców a aktywnością gospodarczą w kontekście zmian strukturalnych wywołanych kryzysem finansowym w wybranych krajach Unii Europejskiej. Głównym celem pracy jest analiza przyczynowości w sensie Grangera oraz analiza odpowiedzi impulsowych dla cen ropy naftowej, produkcji oraz inflacji w Niemczech, Francji, Danii, Holandii, Polsce, Czechach i UE dla okresu od 01.1995 do 04.2014 r. Wyniki empiryczne pokazują, że w badanych gospodarkach istnieje jednokierunkowa zależność przyczynowa w sensie Grangera od cen ropy do produkcji i inflacji w badanych gospodarkach.

**Słowa kluczowe:** ceny ropy naftowej, aktywność gospodarcza, przyczynowość w sensie Grangera, funkcja odpowiedzi impulsowej

### WPROWADZENIE

Kryzysy naftowe lat 70. oraz wczesnych lat 80. XX wieku, stały się główną przyczyną dynamicznego wzrostu zainteresowania tematyką relacji między rynkiem surowców energetycznych a rozwojem gospodarczym. Wówczas, ceny ropy naftowej zaczęto postrzegać jako jeden z kluczowych czynników powodujących fluktuacje aktywności gospodarczej. Hamilton [2011] analizując ceny ropy naftowej oraz recesje gospodarcze w Stanach Zjednoczonych, stwierdził, że aktywność gospodarcza oraz ceny ropy naftowej cechują się ujemną korelacją,

---

<sup>1</sup> Praca sfinansowana z grantu Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania UMK w Toruniu. Numer grantu: 2185-E.

wskazując dokładniej, że 10 spośród 11 recesji gospodarczych<sup>2</sup> na świecie zostały poprzedzone ostrymi wzrostami cen surowca na rynkach światowych. Natomiast duże spadki cen ropy oznaczały często początek kryzysu gospodarczego.

Zbieżność czasowa kryzysów gospodarczych ze znaczącymi zmianami w poziomie cen ropy naftowej nie jest jednoznaczna z istnieniem zależności przyczynowej. Potwierdzenie ujemnej zależności między cenami ropy naftowej a aktywnością gospodarczą z wykorzystaniem metod ekonometrycznych nie jest obecnie łatwym zadaniem. Jak wskazuje Hooker [1996], problem dotyczy stabilności w czasie, możliwej liniowej zależności. Ekonomisci często wskazywali, że wpływ zmian cen ropy naftowej na aktywność gospodarczą słabł w czasie. Wynika to m.in. z faktu, że większość gospodarek rozwiniętych znacząco poprawiła efektywność zużycia surowca. Gospodarki takie jak Stany Zjednoczone, Japonia czy Niemcy w 2011 roku zużywały dwa razy mniej ropy naftowej do produkcji tej samej ilości energii niż w latach 80. XX wieku [Deutsche Bundesbank 2012]. Należałoby się jednak zastanowić, czy zbieżność czasowa kryzysów gospodarczych oraz znaczących zmian w cenach surowców energetycznych charakteryzuje się związkiem przyczynowym w sensie Grangera.

Głównym celem pracy jest analiza wpływu cen ropy naftowej na produkcję oraz inflację w Niemczech, Francji, Danii, Holandii, Polsce, Czechach oraz Unii Europejskiej w kontekście kryzysu finansowego 2008-2009. Dla prawidłowej realizacji celu pracy postawiono hipotezę badawczą, która brzmi: zależność między cenami ropy naftowej a produkcją i inflacją w państwach Unii Europejskiej ma charakter transmisji. Jednocześnie należy wskazać, że pojęcie transmisji między cenami ropy a wskaźnikami makroekonomicznymi, rozumiane jest jako jednokierunkowa zależność przyczynowo-skutkowa. Do realizacji celu wykorzystano analizę przyczynowości w sensie Grangera z modeli VECM oraz analizę odpowiedzi impulsowych produkcji i inflacji na zmiany cen ropy.

W badaniu analizowano 6 gospodarek europejskich oraz Unię Europejską. Państwa wybrano na podstawie trzech głównych kryteriów: wielkości PKB, struktury handlu surowcami energetycznymi oraz zużycia energii w przemyśle – tak jak w pracy [Geise, Piłatowska 2014].

Artykuł składa się ze wstępu, 2 sekcji oraz zakończenia. W sekcji 1 zawarto przegląd literatury, następnie opisano wyniki analizy empirycznej. W zakończeniu zawarto główne wnioski.

## PRZEGLĄD BADAŃ EMPIRYCZNYCH

Z teoretycznego punktu widzenia, jak wskazują Brown i Yucel [2002] zmienność cen ropy naftowej wpływa na ważniejsze procesy makroekonomiczne

---

<sup>2</sup> Dotyczy recesji po II Wojnie Światowej. Spowolnienie gospodarcze w latach 1960-61 nie zostało wyprzedzone poprzez gwałtowne wzrosty cen na rynku ropy naftowej [Hamilton 2011].

poprzez tzw. kanały transmisji. Kanał podażowy i kanał inflacyjny stanowią dwa najważniejsze kanały transmisji szoków naftowych na gospodarkę. Poprzez kanał podażowy, zmiany cen ropy naftowej mają bezpośredni wpływ na produkcję, gdzie przyczyną są zmiany marginalnych kosztów produkcji. Natomiast kanał inflacyjny pozwala wskazać efekt zmian cen ropy na inflację bazową lub oczekiwania inflacyjne [Brown, Yucel 2002, Tang i in. 2010].

Po stronie podażowej, spadki kosztów produkcji spowodowane są niższymi cenami surowca [Finn 2000]. Jak wskazują Blanchard i Gali [2008], niższe koszty produkcji całej gamy dóbr energochłonnych, poprzez obniżenie ich cen i odciążenie konsumenta może skutkować pośrednio obniżeniem inflacji. Oczywiście, niższe koszty produkcji przyczyniają się również do wzrostu inwestycji na poziomie przedsiębiorstwa oraz kraju, jednakże jak wskazują Elder i Serletis [2010] niepewność związana z wahaniami cen surowca może powodować także negatywne skutki dla wielkości inwestycji. Wzrost konsumpcji natomiast wywołany jest poprzez wzrost realnych dochodów konsumentów, co jest skutkiem spadku cen ropy i odciążenia budżetu gospodarstwa domowego poprzez obniżenie rachunków za energię [Hamilton 2009, Kilian 2014].

Bernanke i in. [1997] wskazują, że spadki cen surowca poprzez odpowiednią reakcję banku centralnego (rozluźnienie monetarne) mogą pobudzić aktywność gospodarczą kraju. Wiąże się to z faktem, iż spadające ceny ropy naftowej mogą powodować złagodzenie inflacji – zwłaszcza inflacji bazowej lub oczekiwań inflacyjnych [Alvarez i in. 2011]. W przypadku, gdy inflacja bazowa lub oczekiwania inflacyjne nie zmniejszają się na skutek spadku cen surowca, wówczas bank centralny może nie reagować polityką monetarną na zmiany, natomiast będzie to skutkowało mniejszą reakcją aktywności gospodarczej [Hunt i in. 2001].

## ANALIZA EMPIRYCZNA RELACJI MIĘDZY CENAMI ROPY NAFTOWEJ A PRODUKCJĄ I INFLACJĄ PAŃSTW UE

### **Badanie zależności długookresowych w kontekście kryzysu finansowo-gospodarczego**

Badanie empiryczne rozpoczęto od analizy stopnia integracji oraz kointegracji między cenami ropy naftowej Brent, produkcją oraz inflacją w Niemczech, Francji, Danii, Holandii, Polsce, Czechach oraz Unii Europejskiej. Analiza została przeprowadzona na próbie 232 obserwacji z okresu od stycznia 1995 do kwietnia 2014 r. Dla wybranych państw UE analizowano następujący zestaw danych o częstotliwości miesięcznej:

- ceny ropy naftowej Brent dla regionu europejskiego ( $B_t$ ) – opisane przez logarytmy uśrednionych cen nominalnych surowca,
- produkcję ( $P_t$ ) – opisaną poprzez zlogarytmowane wartości indeksu produkcji przemysłowej w cenach stałych z 2010 roku,

- inflację ( $In_t$ ) – opisaną poprzez zlogarytmowane wartości indeksu cen konsumpcyjnych.

W celu uniknięcia zniekształcenia wyników, szeregi czasowe zostały oczyszczone ze składnika sezonowości deterministycznej metodą TRAMO/SEATS. Dane dotyczące cen ropy zostały pobrane z bazy danych IEA, natomiast wartości produkcji oraz inflacji zostały zaczerpnięte z bazy danych OECD.

Wyniki testowania stopnia zintegrowania poszczególnych procesów stochastycznych zostały zaprezentowane w Tabeli 1. Po pierwsze, zastosowano rozszerzony test Dickeya-Fullera (ADF<sup>3</sup>) na istnienie autoregresyjnego pierwiastka jednostkowego, następnie dla potwierdzenia wyniku zastosowany został test stacjonarności KPSS<sup>4</sup>.

Tabela 1. Testy pierwiastka jednostkowego

Procesy		Poziomy				Różnice	
		ADF		KPSS		ADF	KPSS
		C	C + t	C	C + t	C	C
Ropa	$B_t$	-0,958	-3,229 *	4,362***	0,217***	-7,654***	0,036
Niemcy	$P_t$	-0,957	-2,183	3,292***	0,137*	-5,31***	0,038
	$In_t$	-3,029 **	-3,068	0,186	0,083	-4,562***	0,039
Francja	$P_t$	-1,139	-1,577	1,134***	0,826***	-4,583***	0,205
	$In_t$	-3,017 **	-3,003	0,178	0,172**	-4,531***	0,037
Holandia	$P_t$	-1,973	-2,616	4,131***	0,5***	-15,69***	0,039
	$In_t$	-2,514	-2,579	0,436*	0,242***	-4,732***	0,046
Dania	$P_t$	-1,98	-1,799	0,997***	0,952***	-13,34***	0,112
	$In_t$	-2,816 *	-2,946	0,286	0,12*	-5,491***	0,054
Polska	$P_t$	-1,15	-1,994	4,683***	0,275***	-4,292***	0,113
	$In_t$	-2,844 *	-2,807	2,897***	0,913***	-4,588***	0,711**
Czechy	$P_t$	-0,769	-1,922	-4,404***	0,43***	-4,802***	0,062
	$In_t$	-2,095	-2,505	2,168***	0,45***	-4,112***	0,045
UE	$P_t$	-2,405	-2,027	1,495***	0,514***	-4,53***	0,189
	$In_t$	-2,969**	-3,052	0,81***	0,283***	-4,145***	0,052

\*, \*\*, \*\*\* oznacza odrzucenie hipotezy zerowej testu przy poziomie istotności, odpowiednio 10%, 5% oraz 1%.

Źródło: obliczenia własne

Testy ADF i KPSS wskazały jednoznacznie we wszystkich analizowanych państwach, że produkcja charakteryzuje się pierwiastkiem jednostkowym. W przypadku zmiennej  $In_t$  testy ADF i KPSS dostarczały czasem sprzecznych wyników. Dla przykładu, test ADF w wersji ze stałą, dla inflacji w gospodarce UE, wskazuje, że proces jest stacjonarny przy poziomie istotności 5%, natomiast test

<sup>3</sup> Hipoteza zerowa testu zakłada, że proces posiada pierwiastek jednostkowy,  $H_0: Y_t \sim I(1)$ .

<sup>4</sup> Hipoteza zerowa testu zakłada, że proces jest stacjonarny,  $H_0: Y_t \sim I(0)$ .

ADF w wersji ze stałą i trendem oraz test KPSS wskazują na istnienie pierwiastka jednostkowego. Testy integracji dla inflacji w Niemczech oraz Francji również nie wskazują jednoznacznie, czy procesy te są zintegrowane (porównaj Tabela 1). W związku z powyższym w dalszej części badania przyjęto, że procesy są zintegrowane i analizowano przyrosty procesów.

Do badania kointegracji między procesami zastosowano test Johansena z uwzględnieniem załamania strukturalnego oraz bez uwzględnienia załamania strukturalnego. Stosując procedurę Johansena [1988], gdzie w relacji kointegracyjnej nie uwzględniano załamania strukturalnego, test śladu w przypadku gospodarek Holandii, Czech oraz Unii Europejskiej wskazał dwa liniowo niezależne wektory kointegrujące, natomiast dla Niemiec, Francji oraz Polski zidentyfikowano jeden liniowo niezależny wektor kointegrujący (porównaj górny panel Tabeli 2). W przypadku Danii, test śladu wskazuje, że rząd macierzy  $\Pi$  ( $r=0$ ) jest równy 0, co oznacza brak relacji kointegracyjnej. Wyniki testu Johansena [1988] są zaburzone ze względu na zmiany strukturalne wywołane kryzysem finansowo-gospodarczym. Dlatego w celu wskazania właściwej liczby wektorów kointegrujących, posłużono się testem Johansena i in. [2000], który pozwala uwzględnić załamania strukturalne w trendzie deterministycznym. Test śladu wskazuje na występowanie dwóch liniowo niezależnych wektorów kointegrujących dla Niemiec, Francji, Czech oraz Unii Europejskiej. Dla gospodarek Holandii, Danii oraz Polski zidentyfikowano jeden wektor kointegrujący (zobacz panel środkowy Tabeli 2).

Tabela 2. Analiza kointegracji procedurą Johansena – wyniki testu śladu

$H_0$	Niemcy	Francja	Holandia	Dania	Polska	Czechy	EU
Test Johansena ( $\lambda_{trace}$ )							
$r = 0$	52,99***	40,57*	50,67***	31,15	54,91***	48,77***	46,34***
$r \leq 1$	22,50	17,29	26,52**	15,68	21,77	26,26**	19,54**
$r \leq 2$	9,10	5,61	8,03	5,80	6,31	8,18	2,50
Test Johansena ze zmianami strukturalnymi (egzogeniczne załamanie w IX 2008)							
$r = 0$	71,26***	60,34**	71,72***	76,62***	68,52***	60,00***	74,94***
$r \leq 1$	33,59*	33,39*	24,69	19,84	26,50	33,79*	34,69*
$r \leq 2$	12,12	7,89	8,47	7,04	5,79	14,73	11,17
Testy istotności dla zmian strukturalnych w relacji kointegrującej							
$\beta_{DU} = 0$	12,45***	4,526	6,16**	2,114	0,009	3,540	2,291
$\beta_{DT} = 0$	11,00***	0,813	9,67***	2,866*	1,289	6,757**	0,413
$\beta_{DU} = \beta_{DT} = 0$	19,96***	24,06***	16,477***	38,85***	10,42***	9,553*	17,26***

\*, \*\*, \*\*\* oznacza odrzucenie hipotezy zerowej testu przy poziomie istotności, odpowiednio 10%, 5% oraz 1%.

Źródło: obliczenia własne w programie JMulTi

Testy istotności zmian strukturalnych w równaniach długookresowych, dla wszystkich państw Unii Europejskiej wskazują, że łącznie korekta wartości



średniej oraz korekta trendu deterministycznego ( $H_0 : \beta_{DU} = \beta_{DT} = 0$ ) jest istotna statystycznie, jednocześnie dając podstawy by sądzić, że zmiany strukturalne występujące w gospodarkach są na tyle znaczące, że mogą zaburzać wyniki testów. W związku z czym w dalszym badaniu analizowano relacje kointegrujące, które uwzględniają załamania strukturalne w wyrazie wolnym oraz w trendzie.

### Modele VECM i analiza przyczynowości w sensie Grangera

Badanie relacji między cenami ropy naftowej, produkcją a inflacją w państwach UE przeprowadzono na podstawie modeli VECM, które pozwalają uwzględnić przypadek, gdy w systemie występuje większa liczba wektorów kointegrujących. Model VECM z jednym liniowo niezależnym wektorem kointegrującym przyjmuje postać (1):

$$\begin{bmatrix} \Delta P_t \\ \Delta In_t \\ \Delta B_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{11} \\ \gamma_{21} \\ \gamma_{31} \end{bmatrix} \left[ \begin{bmatrix} 1 - \beta_{11} - \beta_{12} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_t \\ In_t \\ B_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\beta_{10} - \beta_{13} - \beta_{14} - \beta_{15} \\ -\beta_{20} - \beta_{23} - \beta_{24} - \beta_{25} \\ -\beta_{30} - \beta_{33} - \beta_{34} - \beta_{35} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} const \\ time \\ DU_t \\ DT_t \end{bmatrix} \right]_{t-1} + \sum_{p=1}^q \begin{bmatrix} \delta_{1p} & \phi_{1p} & \theta_{1p} \\ \delta_{2p} & \delta_{2p} & \theta_{2p} \\ \delta_{3p} & \delta_{3p} & \theta_{3p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P_{t-p} \\ \Delta In_{t-p} \\ \Delta B_{t-p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \varepsilon_{3t} \end{bmatrix} \quad (1)$$

gdzie  $\varepsilon_t$  jest białym szumem. Natomiast model VECM dla przypadku z dwoma liniowo niezależnymi wektorami kointegrującymi przyjmuje postać (2):

$$\begin{bmatrix} \Delta P_t \\ \Delta In_t \\ \Delta B_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} \end{bmatrix} \left[ \begin{bmatrix} 1 - 0 - \beta_{12} \\ 0 + 1 - \beta_{22} \\ 0 + 0 - \beta_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_t \\ In_t \\ B_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\beta_{10} - \beta_{13} - \beta_{14} - \beta_{15} \\ -\beta_{20} - \beta_{23} - \beta_{24} - \beta_{25} \\ -\beta_{30} - \beta_{33} - \beta_{34} - \beta_{35} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} const \\ time \\ DU_t \\ DT_t \end{bmatrix} \right]_{t-1} + \sum_{p=1}^q \begin{bmatrix} \delta_{1p} & \phi_{1p} & \theta_{1p} \\ \delta_{2p} & \delta_{2p} & \theta_{2p} \\ \delta_{3p} & \delta_{3p} & \theta_{3p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P_{t-p} \\ \Delta In_{t-p} \\ \Delta B_{t-p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \varepsilon_{3t} \end{bmatrix} \quad (2)$$

W modelach VECM rząd opóźnień ustalono na podstawie kryterium informacyjnego Akaike'a. Parametry dostosowania długookresowego w modelach VECM dla części gospodarek UE charakteryzują się zgodnym z teorią kierunkiem zależności. Warunek ten jest spełniony dla Francji i Danii, natomiast w modelach dla pozostałych państw przynajmniej jeden z parametrów przyjmuje wartość dodatnią – zobacz Tabela 3.

Tabela 3. Modele VECM dla wybranych państw UE

H <sub>0</sub>	Niemcy	Francja	Holandia	Dania	Polska	Czechy	EU
r	2	2	1	1	1	2	2
VAR	2	4	3	2	2	3	7
Parametry relacji kointegrujących							
$\beta_{10}$	-4,29	-4,89	3,27	-0,75	5,34	-4,38	-4,64
$\beta_{11}$	-	-	-1,64*** [-3,709]	-0,865 [-1,25]	-1,98*** [-4,554]	-	-
$\beta_{12}$	-0,018 [-0,632]	0,104*** [4,708]	-0,025* [-1,919]	0,07*** [3,954]	0,13*** [2,279]	0,114* [1,754]	0,048* [1,761]
$\beta_{13}$	-0,01*** [-5,303]	-0,01*** [-6,752]	-0,01*** [-7,223]	-0,01*** [-10,16]	-0,01*** [-7,414]	-0,01*** [-6,105]	-0,01*** [-4,93]
$\beta_{14}$	0,45*** [3,384]	0,149 [1,452]	-0,18*** [-2,947]	0,121 [1,491]	0,018 [0,103]	0,228 [0,788]	0,125* [1,724]
$\beta_{15}$	-0,01*** [-2,514]	0,0003 [0,501]	0,001*** [3,928]	0,001* [1,815]	0,001 [1,206]	-0,0001 [-0,065]	0,0002 [0,431]
$\beta_{20}$	-4,5738	-4,572	-	-	-	-4,764	-4,448
$\beta_{22}$	-0,02*** [-6,001]	-0,02*** [-3,675]	-	-	-	0,029 [1,125]	-0,07*** [-5,0]
$\beta_{23}$	0,0001** [3,624]	0,0002** [2,838]	-	-	-	-0,0001 [-0,046]	0,001*** [4,634]
$\beta_{24}$	0,053*** [3,782]	0,031 [1,301]	-	-	-	0,203* [1,896]	-0,04 [-1,057]
$\beta_{25}$	-0,001** [-3,624]	-0,0001 [-1,082]	-	-	-	-0,001* [-1,802]	0,0001 [0,395]
Parametry dostosowania długookresowego							
$\gamma_{11}$	-0,09*** [-3,509]	-0,08*** [-3,722]	-0,33*** [-4,590]	-0,32*** [-6,166]	-0,06*** [-3,490]	-0,04 [-1,126]	-0,13*** [-5,812]
$\gamma_{12}$	0,011*** [2,238]	-0,004 [-0,804]	0,034*** [4,184]	-0,02*** [-3,147]	0,02*** [6,371]	0,04*** [4,807]	-0,01*** [-2,104]
$\gamma_{13}$	-0,439*** [-2,829]	-0,867*** [-5,323]	0,227 [0,803]	-0,68*** [-3,969]	-0,145** [-2,024]	0,025 [0,197]	-0,73*** [-2,835]
$\gamma_{21}$	-0,582*** [-2,673]	-0,43*** [-3,349]	-	-	-	-0,121 [-1,185]	-0,1*** [-2,166]
$\gamma_{22}$	-0,209*** [-5,223]	-0,092*** [-3,177]	-	-	-	-0,1*** [-4,679]	-0,06*** [-4,313]
$\gamma_{23}$	-0,2612 [-0,198]	-0,182 [-0,191]	-	-	-	-0,669* [-1,827]	0,346 [0,642]
Własności statystyczne modeli							
LB(12)	1: 32,6+ 2: 50,4+ 3: 15,4	1: 21,4+ 2: 59,9+ 3: 15,6	1: 16,3 2: 42,6+ 3: 15,7	1: 18,3 2: 40,8+ 3: 14,8	1: 12,0 2: 46,2+ 3: 16,8	1: 15,7 2: 50,3+ 3: 18,4	1: 6,47 2: 33,8+ 3: 9,98

\*, \*\*, \*\*\* oznacza odrzucenie hipotezy zerowej testu przy poziomie istotności, odpowiednio 10%, 5% oraz 1%; + oznacza występowanie autokorelacji składnika losowego w danym równaniu; r – liczba wektorów kointegrujących; VAR oznacza rząd opóźnień w modelu VECM.

Źródło: obliczenia własne w programie JMulTi

Tabela 4. Modele VECM dla wybranych państw UE

Analiza przyczynowości							
$B_t \neq P_t, In_t$	5,56***	2,24**	1,498	3,08**	3,15**	1,26	5,69***
$P_t, In_t \neq B_t$	0,82	0,96	0,97	1,18	2,47**	2,15*	0,95

Źródło: obliczenia własne w programie JMulTi

Ogólne ujęcie parametrów długookresowego dostosowania pozwala określić w jakim stopniu w ciągu jednego okresu następuje korygowanie odchyleń od ścieżki długookresowego rozwoju. Wartości współczynników długookresowego dostosowania w poszczególnych gospodarkach są zróżnicowane, co oznacza różnice w czasie powrotu do stanu długookresowej równowagi. Wynika to m.in. z efektywności energetycznej kraju oraz stopnia uzależnienia od dostaw surowca.

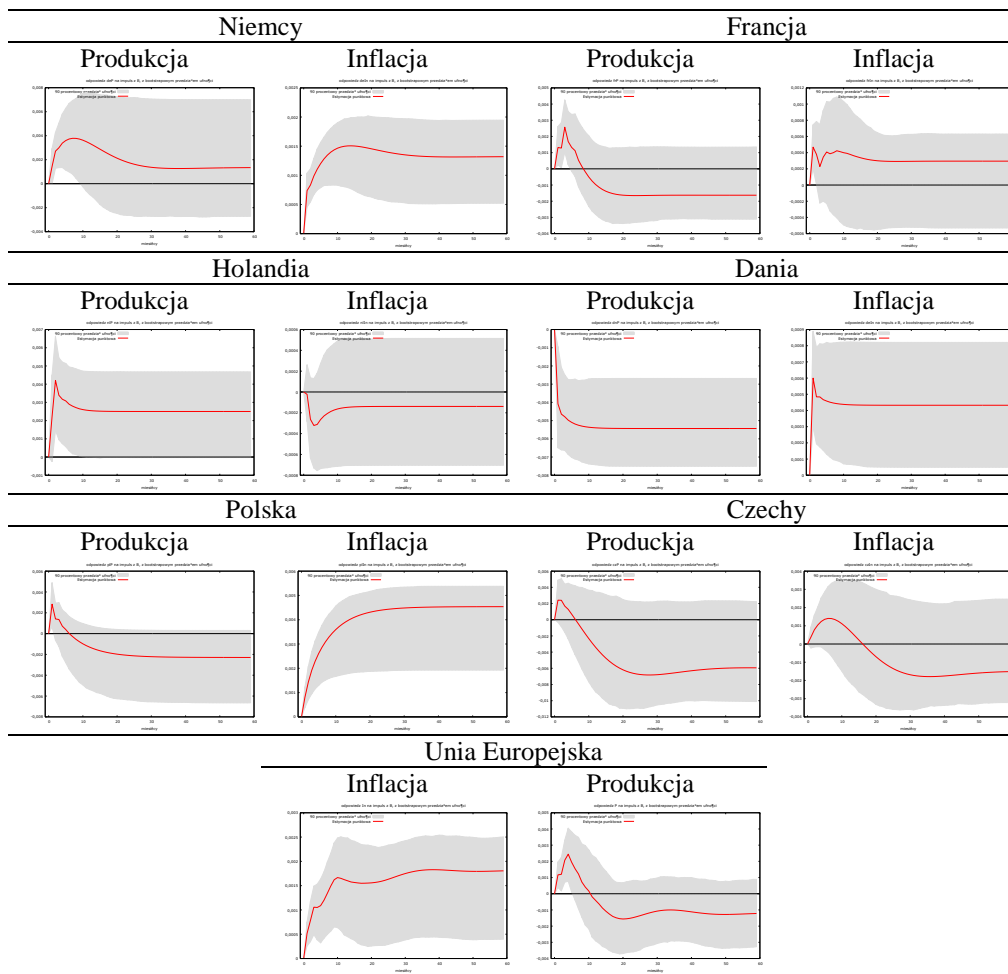
Dla Holandii można wskazać, że między produkcją, inflacją i cenami ropy nie istnieje zależność przyczynowa w sensie Grangera. W gospodarkach Niemiec, Francji, Danii, Polski i UE istnieje krótkookresowa zależność przyczynowa od cen ropy naftowej ( $B_t$ ) do produkcji ( $P_t$ ) i inflacji ( $In_t$ ). Zmiany cen ropy naftowej są również słabo egzogeniczne w stosunku do zmian produkcji i/lub inflacji w Niemczech, Francji, Holandii, Danii i UE. Oznacza to, że zmiany polityki gospodarczej w tych państwach nie mają wpływu na zmiany cen ropy naftowej. Dla Polski i Czech test przyczynowości wskazuje na odrzucenie hipotezy o braku przyczynowości od produkcji i inflacji do cen ropy naftowej. Wynik ten odbiega znacząco od tego co sugeruje teoria, dlatego nie wysuwa się wniosku o braku słabej egzogeniczności – zobacz Tabela 4.

#### Analiza odpowiedzi impulsowych dla wybranych gospodarek UE

Wykresy reakcji produkcji oraz inflacji pokazują, że ekonomiczne konsekwencje szoków naftowych są różne dla gospodarek, które znajdują się na różnych poziomach rozwoju gospodarczego i charakteryzują się odmienną strukturą handlu ropą naftową (importerzy netto, eksporterzy netto). Importerzy netto ropy naftowej (m.in. Francja, Polska, Czechy, Unia Europejska) doświadczają spadku wielkości produkcji w dłuższej perspektywie, natomiast w początkowym okresie po wystąpieniu szoku zaobserwować można pewne wahania produkcji. Gospodarki Niemiec oraz Holandii reagują na szok naftowy, krótkookresowym wzrostem produkcji. Następnie, podobnie jak w pozostałych gospodarkach, wielkość produkcji spada, jednakże spadek ten jest znacznie wolniejszy. Kierunek reakcji produkcji w Niemczech i Holandii jest niezgodny z teorią ekonomii. Niezgodność reakcji produkcji w badanych gospodarkach należy tłumaczyć m.in. poprzez zmiany kursów walutowych.

Gospodarka Danii (jako przykład kraju eksportera netto ropy naftowej) reaguje znaczącymi spadkami produktywności już w pierwszych okresach po wystąpieniu negatywnego szoku naftowego - zobacz Rysunek 1.

Rysunek 1. Analiza odpowiedzi impulsowych



\* odpowiedzi impulsowe zostały oszacowane na 60 okresów (5 lat).

Źródło: obliczenia własne

Dla krajów eksportujących ropę naftową, kierunek reakcji produkcji na bezpośredni szok naftowy może być niejednoznaczny. Sektor przemysłu, który w procesie produkcji jest energochłonny, doświadcza zaburzeń, wynikających z przepływu czynników kapitału i pracy do innych sektorów. Efekt ten w ekonomii nazywany efektem „rozprzestrzeniania produktywności” (tłum. *productivity spillovers*) powoduje, z jednej strony spadek zagregowanej produkcji, z drugiej

strony, przyczynia się do poszukiwania i eksploataowania nowych złóż ropy naftowej, pobudzając gospodarkę [Herrera i in. 2015]. Dodatkowo, zjawisko „rozprzestrzeniania produktywności” między sektor ropy naftowej a pozostałe gałęzie gospodarki może skutkować wzrostem produkcji w przemyśle (*oil and non-oil industries*) jako odpowiedź na szok naftowy kierowany popytem [Bjornland, Thorsrud 2013].

Reakcja inflacji na szoki naftowe jest relatywnie wysoka dla gospodarki niemieckiej i UE, ponieważ w krótkim okresie po wystąpieniu szoku następuje znaczny wzrost presji inflacyjnej. W przypadku pozostałych krajów wysoko rozwiniętych (Francja, Holandia, Dania) presja inflacyjna jest znacznie słabsza bądź nieistotna. Funkcja odpowiedzi na impuls dla gospodarki Czech, pokazuje, że reakcja inflacji jest odmienna w porównaniu do pozostałych gospodarek, gdyż powoduje jej spadek. Analiza odpowiedzi impulsowych, we wszystkich gospodarkach wskazuje, że zmiany produkcji i inflacji na szok naftowy mają trwały charakter, tzn., że szoki te nie wygasają a analizowany system traci stabilność.

## WNIOSKI

W pracy tej analizowano wpływ cen ropy na produkcję oraz inflację w krajach UE. Testowano istnienie liniowej kointegracji dla produkcji, inflacji oraz cen ropy naftowej w kontekście zmian strukturalnych wywołanych kryzysem finansowym w 2008 roku. Wykorzystując procedurę Johansena wskazano, że dopiero po uwzględnieniu korekty wyrazu wolnego oraz trendu deterministycznego w relacji długookresowej, możliwe było poprawne zidentyfikowanie zjawiska kointegracji oraz poprawnej liczby wektorów kointegrujących.

Wyniki badania empirycznego wskazują, że istnieje jednokierunkowa, krótkookresowa zależność przyczynowa od cen ropy naftowej do produkcji i inflacji w badanych gospodarkach (z wyjątkiem Holandii i Czech). Przy założeniu symetryczności dostosowania gospodarek do równowagi długookresowej na podstawie modeli VECM można wskazać, że próba wykorzystana w pracy wspiera hipotezę, nie dając podstaw do jej odrzucenia. Oznacza to, że zależność między cenami ropy naftowej a produkcją i inflacją w państwach Unii Europejskiej ma charakter transmisji, zarówno w krótkim jak i długim okresie.

Podsumowując należy powiedzieć, że wiele czynników (m.in. poziom rozwoju gospodarczego, struktura handlu surowcami energetycznymi, efektywność energetyczna przemysłu, polityka ekonomiczna kraju czy wahania kursów walutowych) determinuje ekonomiczne skutki szoków naftowych. Różnice między krajami w reakcji produkcji i inflacji na szoki naftowe są widoczne. Biorąc pod uwagę politykę monetarną kraju, należy powiedzieć, że spadające ceny surowca w krajach importujących ropę naftową mogą redukować średnioterminowe oczekiwania inflacyjne poniżej celu, wówczas bank centralny może pobudzić wzrost gospodarczy poprzez dodatkowe poluzowanie polityki monetarnej.

Połączenie niższej inflacji oraz większej produkcji powoduje korzystne, krótkookresowe wyniki polityki gospodarczej.

## BIBLIOGRAFIA

- Alvarez L., Hurtado S., Sanchez I., Thomas C. (2011) The Impact of Oil Price Changes on Spanish and Euro Area Consumer Price Inflation, *Economic Modeling*, 28, 422-431.
- Bernanke B., Gertler M., Watson M. (1997) Systematic Monetary Policy and the Effects of Oil Price Shocks, *Brookings Papers on Economic Activity*, 28(1), 91-157.
- Bjørnland H. C., Thorsrud L. A. (2013) Bloom or gloom? Examining the Dutch Disease in a Two-speed Economy. Center for Applied Macro- and Petroleum Economics, Working Paper No. 6/2013, (dostęp ze strony: [http://www.bi.edu/InstitutterFiles/Samfunns%C2%B0konomi/CAMP/Working\\_CAMP\\_6-2014.pdf](http://www.bi.edu/InstitutterFiles/Samfunns%C2%B0konomi/CAMP/Working_CAMP_6-2014.pdf)).
- Blanchard O. J., Gali J. (2008) The Macroeconomic Effects of Oil Price Shocks: Why are the 2000s so different from the 1970s?, NBER Working Paper No. 13368.
- Brown, S. P. A., Yucel, M. K. (2002) Energy Prices and Aggregate Economic Activity and Interpretative Survey, *The Quarterly Review of Economic and Finance*, 42, 193-208.
- Deutsche Bundesbank (2012) The price of crude oil and its impact on economic activity in the industrial countries, [w:] *Monthly Report*, June, 27-49.
- Elder J., Serletis, A. (2010) Oil Price Uncertainty, *Journal of Money, Credit and Banking*, 42, 1137-1159.
- Finn M. G. (2000) Perfects Competition and the Effects on Energy Price Increases on Economic Activity, *Journal of Money, Credit and Banking*, 32, 400-416.
- Geise A., Piłatowska M. (2014) Oil Prices, Production and Inflation in the Selected EU Countries: Threshold Cointegration Approach, *Dynamic Econometric Models*, 14, 71-91.
- Global Economic Prospect (2015) Understanding the Plunge in Oil Prices: Sources and implications, 155-168.
- Hamilton J. D. (2009) The Causes and Consequences of the Oil Shock of 2007-08, *Brookings Papers on Economic Activity*, 215-261.
- Hamilton J. D. (2011) Nonlinearities and the Macroeconomic Effects of Oil Prices, *Macroeconomic Dynamics*, 15, 364-378.
- Herrera A. M., Lagalo L. G., Wada T. (2015) Asymmetries in the Response of Economic Activity to Oil Price Increases and Decreases?, *Journal of International Money and Finance*, 50, 108-133.
- Hooker M. (1996) What happened to the oil price-macroeconomy relationship?, *Journal of Monetary Economics*, 38, 195-213.
- Hunt B., Isard P., Laxton D. (2001) The Macroeconomic Effects of Higher Oil Prices, IMF Working Paper 01/14, International Monetary Fund, Washington DC.
- Johansen S. (1988) Statistical analysis of cointegration vectors, *Journal of economic dynamics and control*, 12(2), 231-254.
- Johansen S., Mosconi R., Nielsen B. (2000) Cointegration analysis in the presence of structural breaks in the deterministic trend, *The Econometrics Journal*, 3(2), 216-249.
- Kilian L. (2014) Oil Price Shocks: Causes and Consequences, *Annual Review of Resource Economics*, 6(1), 133-154.

Tang W., Wu L., Zhang Z. (2010) Oil Prices Shocks and their Short- and Long-term effects on the Chinese Economy, *Energy Economics*, 32, str. 3-14.

#### **THE IMPACT OF CRUDE OIL PRICES ON PRODUCTION AND INFLATION IN SELECTED EU COUNTRIES**

**Abstract:** In this article, we examine empirically the relationship between resources prices and economic activity in the presence of structural break due to financial crisis in selected European Union countries. The primary objective is to investigate and analyze the Granger causal relationships and impulse response function between oil prices, production and inflation in Germany, France, Denmark, Nederland, Poland, Czech Republic and EU in period 01.1995-04.2014. Granger causality tests provide evidence that there is unidirectional causality running from oil prices to production and inflation.

**Keywords:** crude oil prices, economic activity, Granger causality, impulse response function

## ANALIZA WSPÓŁZALEŻNOŚCI POMIĘDZY POZIOMEM STÓP PROCENTOWYCH A POZIOMEM INFLACJI I KURSAMI WALUTOWYMI ZŁOTEGO

**Stanisław Gędek**

Katedra Ekonomii, Politechnika Rzeszowska  
e-mail: gedeks@prz.edu.pl

**Streszczenie:** Celem pracy jest analiza współzależności występujących w ramach mechanizmu transmisji monetarnej gospodarki Polski w latach 2003-2015. Jako narzędzie analizy wykorzystany został model VAR. Otrzymane wyniki wskazują, że w badanym okresie poziom inflacji pozostawał pod wpływem stóp procentowych NBP oraz kursu EUR/PLN. Stwierdzony też został wpływ wskaźnika CPI na kurs EUR/PLN. Analiza funkcji IRF otrzymanych w oparciu o model VAR pozwoliła zidentyfikować występowanie „zagadki cenowej”.

**Słowa kluczowe:** inflacja, stopy procentowe, kurs walutowy, mechanizm transmisji monetarnej, model VAR

### WSTĘP

Mechanizm transmisji monetarnej jest jednym z najczęściej badanych obszarów gospodarki pieniężnej z dwóch powodów. Po pierwsze, poznanie mechanizmu wpływu polityki pieniężnej na gospodarkę ma zasadnicze znaczenie dla oceny narzędzi tej polityki. Po drugie, aby zdecydować, jaki zestaw instrumentów polityki monetarnej należy zastosować w danym momencie, konieczna jest znajomość wpływu tych instrumentów na gospodarkę oraz rozkład ich skutków w czasie. Aby dokonać oceny skuteczności tych instrumentów, konieczne jest rozumienie mechanizmów, poprzez które polityka pieniężna wpływa na sferę realną gospodarki oraz na inflację [Ireland 2005, Mishkin 1996].

W literaturze zagadnienia mechanizmu transmisji monetarnej pojawiają się różne jego modele, od bardzo skomplikowanych [Égert i MacDonald 2006, Mishkin 2007], do mocno zagregowanych, jak ten stosowany przez Bank of



England [Hall 2001]<sup>1</sup>. Generalnie mechanizm transmisji monetarnej opisuje reakcje takich parametrów gospodarki, jak inflacja czy popyt zagregowany, na politykę pieniężną banku centralnego. Na ogół przyjmuje się [por. dla przykładu Demchuk i in. 2012], że głównymi kanałami transmisji polityki pieniężnej są: kanał stopy procentowej, kanał kursu walutowego oraz kanały kredytowe, przy czym ten ostatni traktowany jest jako dopełnienie koncepcji kanału stopy procentowej. Można więc przyjąć, że istotą mechanizmu transmisji monetarnej, w wersji stosowanej przez Bank of England i przyjmowanej również w Polsce [Demchuk i in. 2012], jest oddziaływanie stóp procentowych banku centralnego i kursu walutowego na poziom inflacji. Wynika stąd w sposób naturalny pytanie, czy w gospodarce polskiej takie oddziaływanie zachodzi oraz jaki jest charakter tego oddziaływania. W badaniach nad mechanizmem transmisji monetarnej pomijana jest na ogół możliwość oddziaływania zwrotnego inflacji na kurs walutowy. Przyjęcie hipotezy o możliwości występowania takiego oddziaływania powoduje konieczność postawienia drugiego pytania: czy takie oddziaływanie zwrotne występuje i jakie ma właściwości. Odpowiedź na te pytania jest celem niniejszego opracowania.

## METODOLOGIA BADAŃ

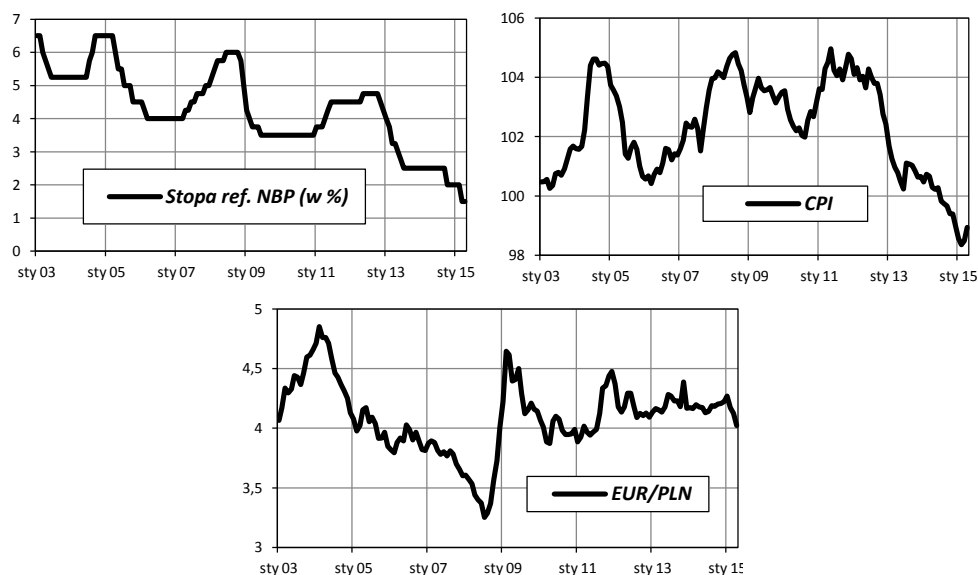
Analiza współzależności pomiędzy poziomem stóp procentowych a poziomem inflacji i kursami walutowymi złotego przeprowadzona została w oparciu o szeregi czasowe indeksu cen dóbr konsumpcyjnych (*consumer price indeks* – *CPI*, liczony rok do roku), stopy referencyjnej NBP oraz kursu EUR/PLN<sup>2</sup> o częstotliwości miesięcznej. Wartości stopy referencyjnej NBP oraz *CPI* pochodzą ze strony internetowej NBP. Notowania kursu EUR/PLN pochodzą z serwisu Reutersa<sup>3</sup>. Badaniami objęty został okres od stycznia 2003 do kwietnia 2015. Daje to szeregi czasowe liczące 148 obserwacji. Na Rysunku 1 przedstawione zostały wykresy szeregów czasowych wykorzystywanych zmiennych.

<sup>1</sup> Tym, co różni stosowane modele mechanizmu transmisji jest nie tylko stopień ich komplikacji. Model stosowany przez Federal Reserve System [por. Kuttner i Mosser 2002] różni się znacząco od modelu stosowanego przez Bank of England również punktem wyjścia (operacje otwartego rynku zamiast stóp procentowych), strukturą i efektem końcowym (popyt zagregowany zamiast stopy inflacji).

<sup>2</sup> Pozostałe kursy są w zasadzie kursami krosowymi [por. dla przykładu Bednarz i Gędek 2008]. Na polskim rynku walutowym, podobnie jak w przypadku pozostałych walut na obrzeżu strefy euro, samodzielnie kształtuje się jedynie kurs danej waluty do euro [Gędek 2012, Gędek 2014].

<sup>3</sup> Dostępne na stronie [stoq.com](http://stoq.com)

Rysunek 1. Przebieg szeregów czasowych indeksu cen dóbr konsumpcyjnych (*CPI*), stopy referencyjnej NBP oraz kursu EUR/PLN



Źródło: obliczenia własne

Analiza graficzna przedstawionego na rysunku przebiegu szeregów czasowych badanych zmiennych sugeruje, iż są one niestacjonarne. Tego rodzaju hipotezy formułowane w oparciu o przebieg wykresów są dosyć zawodne i powinny być potwierdzone analizą statystyczną. Stacjonarność badanych szeregów czasowych zbadana została przy pomocy testów *ADF* i *KPSS*<sup>4</sup>. Wyniki testów przedstawione zostały w Tabeli 1.

Tabela 1. Wyniki testów stacjonarności szeregów czasowych indeksu cen dóbr konsumpcyjnych (*CPI*), stopy referencyjnej NBP oraz kursu EUR/PLN

Zmienna	Test <i>ADF</i>				Test <i>KPSS</i>		
	Poziomy zmiennych		Pierwsze różnice		Statystyka testu		Wartość krytyczna ( $\alpha=0,05$ )
	Statystyka testu	<i>p</i>	Statystyka testu	<i>p</i>	Poziomy zmiennych	Pierwsze różnice	
Stopa ref. NBP	-0,6125	0,8632	-7,6252	0,0000	1,832	0,075	0,464
EUR/PLN	-1,9285	0,3185	-8,8413	0,0000	1,568	0,119	
CPI	-0,7360	0,8332	-8,5300	0,0000	1,147	0,145	

Źródło: obliczenia własne

Dane zawarte w Tabeli 1 potwierdzają hipotezę sformułowaną w oparciu o analizę graficzną. Konkluzje sformułowane zarówno w oparciu test *ADF*, jak

<sup>4</sup> Więcej na temat testów *ADF* i *KPSS* por. Welfe [2009], str. 360 i dalsze.

i test *KPSS* są zgodne, co „silnie wskazuje na niestacjonarność zmiennych” [Welfe 2009, str. 368].

Niestacjonarność badanych szeregów czasowych powoduje konieczność zastosowania do analizy ich współzależności metodyki opracowanej przez Engla i Grangera [Engle i Granger 1987], rozwiniętej następnie oraz Johansena i Juselius [Johansen i Juselius 1990]. Istotą tej metodyki jest tak zwana analiza kointegracyjna [por. Charemza i Deadman 1997, str. 162 i dalsze; Kusideł 2000, str. 455 i dalsze]. Punktem wyjścia tej metody jest badanie kointegracji zmiennych. Najczęściej do tego celu wykorzystywany jest test Johansena. Idea tego testu polega na przekształceniu modelu *VAR* (*Vector Auto Regression*) dla poziomów zmiennych o postaci:

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{A}_0 \mathbf{d}_t + \sum_{i=1}^r \mathbf{A}_i \mathbf{x}_{t-i} + \mathbf{e}_t \quad (1)$$

gdzie:  $\mathbf{x}_t = [x_{t1} \dots x_{tk}]^T$  – wektor obserwacji na bieżących wartościach zmiennych objaśnianych,  $\mathbf{d}_t = [d_0 \ d_t \ d_{1 \ t-1} \ d_{1 \ t-r} \ d_{1 \ t-r}]^T$  – wektor egzogenicznych składników równań, którego składowymi są odpowiednio: stała równania oraz bieżące i opóźnione wartości zmiennych egzogenicznych,  $\mathbf{A}_0$  – macierz parametrów przy zmiennych wektora  $\mathbf{d}_t$ ,  $\mathbf{A}_i$  – macierz parametrów przy opóźnionych zmiennych wektora  $\mathbf{x}_t$ ,  $\mathbf{e}_t = [\mathbf{e}_{1t} \dots \mathbf{e}_{kt}]^T$  – wektory reszt równań modelu,  $r$  – rząd opóźnienia, do postaci *VECM* (*Vector Error Correction Model*)<sup>5</sup>:

$$\Delta \mathbf{x}_t = \Psi_0 \mathbf{d}_t + \Pi \mathbf{x}_{t-1} + \sum_{i=1}^r \Pi_i \Delta \mathbf{x}_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2)$$

gdzie:  $\Psi_0$  – macierz parametrów przy zmiennych wektora  $\mathbf{d}_t$ ,  $\Pi = \sum_{j=1}^k \mathbf{A}_j - \mathbf{I}$ ;  $\varepsilon_t$  –

reszty modelu. W teście Johansena do badania kointegracji wykorzystywany jest rząd macierzy  $\Pi$ , który jest równy liczbie niezależnych wektorów kointegracyjnych [Majsterek 1998, str. 123-124]. Wykorzystuje się tu fakt, że liczba niezerowych pierwiastków charakterystycznych macierzy jest równa jej rzędowi. Statystykami testu są dwie charakterystyki estymatora macierzy  $\Pi$ :

$$\lambda_{trace}(R) = -N \sum_{i=R+1}^k \ln(1 - \lambda_i) \quad (3)$$

$$\lambda_{max}(R) = -N \ln(1 - \lambda_{R+1}) \quad (4)$$

gdzie  $\lambda_i$  – oszacowane wartości własne,  $N$  – liczba obserwacji. Statystyka  $\lambda_{trace}$  służy do testowania hipotezy zerowej stwierdzającej, że liczba wektorów kointegracyjnych jest mniejsza lub równa  $R$ , wobec hipotezy alternatywnej mówiącej, że liczba wektorów kointegracyjnych jest większa od  $R$ . Statystyka  $\lambda_{max}$

<sup>5</sup> Sposób otrzymywania modelu *VECM* można znaleźć w pracach Kusideł [2000], Majsterka [2002] i Osińskiej [2006].

służy do testowania hipotezy zerowej stwierdzającej, że liczba wektorów kointegracyjnych jest równa  $R$ , wobec hipotezy alternatywnej, że jest ich  $R+1$ . W obydwu przypadkach obszar krytyczny jest prawostronny.

Test Johansena jest testem iteracyjnym. Wartości własne estymatora macierzy  $\Pi$  są szeregowane malejąco. W pierwszym kroku hipoteza zerowa zakłada, że  $R = 0$ . Jeśli jest ona odrzucona, wówczas w kolejnym zakłada się, że  $R = 1$ , itd., aż do momentu gdy hipoteza zerowa nie będzie mogła być odrzucona, bądź  $R = k - 1$ , co określa rząd macierzy i liczbę wektorów kointegracyjnych. Gdy nie jest możliwe odrzucenie hipotezy, że rząd macierzy  $\Pi$  jest równy 0, wówczas model (3) jest modelem VAR dla przyrostów zmiennych, w którym nie występuje zależność długookresowa. Rząd macierzy  $\Pi$  większy od 0 i mniejszy od  $k$  wskazuje na liczbę wektorów kointegracyjnych, gdy macierz  $\Pi$  jest pełnego rzędu wówczas szeregi zmiennych są stacjonarne i model (3) jest modelem VAR dla poziomów zmiennych.

W oparciu o model wskazany przez test Johansena (VAR dla poziomów zmiennych, VECM lub VAR dla pierwszych różnic) przeprowadza się analizę przyczynowości<sup>6</sup>. Potwierdzenie wystąpienia związku przyczynowego pozwala na przeprowadzenie analizy funkcji odpowiedzi na impuls (*Impulse Response Function* – *IRF*). Analiza ta jest dopełnieniem analizy przyczynowości. Daje ona możliwość określenia kierunku oddziaływania impulsu (przyczyny), siły tego impulsu oraz rozkładu w czasie i szybkości jego wygasania.

Poprawność specyfikacji modeli była sprawdzona przy pomocy testu portmanteau<sup>7</sup>. Stabilność parametrów była badana przy pomocy testu *QLR*<sup>8</sup>. Badanie kointegracji i estymacja parametrów modeli opisujących współzależność badanych szeregów czasowych wykonana została przy pomocy programu GRETL. Programu ten posłużył również do wyznaczania wartości funkcji *IRF*.

## WYNIKI BADAŃ

W Tabeli 2 zamieszczone zostały wyniki testu Johansena. Wskazują one, że macierz  $\Pi$  jest pełnego rzędu, a więc do opisu zależności pomiędzy badanymi szeregami czasowymi cen może być wykorzystany model VAR dla poziomów zmiennych dany zależnością (1). Wektor  $\mathbf{x}$  tego modelu zawierał wartości

<sup>6</sup> Chodzi tu o tak zwaną przyczynowość w sensie Grangera. Więcej na ten temat por. Charemza i Deadman op. cit., rozdział 6.3, M. Osińska, op. cit., str.212.

<sup>7</sup> Test portmanteau (portmonetki) weryfikuje ogólną hipotezę o występowaniu autokorelacji reszt rzędu dowolnego rzędu w systemie VAR wykorzystując statystykę Ljung-Boxa [Ljung i Box 1978]. Brak możliwości odrzucenia tej hipotezy, gdy wartość prawdopodobieństwa błędu I rodzaju jest większa od przyjętego poziomu istotności (najczęściej 0,05), wskazuje na poprawną budowę modelu.

<sup>8</sup> *Quandt Likelihood Ratio*. Więcej na temat testu *QLR* por. Stock i Watson [Stock i Watson 2007, str. 567 i dalsze].

poziomów cen badanych produktów, wektor **d** zawierał wyraz wolny i zmienną czasową, zaś rząd opóźnienia był równy 3<sup>9</sup>.

Tabela 2. Wyniki testu Johansena

Rząd macierzy	Wartość własna	$\lambda_{trace}$	$p$	$\lambda_{max}$	$p$
0	0,3222	92,508	0,0000	66,511	0,0000
1	0,1110	25,997	0,0029	20,119	0,0158
2	0,0338	5,8773	0,0153	5,8773	0,0153

Źródło: obliczenia własne

W Tabeli 3 zamieszczone zostały podstawowe charakterystyki modelu VAR. Dane tam zawarte wskazują, że reszty żadnego z równań nie wykazują autokorelacji, na co wskazują tak współczynniki autokorelacji reszt, jak i wartość błędu I rodzaju testu portmanteau, wynosząca 0,2304. Wyniki testu *QLR* wskazywały na stabilność parametrów. Spełnione są więc warunki estymacji modeli opartych na danych pochodzących z szeregów czasowych. Warto zwrócić uwagę na wysoką wartość współczynnika determinacji wszystkich równań, co jest sytuacją typową dla takich modeli. Wyrażnie różna od zera wartość współczynnika korelacji wzajemnej dla reszt równań wskazuje na możliwość występowania powiązań pomiędzy poszczególnymi równaniami i wyznaczenie funkcji *IRF*. Nie są to jednak wartości zbyt wysokie, co pozwala sądzić, że wzajemne oddziaływanie analizowanych zmiennych nie jest zbyt silne.

Tabela 3. Podstawowe charakterystyki równań systemu VAR

Parametr opisowy		Równanie		
		Stopy ref.	EUR/PLN	<i>CPI</i>
Współczynnik determinacji ( $R^2$ )		0,989	0,828	0,956
Współczynnik autokorelacji reszt		-0,017	-0,010	-0,014
Współczynnik korelacji wzajemnej dla reszt równania	Stopa ref.		-0,130	0,126
	EUR/PLN			-0,092

Źródło: obliczenia własne

Wyniki testu przyczynowości Grangera, przeprowadzone dla badanego systemu zmiennych, zamieszczone zostały w Tabeli 4. W teście przyczynowości Grangera hipoteza zerowa mówi, że zmienna będąca przyczyną nie wpływa na zmienną objaśnianą. Hipoteza ta jest odrzucana wtedy, gdy prawdopodobieństwo błędu I rodzaju ( $p$ ) jest mniejsze od przyjmowanego zazwyczaj 0,05 lub 0,1. Przypadki, w których hipoteza o braku wpływu danej zmiennej na inną może być

<sup>9</sup> Ten rząd opóźnienia wskazany został przez kryterium *AIC*. Pozostałe kryteria, *HQC* i *BIC*, wskazywały na mniejszy rząd opóźnienia, jednakże zwiększenie rzędu opóźnienia do wielkości wskazanej przez kryterium *AIC* tylko bardzo nieznacznie pogarszało ich wartości. Więcej na temat kryteriów informacyjnych por. Osińska [2006], str. 54.

odrzucona na poziomie istotności równym 0,05 zaznaczone zostały w Tabeli 4 pogrubieniem. Przypadki, gdy hipoteza o braku oddziaływania może być odrzucona na poziomie niższym ( $p$  większe od 0,5 i mniejsze od 0,1), zaznaczone zostały pogrubieniem i kursywą.

Tabela 4. Wyniki testu Grangera

Zmienna objaśniająca [przyczyna]	Zmienna objaśniana					
	Stopa ref.		EUR/PLN		CPI	
	$\tau$	$p$	$\tau$	$p$	$\tau$	$p$
Stopa ref.			3,5655	0,4680	<b>6,2085</b>	<b>0,0449</b>
EUR/PLN	2,3729	0,3053			<b>5,2209</b>	<b>0,0735</b>
CPI	<b>28,6595</b>	<b>0,0000</b>	<b>5,9424</b>	<b>0,0512</b>		

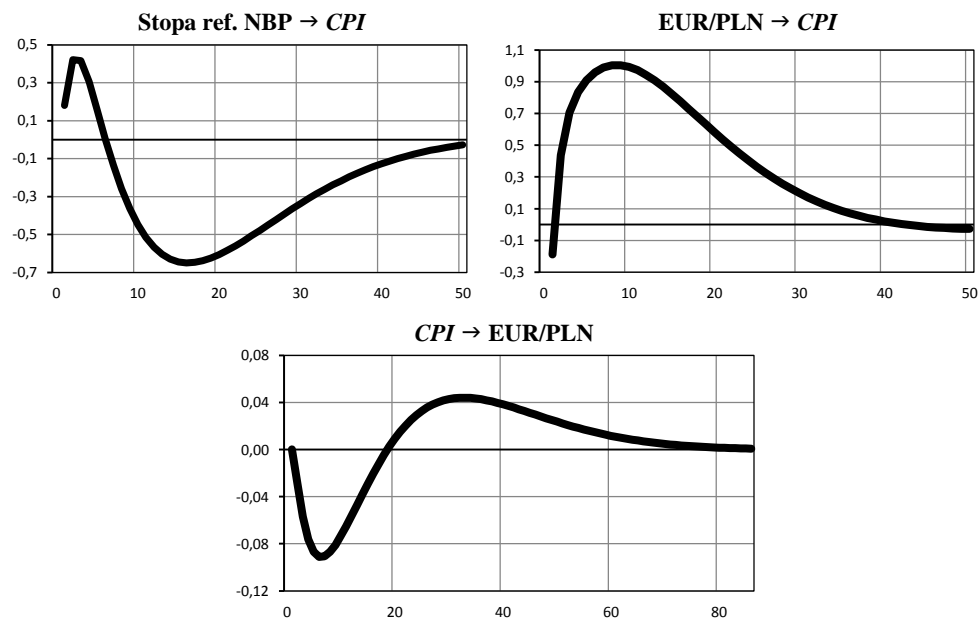
Źródło: obliczenia własne

Wyniki zawarte w Tabeli 4 wskazują na to, że stopa referencyjna NBP była przyczyną (w sensie Grangera) dla indeksu cen dóbr konsumpcyjnych (*CPI*). Stopa referencyjna NBP nie była natomiast przyczyną dla kursu EUR/PLN. Można też przyjąć, zakładając niższy poziom istotności testu Grangera, że kurs EUR/PLN był, w przyjętym powyżej sensie, przyczyną dla *CPI*, a wskaźnik *CPI* był przyczyną dla kursu EUR/PLN. Zaskakujący nieco jest wynik testu Grangera wskazujący, iż *CPI* był przyczyną dla stopy referencyjnej NBP.

Wyniki testu Grangera, opisane powyżej, pozwalają częściowo odpowiedzieć na sformułowane we wstępie pytania badawcze. Można mianowicie potwierdzić oddziaływanie stopy referencyjnej NBP na poziom inflacji. Można też potwierdzić występowanie w badanym okresie oddziaływania zwrotnego poziomu inflacji na kurs EUR/PLN. Uzyskana w pewnym stopniu jako „produkt uboczny” przeprowadzonej analizy informacja, iż stopa inflacji wpływa na stopę referencyjną NBP, może wskazywać na opóźnienia w reagowaniu Rady Polityki Pieniężnej na sygnały płynące z rynku pieniężnego.

Na pytania dotyczące charakteru oddziaływań pomiędzy zmiennymi w pełni odpowiedzieć może funkcja odpowiedzi na impuls (*IRF*). Na Rysunku 2 przedstawione zostały wykresy przebiegu funkcji *IRF*, opisujące rozkład w czasie reakcji wskaźnika *CPI* na impuls ze strony stopy referencyjnej NBP oraz ze strony kursu EUR/PLN, a także rozkład w czasie reakcji kursu EUR/PLN na impuls ze strony wskaźnika *CPI*. Wykresy funkcji reakcji na impuls wskaźnika *CPI* skonstruowane zostały w ten sposób, że na osi rzędnych odłożona jest wielkość reakcji wskaźnika *CPI* na zmianę odpowiednio stopy referencyjnej NBP o 1% i kursu EUR/PLN o 1, a na osi odciętych wyrażony w miesiącach czas oddziaływania tego impulsu. Wykres funkcji reakcji na impuls kursu EUR/PLN ma na osi rzędnych odłożoną wielkość zmiany tego kursu spowodowaną zmianą wskaźnika *CPI* o 1%.

Rysunek 2. Funkcje odpowiedzi na impuls



Źródło: obliczenia własne

Wykresy reakcji *CPI* na impuls ze strony stopy referencyjnej NBP i kursu EUR/PLN przedstawione na Rysunku 2 pozwalają zauważyć, że reakcja ta nie jest wyłącznie natychmiastowa i wygasa bardzo wolno. Reakcja *CPI* na zmianę kursu złotego jest dosyć jednoznaczna i zgodna przyjętą teorią – osłabienie złotówki objawiające się wzrostem kursu EUR/PLN skutkuje wzrostem wskaźnika *CPI*. Jednakże oddziaływanie tego kursu na poziom inflacji nie jest zbyt silne. Po pierwsze, narasta stosunkowo wolno, osiągając swoje maksimum w 9-tym miesiącu od wystąpienia tego impulsu, a po drugie, dopiero znaczne osłabienie złotego powoduje zauważalną reakcję wskaźnika *CPI*.

Reakcja wskaźnika *CPI* na zmianę stopy referencyjnej odbiega nieco od przyjętego na ogół założenia, iż wzrost stopy procentowej skutkuje spadkiem poziomu inflacji. Funkcja reakcji *CPI* na szok stopy procentowej przedstawiona na Rysunku 2 pokazuje, iż początkową reakcją *CPI* na szok stopy procentowej jest wzrost jego wartości. Ujemne wartości *IRF* informujące o odwrotnej zależności pomiędzy stopą referencyjną NBP i wartością wskaźnika *CPI* pojawiają się dopiero od 7-ego miesiąca po wystąpienia szoku stopy procentowej. Zjawisko to nosi w literaturze nazwę „zagadki cenowej” (*price puzzle*) [Castelnuovo i Surico 2009, Demchuk i in. 2012]. Próby jej wyjaśnienia idą w dwu kierunkach. Niekiedy przyjmuje się, że wystąpienie tego zjawiska jest skutkiem błędnej specyfikacji modelu [np. Demchuk i in. 2012]. Według innej interpretacji „zagadka cenowa”

może być skutkiem wzrostu oczekiwań inflacyjnych spowodowanych wzrostem stopy procentowej [np. Castelnovo i Surico 2009].

Na Rysunku 2 przedstawiony został również wykres przebiegu funkcji *IRF*, opisujący rozkład w czasie reakcji kursu EUR/PLN na impuls ze strony wskaźnika *CPI*. Z tego wykresu wynika, że wzrost wartości wskaźnika *CPI* początkowo wpływał na umocnienie złotego i to dosyć wyraźnie, później pojawiała się tendencja przeciwna, znacznie słabsza. Zjawisko to jest trudne do wytłumaczenia, na tym etapie badań pozostaje jedynie skonstatować jego wystąpienie.

## PODSUMOWANIE

Przeprowadzona analiza mechanizmu transmisji monetarnej w gospodarce polskiej w latach 2003-2015 potwierdziła występowanie wpływu stopy procentowej i kursu walutowego złotego na poziom inflacji. Pozwoliła też stwierdzić wpływ wskaźnika *CPI* na kurs EUR/PLN. Funkcje *IRF* dały możliwość szczegółowego opisu kształtowania się wskaźnika *CPI* pod wpływem zmian stopy referencyjnej NBP i kursu EUR/PLN. Dzięki temu możliwe było zidentyfikowanie występowania „zagadki cenowej”.

Zastosowany model mechanizmu transmisji monetarnej był dosyć uproszczony. Również szeregi czasowe zmiennych były stosunkowo krótkie. Mimo to możliwe było udzielenie odpowiedzi na pytania postawione we wstępie. Konieczne jest jednak rozszerzenie modelu ekonometrycznego, podobnie jak zwiększenie długości szeregów czasowych, aby wyjaśnić wątpliwości dotyczące opisu mechanizmu transmisji monetarnej w gospodarce polskiej, które zostały zidentyfikowane w opisanych badaniach.

## BIBLIOGRAFIA

- Bednarz J., Gędek S. (2008) Zachowanie kursu złotego wobec podstawowych walut światowych, [w:] Sporek T. (red.) Świat, Europa i Polska w dobie współczesnych przemian gospodarczych, Tom 1, AE, Katowice, str. 379-387.
- Castelnovo E., Surico P. (2009) Monetary Policy, Inflation Expectations and the Price Puzzle, Bank of Finland Research Discussion Papers 30, Helsinki.
- Charemza W. W., Deadman D. F. (1997) Nowa ekonometria, PWE, Warszawa.
- Demchuk O., Łyziak T., Przystupa J., Sznajderska A., Wróbel E. (2012) Mechanizm transmisji polityki pieniężnej w Polsce. Co wiemy w 2011 roku?, Materiały i Studia, Zeszyt nr 270, Narodowy Bank Polski, Warszawa.
- Égert B., MacDonald R. (2006) Monetary Transmission Mechanism in Transition Economies: Surveying the Surveyable, Magyar Nemzeti Bank Working Papers 2007/3, Budapest.
- Engle R. F., Granger C. W. J. (1987) Co-integration and Error Correction, *Econometrica*, Vol. 55, pp. 251-276.



- Gędek S. (2012) Kształtowanie się kursu korony szwedzkiej wobec podstawowych walut światowych, *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych-XII/3*, Wydawnictwo SGGW, Warszawa, str. 79-88.
- Gędek S. (2014) Kształtowanie się kursu liry tureckiej wobec podstawowych walut światowych, *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych*, Tom XV/4, Wydawnictwo SGGW, Warszawa, str. 7-16.
- Hall S. (2001) Credit channel effects in the monetary transmission mechanism, *Bank of England Quarterly Bulletin*, Winter, London.
- Ireland P. N. (2005) The Monetary Transmission Mechanism, Federal Reserve Bank of Boston Working Paper No. 06-1, Boston.
- Johansen S., Juselius K. (1990) Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration with Applications to the Demand for Money, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Tom 52, str. 169 – 210.
- Kusideł E. (2000) Modele wektorowo - autoregresyjne VAR. Metodologia i zastosowania, ABSOLWENT, Łódź.
- Kuttner K. K., Mosser P. C. (2002) The Monetary Transmission Mechanism: Some Answers and Further Questions, *Economic Policy Review/May 2002*, str. 15 - 26.
- Ljung G. M. and Box G. E. P. (1978) On a measure of lack of fit in time series models, *Biometrika*, 297–303.
- Majsterek M. (1998) Zastosowanie procedury Johansena do analizy sprzężenia inflacyjnego w gospodarce polskiej, *Przegląd Statystyczny*, XLV, str. 113-130.
- Mishkin F. S. (1996) The Channels of Monetary Transmission: Lesons for Monetary Policy, NBER Working Paper Series, Working Paper 5464, Cambridge.
- Mishkin F. (2007) *The Economics of Money, Banking and Financial Markets*, Pearson, Boston.
- Osińska M. (2006) *Ekonometria finansowa*, PWE, Warszawa.
- Stock J. H., Watson M. W. (2007) *Introduction to Econometrics*, Addison Wesley, Boston.
- Welfe A. (2009) *Ekonometria. Metody i ich zastosowanie*, PWE, Warszawa.

#### ANALYSIS OF THE RELATION BETWEEN THE CENTRAL BANK INTEREST RATE, INFLATION AND EXCHANGE RATE OF POLISH ZLOTY

**Abstract:** The aim of the study was the analysis of the interrelationships occurring within the framework of the monetary transmission mechanism in the Polish economy in the years 2003-2015. The tool of analysis was a VAR model. The results obtained indicate that the inflation level remained under the influence of the NBP interest rates. The CPI indicator was found to affect the EUR/USD exchange rate. The analysis of IRF function, obtained from VAR model, allowed to identify the presence of "price puzzle".

**Keywords:** inflation, interest rates, exchange rates, monetary transmission mechanism, VAR model

## ANALIZA POPYTU KONSUMPCYJNEGO Z WYKORZYSTANIEM MODELU AIDS

**Michał Gostkowski**

Katedra Ekonometrii i Statystyki,  
Szkola Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie  
e-mail: [michal\\_gostkowski@sggw.pl](mailto:michal_gostkowski@sggw.pl)

**Streszczenie:** W pracy podjęto próbę analizy popytu konsumpcyjnego z wykorzystaniem kompletnego modelu popytu *AIDS*. Badania zostały oparte na wynikach badań budżetów gospodarstw domowych w okresie 1999-2012. Dodatkowo kompletny model popytu został rozszerzony o zmienną demograficzną oraz o zmienną czasową. W pracy został również poruszony problem zerowych wydatków oraz problem współliniowości zmiennych. Wyniki badań wskazują, że uwzględnienie zmiennych demograficznych oraz zmiennej czasowej istotnie wpływa na oszacowania współczynników elastyczności. Dodatkowo badania wskazały na region wschodni (obejmującym województwa lubelskie, podkarpackie, podlaskie oraz świętokrzyskie) jako region charakteryzujący się najbardziej odmienną strukturą popytu w porównaniu do pozostałych regionów.

**Słowa kluczowe:** kompletny model popytu, prawie idealny układ równań popytowych, AIDS, elastyczność popytu

### WSTĘP

W pierwszym dziesięcioleciu XXI wieku nastąpiło daleko idące ożywienie rynku dóbr konsumpcyjnych na skutek wstąpienia Polski do Unii Europejskiej. Dodatkowo, zmianie uległa sytuacja gospodarcza kraju. Potwierdzają to dane z Głównego Urzędu Statystycznego, Produkt Krajowy Brutto, wyrażony w cenach stałych, od 2000 do 2012 roku wzrósł o 63,4%. Wraz ze zmianą sytuacji gospodarczej kraju zmianie uległy także preferencje konsumentów.

W tym samym okresie nastąpił rozkwit badań empirycznych nad zjawiskiem popytu. Równocześnie zwrócono uwagę na konieczność kompleksowej analizy zjawisk rynkowych z uwzględnieniem zjawisk substytucyjności i komple-

mentarności. W najnowszej polskiej literaturze dotyczącej okresu 1999-2012 dominują badania klasyczne obejmujące ilościowe zmiany popytu lub wykorzystujące jednorównaniowe modele [Gulbicka i Kwasek 2006], [Kwasek 2008], [Stanisławska 2011], [Stanisławska 2012]. Zdecydowana większość modeli jednorównaniowych dotyczy jedynie wpływu dochodu na popyt (tzw. elastyczność dochodowa). W celu lepszego odzwierciedlenia popytu stosuje się modele nieliniowe, które w zależności od zastosowanej funkcji posiadają przydatne do analizy własności. Jednorównaniowe nieliniowe modele są szeroko omówione w licznych książkach [Borkowski i in. 2003], [Gruszczyński i Podgórska 2004], [Osińska 2007]. Należy tutaj zaznaczyć, że modele jednorównaniowe nie pozwalają na wyznaczenie mieszanych współczynników elastyczności popytu. Kompletny model popytu stanowi więc odpowiednie narzędzie opisu kształtowania się całej struktury konsumpcji. W polskiej literaturze można także spotkać prace, które w swoich badaniach wykorzystują kompletne modele popytu, ale tylko dla wybranych grup produktów np.: popyt na mięso [Wolak 2008], popyt na alkohol [Gurgul i Wolak 2008] czy popyt na podstawowe produkty spożywcze [Dudek 2008].

W literaturze brakuje aktualnych badań obejmujących kompleksową analizę rynku dóbr konsumpcyjnych w Polsce. Ostatnie prace z wykorzystaniem kompletnego modelu popytu dotyczą okresu 1993-2003 [Suchecki 2006]. Budowane modele w celu poznania aktualnych preferencji konsumentów wykorzystują głównie modele jednorównaniowe. Brakuje także powyższych badań w rozróżnieniu na regiony. Budowa kompletnego modelu dla najnowszego okresu pozwoli na lepsze zrozumienie złożonej natury popytu konsumpcyjnego oraz przynajmniej do częściowego wyjaśnienia prawidłowości rządzących jego kształtowaniem. Natomiast przeprowadzenie analogicznych analiz odrębnie dla każdego regionu pozwoli na identyfikację różnic regionalnych w popycie na dobra i usługi konsumpcyjne.

## DANE EMPIRYCZNE

Materiałem empirycznym wykorzystanym w pracy są dane przekrojowo-czasowe uzyskane z bazy danych sporządzonej przez Główny Urząd Statystyczny odnośnie budżetów polskich gospodarstw domowych w latach 1999-2012. Stanowi ona podstawowe źródło informacji odnośnie dochodów, spożycia i wydatków w gospodarstwach domowych. Po usunięciu obserwacji odstających ostateczny zbiór wykorzystany do estymacji parametrów kompletnego modelu popytu liczył 411247 gospodarstw domowych.

Od 1998 roku w BBGD wprowadzono nową klasyfikację przychodów i rozchodów opartą na klasyfikacji COICOP/HBS. Polega ona na podziale całkowitych wydatków na dwanaście grup: (1) żywność i napoje bezalkoholowe, (2) napoje alkoholowe, wyroby tytoniowe i narkotyki, (3) odzież i obuwie, (4) użytkowanie mieszkania, (5) wyposażenie mieszkania i prowadzenie gospodarstwa

domowego, (6) zdrowie, (7) transport, (8) łączność, (9) rekreacja i kultura, (10) edukacja, (11) restauracje i hotele, (12) inne towary i usługi.

Budowa modelu z zaproponowanymi grupami wydatków wymusza uwzględnienia indeksów cenowych. Indeksy cenowe zgodne z powyższą klasyfikacją GUS sporządził dopiero w odniesieniu do danych z 1999 roku. Dlatego w pracy wykorzystano wyniki BBGD od 1999 do 2012. Dane z 2012 roku były najnowszymi danymi dostępnymi w momencie pisania tej pracy.

## METODYKA BADAŃ

W 1980 roku został zaproponowany jeden z najbardziej popularnych postaci funkcyjnych kompletnych modeli popytu określany jako prawie idealny układ równań popytowych (*Almost Ideal Demand System*). Został on zaproponowany przez Deatona i Muellbauera [1980]. Rozważyli oni pewną klasę preferencji określaną jako preferencje typu PIGLOG. Logarytm funkcji wydatków dla preferencji typu PIGLOG można zapisać jako:

$$\log c(u, \mathbf{p}) = (1 - u) \cdot \log a(\mathbf{p}) + u \cdot \log b(\mathbf{p}). \quad (1)$$

Aby funkcja wydatków była odpowiednio giętka, jej pierwsze i drugie pochodne cząstkowe ze względu na ceny powinny być identyczne jak nieznanej „prawdziwej” funkcji wydatków. W pracy Deaton i Muellbauer [1980] zaproponowali następujące funkcje  $\log a(\mathbf{p})$  oraz  $\log b(\mathbf{p})$ :

$$\log a(\mathbf{p}) = a_0 + \sum_{k=1}^n a_k \log p_k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \gamma_{kl}^* \log p_k \log p_l, \quad (2)$$

$$\log b(\mathbf{p}) = \log a(\mathbf{p}) + \beta_0 \prod_{k=1}^n p_k^{\beta_k}. \quad (3)$$

Po podstawieniu zaproponowanych funkcji  $\log a(\mathbf{p})$  oraz  $\log b(\mathbf{p})$  do logarytmu funkcji wydatków otrzymuje się:

$$\log c(u, \mathbf{p}) = a_0 + \sum_{k=1}^n a_k \log p_k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \gamma_{kl}^* \log p_k \log p_l + u \beta_0 \prod_{k=1}^n p_k^{\beta_k} \quad (4)$$

$$u = \frac{\log c(u, \mathbf{p})}{\beta_0 \prod_{k=1}^n p_k^{\beta_k}} - \frac{a_0 + \sum_{k=1}^n a_k \log p_k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \gamma_{kl}^* \log p_k \log p_l}{\beta_0 \prod_{k=1}^n p_k^{\beta_k}}. \quad (5)$$

Wykorzystanie lematu Shepharda ( $\frac{\partial \log c(u, \mathbf{p})}{\partial \log p_i} = q_i \cdot \frac{p_i}{c(u, \mathbf{p})} = w_i$ ) pozwala na uzyskanie równania udziału wydatków ( $w_i$ ) na  $i$ -te dobro:

$$w_i = a_i + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \log p_j + \beta_i u \beta_0 \prod_{k=1}^n p_k^{\beta_k}, \quad (6)$$

gdzie:  $\gamma_{ij} = \frac{1}{2} (\gamma_{ij}^* + \gamma_{ji}^*)$ .

Podstawiając w miejsce nieznanego poziomu użyteczności  $u$  (6) równanie (5) oraz wykorzystując zależność  $x=c(u, \mathbf{p})$  można uzyskać równanie udziału wydatków na  $i$ -te dobro w zależności od całkowitych wydatków ( $x$ ) i wektora cen:

$$w_i = \alpha_i + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \log p_j + \beta_i \left( \log x - \alpha_0 - \sum_{k=1}^n \alpha_k \log p_k - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \gamma_{kl} \log p_k \log p_l \right) \quad (7)$$

Aby warunki integralności w kompletnym modelu popytu zostały spełnione, wymagane jest spełnienie następujących zależności [Deaton, Muellbauer 1980]:

- warunek sumowalności zostanie spełniony wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1, \sum_{i=1}^n \beta_i = 0, \sum_{i=1}^n \gamma_{ij} = 0, \text{ dla każdego } j=1,2,\dots,n,$$

- warunek jednorodności stopnia zero zostanie spełniony wtedy i tylko wtedy, gdy  $\sum_{j=1}^n \gamma_{ij} = 0$ , dla każdego  $i=1,2,\dots,n$ ,
- warunek symetrii zostanie spełniony jeśli dla wszystkich  $i, j=1,2,\dots,n$   $\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$ ,
- warunek ujemnej półokreśloności macierzy Slutskiego wymaga aby własne skompensowane elastyczności cenowe były niedodatnie.

Na podstawie wyznaczonych równań modelu AIDS można wyznaczyć podstawowe współczynniki elastyczności:

- współczynnik nieskompensowanej cenowej elastyczności popytu (wg Marshalla):

$$e_{ij} = \frac{p_j}{q_i} \cdot \frac{\partial g_i(x, \mathbf{p})}{\partial p_j} = -\delta_{ij} + \frac{\gamma_{ij}}{w_i} - \frac{\beta_i \left( \alpha_j + \sum_{k=1}^n \gamma_{kj} \log p_k \right)}{w_i}, \quad (8)$$

- współczynnik skompensowanej cenowej elastyczności popytu (wg Hicksa):

$$\tilde{e}_{ij} = \frac{p_j}{q_i} \cdot \frac{\partial h_i(u, \mathbf{p})}{\partial p_j} = \delta_{ij} + \frac{\gamma_{ij}}{w_i} - \frac{\beta_i \left( \alpha_j + \sum_{k=1}^n \gamma_{kj} \log p_k - w_j \right)}{w_i} + w_j, \quad (9)$$

- współczynnik elastyczności popytu ze względu na całkowite wydatki:

$$e_i = \frac{x}{q_i} \cdot \frac{\partial g_i(x, \mathbf{p})}{\partial I} = 1 + \frac{\beta_i}{w_i}. \quad (10)$$

gdzie:  $\delta_{ij}$  - delta Kroneckera przyjmująca wartość 1 gdy  $i=j$  oraz 0 w p.p.

## AGREGACJA GRUP WYDATKÓW

Estymacja kompletnych modeli popytu z zaproponowanymi grupami dóbr wymaga uwzględnienia w procesie estymacji indeksów cenowych charakteryzujących się współliniowością statystyczną. Współliniowość statystyczna jest zjawiskiem niepożądanym i skutkuje negatywnymi konsekwencjami [Maddala 2006, str. 324], [Welfe 2003, str. 141]. Analiza

macierzy współczynników korelacji Pearsona<sup>1</sup> pomiędzy indeksami cenowymi może sugerować, że pomiędzy zmiennymi występuje współliniowość, jednak przy interpretacji wyników należy być szczególnie ostrożnym ze względu na fakt, że model AIDS jest modelem nieliniowym i wyniki analizy nie muszą jednoznacznie wskazywać na problem współliniowości. Jednym z proponowanych rozwiązań powyższego problemu jest usunięcie zmiennej lub zmiennych [Welfe 2003, str. 146], jednak w przypadku kompletnych modeli popytu wspomnianego podejścia nie można zastosować, ponieważ uniemożliwia późniejsze oszacowanie elastyczności. Kolejnym rozwiązaniem problemu współliniowości jest zastosowanie regresji grzbietowej [Trzęsiok 2014], jednak regresję grzbietową można wykorzystać tylko w przypadku modeli jednorównaniowych. Wobec powyższego zastosowanie uogólnionego twierdzenia Hicksa-Leontiewa mówiące o grupowaniu tych dóbr, dla których indeksy cenowe kształtują się podobnie, może poprawić jakość estymowanych parametrów oraz uniknąć negatywnych skutków współliniowości.

Kolejnym problemem występującym podczas estymacji kompletnych modeli popytu jest problem „zerowych wydatków” [Castañon-Herrera i Urzúa 2011]. Udział procentowy gospodarstw z zerowymi wydatkami w niektórych grupach przekracza poziom 20%. Rozwiązaniem powyższego problemu może być przeprowadzenie imputacji braków danych, jednak przy tak dużym poziomie braków wyniki imputacji mogą być niezadawalające. Kolejnym rozwiązaniem jest wykorzystanie modeli dla danych cenzurowanych [Wooldridge 2013, str. 609].

Wykorzystanie modeli dla danych cenzurowanych nie rozwiązuje problemu współliniowości pomiędzy zmiennymi, a dodatkowo utrudnia proces estymacji kompletnych modeli popytu. Wobec powyższego wydaje się, że jedynym rozwiązaniem pozwalającym na przezwycięzenie wspomnianych problemów jest wykonanie agregacji dóbr. Mając na uwadze uogólnione twierdzenie Hicksa-Leontiewa do wyznaczenia agregowanych dóbr wykorzystano metodę głównych składowych [Jolliffe 2002]. Przeprowadzone symulacje wykazały, że zarówno metoda głównych składowych na podstawie macierzy korelacji jak i na podstawie macierzy kowariancji nie pozwala na uzyskanie zadowalających wyników. Wobec powyższego zdecydowano się na zmodyfikowanie macierzy służącej do przeprowadzenia metody głównych składowych. W tym celu wykorzystano macierz współczynników korelacji cząstkowej pomiędzy indeksami cenowymi.

Na podstawie macierzy współczynników korelacji cząstkowej przeprowadzono metodę głównych składowych i wyznaczono wartości własne (Tabela 1).

---

<sup>1</sup> Tabela została pominięta ze względu na objętość artykułu.

Tabela 1. Siedem pierwszych wartości własnych uporządkowanych nierosnąco. Wartości własne uzyskane w metodzie głównych składowych na podstawie macierzy współczynników korelacji cząstkowej pomiędzy indeksami cenowymi

Numer głównej składowej	Wartość własna	Procent całkowitej wariancji	Skumulowane wartości własne	Skumulowany procent całkowitej wariancji
1	1,9997	16,66%	1,99971	16,66%
2	1,9818	16,52%	3,98153	33,18%
3	1,8846	15,71%	5,8662	48,88%
4	1,6791	13,99%	7,54533	62,88%
5	1,5173	12,64%	9,06266	75,52%
6	1,2250	10,21%	10,2877	85,73%
7	1,0810	9,01%	11,3687	94,74%

Źródło: obliczenia własne

Na podstawie otrzymanych wyników można wnioskować, że wykorzystując 6 pierwszych głównych składowych można uzyskać ok. 85% odwzorowania pierwotnej zmienności w danych. Na tej podstawie zdecydowano się do zredukowania zbioru do 6 grup wydatków. Ostatecznie zostały utworzone następujące grupy wydatków:

- grupa W1: utrzymanie i wyposażenie mieszkania obejmująca wydatki na utrzymanie mieszkania oraz wydatki na wyposażenie mieszkania,
- grupa W2: łączność i edukacja obejmująca wydatki na łączność oraz wydatki na edukację,
- grupa W3: pozostałe dobra i usługi obejmująca wydatki na napoje alkoholowe, tytoń i narkotyki, wydatki na odzież i obuwie oraz wydatki na pozostałe towary i usługi,
- grupa W4: transport i rekreacja obejmująca wydatki na transport oraz wydatki na kulturę i rekreację,
- grupa W5: żywność i zdrowie obejmująca wydatki na żywność i napoje bezalkoholowe oraz wydatki na zdrowie,
- grupa W6 obejmująca wydatki na hotele, kawiarnie oraz restauracje.

Nowe grupy znacznie zredukowały rozmiar modelu, jednak problem zerowych wydatków nie został rozwiązany. Dla grupy W2 udział zerowych wydatków wyniósł 11,5%, natomiast dla grupy W6 udział wyniósł 73,2%. W związku z tym, że podczas estymacji kompletnych modeli popytu jedno równanie musi zostać pominięte, zdecydowano, że równaniem pominiętym będzie ostatnia grupa wydatków (tj. wydatki na hotele, kawiarnie oraz restauracje). Natomiast w przypadku drugiej grupy wydatków, gdzie udział zerowych wydatków wyniósł 11,5%, przeprowadzono imputację braków danych z wykorzystaniem drzew regresyjnych.

W pracy kompletny model popytu jest to model wielorównaniowy wykorzystujący dane przekrojowe z lat 1999-2012. Estymowane kompletne modele popytu zostały rozszerzone o zmienną reprezentującą liczbę osób w gospodarstwie domowym (Tabela 2) oraz o zmienną czasową  $t$  (Tabela 3). W tym celu wykorzystano zmodyfikowaną metodę „przesunięcia demograficznego” [Pollak i Wallis 1979]. Do estymacji parametrów modelu wykorzystano iteracyjną uogólnioną wielowymiarową nieliniową metodę najmniejszych kwadratów. Warunek sumowalności, jednorodności i symetrii zostały uwzględnione w postaci odpowiednich restrykcji nałożonych na parametry modelu w procesie estymacji. Ostatecznie kompletny model popytu przyjął następującą postać:

$$w_i = \alpha_i(z) + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \ln p_j + \beta_i(z)(\ln x - \alpha_0(z) + \sum_{k=1}^n \alpha_k(z) \ln p_k - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \gamma_{kl} \ln p_k \ln p_l) + \lambda_i t + \varepsilon_i \quad (11)$$

gdzie:  $\hat{w}_i$  - udział wydatków na  $i$ -tą grupę wydatków,

$z$  - liczba osób w gospodarstwie domowym,

$x$  - całkowite wydatki gospodarstwa,

$p_i$  - indeks cenowy  $i$ -tej grupy wydatków,

$t$  - liczba miesięcy od stycznia 1999 roku,

$\alpha_0(z) = \alpha_0 + \alpha_z z$ ,  $\alpha_i(z) = \alpha_i^0 + \alpha_i z$ ,  $\beta_i(z) = \beta_i^0 + \beta_i z$ .

Tabela 2. Wyniki weryfikacji hipotezy o zasadności wprowadzenia zmiennej demograficznej do modelu

$\alpha_z = 0, \alpha_i = 0, \beta_z = 0$	Wartość statystyki testowej	Wartość krytyczna	$p$ -value
Test Walda	W=51588,1	$X^{2*} = 19,67$	<,0001
Test LR	LR=37186,2	$X^{2*} = 19,67$	<,0001

Źródło: obliczenia własne

Tabela 3. Wyniki weryfikacji hipotezy o łącznej istotności  $\lambda_i$  ( $i=1,2,\dots,5$ )

$\lambda_i = 0$	Wartość statystyki testowej	Wartość krytyczna	$p$ -value
Test Walda	W=1946,7	$X^{2*} = 11,07$	<,0001
Test LR	LR=1045,0	$X^{2*} = 11,07$	<,0001

Źródło: obliczenia własne

## WYNIKI BADAŃ

Wyznaczając współczynniki elastyczności ze względu na całkowite wydatki można przeprowadzić klasyfikację dóbr podobnie jak w przypadku analizy



współczynników elastyczności dochodowej. Na podstawie otrzymanych wyników można stwierdzić, że grupa W2 (wydatki na łączność i edukację) oraz W5 (wydatki na żywność i zdrowie) zostały zakwalifikowane jako dobra podstawowe (Tabela 4). Oznacza to, że udział tych dóbr maleje wraz ze wzrostem udziału wydatków. Dodatkowo najniższą wartość otrzymano dla grupy W5 (wydatki na żywność i zdrowie). Z kolei najwyższą wartość współczynnika otrzymano dla grupy W4 (wydatki na transport i rekreację) oraz dla grupy W6 (wydatki na hotele, kawiarnie i restauracje). Dla grupy utrzymanie i wyposażenie mieszkania otrzymano wartość współczynnika zbliżoną do jedności, co może oznaczać, że zmiana udziału wydatków na dane dobro jest proporcjonalna do zmiany całkowitych wydatków.

Tabela 4. Współczynniki elastyczności całkowitych wydatków wyznaczone na podstawie modelu AIDS dla przeciętnego gospodarstwa domowego w Polsce

Grupa wydatków	W1	W2	W3	W4	W5	W6
Współczynnik elastyczności	1,08	0,82	1,35	1,48	0,65	1,47

Źródło: obliczenia własne

Tabela 5. Współczynniki elastyczności cenowych popytu (według Hicksa) wyznaczone na podstawie modelu AIDS dla przeciętnego gospodarstwa domowego w Polsce

Grupa wydatków		W1	W2	W3	W4	W5	W6
		zmiana ceny					
W1	zmiana popytu	-0,38*	0,22*	0,94*	-0,2*	-0,64*	0,11*
W2		0,98*	0,06	-0,19*	0,79*	-1,59*	-0,01
W3		1,8*	-0,09*	-2,37*	0,26*	0,64*	-0,19*
W4		-0,41*	0,36*	0,23*	-1,06*	0,49*	0,44*
W5		-0,43*	-0,23*	0,25*	0,14*	0,31*	-0,02*
W6		0,66*	-0,01	-0,74*	1,28*	0,02	-1,16*

\* oznacza, że współczynnik jest statystycznie różny od 0 przy poziomie istotności 0,05.

Źródło: obliczenia własne

Współczynniki skompensowanych elastyczności cenowych (zwane też jako elastyczności Hicksa) określają miarę samego efektu substytucyjnego, czyli bez wpływu efektu dochodowego. Zgodnie z teorią ekonomii, własne współczynniki elastyczności Hicksa powinny być niedodatnie, co zostało spełnione dla większość grup (Tabela 5). Dla grupy W2 (wydatki na łączność i edukację) wartość współczynnika Hicksa nie różni się statystycznie od 0, natomiast dla grupy W5 (wydatki na żywność i zdrowie) wartość współczynnika Hicksa jest większa od 0, co jest dość zastanawiającym wynikiem i może być skutkiem przeprowadzonej agregacji dóbr, co w znacznym stopniu powoduje zniekształcenie modelowanego zjawiska. Dla pozostałych grup wydatków otrzymano ujemne współczynniki skompensowanych elastyczności cenowych. Dla wydatków na utrzymanie

i wyposażenie mieszkania (W1) otrzymano współczynnik elastyczności mniejszy od jedności, co oznacza, że w analizowanym okresie popyt był nieelastyczny. Natomiast dla wydatków na pozostałe dobra i usługi (W3), wydatków na transport i rekreację (W4) oraz wydatków na hotele, kawiarnie i restauracje (W6) otrzymano współczynniki elastyczności większe od jedności, co implikuje, że w analizowanym okresie popyt był elastyczny. Dodatkowo najbardziej czuły na zmianę ceny okazał się popyt na pozostałe dobra i usługi (W3) (-2,37%).

Najbardziej powszechnym podziałem terytorium Polski jest podział względem województw, jednak budowa 16 kompletnych modeli popytu oraz późniejsza analiza otrzymanych wyników może się okazać zadaniem niemożliwym do przeprowadzenia. Wobec powyższego zdecydowano się podzielić terytorium Polski na regiony zgodnie z podziałem zaproponowanym przez GUS (2011):

- region centralny (województwa: mazowieckie, łódzkie),
- region południowy (województwa: małopolskie i śląskie),
- region wschodni (województwa: lubelskie, podkarpackie, podlaskie, świętokrzyskie),
- region północno-zachodni (województwa: lubuskie, wielkopolskie, zachodniopomorskie),
- region południowo-zachodni (województwa: dolnośląskie, opolskie),
- region północny (województwa: kujawsko-pomorskie, pomorskie, warmińsko-mazurskie).

Dla następujących podziałów zostały zbudowane i estymowane kompletne modele popytu, a cząstkowe wyniki zostały przedstawione poniżej (Tabela 6).

Tabela 6. Wartości współczynników elastyczności ze względu na całkowite wydatki w Polsce i w poszczególnych regionach wraz z przedziałami ufności (błędy standardowe wykorzystane do wyznaczenia przedziałów znajdują się w Tabeli 7)

W1	$e_i$	$\underline{e}_i$	$\overline{e}_i$
Polska	1,083	1,080	1,086
Centralny	1,095	1,088	1,102
Południowy	1,054	1,047	1,061
Wschodni	1,183	1,175	1,191
Płn.-Zachodni	1,043	1,035	1,051
Płd.-Zachodni	1,053	1,043	1,062
Północny	1,032	1,024	1,040

W2	$e_i$	$\underline{e}_i$	$\overline{e}_i$
Polska	0,818	0,815	0,822
Centralny	0,870	0,862	0,877
Południowy	0,782	0,774	0,790
Wschodni	0,748	0,739	0,757
Płn.-Zachodni	0,856	0,847	0,866
Płd.-Zachodni	0,787	0,776	0,798
Północny	0,824	0,815	0,834

W3	$e_i$	$\underline{e}_i$	$\overline{e}_i$
Polska	1,346	1,342	1,350
Centralny	1,282	1,273	1,290
Południowy	1,404	1,394	1,414
Wschodni	1,363	1,353	1,372
Płn.-Zachodni	1,405	1,394	1,415
Płd.-Zachodni	1,349	1,336	1,362
Północny	1,380	1,369	1,391

W4	$e_i$	$\underline{e}_i$	$\overline{e}_i$
Polska	1,480	1,476	1,485
Centralny	1,472	1,463	1,481
Południowy	1,531	1,521	1,542
Wschodni	1,400	1,389	1,410
Płn.-Zachodni	1,473	1,462	1,484
Płd.-Zachodni	1,495	1,481	1,509
Północny	1,501	1,490	1,513

W5	$e_i$	$\underline{e}_i$	$\overline{e}_i$	W6	$e_i$	$\underline{e}_i$	$\overline{e}_i$
Polska	0,650	0,648	0,652	Polska	1,474	1,469	1,478
Centralny	0,644	0,640	0,648	Centralny	1,496	1,486	1,507
Południowy	0,643	0,639	0,648	Południowy	1,443	1,432	1,453
Wschodni	0,645	0,639	0,648	Wschodni	1,419	1,407	1,430
Płn.-Zachodni	0,648	0,644	0,653	Płn.-Zachodni	1,468	1,456	1,480
Płd.-Zachodni	0,660	0,654	0,666	Płd.-Zachodni	1,537	1,522	1,552
Północny	0,671	0,666	0,676	Północny	1,464	1,453	1,476

Źródło: obliczenia własne

Tabela 7. Wartości błędów standardowych współczynników elastyczności ze względu na całkowite wydatki w Polsce i w poszczególnych regionach (błędy standardowe zostały wyznaczone z wykorzystaniem metody delty)

	W1	W2	W3	W4	W5	W6
Polska	0,0016	0,0018	0,0021	0,0022	0,0010	0,0024
Centralny	0,0035	0,0039	0,0044	0,0045	0,0021	0,0053
Południowy	0,0036	0,0042	0,0050	0,0053	0,0023	0,0054
Wschodni	0,0040	0,0045	0,0049	0,0056	0,0023	0,0057
Płn.-Zachodni	0,0041	0,0048	0,0054	0,0057	0,0024	0,0061
Płd.-Zachodni	0,0049	0,0056	0,0067	0,0071	0,0031	0,0077
Północny	0,0041	0,0048	0,0055	0,0059	0,0025	0,0060

Źródło: obliczenia własne

Ze względu na ograniczoną objętość artykułu w pracy pominięto analizę współczynników elastyczności cenowej (Hicksa oraz Marshalla) w układzie regionalnym.<sup>2</sup>

Analizując grupę W1 (wydatki na utrzymanie i wyposażenie mieszkania) można zauważyć, że wartości współczynnika elastyczności ze względu na całkowite wydatki w poszczególnych regionach kształtują się podobnie. Na szczególną uwagę zasługuje region wschodni oraz region centralny. Region centralny charakteryzował się w analizowanych okresie nieco wyższą wartością współczynnika elastyczności (1,095) jednak najbardziej wyróżniającym się regionem był region wschodni, dla którego wartość współczynnika była wyraźnie wyższa w porównaniu do pozostałych regionów (1,183).

Kolejną analizowaną grupą były wydatki na łączność i edukację (W2), dla której wartości współczynników w poszczególnych regionach były bardzo zróżnicowane. Najwyższa wartość współczynnika została wyznaczona dla regionu centralnego (0,87) oraz dla regionu płn.-zachodniego (0,856). Z kolei najniższa wartość współczynnika została wyznaczona dla regionu wschodniego (0,748).

<sup>2</sup> Dla osób zainteresowanych istnieje możliwość przesłania uzyskanych wyników drogą elektroniczną.

Grupa W3 obejmuje wydatki na pozostałe dobra i usługi. Analizując wyniki otrzymane na podstawie kompletnych modeli popytu można zauważyć, że najbardziej wyróżniającym się regionem był region centralny, dla którego wartość współczynnika elastyczności całkowitych wydatków była najniższa (1,282) oraz znacznie odbiegająca od wartości współczynników w pozostałych regionach.

Rozpatrując grupę W4 (wydatki na transport i rekreację) można zauważyć, że dla regionu centralnego, pñ.-zachodniego, pñd.-zachodniego oraz północnego wartości współczynników elastyczności całkowitych wydatków kształtują się na zbliżonym poziomie. Natomiast w regionie wschodnim wartość współczynnika była znacznie niższa (1,4) oraz wyraźnie odbiegająca od pozostałych regionów. Najwyższa wartość została wyznaczona dla regionu południowego (1,531).

Wydatki na żywność i napoje bezalkoholowe zostały połączone z wydatkami na zdrowie w grupie W5. Trzy analizowane regiony (centralny, południowy oraz wschodni) uzyskały praktycznie identyczne wartości współczynnika całkowitych wydatków (ok. 0,644). Najwyższa wartość została wyznaczona dla regionu północnego (0,671).

Ostatnią analizowaną grupą były wydatki na hotele, kawiarnie i restauracje (W6). Do najbardziej wyróżniających się regionów można zaliczyć region wschodni oraz region pñd.-zachodni, dla których wartości współczynników wyraźnie odbiegały w porównaniu do pozostałych regionów. Region wschodni uzyskał najniższą wartość współczynnika (1,419), natomiast region pñd.-zachodni uzyskał najwyższą wartość współczynnika (1,537).

## PODSUMOWANIE

Przeprowadzone badania wykazały, że prawie idealny układ równań popytowych (AIDS) okazał się użytecznym narzędziem analizy popytu konsumpcyjnego. Wykorzystanie powyższego modelu pozwala na przeprowadzenie bardziej zaawansowanych analiz dotyczących popytu konsumpcyjnego oraz uwzględnienie zależności występujących pomiędzy różnymi grupami wydatków. Dodatkowo badania potwierdziły, że zmienne demograficzne oraz czynnik czasu istotnie wpływają na uzyskane wartości współczynników elastyczności. W celu uwzględnienia zmiennych estymowane kompletne modele popytu zostały rozszerzone z wykorzystaniem zmodyfikowanej metody „przesunięcia demograficznego” Pollaka i Wallesa.

Analogiczne badania zostały przeprowadzone w rozróżnieniu na poszczególne regiony. Wyniki badań jednoznacznie wskazują, że elastyczności popytowe w Polsce są regionalnie zróżnicowane z regionem wschodnim (obejmującym województwa lubelskie, podkarpackie, podlaskie oraz świętokrzyskie) jako region charakteryzujący się najbardziej odmienną strukturą popytu w porównaniu do pozostałych regionów.

## BIBLIOGRAFIA

- Borkowski B., Dudek H., Szczesny W. (2003) *Ekonometria wybrane zagadnienia*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Castañon-Herrera A., Urzúa C. M. (2011) The non-optimality of the Mexican indirect tax system, EGAP Working Papers, No. 2011-02.
- Deaton A. S., Muellbauer J. (1980) An Almost Ideal Demand System, *American Economic Review* (70), 312-326.
- Dudek H. (2008) Elastyczności cenowe popytu na żywność – analiza na podstawie modelu LA/AIDS, *Roczniki Naukowe SERIA*, Tom X(4).
- Główny Urząd Statystyczny (2011) *Metodologia badania budżetów gospodarstw domowych*, Warszawa.
- Gruszczyński M., Podgórska M. (2004) *Ekonometria*, Warszawa, Oficyna Wydawnicza SGH.
- Gulbicka B., Kwasek M. (2006) Wpływ dochodów na spożycie żywności – przesłanki dla polityki żywnościowej, *Zagadnienia Ekonomiki Rolnej* 1, 19-33.
- Gurgul H., Wolak J. (2008) Popyt na alkohol w Polsce. Estymacja modelu AIDS, *Metody ilościowe w Badaniach Ekonomicznych Tom IX*, 149-158.
- Jolliffe I. T. (2002) *Principal Component Analysis*, Second Edition, Springer.
- Kwasek M. (2008) Dochodowa elastyczność popytu na żywność, *Wiadomości Statystyczne* Nr 5.
- Maddala G. S. (2006) *Ekonometria*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Welfe W. (2003) *Ekonometria*, PWE, Warszawa.
- Osińska M. (2007) *Ekonometria współczesna*, Wydawnictwo „Dom Organizatora”, Toruń.
- Pollak R. A., Wales T. J. (1979) Welfare Comparison and Equivalence Scales, *American Economic Review*, Vol. 69, 216-221.
- Stanisławska J. (2012) Kształtowanie się wydatków na restauracje i hotele w gospodarstwach domowych w Polsce, *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu - Nowe trendy w dystrybucji produktów żywnościowych, Gastronomia i zachowania nabywców*, str. 336.
- Stanisławska J., Wysocki F. (2011) Dochodowa elastyczność wydatków na artykuły żywnościowe gospodarstw domowych rolników według grup dochodowych, *Roczniki Naukowe SERIA*, Tom XIII(4).
- Sucheckie B. (2006) *Kompletne modele popytu*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Trzęsiok J. (2014) Porównanie zdolności predykcyjnych modelu regresji grzbietowej z wybranymi nieparametrycznymi modelami regresji, *Zastosowanie metod matematycznych w ekonomii i zarządzaniu* (191), 65-74.
- Wolak J. (2008) Ekonometryczna analiza popytu na mięso w Polsce, *Ekonomia Menedżerska* nr 4, 135-143.
- Wooldridge J. M. (2013) *Introductory Econometrics: A Modern Approach*, South-Western Cengage Learning.

Załącznik 1. Oceny parametrów w kompletnym modelu popytu (AIDS) oszacowanego dla wszystkich regionów łącznie z wykorzystaniem iteracyjnej UWNMKN

Parametr	Ocena parametru	Błąd standardowy	p-value	Parametr	Ocena parametru	Błąd standardowy	p-value
$\alpha_1^0$	0,2978	0,0012	<,0001	$\gamma_{35}$	0,0382	0,0056	<,0001
$\alpha_2^0$	0,0755	0,0004	<,0001	$\gamma_{44}$	-0,0295	0,0039	<,0001
$\alpha_3^0$	0,0816	0,0008	<,0001	$\gamma_{45}$	0,0171	0,0042	<,0001
$\alpha_4^0$	0,0162	0,0008	<,0001	$\gamma_{55}$	0,3545	0,0086	<,0001
$\alpha_5^0$	0,5769	0,0011	<,0001	$\alpha_1$	-0,0197	0,0003	<,0001
$\beta_1^0$	0,0122	0,0010	<,0001	$\alpha_2$	-0,0036	0,0001	<,0001
$\beta_2^0$	-0,0233	0,0002	<,0001	$\alpha_3$	0,0121	0,0003	<,0001
$\beta_3^0$	0,0466	0,0007	<,0001	$\alpha_4$	0,0156	0,0003	<,0001
$\beta_4^0$	0,0667	0,0007	<,0001	$\alpha_5$	-0,0093	0,0007	<,0001
$\beta_5^0$	-0,1322	0,0009	<,0001	$\alpha_7$	0,2213	0,0039	<,0001
$\gamma_{11}$	0,0929	0,0141	<,0001	$\beta_1$	0,0033	0,0003	0,6225
$\gamma_{12}$	0,0426	0,0041	<,0001	$\beta_2$	0,0041	0,0001	<,0001
$\gamma_{13}$	0,2145	0,0083	<,0001	$\beta_3$	0,0007	0,0002	0,0002
$\gamma_{14}$	-0,0894	0,0053	<,0001	$\beta_4$	-0,0018	0,0002	<,0001
$\gamma_{15}$	-0,2764	0,0085	<,0001	$\beta_5$	-0,0031	0,0003	<,0001
$\gamma_{22}$	0,0589	0,0030	<,0001	$\lambda_1$	0,0003	0,00004	<,0001
$\gamma_{23}$	-0,0200	0,0026	<,0001	$\lambda_2$	-0,0001	0,00001	<,0001
$\gamma_{24}$	0,0400	0,0019	<,0001	$\lambda_3$	-0,0009	0,00003	<,0001
$\gamma_{25}$	-0,1190	0,0025	<,0001	$\lambda_4$	0,0003	0,00001	<,0001
$\gamma_{33}$	-0,2109	0,0077	<,0001	$\lambda_5$	0,0003	0,00002	<,0001
$\gamma_{34}$	0,0145	0,0037	<,0001				

Źródło: obliczenia własne

### ANALYSIS OF THE CONSUMER DEMAND USING THE ALMOST IDEAL DEMAND SYSTEM

**Abstract:** The paper attempts to analyze consumer demand using a complete demand system AIDS. The complete demand system is the right tool for the analysis of consumer demand because it takes into account the phenomenon of substitutability and complementarity. The research was based on household microeconomic data collected by GUS (the Polish Central Statistical Office) in the period 1999-2012. Additionally, a complete demand model has been extended by the demographic variable and the time variable. The problem of zero expenditures and the collinearity of variables were described in the paper. The results show that taking into account the phenomena of substitutability and complementarity allows a better understanding of complex interactions occurring in the market for consumer goods and services

**Keywords:** complete demand system, Almost Ideal Demand System, AIDS, elasticity of demand

## **POWIĄZANIA PRZYCZYNOWE MIĘDZY CENAMI PSZENICY W POLSCE I NIEMCZACH – ANALIZA W DZIEDZINIE CZĘSTOTLIWOŚCI**

**Mariusz Hamulczuk**

Katedra Ekonomiki Rolnictwa i Międzynarodowych Stosunków Gospodarczych  
Szkola Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie  
e-mail: mariusz\_hamulczuk@sggw.pl

**Streszczenie:** Analiza przyczynowości w sensie Grangera w dziedzinie czasu nie pozwala na udzielenie odpowiedzi na pytanie, czy przyczynowość jest wynikiem transmisji sygnałów o niskich czy o wysokich częstotliwościach. W niniejszym opracowaniu wykorzystano test Breitunga-Candelona do oceny przyczynowości w sensie Grangera w dziedzinie częstotliwości tygodniowych cen pszenicy paszowej w Polsce i Niemczech w latach 2005-2013. Przeprowadzone badania potwierdziły występowanie przyczynowości między cenami wskazując jednocześnie, że transmisja sygnałów cenowych z rynku niemieckiego do polskiego dotyczy głównie cykli o niskich częstotliwościach.

**Słowa kluczowe:** przyczynowość, transmisja pozioma cen, analiza spektralna, ceny pszenicy

### **WPROWADZENIE**

W warunkach nasilających się procesów globalizacji oraz liberalizacji polityk handlowych mamy do czynienia ze wzrostem powiązań między rynkami surowcowymi w różnych krajach. Wpływ uwarunkowań wewnętrznych staje się coraz słabszy a wzrasta wpływ czynników globalnych. Tym samym większość wyników badań wskazuje, że transmisja pozioma sygnałów cenowych oraz związana z nią przyczynowość, przebiega od rynków światowych do rynków lokalnych [Prakash 2011, Listorti, Esposti 2012].

Podstawę teoretyczną dla procesów transmisji cenowej stanowi prawo jednej ceny, mówiące że na rynkach w różnych lokalizacjach dwa homogeniczne produkty mają taką samą cenę pomniejszoną o koszty transakcyjne. W przypadku,

gdy różnice między cenami przekraczają poziom kosztów transakcyjnych, przy założeniu braku barier handlowych i administracyjnych, arbitrażyści wykorzystując możliwości zysku doprowadzą do ich zrównania [Miljkovic 1999, Fackler, Goodwin 2001].

Badania z zakresu transmisji cenowej pozwalają na przybliżenie mechanizmu kształtowania cen oraz weryfikację hipotez dotyczących efektywności rynków. Najczęściej testuje się występowanie zależności długookresowych (oraz towarzyszącej im egzogeniczności), kierunek i szybkość przekazywania impulsów cenowych czy też występowanie zależności (dostosowań) nieliniowych. Literatura z tego zakresu jest bardzo szeroka: Barrett [2001], Goodwin i Piggott [2001] czy Meyer i von Cramon-Taubadel [2004].

Wyniki dotychczasowych badań wskazują, że istnieje związek przyczynowo-skutkowy między cenami pszenicy w Polsce i w Niemczech [Rembeza 2010, Hamulczuk, Łopaciuk 2013]. Wyniki tych analiz wskazują, że między cenami występuje zarówno zależność długookresowa, jak i związki krótkookresowe. Ceny niemieckie są przyczyną w sensie Grangera dla cen polskich. Badania Hamulczuka [2015] potwierdziły również asymetryczne dostosowania cen do ścieżki równowagi długookresowej na rynku pszenicy paszowej opisywane za pomocą modeli TAR, gdzie źródłem dostosowań mogą być koszty transakcyjne i związany z tym nieliniowy charakter arbitrażu. Równocześnie nie potwierdzono występowania asymetrycznych dostosowań zgodnie z modelem M-TAR.

Powyższe badania nie odpowiadają jednak na pytanie, jakie częstotliwości, a tym samym jakie rodzaje wahań, determinują proces transmisji. W związku z powyższym, celem niniejszego opracowania jest analiza przyczynowości między cenami pszenicy paszowej w Polsce i w Niemczech w dziedzinie częstotliwości (frequency domain). W tym celu wykorzystano test Breitunga-Candelona [Breitung, Candelon 2006] stanowiący rozwinięcie teoretycznych koncepcji Geweke [1982] i Hosoya [1991]. Badania empiryczne oparto na tygodniowych notowaniach cen pszenicy paszowej wg Komisji Europejskiej z lat 2005-2013.

## PRZYZYNOWOŚĆ W DZIEDZINIE CZĘSTOTLIWOŚCI – TEST BREITUNGA-CANDELONA

W opracowaniu badano przyczynowość w sensie Grangera w dziedzinie częstotliwości między cenami w Polsce i w Niemczech. Punktem wyjścia dla rozważań jest klasyczny dwurównaniowy model VAR (Vector AutoRegresive) dla zmiennych  $X_t$  oraz  $Y_t$  (dla uproszczenia zaprezentowano wersję bez zmiennych deterministycznych) [Granger 1969, Tsay 2010]:

$$X_t = \Phi_{11,1}X_{t-1} + \dots + \Phi_{11,p}X_{t-p} + \Phi_{12,1}Y_{t-1} + \dots + \Phi_{12,p}Y_{t-p} + \varepsilon_{1t} \quad (1)$$

$$Y_t = \Phi_{21,1}X_{t-1} + \dots + \Phi_{21,p}X_{t-p} + \Phi_{22,1}Y_{t-1} + \dots + \Phi_{22,p}Y_{t-p} + \varepsilon_{2t} \quad (2)$$



gdzie:  $\Phi$  to parametry modelu,  $\varepsilon_t$  to składnik losowy,  $p$  to maksymalne opóźnienie w modelu VAR ( $i=1,2,\dots,p$ ). Rząd opóźnienia ( $p$ ), powinien być tak dobrany, aby odzwierciedlał naturalne zależności oraz pozwolił na wyeliminowanie autokorelacji w resztach oszacowanego modelu. Wykorzystując operator opóźnienia ( $\Theta(L) = I - \Theta_1 L - \dots - \Theta_p L^p$ ) wzory 1 i 2 można zapisać następująco:

$$\Theta(L) \begin{pmatrix} X_t \\ Y_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_{11}(L) & \Phi_{12}(L) \\ \Phi_{21}(L) & \Phi_{22}(L) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_t \\ Y_t \end{pmatrix} = \varepsilon_t. \quad (3)$$

Zmienna  $Y_t$  nie jest przyczyną w sensie Grangera dla zmiennej  $X_t$ , jeżeli  $\Phi_{12}(L) = 0$ . Hipotezę zerową można zweryfikować przy np. pomocy testu F badając statystyczną istotność współczynników  $\Phi_{12,i}$  dla  $i=1,\dots,p$  [Osińska 2008].

Tak sformułowany test nie pozwala jednak wskazać, czy zależności przyczynowe występują we wszystkich pasmach częstotliwości czy też niektórych. Aby określić, które wahania zmiennej  $Y_t$ , a dokładniej, o jakich częstotliwościach, pozwalają na prognozowanie zmiennej  $X_t$  wykorzystać można analizę częstotliwościową. Podejmowano próby konstrukcji różnych rozwiązań teoretycznych jak i numerycznych w celu rozwiązania tego problemu. Szerzej o tym piszą m.in. Granger [1969], Pierce [1979], Geweke [1982], Hosoya [1991, 2000], Breitung, Candelon [2006]. W niniejszym opracowaniu wykorzystano test Breitunga-Candelona [Breitung, Candelon 2006], który nawiązuje do literatury wskazanej wyżej.

Istota testu polega na testowaniu współczynników  $\Phi_{12}(L) = 0$ , ale dla różnych częstotliwości i przy nałożeniu dodatkowych restrykcji. Aby przedstawić ideę testu, oraz powiązania między modelem VAR i analizą spektralną, równanie 3 zapiszemy w postaci reprezentacji średniej ruchomej [Breitung, Candelon 2006]:

$$\Psi(L)\eta_t = \begin{pmatrix} \Psi_{11}(L) & \Psi_{12}(L) \\ \Psi_{21}(L) & \Psi_{22}(L) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_{1t} \\ \eta_{2t} \end{pmatrix} = \varepsilon_t, \quad (4)$$

gdzie  $\Psi(L) = [\Theta(L)G]^{-1}$ , w którym  $G$  jest macierzą trójkątną dolną dekompozycji Choleskiego  $G'G = \Sigma^{-1}$  tak, że  $G\varepsilon_t = \eta_t$  oraz  $E(\eta_t\eta_t') = I$ .

Uzyskanie gęstości spektralnej zmiennej  $X_t$  możliwe jest dzięki transformacji Fouriera:

$$f_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \left| \Psi_{11}(e^{-i\omega}) \right|^2 + \left| \Psi_{12}(e^{-i\omega}) \right|^2 \right\}, \quad (5)$$

gdzie drugi element równania  $\left| \Psi_{12}(e^{-i\omega}) \right|^2$  powiązany jest ze zmienną egzogeniczną i jest wykorzystywany do konstrukcji testu przyczynowości w sensie Grangera sugerowanej przez Geweke [1982] i Hosoya [1991]:

$$M_{Y \rightarrow X}(\omega) = \log \left[ \frac{2\pi f_x(\omega)}{|\Psi_{11}(e^{-i\omega})|^2} \right] = \log \left[ 1 + \frac{|\Psi_{12}(e^{-i\omega})|^2}{|\Psi_{11}(e^{-i\omega})|^2} \right]. \quad (6)$$

Wyrażenie dane wzorem 6 równa się zero jeśli licznik, który jest bezpośrednio związany ze zmienną Y, wynosi zero:  $|\Psi_{12}(e^{-i\omega})|^2 = 0$ . W procedurze numerycznej wykorzystuje się fakt, że:

$$\Psi_{12}(L) = -\frac{g^{22}\Theta_{12}(L)}{|\Theta(L)|}, \quad (7)$$

gdzie  $g^{22}$  jest dolnym diagonalnym elementem macierzy  $G^{-1}$  zaś  $|\Theta(L)|$  jest wyznacznikiem  $\Theta(L)$ . Wracając do przyczynowości w sensie Grangera, możemy napisać, że Y nie wpływa na X w częstotliwości  $\omega$  jeśli:

$$|\Theta_{12}(e^{-i\omega})| = \left| \sum_{i=1}^p \theta_{12,k} \cos(k\omega) - \sum_{i=1}^p \theta_{12,k} \sin(k\omega)i \right| = 0. \quad (8)$$

Koniecznym i wystarczającym warunkiem  $|\Theta_{12}(e^{-i\omega})| = 0$  jest, aby obydwa komponenty równania 8 były równe zero. W nawiązaniu do modelu VAR (3) hipotezę zerową, przyjmującą formę liniowych restrykcji, można zapisać [Breitung, Candelon 2006]:

$$H_0 : R(\omega)\Theta_{12}(L) = 0, \quad (9)$$

gdzie:

$$R(\omega) = \begin{pmatrix} \cos(\omega) & \cos(2\omega) & \dots & \cos(p\omega) \\ \cos(\omega) & \cos(2\omega) & \dots & \cos(p\omega) \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Dla poszczególnych częstotliwości  $\omega \in (0, \pi)$  hipotezę zerową (9) można testować wykorzystując statystykę F, która może być aproksymowana rozkładem  $F(2, T-2p)$ .

Idea ta stanowi uzupełnienie koncepcji zależności długookresowej (kointegracyjnej) i związanej z nią egzogeniczności oraz krótkookresowej przyczynowości w sensie Grangera analizowanych w dziedzinie czasu. Test Breitunga-Candelona pozwala na intuicyjną interpretację współbieżności krótko- i długookresowych wahań ponieważ statystyka testowa jest obliczana dla cykli o różnej długości. Nawiązuje to też do koncepcji przyczynowości prezentowanej przez Zielińskiego [1991], który dla każdej składowej harmonicznej skutku znajduje analogiczne składowe w strukturze harmonicznej przyczyn. W tym znaczeniu test Breitunga-Candelona pozwala na określenie, czy przyczynowość w sensie Grangera wynika z przenoszenia sygnałów o niskiej (poza zerową), czy wysokiej częstotliwości. Piszac inaczej, test Breitunga-Candelona pozwala odpowiedzieć na pytanie, czy dodatkowa zmienna pozwala na wzrost dokładności prognoz komponentu o danej częstotliwości interesującej zmiennej. Warto

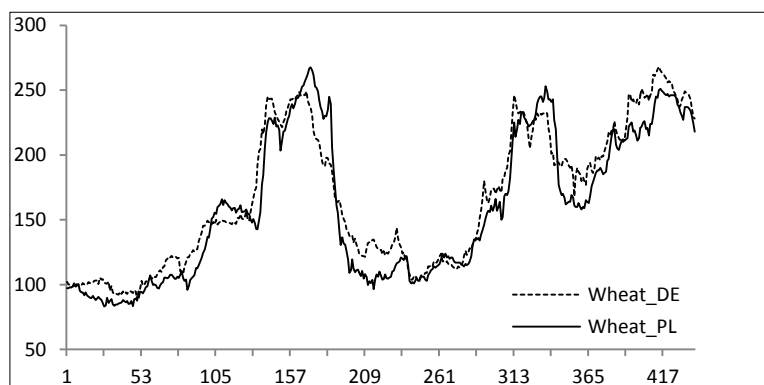
podkreślić, że przenoszenie sygnałów nie dotyczy nieskończonego okresu czasu (nawet dla niskich częstotliwości), lecz jest oparte na idei prognozowania z jednookresowym wyprzedzeniem.

## WYNIKI BADAŃ

### Dane empiryczne, ich właściwości, wyniki dotychczasowych badań

W analizie empirycznej wykorzystano tygodniowe notowania cen skupu pszenicy paszowej w Polsce i w Niemczech od stycznia 2005 roku do maja 2013 (Rysunek 1). Źródłem danych jest Komisja Europejska, zaś ceny wyrażono w euro za tonę. Zakres czasowy obejmuje okres po wstąpieniu Polski do Unii Europejskiej i jest taki sam, jak w badaniach do których nawiązujemy. Jak wynika z dotychczasowych badań, analizowane szeregi czasowe cen pszenicy charakteryzują się niewielką sezonowością oraz mamy do czynienia z zależnością długookresową między nimi. Ceny w Niemczech są słabo egzogeniczne względem cen polskich oraz są przyczyną w sensie Grangera dla cen w Polsce. Przeprowadzone dotychczas badania wskazują również na wzrost współzależności w czasie [Hamulczuk, Łopaciuk 2013]. Głębsze analizy dowiodły, że dostosowania cenowe do relacji długookresowej charakteryzują się asymetrią. Dostosowania do równowagi są szybsze, gdy ceny polskie są niższe od cen niemieckich zaś wolniejsze w okresach, gdy ceny polskie są wyższe od niemieckich [Hamulczuk 2015].

Rysunek 1. Tygodniowe notowania cen pszenicy paszowej w Polsce i Niemczech (euro/t) od stycznia 2005 do maja 2013

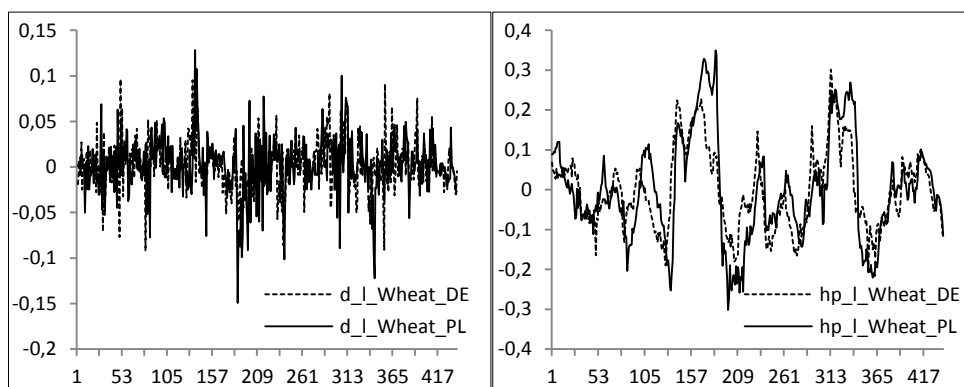


Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Komisji Europejskiej

Jak wynika z dotychczasowych badań, obydwa szeregi czasowe są niestacjonarne [Hamulczuk, Łopaciuk 2013]. Tym samym ich spektra charakteryzują się przewagą bardzo niskich częstotliwości (trend) co utrudnia analizę częstotliwościową. Z tego powodu badania empiryczne w niniejszym

opracowaniu oparto na szeregach zlogarytmowanych oraz pozbawionych trendu. Należy podkreślić, że deterendyzacja (filtracja) może zniekształcać wyniki analiz przeprowadzanych w dziedzinie częstotliwości, w tym zawiązki przyczynowe. Eliminację trendu przeprowadzono w dwóch wariantach: stosując różnicowanie z krokiem pierwszym (d) oraz wykorzystując filtr Hodricka-Prescota (hp) [Hodrick, Prescott 1997]. Szeregi przekształcone charakteryzują się brakiem pierwiastka jednostkowego  $I(0)$ . Z uwagi, że między szeregami cen mamy do czynienia z zależnością długookresową lepszym sposobem detrendyzacji wydaje się być filtracja z wykorzystaniem filtra hp eliminującego niskie częstotliwości. Na Rysunku 2 zaprezentowano efekt obydwu transformacji zmiennych<sup>1</sup>.

Rysunek 2. Transformacje szeregów czasowych cen pszenicy



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Komisji Europejskiej

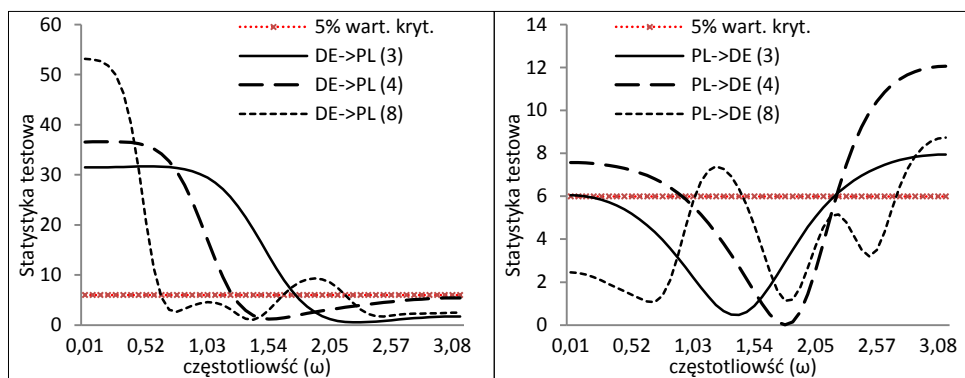
### Analiza przyczynowości z wykorzystaniem testu Breitunga-Candelona

Praktyczne zastosowanie testu Breitunga-Candelona wymaga ustalenia wielkości opóźnień modelu VAR. W tym celu można wykorzystać kryteria informacyjne modeli VAR szacowanych w dziedzinie czasu (wzory 1-3). W naszym przypadku optymalne opóźnienia (wg poszczególnych kryteriów informacyjnych) modelu VAR szacowanego na danych deterendyzowanych filtrem hp są następujące: AIC – 4, BIC – 1, HQC – 2. Z kolei optymalne opóźnienia dla modeli VAR estymowanych na pierwszych różnicach wynoszą: AIC – 8, BIC – 2, HQC – 3. Jak wskazują Breitung i Candelon [2006] minimalna liczba opóźnień umożliwiająca uchwycenie składnika cyklicznego wynosi 3. Stąd w naszym przypadku analizę przeprowadzono dla 3, 4 oraz 8 opóźnień w każdym przypadku.

<sup>1</sup> Alternatywnym rozwiązaniem byłoby oparcie procedury testowej na poziomach zmiennych zgodnie z koncepcją Toda, Yamamoto [1995].

Testując przyczynowość w dziedzinie częstotliwości wykorzystano pakiet „BreitungCandelonTest” ver. 1.5.1 autorstwa S. Schreibera oraz program GRET. Wyniki badań zawarto w postaci graficznej na Rysunkach 3 i 4. Przedstawiono tam wielkości obliczonych statystyk testowych (wskazując w legendzie kierunek przyczynowości i liczbę opóźnień) dla poszczególnych częstotliwości. Równocześnie na rysunkach zawarto wartość krytyczną dla  $\alpha=0,05$ . Niezależnie od sposobu przekształcenia zmiennych widoczna jest zdecydowana przewaga odrzuceń  $H_0$  zakładającej brak przyczynowości w sensie Grangera od cen niemieckich do cen polskich (DE→PL). Stanowi to potwierdzenie badań Rembezy [2010] czy Hamulczuka i Łopaciuka [2013] przeprowadzonych w dziedzinie czasu. Warto zauważyć, że przenoszenie sygnałów cenowych z rynku niemieckiego na rynek polski najsilniejsze jest w paśmie niskich częstotliwości<sup>2</sup>. Zależność przyczynowa w tym kierunku dotyczy wahań periodycznych o długości powyżej 3 miesięcy, w których znajdują odzwierciedlenie cykle towarowe oraz wahania sezonowe. Wyniki badań pośrednio potwierdzają również występowanie długookresowej (kointegracyjnej) zależności między cenami. Jej przejawem w niniejszym teście jest statystyczna istotność statystyki testowej dla częstotliwości bliskiej zero. Wraz ze wzrostem częstotliwości hipoteza zerowa coraz częściej nie jest odrzucana (Rysunek 3, 4).

Rysunek 3. Wyniki testowanie przyczynowości w sensie Grangera na danych zróżnicowanych z krokiem pierwszym



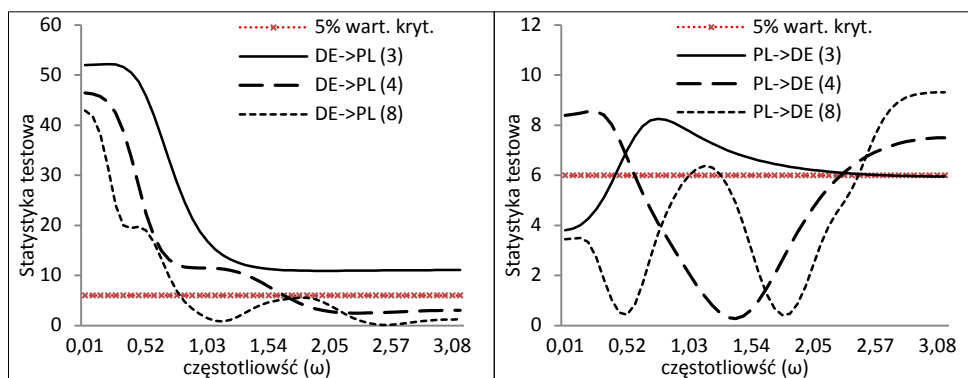
Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z Rysunku 2

Testowanie hipotezy zerowej o nieistotnym wpływie cen polskich na ceny niemieckie (PL→DE) daje dość niejednoznaczne wyniki (Rysunki 3 i 4). Duży wpływ na wyniki badań ma wybór liczby opóźnień. Podobnie rzecz się ma w przypadku testowania odwrotnego kierunku przepływu informacji, ale tam wyniki są bardziej jednoznaczne a zależności silniejsze. W przypadku

<sup>2</sup> Częstotliwość ( $\omega$ ) wynosząca 0,52 odpowiada cyklowi wynoszącemu 12 tygodni,  $\omega=1,03$  cyklowi 6 tygodniowemu,  $\omega=1,54$  cyklowi 4 tygodniowemu, itp.

zdecydowanej większości częstotliwości (i cykli) hipoteza zerowa mówiąca o braku wpływu zmian cen w Polsce na zmiany cen w Niemczech nie została odrzucona. Hipoteza zerowa była jedynie odrzucana w paśmie wysokich częstotliwości ( $\omega > 2,5$ ), które odpowiadają cyklom poniżej 2-2,5 tygodnia. Wydaje się, że wahania te można łączyć np. z dynamiką arbitrażu oraz oczekiwaniami uczestników rynku.

Rysunek 4. Wyniki testowania przyczynowości w sensie Grangera na danych zdetrendyzowanych filtrem hp



Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z Rysunku 2

Warto podkreślić duży wpływ stosowanych transformacji zmiennych oraz specyfikacji modelu na otrzymywane wyniki badań. Stosowane kryteria informacyjne oraz przyjęta liczba opóźnień w znaczącym stopniu wpływają na formułowane wnioski. Dla niskich częstotliwości większa zgodność wyników (przy różnych opóźnieniach) ma miejsce w przypadku stosowania filtra hp zaś dla wysokich częstotliwości mniejsze różnice między wynikami są wówczas, gdy stosujemy różnicowanie zmiennych. Można również zauważyć również, że wraz ze wzrostem liczby opóźnień hipoteza zerowa jest odrzucana rzadziej.

## PODSUMOWANIE

Badania w dziedzinie czasu warto uzupełnić badaniami w dziedzinie częstotliwości, dzięki czemu można głębiej poznać naturę i mechanizm leżący u podstaw transmisji cen. Test Breitunga-Candelona przyczynowości w sensie Grangera jest jednym z narzędzi umożliwiających określenie kierunku przyczynowości w zależności od pasma częstotliwości zmiennych. Przeprowadzone badania wykazały jednak, że wyniki tego testu są dość wrażliwe na liczbę opóźnień oraz sposoby filtracji zmiennych.

Wyniki przeprowadzonych badań wskazują, że dominujący kierunek przyczynowości na rynku pszenicy paszowej ma miejsce od cen niemieckich do cen polskich. Przy czym, ceny niemieckie pozwalają lepiej prognozować jedynie

zmiany cen polskich o niskich częstotliwościach, tzn. cykle dłuższe niż 3 miesiące. Przepływ impulsów cenowych z rynku polskiego na rynek niemiecki jest słaby i istotny jedynie w paśmie wysokich częstotliwości, którym odpowiadają cykle poniżej 2,5 tygodnia.

Niniejsze badania można rozszerzyć w kilku kierunkach. Po pierwsze, w układzie równań można uwzględnić dodatkowe zmienne kontrolne potencjalnie mogące wpływać na zachowania obydwu analizowanych zmiennych cenowych. Po drugie, badania można powiązać z koncepcją kointegracji poprzez włączenie w układ równań zależności długookresowej. Po trzecie, dla porównania można zastosować inne metody służące do testowania przyczynowości między cenami dla poszczególnych pasm częstotliwości.

## BIBLIOGRAFIA

- Barrett C. B. (2001) Measuring Integration and Efficiency in International Agricultural Markets, *Review of Agricultural Economics* 23(1), pp. 19–32.
- Breitung J., Candelon B. (2006) Testing for short and long-run causality: a frequency domain approach, *Journal of Econometrics* 132, pp. 363–378.
- Fackler P. L., Goodwin B. K. (2001) Spatial Price Analysis, [w:] B. L. Gardner, G. C., Rausser (red.), *Handbook of Agricultural Economics*, Elsevier, pp. 972–1025.
- Geweke J. (1982) Measurement of linear dependence and feedback between multiple time series, *Journal of the American Statistical Association* 77, pp. 304–324.
- Goodwin B. K., Piggott N.E. (2001) Spatial Market Integration in the Presence of Threshold Effects, *American Journal of Agricultural Economics* 83, pp. 302–317.
- Granger C. W. J. (1969) Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods, *Econometrica*, 37(3), pp. 424–38.
- Hamulczuk M., Łopaciuk W. (2013) Price linkage between milling and feed wheat prices in Poland and Germany, *Scientific Journal Warsaw University of Life Science: Problems of World Agriculture* 13(4), pp. 34–44.
- Hamulczuk M. (2015) Asymetria w transmisji cen pszenicy paszowej między rynkiem polskim i niemieckim, *J. Agribus. Rural Dev.*, 1(35), str. 57–65.
- Hodrick R. J., Prescott E. C. (1997) Postwar US business cycles: an empirical investigation, *Journal of Money, Credit, and Banking*, No. 29(1), pp. 1–16.
- Hosoya Y. (1991) The decomposition and measurement of the interdependence between second-order stationary process, *Probability Theory and Related Fields* 88, pp. 429–444.
- Hosoya Y. (2001) Elimination of third series effect and defining partial measures of causality, *Journal of Time Series Analysis* 22, pp. 537–554.
- Listorti G., Esposti R. (2012) Horizontal Price Transmission in Agricultural Markets: Fundamental Concepts and Open Empirical Issues, *Bio-based and Applied Economics* 1(1), pp. 81–96.
- Meyer J., von Cramon-Taubadel S. (2004) Asymmetric Price Transmission: A Survey, *Journal of Agricultural Economics*, Vol. 55, No. 3, pp. 581–611.
- Miljkovic D. (1999) The Law of One Price in International Trade: A Critical Review, *Review of Agricultural Economics* 21, pp. 126–139.

- Osińska M. (2008) Ekonometryczna analiza zależności przyczynowych, Wydawnictwo Naukowe UMK, Toruń 2008.
- Pierce D. A. (1979) R-squared measures for time series, *Journal of the American Statistical Association*, 74, pp. 901-910.
- Prakash A. (red.) (2011) Safeguarding food security in volatile global markets, FAO.
- Rembeza J. (2010) Transmisja cen w gospodarce polskiej, Wydawnictwo Uczelniane PK, Koszalin.
- Toda H. Y., Yamamoto T. (1995) Statistical inference in vector autoregressions with possibly integrated processes, *Journal of Econometrics* 66, pp. 225–250.
- Tsay R. S. (2010) *Analysis of Financial Time Series*, John Wiley & Sons, New Jersey.
- Zieliński Z. (1991) Liniowe modele ekonometryczne jako narzędzie opisu i analizy przyczynowych zjawisk ekonomicznych, Wyd. UMK, Toruń.

#### CAUSAL LINKS BETWEEN WHEAT PRICES IN POLAND AND GERMANY – A FREQUENCY DOMAIN APPROACH

**Abstract:** Granger causality analysis in the time domain does not allow answering the question whether causality is the result of the transmission of low or high frequency signals. In this study, the Breitung-Candelon test was applied to assess Granger causality in the frequency domain for weekly prices of feed wheat in Poland and Germany in the years 2005-2013. The study confirms the existence of Granger causality between prices indicating that the transmission of price signals from the German to Polish market refers to low frequency cycles.

**Keywords:** causality, vertical price transmission, spectral analysis, wheat prices



## EFEKTYWNOŚĆ A RYZYKO FINANSOWE UBEZPIECZENIOWYCH FUNDUSZY KAPITAŁOWYCH

**Magdalena Homa**

Instytut Nauk Ekonomicznych, Uniwersytet Wrocławski  
e-mail: homam@prawo.uni.wroc.pl

**Streszczenie:** Celem artykułu jest ocena efektywności i ryzyka finansowego wybranych UFK z wykorzystaniem zarówno klasycznych, jak i alternatywnych mierników efektywności z uwzględnieniem ich ryzyka takich jak: współczynnik Sharpe'a, Jensena, Treynora, Sortino, UPR oraz Omega. Następnie dokonano porównania ich efektywności względem ryzyka, a tym samym wykazano, że odpowiedni zestaw mierników może stanowić nowe i pomocne narzędzie, pozwalające ubezpieczonemu podjąć prawidłową decyzję o strategii inwestowania środków w konkretne fundusze kapitałowe.

**Słowa kluczowe:** ubezpieczenia z UFK, fundusz kapitałowy, ryzyko finansowe, efektywność inwestycji

### WPROWADZENIE

Ubezpieczenia z funduszem kapitałowym (UFK) to kontrakty, które mają otwartą strukturę i są transparentne dają tym samym ubezpieczonemu możliwość decydowania o składzie portfela w okresie jego trwania. Specyfika UFK w Polsce wynika z faktu, że są to ubezpieczenia, w których ryzyko finansowe w pełni ponosi ubezpieczony, a tym samym jest to produkt, który wymaga od niego pewnej aktywności w zakresie określania własnych potrzeb oraz analizy rzeczywistości ekonomicznej. Podjęcie właściwej decyzji co do optymalnego zakresu ochrony oraz przyjęcie określonej strategii inwestowania środków gwarantuje odpowiednią wypłatę w przyszłości. Stanowiło to przesłankę do oceny UFK z punktu widzenia samego ubezpieczonego i wskazanie mierników, które umożliwią mu kontrolę efektywności i ryzyka. Ocena efektywności zarządzania portfelami funduszy jest dokonywana wieloma metodami. Niektóre z nich uwzględniają jedynie stopę zwrotu, inne ryzyko, ale najbardziej miarodajne są wskaźniki, które łączą obie te charakterystyki. Jest to zrozumiałe chociażby z tego powodu, że zarządzający

funduszami sami deklarują poziom ryzyka dzieląc fundusze na akcyjne, zrównoważone, stabilnego wzrostu, obligacji, rynku pieniężnego itd. Dlatego też w artykule zastosowano zarówno klasyczne jak i alternatywne mierniki efektywności uwzględniające ryzyko takie, jak: współczynnik Sharpe'a, Jensena, Treynora, Sortino oraz miernik Omega, a następnie dokonano porównania efektywności funduszy UFK z różnych klas ryzyka z deklaracjami zarządzających. Wiedza ta umożliwi ubezpieczonemu prawidłowy wybór funduszy według ryzyka, podejmowanie decyzji co do sposobu inwestowania oraz ewentualną zmianę strategii inwestowania w okresie trwania ubezpieczenia poprzez dostosowywanie składu portfela do sytuacji rynkowej i optymalizację wysokości wypłaty w przyszłości.

### KONCEPCJA UBEZPIECZENIA NA ŻYCIE Z FUNDUSZEM KAPITAŁOWYM

Ubezpieczenie z funduszem kapitałowym to produkt o hybrydowej naturze, którego struktura oparta jest na klasycznym ubezpieczeniu na życie lub dożycie z inwestycją w wybrane fundusze kapitałowe. Zatem jest to umowa, zgodnie z którą firma ubezpieczeniowa zapewnia świadczenie w wysokości równej większej z wartości: kwoty gwarantowanej ( $G_{\Pi}$ ) oraz sumy wynikającej z wartości portfela referencyjnego zależnej od kształtowania się ceny funduszu ( $b(S_t)$ ). Wypłata zależy więc od rozwoju wartości pewnego wyspecyfikowanego portfela ubezpieczeniowego i zgodnie z taką konstrukcją ubezpieczenia UFK jest ona równa

$$b(t) = \max\{b(S_t), G_{\Pi}\} = G_{\Pi} + \max\{0, b(S_t) - G_{\Pi}\}. \quad (1)$$

Wartość portfela ubezpieczeniowego jest więc losowa i jest to funkcja zakumulowanej inwestycji zależna od ceny jednostek wybranego funduszu wynikającej z przyjętej przez ubezpieczonego strategii. Kontrakty oferowane w Polsce to produkty umożliwiające ubezpieczonemu gromadzenie oszczędności w UFK prowadzonych przez niezależne od ubezpieczyciela zewnętrzne towarzystwa. Wartością dodatkową polis tego typu jest nie tylko możliwość wyboru różnych funduszy z szerokiej oferty rynkowej, ale także fakt, że zarządzają nimi różne firmy. Zatem fundusze te różnią się pod względem ryzyka i polityki inwestycyjnej, co z punktu widzenia dywersyfikacji ryzyka inwestycyjnego ma ogromne znaczenie. Ponieważ polisy UFK mają otwartą strukturę i są transparentne daje to ubezpieczonemu możliwość dostosowywania na bieżąco strategii inwestycyjnej do zmieniającej się sytuacji rynkowej wpływając tym samym na ostateczną wysokość wypłaty. Ubezpieczony decydując więc o wyborze funduszu jest obciążony ryzykiem finansowym i ponosi odpowiedzialność za ewentualne negatywne skutki swoich decyzji [Homa 2013].

## METODYKA BADAŃ

### Klasyczne miary efektywności

Wyniki działalności funduszy inwestycyjnych są mierzone przez zarządzających przede wszystkim średnią stopą zwrotu. Należy jednak zauważyć, iż analiza efektywności funduszy wyłącznie pod kątem osiągniętej stopy zwrotu jest analizą niepełną, nie uwzględnia bowiem korelacji stóp zwrotu z ryzykiem, które jest istotnym czynnikiem, określającym każdą inwestycję. Pomiar efektywności funduszy kapitałowych wiąże się więc z potrzebą oceny, w jaki sposób inwestycje te pokrywają się z oczekiwaniami inwestora w tym przypadku ubezpieczonego ponoszącego konsekwencje nieprawidłowych decyzji inwestycyjnych. To preferencje ubezpieczonego odzwierciedlają jego skłonność do akceptowania określonego poziomu ryzyka oraz stanowią o jego oczekiwaniach dotyczących wybranych parametrów rozkładów stóp zwrotu. Z drugiej strony wynik inwestycyjny wybranego funduszu kapitałowego stanowi rezultat określonych decyzji zespołu zarządzających. W szczególności dotyczy to decyzji w zakresie alokacji aktywów między różne rodzaje instrumentów finansowych, doboru do portfela określonych papierów wartościowych oraz wycucia odpowiedniego momentu wejścia i wyjścia z inwestycji w zależności od warunków rynkowych [Dzielnicki i in. 2005]. Dlatego też analiza efektywności wymaga posługiwania się miarami, które uwzględniają złożony charakter inwestycji związanej z UFK i stanowią sposób pomiaru stopy zwrotu w relacji do ponoszonego ryzyka. Najbardziej popularne miary to klasyczne wskaźniki: Sharpe'a, Treynora i Jensena. Cechą wspólną tych mierników jest sposób ich obliczania jako iloraz miary stopy zwrotu oraz miary ryzyka. Pierwszy ze wskaźników określa jaką część nadwyżki stopy zwrotu ponad stopę wolną od ryzyka (tzw. premia za ryzyko) przypada na jednostkę ryzyka całkowitego wyrażonego jako odchylenie standardowe stopy zwrotu z portfela [Sharpe 1994]:

$$S_p = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p} \quad (2)$$

gdzie:  $R_p$  – oczekiwana (średnia) stopa zwrotu portfela funduszu w analizowanym okresie,  $R_f$  – oczekiwana (średnia) stopa wolna od ryzyka w analizowanym okresie,  $\sigma_p$  – odchylenie standardowe stopy zwrotu portfela funduszu.

Wskaźnik Sharpe'a informuje o tym w jakim stopniu stopa zwrotu wynagradza inwestorowi ponoszone ryzyko. Jego udoskonaleniem jest wskaźnik  $\alpha$ -Sharpe'a, który uwzględnia oczekiwania inwestorów stwarzane przez aktualne warunki rynkowe. Wyznacza się go za pomocą następującej formuły [Buczek 2005]:

$$AS_p = (R_p - R_f) - \frac{(R_M - R_f)}{\sigma_M} \sigma_p \quad (3)$$

$R_M$  – oczekiwana stopa zwrotu z punktu odniesienia (np. indeksu giełdowego),  
 $\sigma_M$  – odchylenie standardowe stóp zwrotu benchmarku (ryzyko całkowite rynku).

Kolejną miarę efektywności stanowi wskaźnik Treynora [Treynor 1965], który jest miarą stóp zwrotu w relacji do ponoszonego ryzyka systematycznego. Wskazuje więc lepszy portfel dla wszystkich inwestorów z pominięciem ich preferencji do ryzyka. Obliczany jest według następującego wzoru [Reilly, Brown 2001]:

$$T_p = \frac{R_p - R_f}{\beta_p} \quad (4)$$

gdzie  $\beta_p$  – współczynnik beta (miara wrażliwości na stopę zwrotu z portfela).

W przeciwieństwie do Sharpe'a, Treynor uwzględnia w ocenie efektywności tylko ryzyko systematyczne wyrażone przez współczynnik  $\beta$  przyjmując tym samym założenie o pełnej dywersyfikacji portfela inwestycji. Kolejnym sposobem klasycznej analizy portfeli funduszy inwestycyjnych jest zastosowanie wskaźnika Jensena, określanego również  $\alpha$ -Jensena [Jensen 1968]:

$$\alpha_p = (R_p - R_f) - \beta_p (R_M - R_f) \quad (5)$$

Jeśli zarządzający portfelem trafnie przewiduje wahania rynku lub konsekwentnie wybiera walory do portfela, to uzyskuje wyższe premie za ryzyko. W związku z tym, o skuteczności działania zarządzającego funduszem będzie świadczyć dodatnia wartość wskaźnika  $\alpha$ -Jensena [Witkowska 2009].

### Alternatywne miary efektywności

Wskaźniki klasyczne liczone są w oparciu o wyniki estymacji modelu CAPM i dlatego też wymagają spełnienia założeń modelu dotyczących struktury rynku walorów oraz postaci rozkładu ich stóp zwrotu. Mianowicie jest to prawidłowe podejście przy założeniu, że rozkład stóp zwrotu jest normalny lub logarytmiczno-normalny. Zatem charakter rozkładów stóp zwrotu stworzył konieczność uwzględniania przy ocenie efektywności dodatkowych parametrów rozkładu. Skutkowało to powstaniem alternatywnych mierników, które uwzględniały asymetrię oraz koncentrację rozkładu, do których zalicza się miernik: Sortino, UPR i Omega. Miara Sortino została skonstruowana w sposób podobny do współczynnika Sharpe'a z tą różnicą, że zysk wypracowany ponad pewną minimalną akceptowalną wartość stopy zwrotu odnoszona jest do semiodchylenia standardowego ( $\sigma^-$ ) w odróżnieniu od odchylenia standardowego u Sharpe'a ( $\sigma$ ). Miara Sortino obliczana jest według wzoru:

$$SoR = \frac{R_p - R_w}{\sigma_w^-} \quad (6)$$

gdzie:  $R_w$  - wzorcowa (minimalna akceptowalna) oczekiwana stopa zwrotu założona przez inwestora,  $\sigma^-$  - ryzyko negatywne.

Frank Sortino zdecydował, że inwestorzy bardziej obawiają się nieuzyskania przez fundusz oczekiwanej stopy zwrotu niż samej zmienności. Dlatego zaproponował sposób mierzenia efektywności portfela przy zastosowaniu ryzyka negatywnego wyrażonego następującym wzorem:

$$\sigma_w^- = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_t [(R_{pt} - R_w)^-]^2} \quad (7)$$

Modyfikacją wskaźnika SoR jest wskaźnik potencjału nadwyżkowej stopy zwrotu UPR [Sortino i in. 1999], który wyraża się wzorem:

$$UPR = \frac{\frac{1}{T-1} \sum_t (R_{pt} - R_w)^+}{\sigma_w^-} \quad (8)$$

Licznik wskaźnika uwzględnia nadwyżki ponad próg rentowności, natomiast ryzyko w mianowniku związane jest ze stopami mniejszymi od minimalnej, akceptowalnej stopy zwrotu równej 0. Jest to więc stosunek odchyleń pozytywnych od przyjętej minimalnej akceptowanej wartości, do odchyleń negatywnych, czyli w praktyce do semiodchylenia standardowego. Analogiczna idea stanowiła podstawę budowy wskaźnika omega [Shadwick, Keating 2002], który wyraża stosunek średniej stopy zwrotu powyżej progu rentowności do średniej stopy zwrotu poniżej tego progu:

$$\Omega = \frac{\frac{1}{T-1} \sum_t (R_{pt} - R_w)^+}{\frac{1}{T-1} \left| \sum_t (R_{pt} - R_w)^- \right|} \quad (9)$$

Miernik Omega, podobnie jak większość innych tego typu mierników efektywności inwestycyjnej, w założeniach twórców ma służyć przede wszystkim do porównywania i rangowania różnego rodzaju inwestycji.

## WYNIKI BADAŃ

Badaniem objęto okres od marca 2009 roku do października 2014 roku i wybrane 34 ubezpieczeniowe fundusze kapitałowe na sześć grup funduszy mieszanych i akcji. Podział ten podyktowany był sugerowanym przez firmy ubezpieczeniowe podziałem funduszy według celu inwestycyjnego, który wydaje się być dla inwestorów indywidualnych najważniejszy. Wyznaczone grupy funduszy determinują obszar inwestycyjny funduszu i określają strukturę jego portfela, którą przedstawiono w Tabeli 1.

Tabela 1. Struktura portfela UFK w poszczególnych grupach

GRUPA	Skrót	STRUKTURA
Akcji	AK	90-100% WIG 0-10% WIBID lub Indeks obligacji
Akcji Małe średnie	MS	90-100% WIG lub WIG20 0-10% WIBID lub Indeks obligacji
Aktywnej alokacji	AA	50-70% WIG lub WIG20 30-50% WIBID lub Indeks obligacji
Zrównoważone	Z	50-55% WIG lub WIG20 45-50% WIBID lub Indeks obligacji
Stopy absolutnej	SA	50% WIG lub WIG20 50% WIBID lub Indeks obligacji
Stabilnego wzrostu	SW	15-30% WIG lub WIG20 70-85% WIBID lub Indeks obligacji

Źródło: opracowanie własne na podstawie kart funduszy

W zależności od rodzaju obszaru inwestycyjnego portfel funduszu zawiera różne instrumenty finansowe, a dokładną ich proporcję przedstawia benchmark. Na ich podstawie wyznaczono rynkową tygodniową stopę zwrotu jako odpowiednią kombinację liniową indeksów giełdowych: WIG, WIG20, WIG50, indeksu z rynku obligacji skarbowych TBSP (Treasury BondSpot Poland) oraz stóp procentowych: WIBID O/n, WIBID 1M, WIBID 3M<sup>1</sup>. Ponadto z uwagi na fakt, że od 2012 roku wstrzymano emisję bonów skarbowych, których rentowność była najczęściej wskazywana jako stopa wolna od ryzyka, za stopę procentową wolną od ryzyka przyjęto stopę rynku międzybankowego WIBOR [Jajuga K, Jajuga T. 2006].

Zarządzający mierzą efektywność UFK średnią stopą zwrotu, natomiast jako miarę ryzyka stosują odchylenie standardowe i podstawowy z klasycznych wskaźników czyli wskaźnik Sharpe'a. W związku z tym w celu zweryfikowania słuszności takiego podejścia zbadano czy rozkład tygodniowych stóp zwrotu wybranych funduszy jest normalny lub logarytmiczno-normalny. Uzyskane wartości p testu Shapiro-Wilka przedstawiono w Tabeli 2.

Tabela 2. Zakres wartości p-value testów normalności stopy zwrotu UFK w Polsce

TEST	normalny	Log-normalny
Shapiro-Wilka	min p= 2,30669e-065 max p= 0,000849538	min p=2,92458e-012 max p=0,011717

Źródło: opracowanie własne

<sup>1</sup> Wszystkie dane fundamentalne oraz notowania dla spółek będących na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie, zostały wzięte z Biuletynów Statystycznych GPW oraz z portalu stooq.pl, dane dotyczące Ubezpieczeniowych Funduszy Kapitałowych zostały zaczerpnięte z ich prospektów emisyjnych, sprawozdań jak również kart funduszu oraz ze stron poszczególnych funduszy.

Wyniki badania rozkładu wskazują, że rozkłady stóp zwrotu UFK nie spełniają założeń modelu CAPM i w związku z tym zarówno klasyczna miara ryzyka jak i wskaźniki liczone w oparciu o wyniki estymacji modelu CAPM nie dają możliwości pełnej i prawidłowej interpretacji. W związku z tym wyznaczono wartość ryzyka całkowitego i systematycznego oraz porównano je z ryzykiem negatywnym mierzonym semiodchyleniem odzwierciedlającym ryzyko związane ze stopami zwrotu mniejszymi od minimalnej, akceptowalnej stopy zwrotu (Tabela 3).

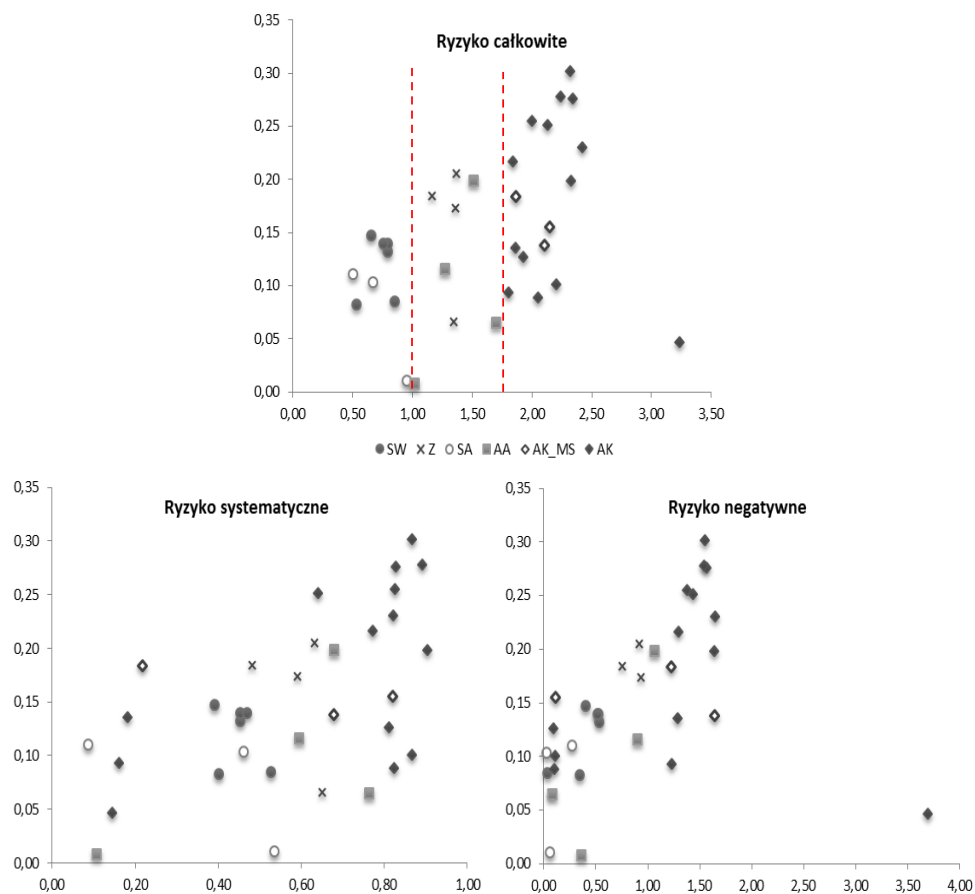
Tabela 3. Oczekiwana stopa zwrotu UFK w Polsce i ich ryzyko

Gr	Fundusz	Oczekiwana stopa zwrotu	Ryzyko całkowite	Ryzyko systematyczne	Ryzyko negatywne
AK	Quercus lev	0,0463	3,2349	0,1448	3,6939
AK	Investor Akcji DS	0,2300	2,4203	0,8224	1,6535
AK	Akcji	0,2756	2,3428	0,8281	1,5713
AK	Skarbiec Akcji	0,1985	2,3278	0,9041	1,6441
AK	Uni Korona Akcji	0,3010	2,3215	0,8682	1,5520
AK	Noble Fund Akcji	0,2775	2,2387	0,8927	1,5477
AK	AXA Akcji DS	0,1005	2,2023	0,8666	0,1073
AK	AXA Portfel Akcji	0,2510	2,1336	0,6417	1,4356
AK	AXA Akcji	0,0882	2,0536	0,8238	0,1019
AK	Legg Mason Akcji	0,2544	2,0019	0,8260	1,3823
AK	Quercus Agresywny	0,1263	1,9299	0,8123	0,0966
AK	IKZE Akcji	0,1358	1,8661	0,1827	1,2914
AK	PKO Akcji	0,2162	1,8397	0,7731	1,2967
AK	Open Finance Akcji	0,0931	1,8085	0,1616	1,2335
MS	Noble Fund Akcji MS	0,1557	2,1442	0,8191	0,1083
MS	UniAkcje MS	0,1382	2,1058	0,6782	1,6387
MS	Open Finance Akcji MS	0,1838	1,8608	0,2169	1,2233
AA	Noble Fund Timingowy	0,0643	1,7023	0,7644	0,0898
AA	Noble Fund Mieszany	0,1981	1,5165	0,6803	1,0675
AA	Legg Mason Strategii	0,1158	1,2728	0,5959	0,9058
AA	Open Finance Aktywnej Alokacji	-0,0074	1,5232	0,1083	0,3690
SA	Noble Fund Global	-0,0104	1,2591	0,5352	0,0646
SA	Quercus Slektywny	0,1033	1,0704	0,4622	0,0324
SA	Ipopema MAKRO Alokacji	0,1103	1,5023	0,1881	0,2774
Z	UniKorona Zrównoważony	0,2048	1,3717	0,6324	0,9177
Z	Aktywnego inwestowania	0,1730	1,3629	0,5924	0,9347
Z	AXA Cyklu Koninkaturalnego	0,0654	1,3488	0,6516	0,0667
Z	Portfel Zrównoważony	0,1839	1,1691	0,4820	0,7616
SW	AXA Stabilnego Wzrostu	0,0843	0,8545	0,5287	0,0408
SW	Stabilnego wzrostu	0,1319	0,7958	0,4538	0,5331
SW	AXA Optymalny	0,1389	0,7940	0,4543	0,5289
SW	PKO Stabilnego Wzrostu	0,1393	0,7563	0,4705	0,5169
SW	Portfel Stabilnego wzrostu	0,1473	0,6613	0,3920	0,4077
SW	AXA Mieszany	0,0824	0,5328	0,4016	0,3453

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych UFK

Powyższe wyniki świadczą o tym, że zarządzający na podstawie oczekiwanej stopy zwrotu UFK względem ich ryzyka całkowitego mierzonego odchyleniem standardowym tworzą jednorodną klasę funduszy o odmiennym celu inwestycyjnym i podobnym ryzyku. UFK z grupy stabilnego wzrostu nie przynoszą spektakularnych zysków, ale obciążone są relatywnie niskim ryzykiem, bowiem nie są narażone na znaczące spadki w okresie bessy. Fundusze akcji narażone są na największe ryzyko, ale zwłaszcza w okresie hossy generują wysokie stopy zwrotu. Zatem na podstawie odchylenia standardowego można wskazać przedziały ryzyka dla poszczególnych jednorodnych grup UFK. Jednak zastosowanie semiodchylenia jako miary ryzyka wskazuje na nieprawidłowość tego grupowania i istotne zróżnicowanie ryzyka funduszy w grupach ustalanych przez zarządzających (Rysunek 1).

Rysunek 1. Oczekiwana stopa zwrotu vs ryzyko całkowite UFK



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych UFK



Na podstawie powyższych wykresów można stwierdzić, że informacja o ryzyku funduszy oparta na odchyleniu standardowym jest nieprawidłowa i w związku z tym może wprowadzać ubezpieczonych w błąd. W konsekwencji przyjęta przez niego strategia inwestycyjna nie przyniesie oczekiwanych dochodów w przyszłości i poniesie on negatywne konsekwencje w postaci niższej sumy ubezpieczenia. W celu wskazania wskaźników jakimi powinien się kierować ubezpieczony dobierając fundusz UFK do celu inwestycyjnego wyznaczono wartości wskaźników klasycznych przedstawione w Tabeli 4.

Tabela 4. Wskaźniki klasyczne Ubezpieczeniowych Funduszy Kapitałowych oraz rynku

gr	Fundusz	S	AS	T	$\alpha$
AK	Quercus lev	0,087	-0,256	1,939	1,040
AK	Investor Akcji DS	0,192	-0,036	0,565	0,064
AK	Akcji	0,218	-0,051	0,616	0,093
AK	Skarbiec Akcji	0,186	0,051	0,479	0,033
AK	Uni Korona Akcji	0,231	-0,020	0,617	0,038
AK	Noble Fund Akcji	0,229	-0,006	0,573	0,019
AK	AXA Akcji DS	0,152	-0,192	0,387	0,118
AK	AXA Portfel Akcji	0,228	-0,025	0,757	0,022
AK	AXA Akcji	0,157	-0,169	0,392	0,016
AK	Legg Mason Akcji	0,244	0,010	0,592	0,717
AK	Quercus Agresywny	0,187	-0,081	0,444	0,001
AK	IKZE Akcji	0,198	-0,076	2,027	-0,090
AK	PKO Akcji	0,245	0,025	0,583	-0,001
AK	Open Finance Akcji	0,181	-0,115	2,027	0,001
MS	Noble Fund Akcji MS	0,182	-0,123	0,476	0,695
MS	UniAkcje MS	0,177	0,024	0,549	0,731
MS	Open Finance Akcji MS	0,225	-0,066	1,928	-0,013
AA	Noble Fund Timingowy	0,175	0,109	0,391	0,008
AA	Noble Fund Mieszany	0,285	0,264	0,636	0,024
AA	Legg Mason Strategii	0,275	-0,017	0,588	0,041
AA	Open Finance Aktywnej	0,236	0,128	2,233	0,648
Z	UniKorona	0,320	-0,058	0,695	0,066
Z	Aktywnego	0,299	-0,056	0,688	0,066
Z	AXA Cyklu	0,222	-0,159	0,460	0,076
Z	Portfel Zrównoważony	0,338	0,021	0,668	0,142
SA	Noble Fund Global	0,255	0,138	0,457	0,041
SA	Quercus Slektywny	0,504	0,263	0,731	0,175
SA	Ipopema MAKRO	0,686	0,289	3,912	0,784
SW	AXA Stabilnego Wzrostu	0,373	-0,111	0,603	0,132
SW	Stabilnego wzrostu	0,460	-0,034	0,807	0,105
SW	AXA Optymalny	0,470	-0,119	0,822	0,157
SW	PKO Stabilnego Wzrostu	0,494	-0,007	0,794	0,112
SW	Portfel Stabilnego	0,577	0,092	0,974	0,102
SW	AXA Mieszany	0,595	-0,014	0,789	0,086

Źródło: opracowanie własne

W Tabeli 5 przedstawiono wartości wskaźników alternatywnych stanowiących odpowiedniki przeanalizowanych wskaźników uwzględniających skośność i kurtozę rozkładów niezgodnych z rozkładem normalnym czy log-normalnym.

Tabela 5. Wskaźniki alternatywne Ubezpieczeniowych Funduszy Kapitałowych oraz rynku

Gr	Fundusz	SoR		UPR		Ω	
AK	Quercus lev	0,013	0,122	0,535	0,602	1,024	1,254
AK	Investor Akcji DS	0,139		0,623		1,289	
AK	Akcji	0,175		0,659		1,364	
AK	Skarbiec Akcji	0,121		0,595		1,255	
AK	Uni Korona Akcji	0,194		0,671		1,408	
AK	Noble Fund Akcji	0,179		0,630		1,400	
AK	AXA Akcji DS	0,937		0,037		1,131	
AK	AXA Portfel Akcji	0,175		0,637		1,381	
AK	AXA Akcji	0,866		0,037		1,120	
AK	Legg Mason Akcji	0,184		0,643		1,403	
AK	Quercus Agresywny	1,308		0,037		1,193	
AK	IKZE Akcji	0,105		0,638		1,200	
AK	PKO Akcji	0,167		0,609		1,379	
AK	Open Finance Akcji	0,076		0,593		1,148	
MS	Noble Fund Akcji MS	1,438	0,224	0,037	0,693	1,214	1,480
MS	UniAkcje MS	0,084		0,442		1,020	
MS	Open Finance Akcji MS	0,150		0,671		1,292	
AA	Noble Fund Timingowy	0,716	0,236	0,036	0,684	1,099	1,530
AA	Noble Fund Mieszany	0,186		0,636		1,414	
AA	Legg Mason Strategii	0,128		0,606		1,268	
AA	Open Finance Aktywnej	0,020		0,517		0,962	
Z	UniKorona Zrównoważony	0,223	0,265	0,685	0,709	1,485	1,602
Z	Aktywnego inwestowania	0,185		0,655		1,396	
Z	AXA Cyklu	0,981		0,037		1,137	
Z	Portfel Zrównoważony	0,241		0,690		1,541	
SA	Noble Fund Global	0,161	0,279	0,034	0,721	0,978	1,633
SA	Quercus Slektywny	3,191		0,043		1,516	
SA	Ipopema MAKRO Alokacji	0,398		0,860		1,877	
SW	AXA Stabilnego Wzrostu	2,066	0,428	0,041	0,849	1,300	2,025
SW	Stabilnego wzrostu	0,247		0,699		1,551	
SW	AXA Optymalny	0,263		0,712		1,587	
SW	PKO Stabilnego Wzrostu	0,269		0,684		1,653	
SW	Portfel Stabilnego wzrostu	0,361		0,794		1,840	
SW	AXA Mieszany	0,239		0,713		1,505	

Źródło: opracowanie własne

Wyniki wskaźnika  $\alpha$ -Jensena świadczą o tym, że zarządzający grupami funduszy stabilnego wzrostu, stopy absolutnej i zrównoważonych, podejmowali analizę ryzyka charakterystycznego dla poszczególnych papierów i prawidłowo

dokonywali selekcji aktywów do grupy. W grupach akcji oraz małych i średnich spółek, tylko w nielicznych sytuacjach, parametr dotyczący oceny selektywności aktywów był ujemny i istotny statystycznie, co świadczy o tym, że zarządzający tymi funduszami w sposób losowy dokonują alokacji funduszy w instrumenty oferowane na rynku. Natomiast współczynnik Treynora wskazuje, że pomijając stosunek ubezpieczonych do ryzyka inwestycyjnego najlepszym z wszystkich UFK jest fundusz z grupy funduszy stopy absolutnej, niemniej jednak jest to jedyny fundusz w tej grupie o wyniku wyższym niż rynkowy. Grupą, w której tylko dwa fundusze posiadają wskaźnik Treynora niższy od rynkowego to fundusze akcji, co oznacza, że gdyby nie awersja do ryzyka są to fundusze, w które inwestycja jest najbardziej opłacalna. Natomiast najmniej opłacalna dla ubezpieczonego jest strategia inwestycyjna w obrębie funduszy stabilnego wzrostu oraz zrównoważonych, które charakteryzuje wskaźnik niższy od rynkowego. Uwzględniając awersję do ryzyka, która stanowi istotny czynnik determinujący zachowania ubezpieczonych jako inwestorów, można zauważyć, że wysokość wypracowanej premii za podjęte ryzyko w przeliczeniu na jego jednostkę aż w czterech grupach funduszy stabilnego wzrostu, zrównoważonych, aktywnej alokacji i akcji MS jest niższa od wartości rynkowych, co oznacza, że uzyskana stopa zwrotu nie wynagradza inwestorowi ponoszonego ryzyka. Dodatkowy dochód, który zachęciłby ubezpieczonych do podjęcia ryzyka inwestycyjnego obserwuje się w przypadku większości funduszy akcji i stopy absolutnej.

Analizując wskaźniki alternatywne odzwierciedlające premię za ryzyko spadku można zaobserwować, że najwyższa wartość wskaźników UPR oraz  $\Omega$  charakteryzuje grupy funduszy stabilnego wzrostu, stopy absolutnej oraz zrównoważonych, a zatem fundusze te odzwierciedlają preferencje inwestora poszukującego funduszu o dużym potencjale wzrostu, przy małej wartości ryzyka spadku. Jednak tylko jeden z funduszy ma mierniki o wartościach wyższych niż rynkowe, co oznacza, że ich potencjał wzrostowy jest niższy niż wskazywałby na to rynek. Natomiast stosunek SoR opisuje w jakim stopniu zwrot z inwestycji kompensuje inwestorowi ryzyko ponoszenia strat. Na podstawie otrzymanych wyników można zaobserwować, że nadzieje na większy zwrot, w przeliczeniu na jednostkę ryzyka spadku dają fundusze o najniższym ryzyku. Jednak wartość wskaźnika niższa od wartości rynkowych oznacza, że uzyskana stopa zwrotu nie wynagradza inwestorowi ponoszonego ryzyka spadku, a dodatkowy dochód nie zachęca ubezpieczonych do takiej strategii inwestycyjnej. Premią za ryzyko spadku wyższą od rynku charakteryzują się fundusze akcji, a zatem w ich przypadku podjęcie wyższego ryzyka inwestycyjnego jest opłacalne.

W związku z występowaniem rozbieżności w jednoznacznej ocenie efektywności funduszy według omówionych wskaźników do dalszego porównania i odniesienia się do ogólnej oceny inwestycji wyznaczono syntetyczny miernik klasyczny i alternatywny, a następnie przedstawiono rankingi UFK uzyskane na

ich podstawie. W tym celu zastosowano metodę rangowania według odległości od wzorca, która oparta jest na odległościach metrycznych wszystkich obiektów od wyróżnionych obiektów wzorca i antywzorca. Wyniki klasyfikacji przedstawiono w Tabeli 6.

Tabela 6. Klasyczny i alternatywny miernik kapitałowy UFK oraz ranking

FUNDUSZ	miara rozwoju	Pozycja	miara rozwoju	Pozycja
	KLASYCZNA		ALTERNATYWNA	
Ipopema MAKRO Alokacji	0,715	1	0,286	18
Open Finance Aktywnej	0,388	2	0,067	33
Portfel Stabilnego wzrostu	0,387	3	0,313	13
Legg Mason Akcji	0,367	4	0,363	4
Quercus Slektywny	0,366	5	0,313	12
Portfel Zrównoważony	0,342	6	0,324	11
PKO Stabilnego Wzrostu	0,331	7	0,298	16
Open Finance Akcji MS	0,320	8	0,310	14
Noble Fund Mieszany	0,318	9	0,328	10
Stabilnego wzrostu	0,312	10	0,285	19
UniAkcje MS	0,306	11	0,234	26
AXA Mieszany	0,303	12	0,236	25
AXA Optymalny	0,296	13	0,294	17
UniKorona Zrównoważony	0,283	14	0,335	8
IKZE Akcji	0,277	15	0,270	20
AXA Portfel Akcji	0,272	16	0,361	5
Uni Korona Akcji	0,268	17	0,382	1
Aktywnego inwestowania	0,267	18	0,307	15
PKO Akcji	0,265	19	0,341	7
Noble Fund Akcji	0,263	20	0,375	2
Akcji	0,263	21	0,371	3
Noble Fund Akcji MS	0,257	22	0,240	23
Open Finance Akcji	0,253	23	0,228	27
Skarbiec Akcji	0,244	24	0,328	9
Investor Akcji DS	0,244	25	0,348	6
Legg Mason Strategii	0,235	26	0,248	21
AXA Stabilnego Wzrostu	0,230	27	0,247	22
Quercus lev	0,219	28	0,237	24
Noble Fund Global	0,188	29	0,020	34
Noble Fund Timingowy	0,182	30	0,122	32
Quercus Agresywny	0,175	31	0,214	28
AXA Cyklu	0,143	32	0,147	31
AXA Akcji DS	0,126	33	0,165	29
AXA Akcji	0,116	34	0,151	30

Źródło: opracowanie własne

Uzyskane wyniki świadczą o tym, że zastosowanie klasycznych i alternatywnych wskaźników do oceny UFK skutkuje istotnymi rozbieżnościami w ocenie ich

efektywności względem ponoszonego ryzyka o czym świadczą istotne różnice w rankingu klasycznym i alternatywnym funduszy. Ze względu na własności rozkładu stóp zwrotu UFK stosowane powszechnie przez zarządzających i publikowane informacje o ryzyku i efektywności UFK w oparciu o mierniki klasyczne skutkują nieprawidłowym rankingiem funduszy i w konsekwencji wprowadzają w błąd ubezpieczonych, którzy powinni podejmować decyzje o strategii na podstawie wyników rankingu alternatywnego.

## PODSUMOWANIE

W pracy wykazano, że rozkłady stóp zwrotu z UFK nie spełniają założeń modelu CAPM i w związku z tym informacja o ryzyku funduszy oparta na odchyleniu standardowym jest nieprawidłowa i może wprowadzać ubezpieczonych w błąd. W konsekwencji przyjęta przez niego strategia inwestycyjna nie przyniesie oczekiwanych dochodów w przyszłości i poniesie on negatywne konsekwencje w postaci niższej sumy ubezpieczenia. Zatem uwzględniając skłonność do akceptowania określonego poziomu ryzyka oraz oczekiwania dotyczące rozkładów stóp zwrotu inwestycji ubezpieczony wybierając fundusz UFK powinien kierować się alternatywnymi miernikami pozwalającymi na prawidłową kontrolę ich efektywności i ryzyka. Mierniki te powinny stanowić standardową informację przekazywaną przez zarządzających w kartach funduszy.

## BIBLIOGRAFIA

- Buczek S. B. (2005) Efektywność informacyjna rynków akcji – teoria a rzeczywistość, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa.
- Dziechciarz J. (2012) Ekonometria. Metody, przykłady, zadania, Wydawnictwo UE Wrocław.
- Dzielnicki A., Gudaszewski W., Hnatiuk M., Stefanoff J. (2005) Pomiar wyników działalności inwestycyjnej, Rynek Terminowy, nr 3, str. 9-14.
- Homa M. (2013) Rozkład wypłaty w ubezpieczeniu na życie z funduszem kapitałowym a ryzyko finansowe, Prace Naukowe UE nr PN 312, Zagadnienia aktuarialne - teoria i praktyka, str.78-87.
- Jajuga K., Jajuga T. (2006) Inwestycje. Instrumenty finansowe, aktywa niefinansowe, ryzyko finansowe, inżynieria finansowa, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Jensen M. C. (1968) The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964, Journal of Finance, Vol. 23 No.2, pp. 389-414.
- Reilly F. K., Brown K. C. (2001) Analiza inwestycji i zarządzanie portfelem, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Tom II, Warszawa.
- Shadwick W., Keating C. (2002) A universal performance measure, Journal of Performance, Vol. 6, No. 3, pp. 59-84.
- Sharpe W. F. (1966) Mutual Fund Performance, Journal of Business, Vol. 39, No.1, pp. 119-138.

- Sharpe W. F. (1994) The Sharpe Ratio, *The Journal of Portfolio Management*, Vol. 21, No.1, pp. 49–58.
- Sortino F., van der Meer R. (1991) Downside risk, *The Journal of Portfolio Management*, Vol. 17, No. 4, pp. 27-31.
- Sortino F., van der Meer R., Plantinga A. (1999) The Upside Potential Ratio, *Journal of Performance Measurement*, Vol. 4, No. 1, pp. 10-15.
- Treynor J. L. (1965) How to Rate Management of Investment Funds, *Harvard Business Review*, Vol. 43, pp. 63-75.
- Witkowska D. (2009) Efektywność wybranych funduszy akcyjnych w latach 2005-2007, *Ekonomika i Organizacja Gospodarki Żywnościowej*, nr 74, str. 39-61.

### EFFECTIVENESS AND FINANCIAL RISK OF INSURANCE EQUITY FUNDS

**Abstract:** The aim of the article is the analyse financial risk and evaluation efficiency of the portfolio of unit-linked insurance depending on fund investment strategy adopted were examined. For this purpose adopted a classic and alternative measures of effectiveness such as the Sharpe ratio, Jensen, Treynor, Sortino, the UPR and the Omega. Such knowledge will enable the insured to check and possibly change the proceeding strategy during the period of insurance adjusting the composition of portfolio to market situation and consequently assuring reimbursement adjusted to own needs.

**Keywords:** unit-linked insurance (ULI), equity funds, financial risk, investment efficiency

## **ZASTOSOWANIE ANALIZY SKUPIEŃ DLA ZOBRAZOWANIA INTERWENCJONIZMU NA POSZCZEGÓLNYCH RYNKACH ROLNYCH W KRAJACH EŚW**

**Anna Jankowska**

Katedra Ekonomii i Polityki Gospodarczej w Agrobiznesie  
Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu  
jankowska@up.poznan.pl

**Streszczenie:** W artykule przedstawiono wykorzystanie metody analizy skupień metodą Warda dla pogrupowania zarówno krajów EŚW jak i UE-25 dla zobrazowania skali realizowanego interwencjonizmu rynkowego na poszczególnych rynkach rolnych. Zastosowane metody umożliwiły ukazanie znaczenia poszczególnych rynków rolnych w krajach EŚW oraz uplasowanie się krajów EŚW wśród krajów UE-15.

**Słowa kluczowe:** analiza skupień, interwencjonizm rynkowy, kraje EŚW

### **WSTĘP**

Brak dynamicznej równowagi na rynku artykułów rolnych, wywołany brakiem mobilności ziemi, naturalnie niższą wydajnością pracy i rentownością kapitału alokowaną w rolnictwie, jest podstawową przyczyną interwencjonizmu państwowego w rolnictwie, którego działania sprowadzają się do korekty sprzężeń podaży-popytu [Czyżewski, Matuszczak 2012, Rembisz 2010]. Zasadniczym celem interwencji w rolnictwie jest uzyskanie akceptowalnego społecznie, ekonomicznie i politycznie parytetu między dochodami uzyskiwanymi przez producentów rolnych, a dochodami w pozostałych działach gospodarki [Wigier 2012 za Hill 2000].

Po integracji krajów Europy Środkowo-Wschodniej (EŚW) z Unią Europejską (UE) zmiany Wspólnej Polityki Rolnej (WPR) w odniesieniu do interwencjonizmu rynkowego wiązały się na ogół z eliminacją niewykorzystanych lub uruchamianych sporadycznie instrumentów interwencyjnych. Nie wszystkie

działające w UE mechanizmy interwencji rynkowej były adekwatne do uwarunkowań funkcjonowania europejskiego rolnictwa i skuteczne w rozwiązywaniu współczesnych problemów [Communication...2007].

Celem artykułu jest ukazanie przydatności zastosowania analizy skupień metodą Warda dla zobrazowania skali i zakresu realizowania interwencjonizmu rynkowego UE na poszczególnych rynkach rolnych w krajach EŚW w latach 2004-2012 oraz pokazania ich uplasowania wśród krajów UE-15 w aspekcie wykorzystania tej formy wsparcia finansowego.

## METODYKA BADAŃ

Podstawowym celem analizy taksonomicznej jest ocena poziomu różnicowania obiektów opisanych za pomocą zestawu cech statystycznych oraz określenie skupisk tychże obiektów pod względem podobieństwa rozwoju, jak również otrzymanie jednorodnych klas obiektów ze względu na charakteryzujące je właściwości.

Analiza skupień jest narzędziem analizy danych, której celem jest ułożenie obiektów w grupy w taki sposób, aby stopień powiązania obiektów z obiektami należącymi do tej samej grupy był jak największy, a z obiektami z pozostałych grup jak najmniejszy.

Najbardziej bezpośrednim sposobem obliczenia odległości między obiektami w przestrzeni wielowymiarowej jest obliczenie odległości euklidesowej. Jeśli mamy przestrzeń dwu- lub trójwymiarową, miara ta wyznacza rzeczywistą odległość geometryczną między obiektami w przestrzeni. Oblicza się ją następująco:

$$\text{Odległość } (x, y) = \left\{ \sum_i (x_i - y_i)^2 \right\}^{1/2} \quad (1)$$

Stosowanie odmiennych metod grupowania prowadzi do uzyskania różnorodnych rezultatów, z rozmaitym układem przynależności obiektów do poszczególnych skupień w optymalnym – z punktu danego podejścia – zestawieniu. Rozbieżności te mogą być spowodowane zarówno własnościami pomiaru odległości pomiędzy obiektami i skupieniami, ustaleniem progowej wartości braku podobieństwa, jak i samą zastosowaną techniką hierarchizacyjną [Młodak 2006].

Metodę tę zastosowano w artykule do pogrupowania sektorów rolnych poszczególnych państw UE na w miarę jednorodne grupy w oparciu o skalę wykorzystania środków z interwencjonizmu rynkowego.

## INTERWENCJONIZM RYNKOWY

Skala interwencjonizmu w sektorze rolnym krajów EŚW w latach 2004–2012 była bardzo zróżnicowana (Tabela 1). Ogólna wartość interwencjonizmu w badanym okresie w krajach EŚW była prawie 12-krotnie niższa niż w UE-15. Należy w tym



miejszu podkreślić, iż wielkość analizowanego wsparcia jest uzależniona m.in. od warunków prowadzenia produkcji rolniczej w tych krajach. Stąd wyższa skala tej interwencji przypada w tych krajach EŚW, które mają korzystniejsze warunki dla jej prowadzenia, charakteryzują się jej lepszym rozwojem i uzyskują nadwyżki przeznaczane na eksport.

Tabela 1. Ogólna wartość interwencjonizmu rynkowego w latach 2004-2012 w odniesieniu do przeciętnej powierzchni użytków rolnych (UR) (euro) i jego udział w wartości dodanej brutto (WDB) (%) w sektorze rolnym i w wartości produkcji rolnej (%) w krajach EŚW

Kraj	Interwencjonizm w produkcję 2004-2012 (mln euro)	Interwencjonizm w produkcję 2004-2012 (%)		Interwencjonizm 2004-2012		
		roślinną	zwierzęcą	na ha UR (euro)	% WDB <sup>a)</sup>	% wartości produkcji rolnej <sup>a)</sup>
Bułgaria	103,8	93,4	6,6	20,4	1,1	2,8
Czechy	282,4	71,3	28,7	67,7	2,8	7,0
Estonia	29,3	23,2	76,8	32,4	1,3	4,8
Litwa	240,4	42,6	57,4	87,6	3,8	12,3
Łotwa	30,7	83,8	16,2	16,9	1,4	4,8
Polska	1779,2	89,3	10,7	113,9	2,6	9,5
Rumunia	380,9	93,5	6,5	27,6	0,9	2,6
Słowacja	186,0	91,7	8,3	96,1	4,3	9,8
Słowenia	60,1	76,1	23,9	123,9	1,7	5,3
Węgry	788,5	92,4	7,6	139,3	3,8	12,0
EŚW	3881,3	85,6	14,4	74,1	2,0	7,3
UE-15	44 944,7	80,5	19,5	331,1	3,9	15,2
UE-27	48 927,7	80,9	19,1	259,9	3,6	14,0

<sup>a)</sup> Ogół środków na interwencjonizm rynkowy uzyskanych w latach 2004-2012 w stosunku do sumy wartości dodanej brutto z lat 2004-2012 i przeciętnej rocznej wartości produkcji rolnej z tych lat.

Źródło: obliczenia własne na podstawie Sprawozdań Komisji do Parlamentu Europejskiego i Rady dotyczące Europejskiego Funduszu Rolniczego Gwarancji za rok budżetowy dla odpowiednich lat oraz Eurostat 2014

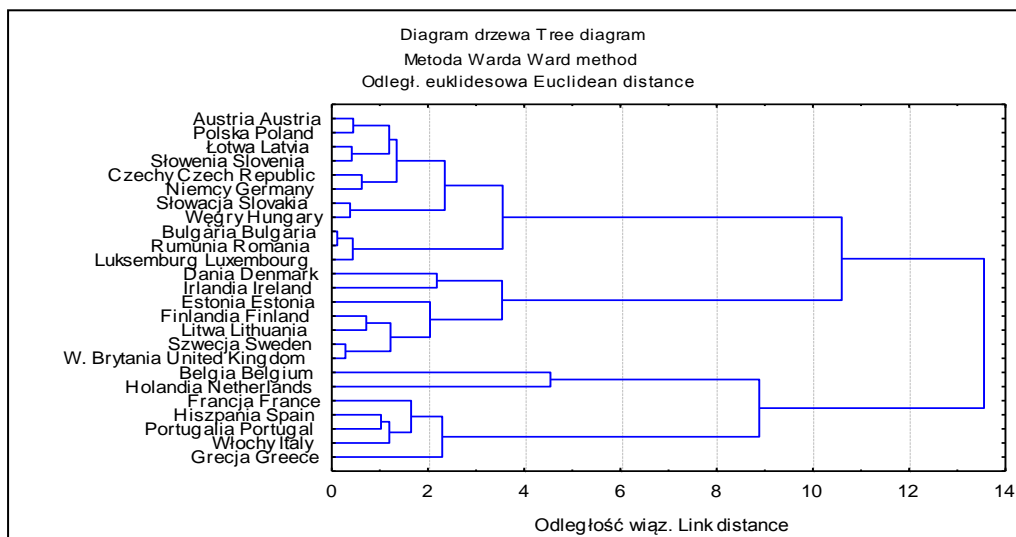
W badanej grupie krajów zróżnicowana była również struktura interwencjonizmu. Można zauważyć, iż w większości z nich (z wyjątkiem Estonii i Litwy) większe znaczenie ta forma wsparcia, podobnie jak w większości UE-15 stanowiła w produkcji roślinnej. Dominująca rola interwencjonizmu w produkcji zwierzęcej (przeciętnie 67,1%) jaką odnotowano w Estonii i na Litwie jest wynikiem faktu, iż w krajach tych dominuje odpowiednio rynek mleka oraz mleka i wołowiny. Z państw UE-15 zbliżona struktura interwencjonizmu wystąpiła w Finlandii, a interwencjonizm w produkcji zwierzęcej dominował jeszcze w: Danii, Holandii, Irlandii i Wielkiej Brytanii. Największy udział tej formy

wsparcia w produkcji roślinnej miał miejsce w Rumunii, Bułgarii, na Węgrzech, Słowacji i w Polsce (około 92,1%). W Bułgarii, Rumunii i na Słowacji dominującymi produktami, na które otrzymano wsparcie była produkcja winorośli, w Polsce – produkcja owoców i warzyw, a na Węgrzech owoców i warzyw oraz winorośli. W pozostałych zaś analizowanych krajach udział interwencjonizmu w produkcji roślinnej był zbliżony i kształtował się około 77,1% (podobnie jak we Francji).

W celu określenia możliwości w przyszłości uplasowania się krajów EŚW w UE, które będzie efektem absorpcji środków uzyskanych z interwencjonizmu rynkowego w latach 2004-2012 przeprowadzono analizę skupień dla krajów UE-25. Na podstawie siedmiu wyjściowych cech (udział interwencji w zakresie produkcji roślinnej, zwierzęcej, w odniesieniu do: osoby pełnozatrudnionej (AWU), powierzchni UR, gospodarstwa oraz jego udziału w WDB i wartości wytworzonej produkcji rolniczej) i po uwzględnieniu odpowiednich założeń statystycznych m.in. dotyczących stopnia skorelowania zmiennych (najwyższa wartość na przekątnej odwrotności macierzy diagonalnej 8,0) ostateczną analizę oparto o: udział środków przeznaczonych na interwencjonizm na rynku produktów roślinnych, jego udział w przeciętnej wartości produkcji rolnej w tych latach, udział w WDB oraz wielkości środków na AWU i ha UR (Rysunek 1 i Tabela 2). Analiza ta pozwoliła na podział tych krajów na dwie główne grupy, w których wydzielono kilka podgrup. Wszystkie analizowane kraje EŚW znalazły się w I grupie głównej wśród krajów UE-15. I tak w pierwszej grupie można wyróżnić trzy podgrupy, a w ramach nich – w pierwszej: Austrię, Polskę, Łotwę, Słowenię, Czechy, Niemcy, Słowację i Węgry. W drugiej podgrupie: Bułgarię, Rumunię i Luksemburg, a w trzeciej: Danię, Irlandię, Estonię, Finlandię, Litwę, Szwecję i Wielką Brytanię. Z kolei w II głównej grupie uplasowały się pozostałe kraje UE-15 i można tam również wyróżnić podgrupy. W pierwszej skupiły się Belgia i Holandia, a w drugiej: Francja, Hiszpania, Portugalia, Włochy i Grecja.

Porównując przeciętną wartość analizowanych wskaźników w dwóch grupach głównych można zaobserwować, że wszystkie z wyjątkiem interwencjonizmu w produkcji roślinnej osiągnęły wyższe wartości w państwach skupionych w grupie II. Natomiast analiza poszczególnych podgrup wykazała, że największe zróżnicowanie odnosi się do środków na AWU i na ha UR, gdyż odpowiednio aż prawie 112-krotne i 62-krotne.

Rysunek 1. Analiza skupień metodą Warda dla krajów UE ze względu na skalę realizowanej interwencji rynkowej w latach 2004-2012



Źródło: opracowanie własne na podstawie źródła jak dla Tabeli 1

Analizując kraje skupione w I grupie głównej można stwierdzić, że podgrupy pierwsza i druga wyróżniają się bardzo zbliżonym udziałem środków z interwencjonizmu w produkcji roślinnej (średnio 88,4%). W tym przypadku ta forma wsparcia finansowego jest porównywalna z wielkością interwencjonizmu w krajach UE-15, które znalazły się w drugiej podgrupie II grupy głównej (94,9%). Z kolei podgrupa druga charakteryzuje się najniższymi, a podgrupa trzecia analizowanej grupy najwyższymi wartościami pozostałych wskaźników.

Z kolei w II wydzielonej grupie państw pierwsza podgrupa (Belgia i Holandia) charakteryzowała się zbliżonym udziałem środków z interwencjonizmu odniesionych na ha UR (około 1,7 tys. euro). Druga podgrupa (Francja, Hiszpania, Portugalia, Włochy i Grecja) również miała bardzo zbliżony udział interwencjonizmu w WDB (około 4,6%).

Alokacja środków uzyskanych w ramach tej formy wsparcia finansowego w krajach ESW jest również zróżnicowana na poszczególnych rynkach z zakresu produkcji rolnej. Jest ona odwzorowaniem znaczenia poszczególnych rynków w analizowanych krajach, a jednocześnie oczekiwań odnośnie rezultatów właściwego wykorzystania tych środków. Chcąc ocenić skalę absorpcji na rynkach rolnych środków uzyskanych w ramach interwencjonizmu w krajach ESW przeprowadzono analizę skupień metodą Warda na podstawie 6 zmiennych zamieszczonych w tabeli i pod rysunkiem odznaczających się słabym stopniem skorelowania (najwyższa wartość na przekątnej odwrotności macierzy diagonalnej 6,9). Typologia ta pozwoliła na wyodrębnienie dwóch grup krajów (Rysunek 2 i Tabela 3).

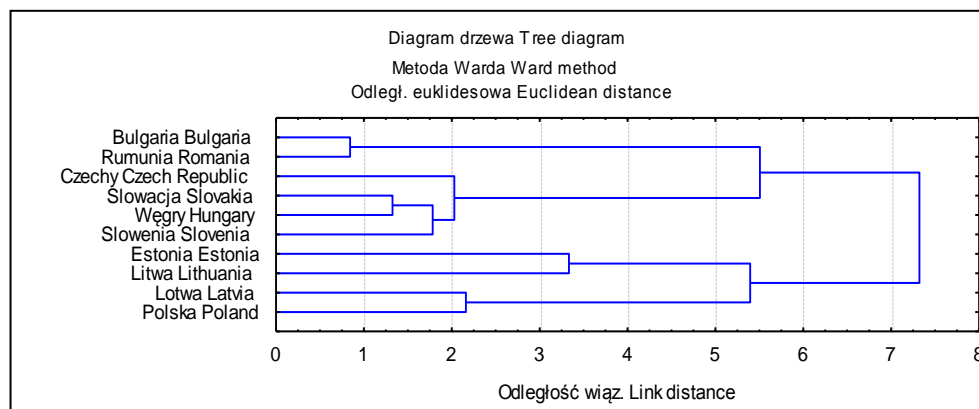
Tabela 2. Wskaźniki obrazujące interwencjonizm rynkowy w krajach UE-25 w latach 2004-2012

	Interwencjonizm:				
	w produkcji roślinnej (%)	na AWU (euro)	na ha UR (euro)	w WDB (%)	w wartości produkcji rolnej (%)
<b>I GRUPA</b>					
<b>I podgrupa: Austria, Polska, Łotwa, Słowenia, Czechy, Niemcy, Słowacja i Węgry</b>					
Średnia	82,1	1,9 tys.	111,3	2,6	7,9
V (%)	13,2	80,0 (56,9)	45,9	37,8	31,0
<b>II podgrupa: Bułgaria, Rumunia i Luksemburg</b>					
Średnia	94,7	238,1	27,5	0,8	2,3
V (%)	2,2	103,1 (207,6)	25,7	41,8	33,2
<b>III podgrupa: Dania, Irlandia, Estonia, Finlandia, Litwa, Szwecja i Wielka Brytania</b>					
Średnia	37,5	6,3 tys.	141,8	3,7	10,7
V (%)	35,0	89,8 (52,0)	70,9 (48,8)	44,8	33,1
<b>II GRUPA</b>					
<b>I podgrupa: Belgia i Holandia</b>					
Średnia	55,6	26,6 tys.	1,7 tys.	7,5	22,3
V (%)	26,8	51,0 (36,1)	3,2	63,6 (45,0) (39,5)	55,9
<b>II podgrupa: Francja, Hiszpania, Portugalia, Włochy i Grecja</b>					
Średnia	94,9	7,3 tys.	390,7	4,6	21,4
V (%)	10,6	41,7	24,9	24,9	31,0

We wszystkich analizach, gdzie współczynnik zmienności przekroczył 50% obliczono medianę zamiast średniej, a w nawiasie podano obliczony współczynnik zmienności dla miar pozycyjnych.

Źródło: opracowanie własne na podstawie źródła jak w Tabeli 1

Rysunek 2. Analiza skupień krajów EŚW metodą Warda ze względu na odsetek środków wykorzystanych na interwencję na poszczególnych rynkach rolnych w 2012 roku



Źródło: opracowanie własne na podstawie Tabeli 4

Tabela 3. Średnia arytmetyczna i współczynniki zmienności dla odsetka wykorzystanych środków na interwencjonizm rynkowy na poszczególnych rynkach rolnych w 2012 roku dla wydzielonych grup krajów EŚW

	Odsetek wykorzystanych środków (%)					
	Zboża	Owoce i warzywa	Produkty sektora winiarskiego	Mleko i przetwory mleczne	Wołowina i cielęcina	Wieprzowina, jaja, drób i pszczelarstwo
<b>I grupa: Bułgaria, Rumunia, Czechy, Słowacja, Węgry i Słowenia</b>						
Średnia	0,0	18,8	45,7	3,1	0,2	6,2
V (%)	-230,7 (0,0)	75,8 (67,5)	18,4	276,8 (147,8)	135,7 (344,8)	39,3
<b>II grupa: Estonia, Litwa, Łotwa i Polska</b>						
Średnia	0,0	21,3	0,0	7,7	2,2	1,5
V (%)	200,0 (0,0)	105,4 (113,6)	0,0	285,8 (191,9)	159,7 (308,3)	68,9 (36,1)

We wszystkich analizach, gdzie współczynnik zmienności przekroczył 50% obliczono medianę zamiast średniej, a w nawiasie podano obliczony współczynnik zmienności dla miar pozycyjnych.

Źródło: opracowanie własne na podstawie źródła jak dla Tabeli 4

W pierwszej znalazły się takie kraje jak: Bułgaria, Rumunia, Czechy, Słowacja, Węgry i Słowenia, w których ważne znaczenie w realizowanej interwencji odgrywa uprawa winorośli i w krajach tych udział wsparcia tego sektora jest najwyższy, bowiem kształtował się około 45,7% (podobnie jak we Francji, Austrii i Portugalii) (Tabela 4). Znaczący udział w stosunku do drugiej grupy krajów posiada również rynek wieprzowiny, drobiu i jaj (średnio 6,2%). Druga z kolei wydzielona grupa krajów, czyli kraje bałtyckie i Polska wyróżnia się wśród innych analizowanych krajów udziałem środków skierowanych na rynek mleczarski (podobnie jak w Finlandii). Warto zauważyć, iż w krajach tych w przeciwieństwie do pozostałych analizowanych jest to sektor, który ma dominujące znaczenie w ogólnej wartości produkcji rolnej. Dodatkowo Litwa i Polska posiadają wyróżniający się spośród innych krajów odsetek wsparcia kierowany na rynek wołowiny i cielęciny wynoszący odpowiednio 22,3% i 4,3%.

Szczegółowa analiza absorpcji interwencji rynkowej w krajach EŚW pozwala na stwierdzenie, że największa była w Polsce i odnosiła się do rynku owoców i warzyw, gdzie jej udział wynosił 73% (podobnie jak w Holandii). Tak wysoki odsetek środków skierowany na ten obszar działalności rolniczej ukazuje ich znaczenie w produkcji rolnej tych krajów, jak również m.in. na potrzebę wsparcia, by mogły one znaleźć optymalne miejsce na wspólnym rynku UE i/lub rynku światowym.

Tabela 4. Realizacja interwencjonizmu rynkowego na poszczególnych rynkach z zakresu produkcji roślinnej i zwierzęcej w krajach EŚW w 2012 roku

	Wielkość interwencjonizmu (mln euro)										Udział (%)									
	Bulgaria	Czechy	Estonia	Litwa	Łotwa	Polska	Rumunia	Słowacja	Słowenia	Węgry	Bulgaria	Czechy	Estonia	Litwa	Łotwa	Polska	Rumunia	Słowacja	Słowenia	Węgry
Zboża	-4,0 <sup>b)</sup>	0,6			0	2,5	-11,4				-10,1	4,4	0,0	0,0	0,0	0,7	-10,0	0,0	0,0	0,0
Ryż											0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Refundacje											0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Żywność	21,9	0,1	2,2	7,6	5,3	76,7	61,6	0,1	2,7	13,9	55,3	0,7	75,9	43,4	72,6	20,9	53,9	1,0	30,7	21,0
Cukier						0					0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Oliwa											0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Włókniste				0	0	0					0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Owoce i warzywa	1,2	4,2	0,2	0,9	2,6	267,5	9,7	2,8	0,5	21,1	3,0	31,1	6,9	5,1	35,6	73,0	8,5	29,2	5,7	31,9
Winorośl	17,4	5,1					42,1	5,1	5,1	29,4	43,9	37,8	0,0	0,0	0,0	0,0	36,8	53,1	58,0	44,4
Promocja	1,2	0,2		0,4	0,4	3,3	0	0,1	0,3		3,0	1,5	0,0	2,3	5,5	0,9	0,0	1,0	3,4	0,0
Inne produkty		0,9				0,1		0,1		0,6	0,0	6,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0	0,0	0,9
Ogółem	37,7	11,1	2,4	8,9	8,3	350,1	102	8,2	8,6	65	95,2	82,2	82,8	50,9	113,7	95,6	89,2	85,4	97,7	98,2
Mleko	0	0,9	0,5	4,4	-1,1	-6,6	8,3	0,6	-0,5	-1,7	0,0	6,7	17,2	25,1	-15,1	-1,8	7,3	6,3	-5,7	-2,6
Wołowina		0,2	0	3,9		15,8	0	0,1		0,2	0,0	1,5	0,0	22,3	0,0	4,3	0,0	1,0	0,0	0,3
Wieprzowina <sup>a)</sup>	1,9	1,3	0	0,3	0,1	6,9	4,0	0,7	0,7	2,7	4,8	9,6	0,0	1,7	1,4	1,9	3,5	7,3	8,0	4,1
Razem	1,9	2,4	0,5	8,6	-1,0	16,1	12,3	1,4	0,2	1,2	4,8	17,8	17,2	49,1	-13,7	4,4	10,8	14,6	2,3	1,8
Razem roślinna i zwierzęca	39,6	13,5	2,9	17,5	7,3	366,2	114,3	9,6	8,8	66,2	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

<sup>a)</sup> Razem z drobiem, jajami i produktami pszczelarskimi; <sup>b)</sup> wartości ujemne uwzględniają korekty wynikające z kontroli zgodności rozliczeń.

Źródło: Obliczenia własne na podstawie Sprawozdanie Komisji dla Parlamentu Europejskiego i Rady. Szóste Sprawozdanie Finansowe Komisji do Parlamentu Europejskiego i Rady z realizacji Europejskiego Funduszu Rolniczego Gwarancji. Rok budżetowy 2012, str. 19, Wyd. Komisja Europejska, Bruksela, Dnia 26.09.2013

Z produktów pochodzenia zwierzęcego, na które w ramach interwencjonizmu uzyskano wsparcie należy wymienić rynek wołowiny, który jest objęty WPR od 1962 r. W tym przypadku w badanej grupie państw pod względem odsetka wykorzystanych środków wyróżnia się wspomniana Litwa (22,3%) i jest to drugi po sektorze mleczarskim pod względem znaczenia sektor wsparty w tym kraju.

Kraje takie jak Polska, Estonia, Łotwa i Litwa uplasowały się w grupie obok Belgii, Holandii, Irlandii, Wielkiej Brytanii, Finlandii i Szwecji. Natomiast pozostałe kraje EŚW znalazły się w grupie krajów UE-15 należących do Europy Południowej. Ta grupa krajów wyróżnia się realizacją interwencjonizmu na rynku oliwy, winorośli (od 35 do 60%) i wieprzowiny, jaj, mięsa drobiowego i produktów pszczelarskich. Z kolei w pierwszej wymienionej grupie krajów dominuje interwencjonizm na rynku zbóż, owoców i warzyw (od 5 do 73%), mleka, wołowiny i cielęciny.

Jest oczywistym, że forma interwencjonizmu nie może być stała i doskonała w każdych uwarunkowaniach, ponieważ nie ma uniwersalnej, ponadczasowej formuły regulowania procesów gospodarczych przez państwo. [Ciechomski 1997].

Generalnie głównym celem działań podejmowanych w zakresie interwencji na rynkach rolnych jest ich uporządkowanie i ograniczenie jej mechanizmów. Przyjęte rozwiązania dążą w kierunku stopniowego wycofywania się UE z podtrzymywania cen na rzecz rozwoju polityki strukturalnej oraz bezpośredniego podtrzymywania dochodów rolniczych. Wydaje się, iż dobrym jest podejście podjęte po przeglądzie wyników reform WPR z 2003 r. zaproponowane w ramach „*Health Check*”, polegające na dostosowaniu instrumentów interwencyjnych do nowych wyzwań i możliwości m.in. na uproszczeniu zasad i mechanizmów interwencji realizowanych na poszczególnych rynkach rolnych w ramach UE oraz na zniesieniu realizacji interwencji na tych rynkach rolnych, na których od lat nie była ona stosowana.

Podejmowanie działań zmierzających do ograniczenia interwencjonizmu stosowanego w UE jest pozytywnym rezultatem toczących się dyskusji. Powinno się dążyć do racjonalnego wykorzystania środków budżetowych. Ten aspekt jest ważny w całej UE, ale największe znaczenie ma w krajach EŚW. Oczekiwania jakie kraje te wiążą z realizacją polityki interwencjonizmu w sektorze rolnym wynikają z odmiennych warunków w jakich znalazły się one po akcesji do UE w porównaniu do państw UE-15. Uważa się, że środki przeznaczone na interwencjonizm w rolnictwie w najbliższej przyszłości powinny być kierowane przede wszystkim na działania związane z usuwaniem opóźnień cywilizacyjnych wsi krajów EŚW [Kowalski 2009]. Rynek rolny w analizowanych krajach ulega istotnym zmianom, których rezultatem ma być jego zharmonizowanie z mechanizmem rynkowym UE i tym samym korygowanie tych obszarów i instrumentów interwencji, które zapewnią poszczególnym krajom EŚW optymalny rozwój.

## WNIOSKI

Analiza skupień metodą Warda zastosowana do dokonania typologii krajów w oparciu o skalę realizowanej interwencji rynkowej okazała się dobrym narzędziem do pogrupowania krajów EŚW jak i ukazania ich uplasowania wśród krajów UE-15 oraz pokazała ona, że jest ono zgodne z położeniem geograficznym krajów. W związku z tym z krajów EŚW, środki pozyskane w ramach interwencji rynkowej ułatwiają funkcjonowanie na JRE Bułgarii, Czechom, Polsce i Rumunii obok Austrii, Niemiec i Luksemburga charakteryzujących się dobrze rozwiniętym rolnictwem, a Estonii i Litwie obok innych krajów UE-15 z Europy Północnej. Taka typologia i wkomponowanie krajów EŚW w ramy UE-15, może być zatem również w części wynikiem bardzo zbliżonych warunków klimatycznych panujących w poszczególnych wydzielonych tu podgrupach, rzutujących na warunki prowadzenia produkcji rolniczej. Często mają one bowiem w niektórych krajach silny wpływ na uruchamianie danych mechanizmów interwencji rynkowej, szczególnie w zakresie produkcji roślinnej i mogą w związku z tym, w pewnym stopniu wpływać również na zachodzące procesy rozwoju sektora rolnego.

Przeprowadzona analiza skupień potwierdziła również znaczenie poszczególnych rynków rolnych w poszczególnych krajach. W jednej grupie znalazły się takie kraje jak: Bułgaria, Rumunia, Czechy, Słowacja, Węgry i Słowenia, w których ważne znaczenie w realizowanej interwencji odgrywa uprawa winorośli i w krajach tych udział wsparcia tego sektora jest najwyższy. Znaczący udział w stosunku do drugiej grupy krajów posiada również rynek wieprzowiny, drobiu i jaj. Druga wydzielona grupa krajów, czyli kraje bałtyckie i Polska wyróżnia się wśród innych analizowanych krajów udziałem środków skierowanych na rynek mleczarski i dodatkowo Litwa i Polska posiadają wyróżniający się spośród innych krajów odsetek wsparcia kierowany na rynek wołowiny i cielęciny.

## BIBLIOGRAFIA

- Ciechomski W. J. (1997) *Interwencjonizm państwowy w rolnictwie i obrocie rolnym*, Wyd. AE, Poznań.
- Communication from the Commission to the European Parliament and the Council: Preparing for the "Health Check" of the CAP reform (2007), Wyd. Commission of the European Communities, Brussels.
- Czyżewski A., Matuszczak A. (2012) Dylematy kwestii agrarnej w panoramie dziejów – mechanizm krzywdy chłopskiej, [w:] *Ekonomia i jej społeczne otoczenie*, A. Czyżewski, A. Matuszczak (red.), Wyd. KPSW, Bydgoszcz, str. 15-33.
- Eurostat.
- Hill B. (2000) *Farm income wealth and Agricultural Policy*, nr 375, Ashgate, APC, Sydney, [w:] Wigier M. (2012) *Czas i przestrzeń w długookresowym rozwoju rolnictwa i obszarów wiejskich – ujęcie retrospektywne*, [w:] *Journal of Agribusiness and Rural Development*, nr 2(24) 2012, str. 263-272.



- Kowalski A. (2009) Wpływ akcesji do Unii Europejskiej na warunki ekonomiczne rolnictwa, [w:] Sytuacja ekonomiczna polskiego rolnictwa po akcesji do Unii Europejskiej, J.S. Zegar (red.), Wyd. IERiGŻ, Warszawa, str. 7-32.
- Młodak A. (2006) Analiza taksonomiczna w statystyce regionalnej, Wyd. Difin sp. z o.o., Warszawa.
- Rembisz W. (2010) Krytyczna analiza podstaw i ewolucji interwencji w rolnictwie, [w:] Współczesna Ekonomia, Tom 4, nr 4, str. 7-25.
- Sprawozdania Komisji do Parlamentu Europejskiego i Rady dotyczące Europejskiego Funduszu Rolniczego Gwarancji za rok budżetowy dla odpowiednich lat.
- Szóste sprawozdanie finansowe Komisji do Parlamentu Europejskiego i Rady dotyczące Europejskiego Funduszu Rolniczego Gwarancji za rok budżetowy 2012 (2013), Bruksela.

#### **CLUSTER ANALYSIS APPLICATION FOR IMAGING INTERVENTIONISM IN THE PARTICULAR CEE COUNTRIES AGRICULTURAL MARKETS**

**Abstract:** This paper presents the use of Ward cluster analysis method for grouping both the CEE countries and the EU-25 to illustrate the scale of market intervention implemented on individual agricultural markets. The methods used allowed to show the importance of individual agricultural markets in the countries of CEE and CEE countries to rank among the EU-15.

**Keywords:** cluster analysis, market intervention, the CEE countries

## **PORZĄDKOWANIE LINIOWE – BŁĘDY PRZY INTERPRETACJI WYNIKÓW ORAZ SPOSÓB ICH ELIMINACJI**

**Marta Jarocka**

Katedra Informatyki Gospodarczej i Logistyki  
Politechnika Białostocka  
e-mail: m.jarocka@pb.edu.pl

**Streszczenie:** Ideą porządkowania liniowego obiektów wielocechowych jest konstrukcja wskaźnika syntetycznego, na podstawie którego przeprowadza się analizę porównawczą. W badaniach empirycznych często pojawiają się problemy przy interpretacji wyników takiego uszeregowania, które wynikają między innymi z nieznacznych różnic w wartościach otrzymanej zmiennej syntetycznej. W artykule dokonano analizy wartości wskaźnika rankingu polskich uczelni oraz wskazano wady liniowego porządkowania. Następnie, w celu zniwelowania negatywnych skutków nieznacznych różnic pomiędzy wynikami kolejnych porównywanych obiektów zaproponowano procedurę skorygowania rezultatów liniowego rankingu z wykorzystaniem metody grupowania E. Nowaka. W pracy ukazano, iż rekomendowany algorytm postępowania jest również przydatny, gdy w zbiorze cech kryterialnych znajdują się takie, które charakteryzują się tak zwaną zdolnością grupowania.

**Słowa kluczowe:** porządkowanie liniowe, ranking, grupowanie, metoda Nowaka, uczelnie

### **WPROWADZENIE**

Metody porządkowania liniowego są często wykorzystywane w badaniach empirycznych [Balicki 2009, Mikulec 2008, Łuniewska, Tarczyński 2006]. W analizach porównawczych wartości zmiennej syntetycznej, na podstawie których szereguje się obiekty od „najlepszego” do „najgorszego”, mogą nieznacznie różnić się pomiędzy sobą. Wówczas istnieje duże prawdopodobieństwo błędnej interpretacji otrzymanych rezultatów wynikającej z dywersyfikowania pozycji jednostek, pomiędzy którymi nie ma widocznych różnic w zdefiniowanej – za pomocą cech diagnostycznych – jakości. W celu

zobrazowania tego problemu w artykule dokonano analizy wartości zagregowanej zmiennej, na podstawie której powstał Ranking Szkół Wyższych 2012 „Perspektyw” i „Rzeczpospolitej” [Strona internetowa Perspektyw 2012].

### ANALIZA WARTOŚCI ZMIENNEJ SYNTETYCZNEJ

Zagregowana zmienna, na podstawie wartości której uszeregowano polskie uczelnie akademickie, przyjmuje wartości w przedziale 17,03 – 100. Analizując pozycyjne parametry, przedstawione w Tabeli 1, stwierdzono, że połowa uczelni otrzymała wynik nie wyższy niż 35,28, zaś dla 75% ocenianych szkół wyższych wartość syntetycznego wskaźnika nie przekroczyła liczby 52,88. Świadczy to o silnej prawostronnej asymetrii analizowanego rozkładu, czyli większość uczelni otrzymała niskie wartości zmiennej agregatywnej.

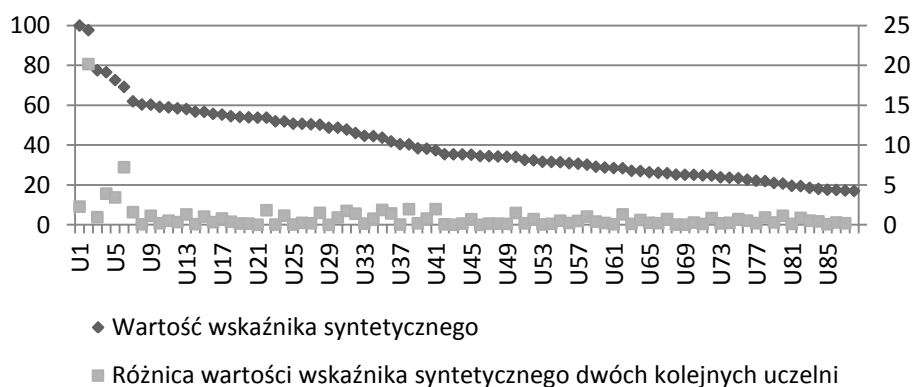
Tabela 1. Podstawowe statystyki zmiennej syntetycznej oraz różnicy wartości zmiennej syntetycznej dwóch kolejnych uczelni

Wyszczególnienie	Min	Max	Mediana	Q1	Q3
Wartość zmiennej syntetycznej	17,03	100	35,28	26,03	52,88
Różnica wartości zmiennej syntetycznej dwóch kolejnych uczelni	0,0017	20,16	0,35	0,15	1,04

Źródło: opracowanie własne

Graficzną strukturę wartości wskaźnika syntetycznego oraz różnice tych wartości dla dwóch kolejnych uczelni zobrazowano na Rysunku 1. W celu uniknięcia pełnych nazw 88 ocenianych szkół wyższych wprowadzono oznaczenia U1, U2, ..., U88, które wynikają z ich pozycji na opublikowanej w 2012 roku liście rankingowej.

Rysunek 1. Wartości wskaźnika syntetycznego oraz różnice tych wartości dwóch kolejnych uczelni w Rankingu Uczelni Akademickich 2012 „Perspektyw” i „Rzeczpospolitej”



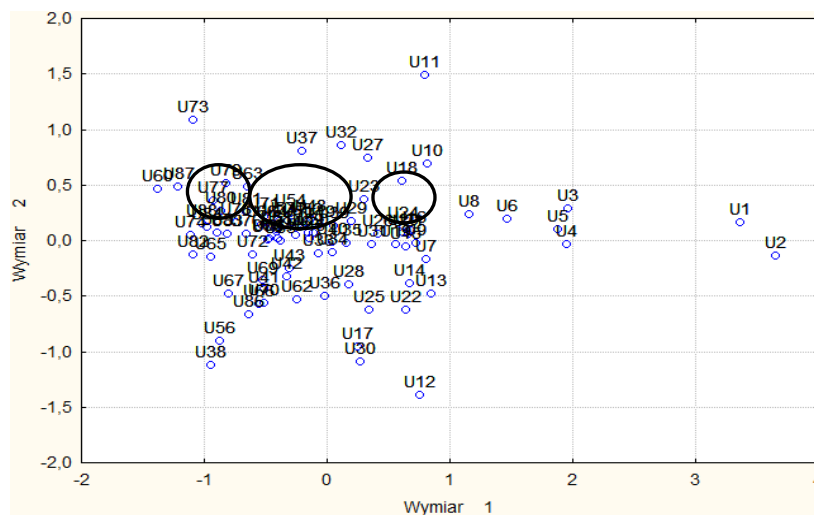
Źródło: opracowanie własne

Z analizy Rysunku 1 wynika, że tylko kilka pierwszych uczelni otwierających listę rankingową przyjmuje wysoką wartość zmiennej syntetycznej. Ponadto, dokonując analizy różnic pomiędzy wartościami zagregowanego wskaźnika kolejnych dwóch uczelni można stwierdzić, iż w przypadku połowy ocenianych szkół nie przekracza ona 0,35. Znaczne różnice w omawianych liczbach występują tylko pomiędzy uczelniami U2 i U3 (20,16) oraz U6 i U7 (7,23). W pozostałych wypadkach różnice w uzyskanych punktach są nieznaczne (dla 75% ocenianych uczelni omawiany wskaźnik nie przekroczył 1,04). Można zatem stwierdzić, że większość ocenianych jednostek przyjmuje podobne oceny. W skrajnych wypadkach wyniki kolejnych uczelni różnicują się dopiero na 3 miejscu po przecinku. Taka sytuacja następuje pomiędzy realizacjami ocen uczelni U46 a U47, gdzie różnica wartości ich zmiennej syntetycznej wynosi 0,0017. Zdaniem autorki, nieznaczne zróżnicowanie wartości zmiennej agregatowej może przyczynić się do błędnej interpretacji rezultatów oceny szkół. Na przykład, uczelnie uplasowane na pozycjach 40 i 50 w ogólnej punktacji różnią się tylko o 4,15 punktów na 100 możliwych, przy czym pomiędzy tylko uczelnią 2 a 3 różnica ta wynosi ponad 20.

Dodatkowo, dla ukazania często nieznacznych różnic w ocenie pomiędzy uczelniami dokonano graficznej prezentacji konfiguracji zbioru analizowanych uczelni. W tym celu wykorzystano jedną z technik redukcji danych zwaną skalowaniem wielowymiarowym [Krzyśko i in. 2008].

Graficzną prezentację struktury uczelni w zredukowanej do dwóch wymiarów przestrzeni kryteriów ich oceny przedstawiono na Rysunku 2.

Rysunek 2. Graficzna prezentacja struktury uczelni w dwuwymiarowej przestrzeni kryteriów oceny



Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem pakietu STATISTICA, moduł skalowanie wielowymiarowe

Przykładowe skupienia uczelni, których wyniki oceny są bardzo podobne zaznaczono na Rysunku 2. Rozrzut analizowanych jednostek potwierdza zatem fakt, iż szeregowanie uczelni na podstawie wartości zmiennej syntetycznej może przyczynić się do nadania różnych pozycji uczelniom na liście rankingowej pomimo braku znaczących różnic w ich „jakości”.

## PROCEDURA GRUPOWANIA NOWAKA

W celu zniwelowania negatywnych skutków nieznaczących różnic pomiędzy wartościami wskaźników syntetycznych, proponuje się skorygowanie rezultatów liniowej hierarchizacji uczelni poprzez przeprowadzenie klasyfikacji ocenianych jednostek, opierającej się na odległościach pomiędzy sąsiednimi, uporządkowanymi nierosnąco uczelniami. Postulowana procedura grupowania, zaproponowana przez E. Nowaka [Nowak 1990], sprowadza się do analizy różnic w poziomie wartości cechy syntetycznej i przebiega według następujących kroków:

1. wyznaczenie różnic w poziomie wartości cechy syntetycznej obiektów będących bezpośrednimi sąsiadami, w uporządkowanym nierosnąco liniowym ich ciągu:

$$\Delta z_{i,i+1} = z_i - z_{i+1}, i = 1, 2, \dots, n-1; \quad (1)$$

2. wyliczenie, na podstawie przyrostów  $\Delta z_{i,i+1}$ , odległości granicznej wyrażonej wzorem:

$$z^* = \bar{\Delta z} + u s_{\Delta z}, \quad (2)$$

gdzie:

$$\bar{\Delta z} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} \Delta z_{i,i+1}, \quad (3)$$

$$s_{\Delta z} = \left[ \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} (\Delta z_{i,i+1} - \bar{\Delta z})^2 \right]^{1/2}, \quad (4)$$

$u$  – oznacza dowolną, obraną przez badacza, liczbę rzeczywistą z przedziału  $[0,2]$ , przy czym, im mniejsza jej wartość, tym bardziej szczegółowy podział (więcej grup typologicznych);

3. wyodrębnienie grup obiektów według następujących zaleceń: te obiekty, które w uporządkowanym nierosnąco ciągu realizacji cechy syntetycznej spełniają nierówność:

$$\Delta z_{i,i+1} \geq z^* \quad (5)$$

stanowią granicę podziału zbioru porównywalnych obiektów. Grupę podobnych obiektów stanowią tylko te jednostki, dla których odległości pomiędzy obiektami sąsiednimi spełniają nierówność:

$$\Delta z_{i,i+1} < z^* \quad (6)$$

Zaproponowaną powyżej koncepcję klasyfikacji obiektów zilustrowano przykładem empirycznym.

## SKORYGOWANIE WYNIKÓW RANKINGU UCZELNI

Badanie przeprowadzono z wykorzystaniem 33 cech kryterialnych\*, na podstawie których dokonano porządkowania polskich uczelni akademickich w 2012 roku w rankingu „Perspektyw” i „Rzeczpospolitej”. Na podstawie wartości wskaźnika syntetycznego przeprowadzono analizę różnic w poziomach jej wartości pomiędzy kolejnymi uczelniami. Z wykorzystaniem wzoru (2) wyznaczono wartości odległości granicznych  $z^*$ , przy czym przeanalizowano cztery jej warianty, w zależności od przykładowo przyjętego poziomu  $u$ . Wyniki uzyskanych klasyfikacji uczelni, w zależności od  $u$  równego odpowiednio 0, 0,5, 1 oraz 2 zaprezentowano w Tabeli 2.

Tabela 2. Klasyfikacja uczelni przy różnych wariantach  $u$

Pozycja uczelni	Symbol uczelni	Wartość cechy syntet. $z_i$ , $i = 1, \dots, 88$	$u=0$ $z^*=0,0094$		$u=0,5$ $z^*=0,0210$		$u=1$ $z^*=0,0327$		$u=2$ $z^*=0,0559$	
			$\Delta z_{i,i+1}$	Ranking	$\Delta z_{i,i+1}$	Ranking	$\Delta z_{i,i+1}$	Ranking	$\Delta z_{i,i+1}$	Ranking
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
1	U1	1,0000	0,0229	1	0,0229	1	0,0229	1	0,0229	1
2	U2	0,9771	0,2016	2	0,2016	2	0,2016	2	0,2016	2
3	U3	0,7755	0,0097	3	<b>0,0097</b>	3	<b>0,0097</b>	3	<b>0,0097</b>	3
4	U4	0,7658	0,0392	4	0,0392		0,0392	4	<b>0,0392</b>	
5	U5	0,7266	0,0344	5	0,0344	4	0,0344	4	<b>0,0344</b>	
6	U6	0,6922	0,0723	6	0,0723	5	0,0723	5	0,0723	
7	U7	0,6199	0,0159	7	<b>0,0159</b>	6	<b>0,0159</b>	6	<b>0,0159</b>	4
8	U8	0,6039	<b>0,0007</b>	8	<b>0,0007</b>		<b>0,0007</b>	<b>0,0007</b>	<b>0,0007</b>	
9	U9	0,6032	0,0113		<b>0,0113</b>		<b>0,0113</b>	<b>0,0113</b>	<b>0,0113</b>	
10	U10	0,5919	<b>0,0021</b>	9	<b>0,0021</b>		<b>0,0021</b>	<b>0,0021</b>	<b>0,0021</b>	
11	U11	0,5898	<b>0,0053</b>		<b>0,0053</b>		<b>0,0053</b>	<b>0,0053</b>	<b>0,0053</b>	
12	U12	0,5845	<b>0,0035</b>		<b>0,0035</b>		<b>0,0035</b>	<b>0,0035</b>	<b>0,0035</b>	
13	U13	0,5811	0,0131		<b>0,0131</b>		<b>0,0131</b>	<b>0,0131</b>	<b>0,0131</b>	

\* ze względu na ograniczoną objętość artykułu, nie wymieniono cech kryterialnych, które dostępne są na stronie internetowej Perspektyw: [www.perspektywy.pl](http://www.perspektywy.pl)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
14	U14	0,5680	<b>0,0009</b>	10	<b>0,0009</b>	6	<b>0,0009</b>	6	<b>0,0009</b>	4
15	U15	0,5671	0,0104		<b>0,0104</b>		<b>0,0104</b>		<b>0,0104</b>	
16	U16	0,5567	<b>0,0034</b>	11	<b>0,0034</b>		<b>0,0034</b>		<b>0,0034</b>	
17	U17	0,5533	<b>0,0080</b>		<b>0,0080</b>		<b>0,0080</b>		<b>0,0080</b>	
18	U18	0,5453	<b>0,0040</b>		<b>0,0040</b>		<b>0,0040</b>		<b>0,0040</b>	
19	U19	0,5413	<b>0,0017</b>		<b>0,0017</b>		<b>0,0017</b>		<b>0,0017</b>	
20	U20	0,5397	<b>0,0016</b>		<b>0,0016</b>		<b>0,0016</b>		<b>0,0016</b>	
21	U21	0,5381	<b>0,0001</b>		<b>0,0001</b>		<b>0,0001</b>		<b>0,0001</b>	
22	U22	0,5380	0,0184	12	<b>0,0184</b>		<b>0,0184</b>		<b>0,0184</b>	
23	U23	0,5196	<b>0,0004</b>		<b>0,0004</b>		<b>0,0004</b>		<b>0,0004</b>	
24	U24	0,5192	0,0115		<b>0,0115</b>		<b>0,0115</b>		<b>0,0115</b>	
...	...	...	...	...	...		...		...	
63	U63	0,2713	<b>0,0012</b>	23	<b>0,0012</b>		<b>0,0012</b>		<b>0,0012</b>	
64	U64	0,2701	<b>0,0061</b>		<b>0,0061</b>		<b>0,0061</b>		<b>0,0061</b>	
65	U65	0,2640	<b>0,0027</b>		<b>0,0027</b>		<b>0,0027</b>		<b>0,0027</b>	
66	U66	0,2613	<b>0,0021</b>		<b>0,0021</b>		<b>0,0021</b>		<b>0,0021</b>	
67	U67	0,2592	<b>0,0073</b>		<b>0,0073</b>		<b>0,0073</b>		<b>0,0073</b>	
68	U68	0,2519	<b>0,0004</b>		<b>0,0004</b>		<b>0,0004</b>		<b>0,0004</b>	
69	U69	0,2515	<b>0,0003</b>		<b>0,0003</b>		<b>0,0003</b>		<b>0,0003</b>	
70	U70	0,2512	<b>0,0029</b>		<b>0,0029</b>		<b>0,0029</b>		<b>0,0029</b>	
71	U71	0,2483	<b>0,0011</b>		<b>0,0011</b>		<b>0,0011</b>		<b>0,0011</b>	
72	U72	0,2472	<b>0,0086</b>		<b>0,0086</b>		<b>0,0086</b>		<b>0,0086</b>	
73	U73	0,2386	<b>0,0019</b>		<b>0,0019</b>		<b>0,0019</b>		<b>0,0019</b>	
74	U74	0,2367	<b>0,0026</b>		<b>0,0026</b>		<b>0,0026</b>		<b>0,0026</b>	
75	U75	0,2341	<b>0,0072</b>		<b>0,0072</b>		<b>0,0072</b>		<b>0,0072</b>	
76	U76	0,2269	<b>0,0053</b>		<b>0,0053</b>		<b>0,0053</b>		<b>0,0053</b>	
77	U77	0,2216	<b>0,0022</b>		<b>0,0022</b>		<b>0,0022</b>		<b>0,0022</b>	
78	U78	0,2194	<b>0,0092</b>		<b>0,0092</b>		<b>0,0092</b>		<b>0,0092</b>	
79	U79	0,2102	<b>0,0030</b>		<b>0,0030</b>		<b>0,0030</b>		<b>0,0030</b>	
80	U80	0,2072	0,0113		<b>0,0113</b>		<b>0,0113</b>		<b>0,0113</b>	
81	U81	0,1958	<b>0,0013</b>	24	<b>0,0013</b>		<b>0,0013</b>		<b>0,0013</b>	
82	U82	0,1946	<b>0,0087</b>		<b>0,0087</b>		<b>0,0087</b>		<b>0,0087</b>	
83	U83	0,1859	<b>0,0053</b>		<b>0,0053</b>		<b>0,0053</b>		<b>0,0053</b>	
84	U84	0,1805	<b>0,0044</b>		<b>0,0044</b>		<b>0,0044</b>		<b>0,0044</b>	
85	U85	0,1762	<b>0,0008</b>		<b>0,0008</b>		<b>0,0008</b>		<b>0,0008</b>	
86	U86	0,1753	<b>0,0030</b>		<b>0,0030</b>		<b>0,0030</b>		<b>0,0030</b>	
87	U87	0,1724	<b>0,0020</b>		<b>0,0020</b>		<b>0,0020</b>		<b>0,0020</b>	
88	U88	0,1703	-		-		-		-	

Legenda: W tabeli wyróżniono realizacje różnic wartości zmiennych syntetycznych spełniających nierówność (6).

Źródło: opracowanie własne

Z analizy wyników klasyfikacji uczelni można wnioskować, że wraz ze wzrostem wartości  $u$ , maleje liczba wyodrębnianych klas uczelni. Dla  $u=0$  uzyskano 24 grupy szkół wyższych, zaś dla  $u=2$  – tylko 4. Przyjęcie wysokiej wartości  $u$  do wyliczenia granicy podziału szkół wyższych na grupy podobnych do siebie pod względem uzyskanego wyniku oceny jednostek, przyczynia się do zaniknięcia podstawowej funkcji liniowego rankingu, jaką jest różnicowanie ich pozycji. W związku z tym zaleca się przyjęcie za  $u$  dolnej granicy proponowanego przez E. Nowaka przedziału  $[0,2]$ , czyli  $u=0$ . Pozwoli to na uwzględnienie w rankingu nieznacznych – z założenia autorki – różnic w wartościach kolejnych, uporządkowanych nierosnąco wartościach zmiennej syntetycznej, a tym samym nie „rozmyje” liniowej hierarchizacji ocenianych uczelni. Zastosowanie metody grupowania obiektów liniowo uporządkowanych pozwoli zatem na skorygowanie liniowego rankingu, czyli przydzielenie takiej samej pozycji uczelniom, pomiędzy których wynikiem oceny różnica jest z założenia nieznaczna. Przyjęcie  $u=0$  oraz pogrupowanie szkół wyższych spowodowało w omawianym przykładzie zmniejszenie przestrzeni wymiaru pozycji uczelni z 88 do 24 (kolumna (5)). Oznacza to, że wśród analizowanych jednostek występują skupienia, w ramach których znajdują się uczelnie charakteryzujące się podobnym lub takim samym poziomem definiowanej poprzez kryteria oceny „jakości” ich działalności. Tym samym w opinii autorki dywersyfikacja uczelni w ramach uzyskanych grup jest nieuzasadniona. Najliczniejszą grupę – uplasowaną na 23 pozycji – tworzy 18 uczelni, które w rankingu „Perspektyw” i „Rzeczpospolitej” znajdują się pomiędzy 63 a 80 pozycją.

Skorygowanie liniowego rankingu z wykorzystaniem zaproponowanej metody klasyfikacji Nowaka może okazać się również przydatne, gdy w zbiorze cech kryterialnych znajdują się takie, które charakteryzują się tak zwaną zdolnością grupowania. Pojęcie to rozwinął A. Sokołowski, który zaproponował procedurę taksonomicznej „wartości” informacyjnej [Pociecha i in. 1988] cech diagnostycznych. Sprowadza się ona do analizy zdolności grupowania oraz zdolności hierarchizacji tych cech. Na podstawie jej wyników można dokonać identyfikacji zadania taksonomicznego, czyli stwierdzić, czy zbiór obiektów opisany zadanymi charakterystykami powinien zostać poddany grupowaniu czy uporządkowaniu liniowemu. Miara zdolności grupowania  $i$ -tej zmiennej wyraża się następującą formułą:

$$G_i = 1 - \frac{1}{R_i} \sum_{j=1}^{m-1} \min \left\{ (x_{i(j+1)} - x_{i(j)}) \cdot \frac{R_i}{m-1} \right\}, \quad (7)$$

gdzie:  $R_i$  oznacza zakres zmienności cechy  $i$  oraz wylicza się ze wzoru:

$$R_i = \max_j \{x_{ij}\} - \min_j \{x_{ij}\}. \quad (8)$$



Miara  $G_i$  przyjmuje wartość z przedziału  $\left\langle 0; 1 - \frac{1}{m-1} \right\rangle$ . Zakłada się, że im jej wartość jest większa, tym zdolność grupowania i-tej zmiennej jest lepsza. Zdolność do hierarchizacji obiektów i-tej zmiennej określa się zaś jako:

$$H_i = 1 - G_i. \quad (9)$$

Przedział zmienności miary  $H_i$  jest postaci  $\left\langle \frac{1}{m-1}; 1 \right\rangle$ . Doskonała zdolność do hierarchizacji istnieje wtedy, gdy odległości pomiędzy sąsiednimi (uporządkowanymi) obserwacjami są takie same. Wówczas zdolność grupowania jest zerowa.

Wartości miar zdolności grupowania i hierarchizacji dla dwóch przykładowo wybranych cech kryterialnych rankingu „Perspektyw” i „Rzeczpospolitej” (zaplecze innowacyjne uczelni – I3 oraz wielokulturowość środowiska studenckiego – Um7) przedstawiono w Tabeli 3.

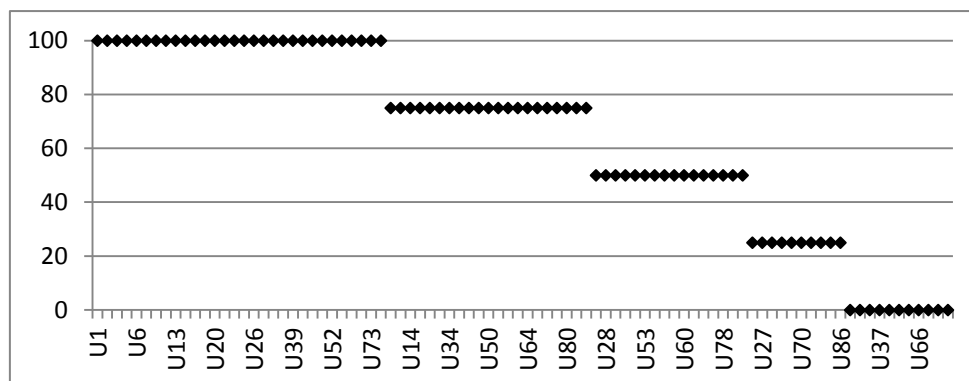
Tabela 3. Miary zdolności grupowania i hierarchizacji

Cecha	Miara zdolności grupowania	Miara zdolności hierarchizacji
I3	0,954	0,046
Um7	0,862	0,138

Źródło: opracowanie własne

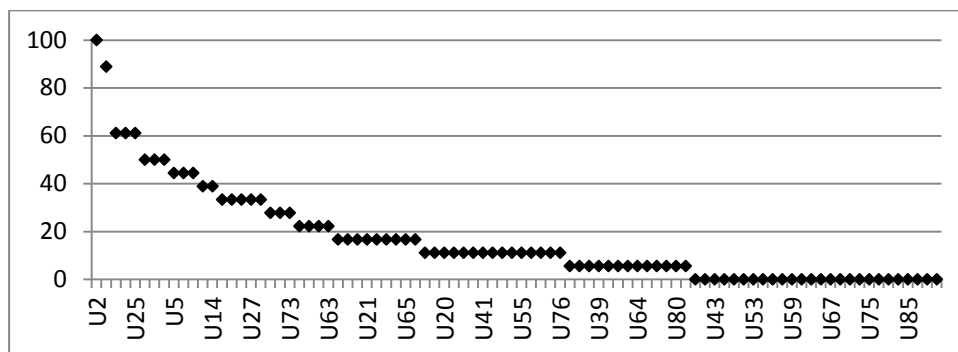
Zaprezentowane w Tabeli 3 wartości omawianych miar świadczą o tym, iż cechy I3 oraz Um7 charakteryzują się dużą zdolnością grupowania. Rozkłady wartości tych cech, zobrazowano na Rysunkach 3 i 4.

Rysunek 3. Rozkład wartości cechy I3



Źródło: opracowanie własne

Rysunek 4. Rozkład wartości cechy Um7



Źródło: opracowanie własne

Analizując rozkłady wartości cech przedstawione na Rysunkach 3 i 4 widać, że dla części uczelni wartości cechy są takie same. Konstrukcja liniowego rankingu z wykorzystaniem tego typu charakterystyk może spowodować, iż wskaźnik rankingowy przyjmie taką samą wartość dla wielu ocenianych jednostek. Nasuwa się pytanie, jak przydzielić im kolejne miejsca w rankingu? Wówczas rozwiązaniem tego problemu jest skorygowanie wyników liniowego rankingu z wykorzystaniem zaproponowanego algorytmu klasyfikacji Nowaka.

Hipotetyczną sytuację, w której do budowy rankingu uczelni wykorzystano dwie cechy kryterialne, wykazujące dużą zdolność grupowania: I3 oraz Um7, przedstawiono w Tabeli 4.

Tabela 4. Wyniki klasyfikacji dziesięciu pierwszych uczelni na podstawie dwóch cech I3 oraz Um7

Liniowy ranking uczelni			Klasyfikacja uczelni, $u=0$ , $z^*=1,1$	
Ranking	Uczelnia	Wskaźnik rankingowy	$\Delta z_{i,i+1}$	Ranking skorygowany
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	U1	94,4	6,9	1
2	U2	87,5	6,9	2
3	U4	80,6	5,6	3
4	U3	75,0	0,0	4
5	U11	75,0	2,8	
6	U5	72,2	0,0	5
7	U15	72,2	5,6	
8	U19	66,7	0,0	6
9	U24	66,7	2,8	
10	U13	63,9	0,0	7

Źródło: opracowanie własne

Powtarzające się wartości wskaźnika syntetycznego przedstawione w kolumnie (3) w Tabeli 4 klasyfikują uczelnie U3 i U11, U5 i U15 oraz U19 i U24 na tej samej pozycji. Nie jest więc możliwe przydzielenie każdej z nich innej rangi, a zatem konstrukcja „tradycyjnej” listy rankingowej nie ma uzasadnienia. Rozwiązaniem tego problemu jest pogrupowanie obiektów według algorytmu Nowaka. Wyniki klasyfikacji przedstawiono w Tabeli 4 w kolumnie (5).

## PODSUMOWANIE

W procesie porządkowania liniowego badacze stają przed wieloma dylematami. Dotyczą one głównie wyboru zmiennych diagnostycznych, sposobu ich ważenia czy przyjęcia odpowiedniej formuły normalizacyjnej [Kukuła 2000]. Nie mniej ważnym problemem w analizie porównawczej jest interpretacja jej wyników. Jak ukazano w artykule, nie zawsze jednoznacznie można ocenić analizowane obiekty. W opinii autorki zastosowanie procedury grupowania Nowaka zmniejsza prawdopodobieństwo błędnej interpretacji otrzymanych rezultatów wynikającej z przydzielenia innych pozycji jednostkom, pomiędzy którymi nie ma istotnych różnic w zdefiniowanej za pomocą kryteriów „jakości” oraz eliminuje problem występowania w zbiorze kryteriów oceny cech charakteryzujących się wysoką zdolnością grupowania.

## BIBLIOGRAFIA

- Balicki A. (2009) Statystyczna analiza wielowymiarowa i jej zastosowania społeczno-ekonomiczne, Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego, Gdańsk.
- Krzyśko M., Wołyński W., Górecki T., Skorzybut M. (2008) Systemy uczące się, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa, str. 362-371.
- Kukuła K. (2000) Metoda unitaryzacji zerowej, PWN, Warszawa.
- Łuniewska M., Tarczyński W. (2006) Metody wielowymiarowej analizy porównawczej na rynku kapitałowym, PWN, Warszawa.
- Mikulec A. (2008) Ocena metod porządkowania liniowego w analizie starości demograficznej, „Wiadomości Statystyczne”, nr 6, str. 28-39.
- Nowak E. (1990) Metody taksonomiczne w klasyfikacji obiektów społeczno-gospodarczych, PWE, Warszawa, str. 94.
- Pociecha J., Podolec B., Sokołowski A., Zając K. (1988) Metody taksonomiczne w badaniach społeczno-ekonomicznych, PWN, Warszawa, str. 63-64.
- Strona internetowa portalu edukacyjnego „Perspektywy”: [www.perspektywy.pl](http://www.perspektywy.pl)

---

### **LINEAR ORDERING – MISTAKES IN INTERPRETATION OF RESULTS AND WAYS OF THEIR ELIMINATION**

**Abstract:** The idea of linear ordering of multivariate objects is construction of aggregated indicator, which will be useful in the comparative analysis. In the empirical research very often there are many problems with interpretation of the results of linear ordering. In the article analysis of value of indicator of polish university ranking was done and the defects of linear ordering was indicated. Moreover, the E. Nowak method of grouping to correct of the results of the linear ordering was proposed. The recommended algorithm is also useful, when in the set of characteristics of the objects are variables characterized by the so-called ability of grouping.

**Keywords:** linear ordering, ranking, grouping, the Nowak method, universities

## **ŚWIADCZENIA RENTOWE WYPŁACANE Z TYTUŁU UBEZPIECZEŃ ODPOWIEDZIALNOŚCI CYWILNEJ**

**Anna Jędrzychowska**

Katedra Ubezpieczeń, Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu  
e-mail: [anna.jedrzychowska@ue.wroc.pl](mailto:anna.jedrzychowska@ue.wroc.pl)

**Streszczenie:** Artykuł poświęcony jest modelom rent, które mogą być pomocne w naliczaniu świadczeń rentowych wypłacanych jako odszkodowanie za szkody osobowe (zwłaszcza z tytułu utraconych dochodów i zwiększonych potrzeb) z ubezpieczeń odpowiedzialności cywilnej. Jeśli bowiem sprawca szkody winien jest konkretnej straty majątkowej związanej z utraceniem dochodów przez osobę poszkodowaną, to zgodnie z polskim prawem (kodeks cywilny art. 415-449) winien jest tę szkodę wyrównać. Jeśli sprawca posiada ubezpieczenie odpowiedzialności cywilnej, to zobowiązane przechodzi na zakład ubezpieczeń, a świadczenie wypłacane jest jako renta bądź jako świadczenie jednorazowe odpowiadające tej rencie.

Świadczenia rentowe wypłacane są najczęściej z tytułu ubezpieczeń: OC komunikacyjnego, OC pracodawcy, OC lekarza i OC podmiotu świadczącego usługi medyczne. W artykule przedyskutowane będą tak zagadnienia związane z podstawową wartością tych świadczeń, jak i modelem renty, który powinien być zastosowany.

**Słowa kluczowe:** szkody osobowe, renty, odpowiedzialność cywilna

### **WPROWADZENIE**

Kodeks Cywilny przewiduje, że każdy poszkodowany z winy innego może domagać zadośćuczynienia w formie pieniężnego odszkodowania, dotyczy to utraty dóbr majątkowych i osobistych, a źródłem strat może być tak szkoda na osobie jak i na mieniu.

Jednym z typów tych odszkodowań, są odszkodowania za utratę przyszłych dochodów, które osiągnął by poszkodowany, w sytuacji gdyby szkoda nie nastąpiła i nie straciłby zdolności do pracy. W polskich sądach oszacowania szkody w odniesieniu do utraty przyszłych dochodów są czynione za pomocą intuicji i nie

są ilościowo odnoszone do sytuacji gospodarczej. Ponadto świadczenia przyznawane z tytułu utraconych dochodów najczęściej nie uwzględniają wartości pieniądza w czasie i ewentualnego realnego wzrostu dochodów poszkodowanego. Zasadne jest jednak indeksowanie świadczenia w celu zachowania jego realnej wartości, jak również utrzymanie standardu życia poszkodowanego przed zdarzeniem i wyrównanie przyrostu jego dochodu, jaki mógłby mieć miejsce, gdyby do zdarzenia nie doszło. Ustalenie wartości obecnej świadczenia potrzebne jest dla poszkodowanego, dla sprawcy, dla sądu, dla zakładu ubezpieczeń, jak i dla instytucji gwarancyjnej ubezpieczyciela np. Ubezpieczeniowego Funduszu Gwarancyjnego. Celem niniejszego artykułu jest pokazanie wagi problemu przyznawania rentowych świadczeń odszkodowawczych z tytułu utraconych dochodów i skutków ich niewłaściwego szacowania, jak również przedstawienie propozycji zobiektywizowanego systemu ich ustalania.

### KONCEPCJA RENTY Z TYTUŁU ODPOWIEDZIALOŚCI CYWILNEJ

Przedmiotem kompensacji w świadczeniach w postaci rent, co do zasady są straty majątkowe, dotyczące dochodów uzyskiwanych cyklicznie lub wydatków ponoszonych cyklicznie. Renta może obejmować: utracone zarobki (art. 444 § 2 k.c.), zwiększone koszty utrzymania (art. 444 § 2 k.c.) czy też utracone środki utrzymania (art. 446 § 2 k.c. Renta może być przyznana bezpośrednio poszkodowanemu lub jego osobom bliskim (pośrednio poszkodowanym) [Kwiecień 2015, Jędrzychowska, Kwiecień 2014, Rzetecka-Gil 2011].

Przedmiotem niniejszego artykułu są rozważania nad rentą stanowiącą odszkodowania za utracone dochody. W przypadku utraconych zarobków judykatura prezentuje następujące stanowisko: Renta powinna odpowiadać różnicy między hipotetycznymi dochodami, które poszkodowany osiągałby, gdyby nie doszło do zdarzenia szkodzącego, a dochodami, które uzyskuje, będąc poszkodowanym, uwzględniając świadczenia otrzymywane z tytułu ubezpieczenia społecznego. Przy ustalaniu wysokości dochodów należy uwzględnić wszystkie dotychczas uzyskiwane, w tym dochody nieregularne, ale także te, których uzyskanie w przyszłości było wysoce prawdopodobne ze względu na rozwój kariery zawodowej (wyrok SA w Łodzi sygn. I Ca 637/13; wyrok SA w Białymstoku sygn. I ACa 338/12, wyrok SN sygn. II PK 291/12). Przy ocenie aktualnej zdolności zarobkowej poszkodowanego powinno się uwzględniać realną sytuację na rynku pracy, czyli faktyczne możliwości pracy przez osobę poszkodowaną, z ograniczoną zdolnością do pracy (wyrok SA w Białymstoku, sygn. I ACa 338/12; wyrok SA w Łodzi, sygn. I ACa 1240/12).

W przypadku, gdy roszczenie wysuwają pośrednio poszkodowani, renta nie może być wyższa od kwoty, którą zmarły byłby zobowiązany świadczyć z tytułu obowiązku alimentacyjnego, a przy ustalaniu jej wysokości należy stosować kryteria obejmujące usprawiedliwione potrzeby uprawnionego oraz możliwości zarobkowe i majątkowe możliwości zobowiązanego (wyrok SA w Szczecinie sygn.

III APa 13/12). Istotą renty jest restytucja stanu rzeczy, jaki istniał w chwili śmierci zmarłego, w sensie gospodarczym zatem uprawniony nie powinien utracić swej dotychczasowej stopy życiowej (wyrok SA w Łodzi sygn. I ACa 243/13).

Zaprezentowane regulacje są obowiązującymi w Polsce przepisami prawa i należy podkreślić, że zasady i regulacje dotyczące przyznawania rent i ich wysokości są odmienne w poszczególnych krajach. W literaturze przedmiotu można znaleźć ich opisy oraz zestawienie [szerzej: Kwiecień 2015, Jędrzychowska, Kwiecień 2014, Luckett i Craner 1994, Haberman i Bloomfield 1990, Ritchie 1994, Ward 2009, Tinaii i Kucsma 2010, Spizman i Tinari 2011, Anderson i Roberts 1989, Bryan i Linke 1988, Lane i Glennon 1985, Gilbert 1994, 1997, Thornton 1997, Rodgers i in. 1996, Nelson i Patton 1990, Mullett i in. 1990, Gohmann i in. 1998, Smith 1982, Minnechan 2009, Tinari i in. 2006].

### PRZYKŁADOWE MODELE RENT

Obecnie zostaną przywołane przykładowe modele rent z matematyki finansowej oraz aktuarialnej, które mogą stanowić podstawę naliczania wartości obecnej lub aktuarialnej świadczenia rentowego (zaprezentowane renty są płatne „z góry”, a renty opisane wzorami 5-8 oparte są na rachunku aktuarialnym).

Renta terminowa, stała:

$$PV = A \frac{(1+r)^n - 1}{r} v^{n-1} \quad (1)$$

Renta wieczysta, stała:

$$PV = \frac{A}{r} \quad (2)$$

Renta terminowa, rosnąca, arytmetyczna:

$$PV = \left[ \left( A + \frac{d}{r} \right) \frac{(1+r)^n - 1}{r} - \frac{nd(1+r)}{r} \right] v^n \quad (3)$$

Renta terminowa, rosnąca, geometryczna:

$$PV = A \frac{(1+r)^n - (1+g)^n}{r-g} v^n \quad (4)$$

Renta życiowa terminowa, stała:

$$\ddot{a}_{x:n} = \sum_{k=0}^n v^k {}_k p_x \quad (5)$$

Renta życiowa terminowa, rosnąca:

$$I\ddot{a}_{x:n} = \sum_{k=0}^n (1+i)^{k-1} v^k {}_k p_x \quad (6)$$

Renta życiowa na całe życie, stała:

$$\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{\omega-x} v^k {}_k p_x \quad (7)$$

Renta życiowa na całe życie, rosnąca:

$$I\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{\omega-x} (1+i)^{k-1} v^k {}_k p_x \quad (8)$$

gdzie:  ${}_k p_x$  – prawdopodobieństwo że osoba w wieku  $x$  lat przeżyje jeszcze  $k$  lat;  $v = \frac{1}{1+r}$  – czynnik dyskontujący;  $A$  – wysokość okresowego świadczenia (np. rocznego, miesięcznego);  $r$  – stopa procentowa;  $i$  – wskaźnik indeksacji renty;  $d$  –

przyrost renty arytmetycznej;  $g$  – przyrost renty geometrycznej;  $\omega$  – maksymalny wiek, który znajduje się w TTŻ;  $n$  – czas wypłaty renty – np. liczba lat, miesięcy.

W literaturze i praktyce rynkowej funkcjonują też inne rozwiązania. Przykładowo na rynku amerykańskim wartość przyszłego życia zawodowego poszkodowanego wyliczana się jako wypadkowa długości życia zawodowego i fluktuacji na rynku pracy [Bryan, Linke 1988]. Wartość obecną renty można również wyznaczyć przez opisanie renty jako łańcucha Markowa, a wartość obecną renty można wyznaczyć za pomocą rachunku macierzowego [Dębicka 2012].

Jak już wspomniano wcześniej nie ma jednoznacznej wykładni, jaka metodologii obliczeń powinna być wykorzystywana przy ustalaniu wysokości świadczenia dla poszkodowanego. Ogólna przesłanka mówiąca o tym, że przyznane świadczenie rentowe powinno stanowić zastąpienie dotychczas otrzymywanych przez poszkodowanego dochodów i tych, które otrzymywałby on gdyby do wypadku nie doszło, nie rozstrzyga jak należy ustalać wysokość renty i kalkulować jej wartość obecną. Pojawiają się pytania o wysokość świadczenia, o włączenie do niego składek na ubezpieczenia zdrowotne i społeczne, o indeksowanie świadczenia, o czas wypłat oraz o formę – okresowo czy jednorazowo [więcej: Jędrzychowska 2014, Jędrzychowska, Kwiecień 2014, Jędrzychowska i in. 2014 a, 2014 b].

## UZASADNIENIE KONIECZNOŚCI KALKULACJI I PRZYKŁADY

Mając pełną świadomość, że każdy z przyjętych modeli kalkulacji jest bardzo wrażliwy na założenia, autorka zaprezentuje kilka obszarów zastosowań tego typu obliczeń z usadowieniem konieczności ich dokonywania. Przykład 1 pokazuje problem braku waloryzacji renty, podobnie przykład 2. Oba pozwalają też określić „wartość” szkody osobowej. Wiedza na temat rozmiaru tego zobowiązania jest istotna tak dla sprawcy, jak i dla jego ubezpieczyciela, a w niektórych przypadkach (np. wypadków komunikacyjnych, odszkodowaniach za błędy medyczne czy wypadki przy pracy) dla instytucji gwarancyjnej (np. Ubezpieczeniowego Funduszu Gwarancyjnego). Przykłady 2 i 3 pokazują powagę problemu związanego z roszczeniami osób w młodym wieku. Ponadto Przykład 3 pozwala pokazać problem wzrostu wartości roszczenia, jeśli jest kierowane przez obywateli innych państw. Przykład 4 zawiera symulację rent terminowych dla pośrednio poszkodowanych.

### Przykład 1

Na skutek wypadku niezdolna do pracy staje się 37-letnią kobietą, mającą podjąć pracę z wynagrodzeniem netto ok. 2 000 PLN. Sąd przyznał poszkodowanej rentę z tytułu utraconych dochodów w wysokości 1 132 PLN miesięczne, jako uzupełnienie świadczenia rentowego z ZUS wynoszącego 867,18 PLN.

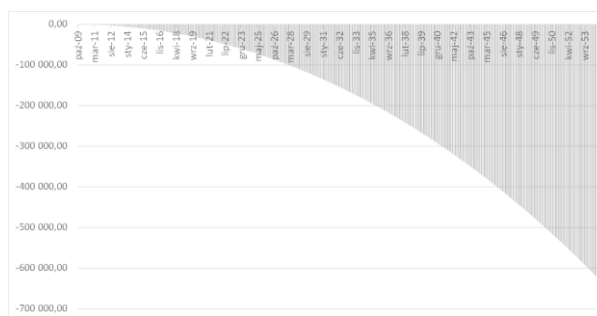
Założenia: życiowa rosnąca renta terminowa (wzór 6). Za prognozę średniego miesięcznego wzrostu płac w gospodarce przyjęto średni miesięczny wskaźnik wzrostu płac w sektorze przedsiębiorstw oszacowany na podstawie danych historycznych (0,373% miesięcznie). W celu ukazania wartości realnej świadczeń



wykorzystano długoterminową prognozę inflacji poprzez przyjęcie tego wskaźnika na poziomie celu inflacyjnego określonego przez Radę Polityki Pieniężnej (2,5% rocznie). Za wysokość pierwszego miesięcznego świadczenia rentowego przyjęto kwotę przyznana przez sąd, pomijając rozważania na temat zasadności jej wielkości.

Oszacowano wartość obecną świadczenia rentowego wyniosła ona 369 417 PLN, a kapitalizowanej renty teoretycznej 989 458 PLN. W rozważanym przykładzie zaniżenie świadczenia w wartościach realnych w skali całego okresu wyniosło 620 041 PLN (w odniesieniu do oczekiwanej dalszej długości życia). Jak widać brak kapitalizacji renty przyznanej przez sąd skutkuje powstawaniem skumulowanego niedoboru w dochodach gospodarstwa domowego (Rysunek 1), a co za tym idzie, pogarszaniem się standardu życia tego gospodarstwa.

Rysunek 1. Skumulowany niedobór z tytułu przyznanej renty



Źródło: opracowanie własne

## Przykład 2

W imieniu nowonarodzonego dziecka, które zostało poszkodowane w czasie porodu i spowodowaniem dużej wady wzroku, złożono wniosek o rentę miesięczną równą połowie średniego miesięcznego wynagrodzenia w sektorze przedsiębiorstw. W wyniku postępowania sądowego została przyznana renta miesięczna w wysokości 1 317 PLN (z tytułu utraty dochodów i zwiększenia wydatków<sup>1</sup>). W symulacji przyjęto szacowaną liczbę miesięcy wypłat renty w liczbie 864, co odpowiada przewidywanym 72 latom życia noworodka.

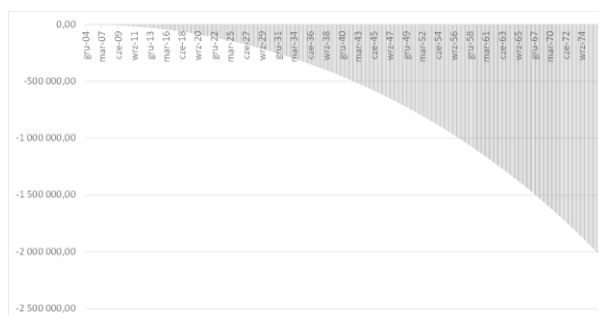
Założenia: życiowa rosnąca renta terminowa (wzór 6). Wskaźnik wzrostu płac i wskaźnik inflacji przyjęto jak w Przykładzie 1. Za wysokość pierwszego miesięcznego świadczenia rentowego przyjęto kwotę przyznaną przez sąd.

Wartość obecną teoretycznej renty z uwzględnieniem indeksacji sięga poziomu 2 538 119 PLN, natomiast bez indeksacji wartość ta jest 5-krotnie mniejsza i wynosi tylko 532 413 PLN. W przykładzie tym dobitnie widać jak duże znaczenie dla poszkodowanych ma indeksowanie świadczenia rentowego. Szczególnie, gdy

<sup>1</sup> W kalkulacji kwota ta nie została rozdzielona na rentę z tytułu utraty dochodów i zwiększonych wydatków.

odnosi się do ludzi młodych. W rozpatrywanym przypadku niedobór przekroczył kilkakrotnie wartość przyznanego świadczenia i wyniósł 2 005 706 PLN (por. Rysunek 2). Wartość ostatniej zasymulowanej wypłaty w ujęciu realnym bez indeksacji wyniosła jedynie 223 PLN, wobec kwoty 5 533 (realna wartość teoretycznej renty indeksowanej).

Rysunek 2. Skumulowany niedobór z tytułu przyznanej renty



Źródło: opracowanie własne

### Przykład 3

W czasie porodu noworodek doznał 4-kończynowego porażenia mózgowego. Przyznano odszkodowanie w wysokości 477 000 PLN (w tym zadośćuczynienie w wysokości 300 000 PLN) oraz comiesięczną rentę dożywotnią w wysokości 2 800 PLN na rzecz małoletniego powoda. Świadczenie w przeliczeniu na euro: 680 EUR.

Założenia: renta życiowa (wzór 8) indeksowana o stopę inflacji na poziomie 3,3%, stopa procentowa na poziomie 2,8% oraz renty stałej (wzór 7).

Wartość obecna renty rosnącej dla chłopca to 390 513 EUR, a dla dziewczynki: 419 088 EUR. Zaś dla rent bez indeksacji wielkości wynoszą 243 068 EUR i 251 765 EUR. Jeśli zestawieć te wartości z minimalnymi sumami gwarancyjnymi<sup>2</sup> (MSG) dla lekarzy 75 tys. Euro i szpitali 100 tys. Euro, widać niewystarczalność tych kwot do pokrycia roszczeń.

Przykład ten można poszerzyć o rozważania w ujęciu międzynarodowym. Biorąc pod uwagę że obywatele krajów ościennych mogą skorzystać z opieki medycznej w Polsce, warto przeanalizować czy na pokrycie ich roszczeń wystarczy sum gwarancyjnych. Tabele 1 i 2 prezentują wartości obecne rent (o wysokości 680 Euro – zgodnie z wyrokiem sądu, użyto tablic trwania życia 2012 wg Eurostatu) dla obywateli krajów sąsiadujących z Polską, a także z Wielkiej Brytanii. Obywatele Wielkiej Brytanii często przylatują do Polski, aby skorzystać z opieki

<sup>2</sup> W przypadku obowiązkowe ubezpieczenia OC, przepis prawny wprowadzający obowiązek takiego ubezpieczenia wskazuje również minimalną sumę ubezpieczenia, na którą takie ubezpieczenie musi być zawarte. Kwota ta zwana jest minimalną sumą gwarancyjną (MSG).

medycznej, zwłaszcza stomatologicznej. Jak widać i w tym przypadku kwoty stanowiące MSG dla ubezpieczeń OC związanych z działalnością medyczną nie pokrywają wyliczonych wartości obecnych rent odszkodowawczych.

Tabela 1. Wartość obecna rosnącej renty życiowej dla chłopca i dziewczynki

Kraj	PV (EUR) - CH	PV (EUR) - D	kraj	PV (EUR) - CH	PV (EUR) - D
BY	368 479	408 374	RU	352 913	397 323
CZ	399 383	419 894	SK	390 119	415 498
DE	109 809	425 230	UA	358 576	397 678
LT	374 352	413 911	GB	411 443	424 516

Źródło: obliczenia własne

Tabela 2. Wartość obecna stałej renty życiowej dla chłopca i dziewczynki

Kraj	PV (EUR) - CH	PV (EUR) - D	kraj	PV (EUR) - CH	PV (EUR) - D
BY	236 004	248 809	RU	229 377	244 632
CZ	246 364	252 432	SK	243 018	250 845
DE	249 318	253 728	UA	244 789	231 504
LT	237 554	250 247	GB	249 435	253 157

Źródło: obliczenia własne

#### Przykład 4

Na skutek błędu lekarskiego umiera 35-letni mężczyzna, są 3 osoby poszkodowane pośrednio, żona lat 30 oraz dzieci w wieku 4 i 7 lat. Zarobki zmarłego były na poziomie przeciętnego wynagrodzenia w 2014r. Udział jego osobistej konsumpcji ustalono na poziomie 10% wynagrodzenia (analogicznie do zasad ustalania renty rodzinnej ZUS). Dzieci uzyskują rentę do 25 roku życia przy założeniu edukacji (odpowiednio 20 i 18 lat kompensacji) 25% kwoty, a wdowa do ukończenia przez dzieci pełnoletniości (13 lat kompensacji) 50% kwoty.

Założenia: życiowa renta terminowa rosnąca i stała (wzory 5 i 6). Indeksowanie stopą inflacji 2,8%. Wysokość przeciętnych wynagrodzeń netto przyjęto za Eurostatem.

Wyniki kalkulacji w 4 wariantach (nie ustalono płci dzieci) dla obu rent zamieszczono w Tabelach 3 i 4.

Tabela 3. Wartość obecna rosnącej renty życiowej

	Wysokość rocznego świadczenia (EUR)			Łączna wartość rent			
	żona	dziecko1	dziecko2	żona, syn, syn	żona, syn, córka	żona, córka, syn	żona, córka, córka
BY	1 482,60	741,30	741,30	46 562,58	46 586,60	46 588,16	46 612,18
CZ	3 048,85	1 524,42	1 524,42	96 058,38	96 081,10	96 079,86	96 102,58
DE	2 084,18	1 042,09	1 042,09	65 483,34	65 526,12	65 528,20	65 570,97
LT	9 723,85	4 861,92	4 861,92	306 514,04	306 573,49	306 579,33	306 638,78
PL	2 664,85	1 332,43	1 332,43	83 918,07	83 951,33	83 953,22	83 986,48
RU	2 213,40	1 106,70	1 106,70	69 229,16	69 287,81	69 291,91	69 350,56
SK	2 792,02	1 396,01	1 396,01	87 915,79	87 956,95	87 955,56	87 996,71

	Wysokość rocznego świadczenia (EUR)			Łączna wartość rent			
	żona	dziecko1	dziecko2	żona, syn, syn	żona, syn, córka	żona, córka, syn	żona, córka, córka
UA	688,80	344,40	344,40	21 574,23	21 587,73	21 588,98	21 602,48
GB	11 803,11	5 901,55	5 901,55	371 872,07	371 937,76	371 940,05	372 005,74

Źródło: obliczenia własne

Tabela 4. Wartość obecna stałej renty życiowej

	Wysokość rocznego świadczenia (EUR)			Łączna wartość rent			
	żona	dziecko1	dziecko2	żona, syn, syn	żona, syn, córka	żona, córka, syn	żona, córka, córka
BY	1 482,60	741,30	741,30	41 112,50	41 131,51	41 131,94	41 150,95
CZ	3 048,85	1 524,42	1 524,42	84 799,51	84 817,19	84 815,34	84 833,01
DE	2 084,18	1 042,09	1 042,09	57 819,65	57 853,07	57 853,27	57 886,69
LT	9 723,85	4 861,92	4 861,92	270 577,27	270 624,09	270 626,76	270 673,58
PL	2 664,85	1 332,43	1 332,43	74 086,17	74 112,17	74 112,52	74 138,52
RU	2 213,40	1 106,70	1 106,70	61 140,08	61 186,31	61 187,54	61 233,77
SK	2 792,02	1 396,01	1 396,01	77 615,62	77 648,47	77 645,67	77 678,52
UA	688,80	344,40	344,40	19 051,27	19 061,89	19 062,43	19 073,05
GB	11 803,11	5 901,55	5 901,55	328 278,64	328 330,21	328 329,66	328 381,23

Źródło: obliczenia własne

W tym przypadku cała rodzina poszkodowanego otrzymuje świadczenie niższe niż przeciętne wynagrodzenie w gospodarce i otrzymuje je nie dożywotnio, ale na określony czas. Pokrycie tych rent przez MSG, które obowiązują w Polsce dla ubezpieczeń OC związanych z działalnością medyczną jest zdecydowanie lepsze – choć wciąż nie jest to pokrycie pełne. W przykładzie tym widać różnice w wysokościach świadczeń, jakie wypłacane są osobom z różnych krajów. Należy bowiem pamiętać, że odszkodowanie powinno być ustalone na poziomie odpowiadającym wcześniejszemu stanowi majątkowemu poszkodowanego. Z tego wynika uzależnienie wysokości renty od płac w poszczególnych państwach. Również w tym przypadku MSG nie jest wystarczająco wysoka do pokrycia roszczeń, szczególnie dla obywateli Wielkiej Brytanii i Niemiec. Gdyby przykład ten przenieść na grunt ubezpieczeń OC związanych z ruchem drogowym należałoby podkreślić, MSG<sup>3</sup> podane w Dyrektywach [Dyrektywa, 2009] dla tych ubezpieczeń, w dużej mierze wystarczają do pokrycia roszczeń osób poszkodowanych.

<sup>3</sup> W przypadku szkód na osobie MSG wynosi obecnie 1 mln EUR na jednego poszkodowanego zamiast 5 mln EUR na jedno zdarzenie. Kraje członkowskie UE mogą wybrać jedno z zaproponowanych rozwiązań. Ponadto mogą też ustanowić sumy gwarancyjne na wyższym poziomie np. w Szwajcarii jest to 50 mln EUR lub też zastosować rozwiązanie, w którym odpowiedzialność ubezpieczyciela nie jest limitowana, takie rozwiązanie stosowane jest np. w Finlandii, Francji, Norwegii, Wielkiej Brytanii.

Jak pokazały powyższe przykłady w sytuacji poszkodowania osób młodych, zabezpieczenie na poziomie MSG nie istnieje. Nie jest ono też spełnione przy poszkodowaniu osób w średnim wieku. Jedynie przyznanie rent terminowych kilku poszkodowanym pośrednio, gdy wartość renty nie przekracza łącznie średniego wynagrodzenia w gospodarce, jest mniej więcej zabezpieczone. Nie mniej należy pamiętać że MSG dla ubezpieczenia OC winna pokrywać także roszczenia związane z zadośćuczynieniem, a te świadczenia nie były uwzględniane w przykładach.

### WNIOSKI KOŃCOWE

Zaprezentowane rozważania teoretyczne jak również przeprowadzone symulacje, wskazują na potrzebę zmiany dotychczasowej praktyki przyznawania odszkodowawczych świadczeń rentowych z tytułu utraconych dochodów, jaka ma miejsce w polskich sądach. Decyzja sądu dotyczy jedynie nominalnej wartości świadczenia i nie wskazują na potrzebę indeksowania świadczenia w przyszłości, czego zobowiązane do wypłaty świadczeń podmioty zatem nie czynią. Praktyka niewaloryzowania świadczenia przez sądy prowadzi do szybkiego realnego obniżenia wartości przyznanej renty, a co za tym idzie do szybkiego obniżania się standardu życia poszkodowanego. Taka sytuacja może powiększać odczucie doznanej krzywdy przez poszkodowanego w związku utratą przez niego możliwości partycypacji we wzroście gospodarczym i zwiększaniu realnego poziomu dochodów tak jak reszta społeczeństwa. Różnica w wartościach obecnych świadczeń odszkodowawczych jest szczególnie dotkliwa w przypadku poszkodowanych osób małoletnich. Zaniżenie świadczenia może być w tym przypadku kilkakrotne. W celu uniknięcia tych rozbieżności należy waloryzować świadczenia rentowe, aby nie tylko realnie utrzymać ich wartości, ale również uwzględniać wzrost wynagrodzeń w gospodarce, a przez to utrzymać standard życia poszkodowanego w stosunku do reszty społeczeństwa. Winno się zatem uwzględniać tempo wzrostu świadczenia na poziomie możliwym do osiągnięcia przez poszkodowanego, gdyby kontynuował lub podjął on pracę zarobkową. Można również stwierdzić, że renta przyznana z pominięciem waloryzacji świadczenia (jak to się dzieje w polskiej praktyce sądowej) nie spełnia swojej funkcji, która jest subsydiowanie utraconych przez poszkodowanego dochodów, jej wartość bowiem znacząco (w późniejszych latach jej wypłacania) odbiega od wartości dochodów, które powinna zastępować.

Symulacje pozwalają też stwierdzić, że dla części ubezpieczeń OC, które w Polsce są obowiązkowe (np. OC posiadaczy pojazdów mechanicznych, OC lekarzy) zaproponowane prawem MSG nie dają pokrycia dla obecnych wartości możliwych roszczeń [więcej w: Jędrzychowska 2015, Jędrzychowska, Kwiecień 2015]. Sumy gwarancyjne nie zabezpieczają w pełni ewentualnych roszczeń poszkodowanych, szczególnie w sytuacji, w której uszczerbek na zdrowiu okaże się znaczny. Duże znaczenie mają również szkody wyrządzone przy porodzie.

Wtedy przyznawana jest dożywotnia renta, co stanowi duże obciążenie finansowe dla odpowiedzialnego podmiotu. Należy bowiem pamiętać, że z kwoty tej pokryte będą nie tylko należne odszkodowania czy zadośćuczynienia, ale także koszty potencjalnych rent. Wobec podwyższającej się szkodowości oraz zapadających wyroków sądowych wydaje się konieczne rozważenie podwyższenia proponowanych sum gwarancyjnych, mając oczywiście na względzie iż koszty tych ubezpieczeń wzrosną.

## BIBLIOGRAFIA

- Anderson, G. A and Roberts D. L. (1989) Stability in the present value assessment of lost earnings, *The Journal of Risk and Insurance*, Vol. 56 (1), pp. 50–66.
- Bryan, W., Linke, C. M. (1988) The estimation of the age/earnings profiles in wrongful death and injury cases: comment, *The Journal of Risk and Insurance*, Vol. 55 (1), pp. 168–173.
- Dębicka J. (2012) Modelowanie strumieni finansowych w ubezpieczeniach wieloosobowych, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu.
- Dyrektywa Parlamentu Europejskiego i Rady 2009/103/WE z dnia 16 września 2009 r. w sprawie ubezpieczenia od odpowiedzialności cywilnej za szkody powstałe w związku z ruchem pojazdów mechanicznych i obowiązku egzekwowania obowiązku ubezpieczania od takiej odpowiedzialności, Dz. Urz. UE L263/11.
- Gilbert R. F. (1994) Estimates of earnings growth rates based on earnings profiles, *Journal of Legal Economics*, Vol. 4 (2), pp. 1–18.
- Gilbert R. F. (1997) Long-term and short-term changes in earnings profiles, *Journal of Forensic Economics*, Vol. 10 (1), pp. 29–49.
- Gohmann S. F., McCrickard M. J. and Slesnick F. (1998) Age-earnings profiles estimates: Do they change over time?, *Journal of Forensic Economics*, Vol. 11 (3), pp. 173–190.
- Haberman, S., Bloomfield D. (1990) Work time lost to sickness, unemployment and stoppages: Measurement and application, *Journal of the Institute of Actuaries*, pp. 533–578.
- Jędrzychowska A. (2014) Application of poverty measures for determining compensations for bodily injury, Papież Monika, Śmiech Sławomir (red.) *Proceedings of the 8th Professor Aleksander Zelias International Conference on Modelling and Forecasting of Socio-Economic Phenomena*, Foundation of the Cracow University of Economics, pp. 57–66.
- Jędrzychowska A. (2015) Size of compensation for personal injuries offered by the current coverage plans in Medical Liability Insurance, *European Financial Systems, Proceedings of the 12th International Scientific Conference*, Kajurová Veronika, Krajíček (red.) pp. 230–237.
- Jędrzychowska A., Kwiecień I. (2014) Renty z tytułu szkód na osobie - tendencje i wyzwania w ubezpieczeniach odpowiedzialności cywilnej, *Problemy Zarządzania*, Wydział Zarządzania, Uniwersytet Warszawski, Vol. 12, nr 4/1, pp. 222–245.
- Jędrzychowska A., Kwiecień I. (2015) Classification of work-related accidents as the basis of analysis of employers liability risk and insurance decisions, *European Financial Systems 2015, Proceedings of the 12th International Scientific Conference*, Kajurová Veronika, Krajíček Jan (red.), pp. 238–245.

- Jędrzychowska A., Poprawska E. (2013) Szkody osobowe w ubezpieczeniach odpowiedzialności cywilnej posiadaczy pojazdów mechanicznych - problem rent, [w:] Zastosowanie metod ilościowych i jakościowych w modelowaniu i prognozowaniu zjawisk społeczno-gospodarczych, Pawełek B. (red.), Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, ISBN 978-83-7252-650-2, str. 154-169.
- Jędrzychowska A., Poprawska E. (2014) Personal injuries from motor third party liability insurance and the minimum guarantee fund, *Systems Thinking for a Sustainable Economy: Advancements in Economic and Managerial Theory and Practice: CD of Proceedings. Refereed Proceedings of Business Systems Laboratory, Universitas Mercatorum*, pp. 1-15.
- Jędrzychowska A., Poprawska E. (2014) Disability Benefits for Victims of Traffic Accidents - Size of Compensations Offered by the Current Amount of Coverage in MTPL Insurance, *European Financial Systems 2014, Proceedings of the 11th International Scientific Conference*, Deev Oleg, Kajurová Veronika, Krajiček Jan (red.), pp. 280-287.
- Jędrzychowska A., Kwiecień I., Poprawska E. (2013) Kompensacja szkód osobowych o charakterze majątkowym pokrywanych z ubezpieczeń odpowiedzialności cywilnej – koncepcje ekonomiczne, [w:] Ryzyko i efektywność funkcjonowania ubezpieczeń komunikacyjnych w Polsce, Ronka-Chmielowiec W. (red.), Wyd. Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, ISBN 978-83-7695-424-0, str. 163-177.
- Jędrzychowska A., Kwiecień I., Poprawska E. (2013) Szkody osobowe w ubezpieczeniach odpowiedzialności cywilnej posiadaczy pojazdów mechanicznych – problem rent, [w:] Ryzyko i efektywność funkcjonowania ubezpieczeń komunikacyjnych w Polsce, Ronka-Chmielowiec Wanda (red.), Wyd. Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu.
- Jędrzychowska A., Kwiecień I., Poprawska E. (2014) Postawy społeczne w obszarze dochodzenia roszczeń z tytułu ubezpieczeń odpowiedzialności cywilnej na tle badania ankietowego, *Rozprawy Ubezpieczeniowe*, nr 2 (17), str. 30-55.
- Jędrzychowska A., Kwiecień I., Poprawska E. (2014) Social attitudes as the factor of growing liability insurance claims – study of Polish market in context of global trends, *Business and Economic Horizons*, Prague Development Center, Vol. 10, nr 1, pp. 18-42.
- Kucsma K. K., Tinari F. D. (2010) Assessing Economic Damages in Personal Injury and Wrongful Death Litigation: The State of New Jersey, *Journal of Forensic Economics*, Vol. 21, Issue 2 (June 2010), pp. 219–234.
- Kwiecień I., (2015) Ekonomiczna analiza dochodzenia roszczeń o zadośćuczynienie za szkody na osobie z ubezpieczeń odpowiedzialności cywilnej, *Monografie i Opracowania - Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu*, nr 253, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, ISBN 978-83-7695-431-8.
- Lane J., Glennon D. (1985) The estimation of age/earnings profiles in wrongful death and injury cases, *Journal of Risk and Insurance*, Vol. 52 (4), pp. 686–695.
- Lewis R., McNabb R., Robinson H., Wass V. J. (2002) A comparison of two alternative methods for determining loss of future earnings in personal injury cases. Presented at: Royal Economic Society Annual Conference 2002, Warwick, UK, 25-27 March 2002.
- Luckett N., Craner J. (1994) Multipliers: Are the courts being fair to claimants?, *Journal of Personal Injury Litigation*, pp. 139-46.
- Minnchan R. (2009) Examples of „schedules of damages” used in Europe and the United States, [w:] *Personal Injury and Wrongful Death Damages Calculations: Transatlantic*

- Dialogue (red.), J. O. Ward, R. J. Thornton, Contemporary Studies in Economic and Financial Analysis, Vol. 91.
- Mullet M. J., Nelson D. M., Patton R. T. (1990) Alternative measures of earnings growth, *Journal of Forensic Economics*, Vol. 3 (1), pp. 29–50.
- Nelson D. M., Patton R. T. (1990) Measuring earnings growth in the U.S., *Journal of Legal Economics*, Vol. 3 (3), pp. 11–22.
- Ritchie D. (1994) Smith v Manchester awards: How do courts assess loss of capacity on the labour market, *Journal of Personal Injury Litigation*, pp.103–107.
- Rodgers J. D., Brookshire M. L., Thornton R. J. (1996) Forecasting earnings using age-earnings profiles and longitudinal data, *Journal of Forensic Economics*, Vol. 9 (2), pp. 169–210.
- Rzetecka - Gil (2011) Kodeks cywilny. Komentarz. Zobowiązania - część ogólna; LEX/El.
- Smith S. J. (1982) New worklife estimates reflect changing profile of labor force, *Monthly Labor Review*, Vol. 105 (3), pp. 15–20.
- Spizman L., Tinari F. D. (2011) Assessing Economic Damages in Personal Injury and Wrongful Death Litigation: The State of New York, *Journal of Forensic Economics*, Vol. 22, Issue 1 (June 2011), pp. 75–100.
- Thornton R. J., Rodgers J. D., Brookshire M. L. (1997) On the interpretation of age-earnings profiles, *Journal of Labour Research*, Vol. 18 (2), pp. 351–365.
- Tinari F., Cahill K. E., Grivoyannis E. (2006) Did the Victim Compensation Fund Accurately Assess Economic Losses?, *Topics in Economic Analysis & Policy*, Vol. 6, Issue 1.
- Ward J. O. (2009) Economic damages and tort reform: a comparative analysis of the calculation of economic damages in personal injury and death litigation in the United States and the United Kingdom, [w:] J. O. Ward i R. J. Thornton (red.), *Personal Injury and Wrongful Death Damages Calculations: Transatlantic Dialogue*, Contemporary Studies in Economic and Financial Analysis, 91.

#### ANNUITIES PAID ON THE BASIS LIABILITY INSURANCE

**Abstract:** Article will describe the types of annuities that can be helpful in calculating pension benefits paid as compensation (in particular for loss of earnings and increased needs) in respect of civil liability insurance. Annuities are paid by personal injury. If the offender is guilty of the material loss associated with losing the income of the person injured or increased needs, according to Polish law (Civil Code Art. 415-449) should compensate the damage. If the offender has liability insurance is required to transferred to the insurance company and the benefit is paid as an annuity or as a one-time benefit equivalent to those annuity.

Pension benefits paid are usually of insurance: motor third-party liability, employers liability, medical liability and the liability of the provider of medical services. The paper will be discussed as issues related to the fundamental value of these benefits, as well as pension model that should be applied.

**Keywords:** personal injured, annuities, liability



## PODEJMOWANIE DECYZJI Z WYKORZYSTANIEM ROZMYTEJ METODY SAW I TRANSFORMATY MELLINA<sup>1</sup>

**Dariusz Kacprzak**

Katedra Matematyki, Politechnika Białostocka  
e-mail: d.kacprzak@pb.edu.pl

**Katarzyna Rudnik**

Katedra Inżynierii Wiedzy, Politechnika Opolska  
e-mail: k.rudnik@po.opole.pl

**Streszczenie:** W pracy przedstawiono zastosowanie transformaty Mellina do porównania liczb rozmytych będących wynikiem działania metody FSAW. Transformata Mellina wykorzystuje funkcję gęstości prawdopodobieństwa związanej z liczbą rozmytą, po uwzględnieniu transformacji proporcjonalnej. Pozwala to na porządkowanie liniowe liczb rozmytych w oparciu o miary statystyczne (średnią i wariancję). W szczególności przedstawiono zależności matematyczne dla trójkątnych liczb rozmytych. Metodę zilustrowano na przykładzie wieloatrybutowego podejmowania decyzji.

**Słowa kluczowe:** podejmowanie decyzji, metoda wielokryterialna, liczby rozmyte, rozmyta metoda SAW, transformata Mellina

### WSTĘP

Wieloatrybutowe metody rankingowe dostarczają narzędzi wykorzystywanych w rozwiązywaniu wielokryterialnych problemów decyzyjnych (MADM – *Multi Attribute Decision Making*). Jedną z najprostszych i najczęściej stosowanych metod wieloatrybutowych jest metoda SAW (*Simple Additive Weighting*). W klasycznym algorytmie SAW przyjmuje się, że elementy macierzy decyzyjnej są wyrażone za pomocą liczb rzeczywistych. W rzeczywistości oceny wariantów decyzyjnych względem kryteriów mogą być nieprecyzyjne lub też informacje mogą być trudne do oceny w sposób dokładny w formie ilościowej. W takiej sytuacji zasadne wydaje się zastosowanie podejścia lingwistycznego

---

<sup>1</sup> Praca wykonana w ramach realizacji pracy statutowej S/WI/2/2011

wykorzystującego język naturalny zamiast liczb [Herrera, Herrera-Viedma 2000]. Zmienne lingwistyczne będące elementami macierzy decyzyjnej można opisać za pomocą liczb rozmytych. Jako wynik działania metody SAW również uzyskamy liczby rozmyte, które po wyostrzeniu utworzą ranking i wskażą element najlepszy. Przedstawioną metodę nazywa się rozmytą metodą SAW (FSAW – *Fuzzy Simple Additive Weighting*).

W rozmytej metodzie SAW najczęściej wykorzystuje się liczby rozmyte trójkątne lub trapezowe, które są charakteryzowane za pomocą odpowiednio trzech lub czterech liczb rzeczywistych, stanowiących wartości graniczne przedziału nośnika i jądra. Jednak możemy również użyć liczb rozmytych o funkcji przynależności opisanej innymi funkcjami np. o kształcie dzwonu. Wówczas metoda wyostrażania użyta do budowy rankingu powinna uwzględniać kształt funkcji przynależności, a nie tylko wartości graniczne przedziału nośnika i jądra. Jedną z takich metod wyostrażania zostanie zaprezentowana w pracy. Wykorzystuje ona transformatę Mellina oraz funkcję gęstości prawdopodobieństwa związaną z wynikową liczbą rozmytą.

Praca składa się z sześciu części. W drugiej zaprezentowano podstawowe informacje na temat liczb rozmytych. W części trzeciej przybliżono zagadnienia związane z rozmytą metodą SAW. Kolejny element pracy to prezentacja transformaty Mellina oraz PDF (*probabilistic density function*), służących do wyostrażania liczb rozmytych i tworzenia rankingu wariantów decyzyjnych. Praca kończy się przykładem oraz podsumowaniem.

## LICZBY ROZMYTE

Pojęcie zbioru rozmytego wprowadził Lotfi Zadeh w 1965 roku. Zbiorem rozmytym  $A$  na uniwersum  $X$ , nazywamy zbiór par:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) : x \in X, \mu_A : X \rightarrow [0,1]\}, \quad (1)$$

gdzie  $\mu_A$  jest funkcją przynależności zbioru rozmytego  $A$ , która każdemu elementowi  $x \in X$  przypisuje jego stopień przynależności do zbioru rozmytego  $A$  [Zadeh 1965]. Nośnikiem zbioru rozmytego  $A$  nazywamy zbiór oznaczany jako  $\text{supp}A$  i określony następująco:  $\text{supp}A = \{x \in X : \mu_A(x) > 0\}$ . Jądrem zbioru rozmytego  $A$  nazywamy zbiór oznaczany jako  $\text{ker}A$  postaci:  $\text{ker}A = \{x \in X : \mu_A(x) = 1\}$ .

Liczbą rozmytą  $A$  nazywamy szczególny rodzaj zbioru rozmytego, który jest określony na uniwersum liczb rzeczywistych ( $X = \mathbb{R}$ ) oraz spełnia następujące warunki:

- normalność tzn.  $\exists x \in \mathbb{R} : \mu_A(x) = 1$ ,
- wypukłość tzn.  $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, \forall \lambda \in [0,1] : \mu_A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min(\mu_A(x_1), \mu_A(x_2))$ ,
- nośnik jest przedziałem,

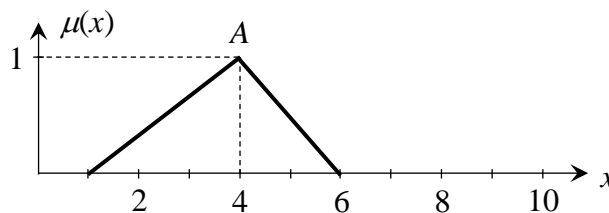
- funkcja przynależności jest przedziałami ciągła.

Jednak praktyczne zastosowania liczb rozmytych pokazują, że ich funkcje przynależności nie są dyskretne ale ciągłe i mają przeważnie dość regularny kształt, zazwyczaj w postaci trójkąta, trapezu, dzwonu itp. Oznacza to, że zamiast podawać stopnie przynależności dla wszystkich elementów nośnika, wystarczy kilka parametrów do jednoznacznego opisanie takich regularnych funkcji przynależności. W przypadku trójkątnych liczb rozmytych (używanych w dalszej części pracy) funkcja przynależności ma postać:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & \text{gdy } a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & \text{gdy } b \leq x \leq c \end{cases} \quad (2)$$

Wówczas, takie liczby rozmyte możemy charakteryzować za pomocą trzech liczb rzeczywistych  $A = (a_A; b_A; c_A)$ . Na Rysunku 1 pokazano przykład trójkątnej liczby rozmytej  $A = (1; 4; 6)$ .

Rysunek 1. Funkcja przynależności trójkątnej liczby rozmytej  $A = (1; 4; 6)$



Źródło: opracowanie własne

Podstawowe operacje na trójkątnych liczbach rozmytych o funkcji przynależności (2) sprowadzają się do operacji na trzech parametrach. Niech dane będą liczby rozmyte  $A = (a_A; b_A; c_A)$  i  $B = (a_B; b_B; c_B)$  oraz liczba rzeczywista  $r$ . Wówczas:

- suma liczb rozmytych  $A$  i  $B$  jest równa

$$A + B = (a_A + a_B; b_A + b_B; c_A + c_B), \quad (3)$$

- iloczyn liczby rzeczywistej  $r$  i liczby rozmytej  $A$  jest równy

$$r \cdot A = (r \cdot a_A; r \cdot b_A; r \cdot c_A). \quad (4)$$

W kolejnej części zostanie zaprezentowana metoda SAW oraz jej rozmyta wersja.

## ROZMYTA METODA SAW

Metoda SAW jest najprawdopodobniej najbardziej znaną i najczęściej stosowaną metodą wśród narzędzi wykorzystywanych do wielokryterialnych problemów decyzyjnych [Abdullah, Adawiyah 2014]. Każdy dyskretny,

wielokryterialny problem decyzyjny można przestawić w postaci macierzy wartości wariantu względem kryterium (macierzy decyzyjnej) (zob. Tabela 1). W macierzy poszczególne symbole oznaczają:  $Kn$  ( $n = 1, \dots, N$ ) –  $n$ -te kryterium decyzyjne,  $Wn$  ( $Wn > 0$ ,  $n = 1, \dots, N$ ) – wagę  $n$ -tego kryterium, spełniającą zależność:

$$W1 + W2 + \dots + WN = 1, \quad (5)$$

$Hm$  ( $m = 1, \dots, M$ ) –  $m$ -ty wariant decyzyjny,  $x_{mn}$  ( $\forall n = 1, \dots, N$ ;  $m = 1, \dots, M$ ;  $x_{mn} \in \mathbb{R}$ ) – wartość  $m$ -tego wariantu decyzyjnego ze względu na  $n$ -te kryterium.

Tabela 1. Opis problemu decyzyjnego w postaci macierzy decyzyjnej

Warianty decyzyjne	Kryteria				
	<b>K1</b>	<b>K2</b>	<b>K3</b>	...	<b>KN</b>
	Wagi kryteriów				
	<b>W1</b>	<b>W2</b>	<b>W3</b>	...	<b>WN</b>
<b>H1</b>	$x_{11}$	$x_{12}$	$x_{13}$	...	$x_{1N}$
<b>H2</b>				...	$x_{2N}$
...	...	...	...	...	...
<b>HM</b>	$x_{M1}$	$x_{M2}$	$x_{M3}$	...	$x_{MN}$

Źródło: opracowanie własne

W klasycznym algorytmie SAW zakłada się, że warianty decyzyjne są reprezentowane przez liczby rzeczywiste  $x_{mn} \in \mathbb{R}$ . W przypadku rozmytej metody SAW (metody FSAW) warianty decyzyjne są oceniane względem każdego kryterium za pomocą określeń (wartości) lingwistycznych, które matematycznie są opisane za pomocą liczb rozmytych  $A_{mn}$ . Najczęściej wykorzystywane są w tym celu trójkątne funkcje przynależności, opisane wzorem (2). Określenia lingwistyczne wyrażają werbalną skalę oceny wariantu (kryterium) np. odpowiednia, dostateczna, dobra, bardzo dobra ocena wariantu względem danego kryterium, itp.

Istnieją różne podejścia dla funkcji agregującej, która jest wyliczana na podstawie liczb rozmytych  $A_{mn}$  dla wariantów ocenianych względem kryteriów oraz ostrych (bądź rozmytych) liczb  $Wn$ , stanowiących wagi poszczególnych kryteriów. Można tutaj wyróżnić metody proponowane przez Baas'a i Kwakernaak'a, Dubois'a i Prade'a, Cheng'a i McInnis'a oraz Bonissone'a [Chen, Hwang 1992].

Podejście Bonissone'a [Bonissone 1982] nie zakłada normalizacji liczb rozmytych, a jedynie wykorzystanie odpowiednich operacji arytmetycznych. Funkcja agregująca, oznaczona jako  $FS$ , jest wówczas wyliczana na podstawie zależności:

$$\forall m = 1, \dots, M: FS(Hm) = \sum_{n=1}^N Wn \cdot A_{mn}, \quad (6)$$

gdzie:  $Hm$  stanowi  $m$ -ty wariant decyzyjny,  $Wn$  – wagę  $n$ -tego kryterium w postaci liczby ostrej (bądź rozmytej),  $A_{mn}$  – liczbę rozmytą dla  $m$ -tego wariantu decyzyjnego ze względu na  $n$ -te kryterium.

Wynikiem funkcji  $FS$  (6) są liczby rozmyte, które dają jedynie ogólny pogląd na ocenę wariantów względem danych kryteriów. W celu utworzenia dokładnego rankingu wariantów należy dokonać wyostrenia liczb rozmytych i uporządkować liniowo otrzymane wyniki ocen. Wariant z najwyższą oceną będzie stanowić wariant najbardziej preferowany ze względu na spełnienie celów i ograniczeń, odzwierciedlanych w kryteriach oceny. Poniżej przedstawiono metodę wykorzystującą transformatę Mellina, jako sposób na wyostrenie wynikowych liczb rozmytych.

## WYKORZYSTANIE TRANSFORMATY MELLINA DO PORÓWNYWANIA LICZB ROZMYTYCH

Niech  $A$  będzie dowolną liczbą rozmytą. Funkcję przynależności  $\mu_A(x)$  liczby rozmytej  $A$  możemy odwzorować na funkcję gęstości prawdopodobieństwa, która będzie związana z liczbą  $A$ . Jedną z metod takiego przekształcenia jest transformacja proporcjonalna (*proportional probability distribution*) [Yoon 1996]. Polega ona na wyznaczeniu funkcji gęstości prawdopodobieństwa  $f_A(x)$ , związanej z liczbą rozmytą  $A$ , na podstawie następującej zależności:

$$f_A(x) = h \cdot \mu_A(x), \quad (7)$$

gdzie  $h$  jest stałą proporcjonalności taką, że pole pod funkcją  $f_A(x)$  jest równe 1. W przypadku trójkątnej liczby rozmytej  $A$  o funkcji przynależności (2) funkcja gęstości prawdopodobieństwa  $f_A(x)$  związana z tą liczbą ma postać:

$$f_A(x) = \begin{cases} h \cdot \frac{x-a}{b-a} & \text{gdzie } a \leq x \leq b \\ h \cdot \frac{c-x}{c-b} & \text{gdzie } b \leq x \leq c \end{cases}, \quad (8)$$

gdzie

$$h = \frac{2}{c-a}. \quad (9)$$

Na Rysunku 2 pokazano trójkątną liczbę rozmytą z Rysunku 1 oraz związaną z nią funkcję gęstości prawdopodobieństwa, otrzymaną za pomocą przekształcenia (8).

Niech funkcja  $f(x)$  będzie funkcją gęstości prawdopodobieństwa określoną dla  $x > 0$ . Transformata Mellina funkcji  $f(x)$  dana jest wzorem:

$$M_x(s) = \int_0^{\infty} x^{s-1} f(x) dx, \quad 0 < x < \infty, \quad (10)$$

gdzie  $s$  jest zmienną zespoloną. Wzór (10) możemy porównać z wartością oczekiwaną funkcji  $g(X)$  zmiennej losowej  $X$ , o funkcji gęstości prawdopodobieństwa  $f(x)$ , wyrażoną zależnością:

$$E(g(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f(x) dx, \quad (11)$$

wówczas otrzymamy

$$M_x(s) = E(X^{s-1}) = \int_0^\infty x^{s-1} f(x) dx. \quad (12)$$

Pozwala to na wyznaczenie dwóch podstawowych momentów, wartości oczekiwanej i wariancji, za pomocą transformaty Mellina w następujący sposób:

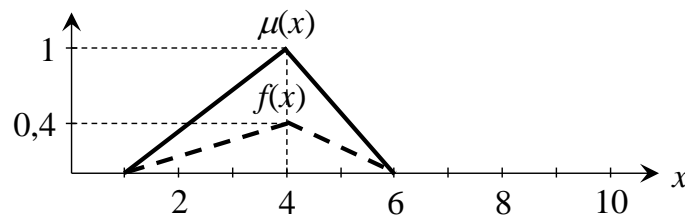
- wartość oczekiwana

$$m_1 = E(X) = M_x(2), \quad (13)$$

- wariancja

$$\sigma^2 = E[X - E(X)]^2 = E(X^2) - [E(X)]^2 = M_x(3) - [M_x(2)]^2. \quad (14)$$

Rysunek 2. Funkcja przynależności trójkątnej liczby rozmytej wraz z funkcją  $f(x)$



Źródło: opracowanie własne

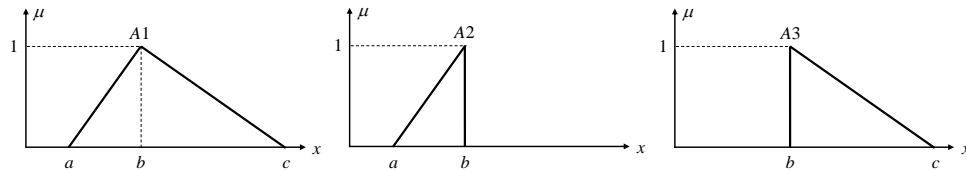
Obliczenie wartości oczekiwanej (13) oraz wariancji (14) funkcji gęstości prawdopodobieństwa  $f_A(x)$  opisanej wzorem (7), zawiązanej z liczbą rozmytą  $A$  pozwala na liniowe porządkowanie liczb rozmytych. Wyższe miejsce w rankingu zajmuje liczba rozmyta o wyższej wartości oczekiwanej. W przypadku jednakowych wartości oczekiwanych wyższą pozycję zajmuje liczba o mniejszej wariancji.

W dalszej części pracy zostaną wyznaczone zależności na stałą proporcjonalności  $h$  we wzorze (7), transformatę Mellina (10), wartość oczekiwaną (13) oraz wariancję (14) dla trójkątnych liczb rozmytych, która najczęściej znajduje zastosowanie w metodach wielokryterialnych (szeroki opis charakterystyk (12)-(14) dla trapezowych liczb rozmytych można znaleźć np. w [Yoon, 1996]).

Trójkątne liczby rozmyte o funkcji przynależności (2) możemy podzielić na trzy grupy:

- liczby postaci  $A1 = (a; b; c)$  (zob. Rysunek 3 a),
- liczby postaci  $A2 = (a; b; b)$  (zob. Rysunek 3 b),
- liczby postaci  $A3 = (b; b; c)$  (zob. Rysunek 3 c).

Rysunek 3. Funkcje przynależności trójkątnych liczb rozmytych: a)  $A1 = (a; b; c)$ ,  
b)  $A2 = (a; b; b)$ , c)  $A3 = (b; b; c)$



Źródło: opracowanie własne

Wówczas wspomniane wyżej zależności mają następujące postacie:

- liczba postaci  $A1 = (a; b; c)$ 
  - $h = \frac{2}{c-a},$
  - $M_x(s) = \frac{2}{s(s+1)(c-a)} \left( \frac{c(c^s - b^s)}{c-b} - \frac{a(b^s - a^s)}{b-a} \right),$
  - $m_1 = \frac{1}{3}(a + b + c),$
  - $\sigma^2 = \frac{1}{18}(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc),$
- liczba postaci  $A2 = (a; b; b)$ 
  - $h = \frac{2}{b-a},$
  - $M_x(s) = \frac{2}{s(s+1)(b-a)} \left( sb^s - \frac{a(b^s - a^s)}{b-a} \right),$
  - $m_1 = \frac{1}{3}(a + 2b),$
  - $\sigma^2 = \frac{1}{18}(a - b)^2,$
- liczba postaci  $A3 = (b; b; c)$ 
  - $h = \frac{2}{c-b},$
  - $M_x(s) = \frac{2}{s(s+1)(c-b)} \left( \frac{c(c^s - b^s)}{c-b} - sb^s \right),$
  - $m_1 = \frac{1}{3}(2b + c),$
  - $\sigma^2 = \frac{1}{18}(b - c)^2.$

W kolejnej części przedstawiony zostanie przykład wykorzystania opisanych narzędzi do podejmowania decyzji w ujęciu wielokryterialnym.

#### PRZYKŁAD ZASTOSOWANIA ROZMYTEJ METODY SAW I TRANSFORMATY MELLINA DO PODEJMOWANIA DECYZJI W UJĘCIU WIELOKRYTERIALNYM

Rozważmy przykład wyboru miejsca na spędzenie letnich wakacji. Decydent zrobił listę krajów oraz hoteli, które uznał za potencjalne miejsca wyjazdu. Po

wstępnej selekcji decydentowi zostało pięć możliwości, z których chce wybrać najlepszą: Cypr –  $H1$ , Egipt –  $H2$ , Grecja –  $H3$ , Hiszpania –  $H4$  i Turcja –  $H5$ . Następnie każdy z hoteli został oceniany względem sześciu kryteriów wybranych przez decydenta: hotel ogólnie i atrakcyjność okolicy –  $K1$ , pokój –  $K2$ , serwis –  $K3$ , położenie –  $K4$ , gastronomia –  $K5$  oraz sport i rozrywka –  $K6$ . Dodatkowo decydent określił istotność poszczególnych kryteriów otrzymując następujący wektor wag:

$$W = (0,05; 0,25; 0,1; 0,2; 0,25; 0,15).$$

W rolę ekspertów (respondentów) dokonujących oceny wcielili się uczestnicy wakacji spędzonych we wspomnianych hotelach. Na podstawie swoich odczuć i obserwacji dokonują oni oceny hotelu względem poszczególnych kryteriów za pomocą terminów lingwistycznych zawartych w Tabeli 2. Następnie uzyskane opinie od respondentów są agregowane (np. za pomocą średniej arytmetycznej lub dominanty). Wyniki ocen ekspertów są zawarte w Tabeli 3. W Tabeli 4 zestawiono uzyskane wyniki końcowe: na podstawie (6) liczbę rozmytą określającą zagregowaną ocenę hotelu –  $FS(Hm)$ , jej wartość oczekiwaną –  $m_1$  i wariancję –  $\sigma^2$  oraz jej pozycję rankingową –  $RANK$  określoną na podstawie  $m_1$  i  $\sigma^2$ .

Tabela 2. Terminy lingwistyczne wykorzystywane do określenia rankingu wariantów decyzyjnych

Terminy lingwistyczne	Skrót	Trójkątna liczba rozmyta w notacji ( $a; b; c$ )
Bardzo słaby	$BS$	$(0;0;0,1)$
Słaby	$S$	$(0;0,1;0,3)$
Średnio słaby	$SS$	$(0,1;0,3;0,5)$
Dostateczny	$DT$	$(0,3;0,5;0,7)$
Średnio dobry	$SD$	$(0,5;0,7;0,9)$
Dobry	$DB$	$(0,7;0,9;1)$
Bardzo dobry	$BD$	$(0,9;1;1)$

Źródło: opracowanie własne na podstawie [Chen 2000]

Tabela 3. Wyniki oceny hoteli względem kryteriów uzyskane od respondentów

	$K1$	$K2$	$K3$	$K4$	$K5$	$K6$
$H1$	$BD$	$DB$	$SD$	$SS$	$DT$	$DT$
$H2$	$SD$	$DB$	$DT$	$DB$	$SS$	$DB$
$H3$	$SD$	$DT$	$DB$	$SS$	$SD$	$SD$
$H4$	$SD$	$SD$	$DB$	$SD$	$DB$	$DT$
$H5$	$SD$	$DT$	$DB$	$DB$	$DT$	$SS$

Źródło: opracowanie własne



Tabela 4. Zagregowane wyniki oceny hoteli względem kryteriów oraz ranking

	$FS(Hm)$			$m_1$	$\sigma^2$	$RANK$
<b>H1</b>	0,410	0,605	0,770	0,595	0,005413	3
<b>H2</b>	0,500	0,700	0,840	0,680	0,004867	2
<b>H3</b>	0,390	0,590	0,780	0,587	0,006339	5
<b>H4</b>	0,540	0,740	0,910	0,728	0,005568	1
<b>H5</b>	0,400	0,600	0,770	0,590	0,005717	4

Źródło: opracowanie własne

Uzyskany ranking za pomocą rozmytej metody SAW ma postać:

Grecja < Turcja < Cypr < Egipt < Hiszpania

ponieważ  $H3 < H5 < H1 < H2 < H4$ . Oznacza to, że decydent powinien spędzić wakacje w Hiszpanii (najwyższa pozycja w rankingu).

Metoda SAW ma wady, z których dość ważną jest brak odporności na „manipulację”. Oznacza to, że końcowy ranking zależny jest od sposobu normalizacji elementów macierzy decyzyjnej oraz może nastąpić zmiana uporządkowania wariantów decyzyjnych w sytuacji usunięcia lub dodania nowego wariantu do już rozważanego zestawu tzw. *rank reversal* [Wang, Lou 2009]. W przypadku prezentowanej rozmytej metody SAW (FSAW) nie stosuje się normalizacji elementów macierzy decyzyjnej, co wpływa na większą odporność metody na „manipulację”. W przykładzie wyboru miejsca na spędzenie letnich wakacji zaprezentowano dodatkowy wariant hotelu w Bułgarii  $H6$ , oceniany względem kryteriów  $K1 - K6$  następująco:

( $SD; DT; SS; SS; DT; SS$ ).

Z uwagi, iż jest to miejsce nie najlepiej oceniane przez respondentów  $m_1 = 0,42$ ,  $\sigma^2 = 0,006667$  (nieistotny wariant), nie wpłynął on na ogólne uszeregowanie w rankingu ocen:

Bułgaria < Grecja < Turcja < Cypr < Egipt < Hiszpania.

Ponadto, usunięcie któregośkolwiek z wariantów nie zmieni kolejności w rankingu dotychczas ocenianych wariantów.

## PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono zastosowanie transformaty Mellina do porównania liczb rozmytych w metodzie FSAW. Metoda zakłada wykorzystanie funkcji gęstości prawdopodobieństwa związanej z liczbą rozmytą, po uwzględnieniu transformacji proporcjonalnej. Przykład wykorzystania metody pokazuje, iż sprawdza się ona dobrze przy wielokryterialnym podejmowaniu decyzji. Metoda ta może być zatem alternatywą dla algorytmu wyostrzania liczb rozmytych w zastosowaniach wielokryterialnych rozmytych metod rankingowych, również innych niż najprostsza metoda FSAW.

## BIBLIOGRAFIA

- Abdullah L., Adawiyah C. W. R. (2014) Simple additive weighting methods of multicriteria decision making and applications: a decade review, *International Journal of Information Processing and Management*, Vol. 5, No. 1, pp. 39 – 49.
- Bonissone P. P. (1982) A fuzzy sets based linguistic approach: Theory and applications, *Approximate Reasoning In Decision Analysis*, M. M. Gupta And E. Sanchez (eds.), North-Holland, pp. 329 – 339.
- Chen C. T. (2000) Extension of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment, *Fuzzy Sets and Systems*, No. 114, pp. 1 – 9.
- Chen S.-J., Hwang C.-L. (1992) *Fuzzy Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications*, *Lecture Notes in Economics and mathematical Systems*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- Herrera F., Herrera-Viedma E. (2000) Linguistic decision analysis: steps for solving decision problems under linguistic information, *Fuzzy Sets and Systems*, No. 115, pp. 67 – 82.
- Hwang C.-L., Yoon K. (1981) *Multiple Attribute Decision Making*, *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, No. 186, Springer.
- Wang Y. M., Lou Y. (2009) On rank reversal In decision analysis, *Mathematical and Computer Modelling*, 39, pp. 1221 – 1229.
- Yoon K. P. (1996) A probabilistic approach to rank complex fuzzy numbers, *Fuzzy Sets and Systems*, No. 80, pp. 167 – 176.
- Zadeh L. A. (1965) Fuzzy sets, *Information and Control*, No. 8, pp. 338 – 353.

## DECISION-MAKING BASED ON FUZZY SAW METHOD AND MELLIN TRANSFORM

**Abstract:** The paper presents the use of Mellin transform to compare fuzzy numbers in the FSAW method. The Mellin transform uses the probability density function (PDF) associated with the fuzzy number. The PDF is calculated with the proportional transformation. The proposed method allows to rank fuzzy numbers based on statistical measures (the mean and the variance). In particular, the mathematical relations for the triangular fuzzy numbers are presented. A numerical example of the fuzzy multi-criteria decision-making is illustrated.

**Keywords:** Fuzzy Multi Attribute Decision Making FMADM, fuzzy numbers, fuzzy SAW method, Mellin transform

## CZYNNIKI DETERMINUJĄCE SUBIEKTYWNĄ OCENĘ JAKOŚCI ŻYCIA WEDŁUG MODELI LOGITOWYCH

**Beata Kasprzyk**

Katedra Metod Ilościowych i Informatyki Gospodarczej, Uniwersytet Rzeszowski  
e-mail: bkasprzy@ur.edu.pl

**Streszczenie:** Praca przedstawia zastosowanie regresji logitowej w modelowaniu subiektywnych ocen w pomiarze jakości życia. Bazując na danych uzyskanych od gospodarstw domowych woj. podkarpackiego przeprowadzono analizę regresji logitowej. Dokonano estymacji ocen parametrów modeli dla cech związanych z gospodarstwem domowym, które decydują o możliwości wystąpienia pozytywnej lub negatywnej oceny jakości życia w dochodowych grupach kwintylowych. Umożliwiło to porównawczą analizę w grupach kwintylowych w zakresie wpływu określonych determinant decydujących o ocenie jakości życia w gospodarstwach domowych.

**Słowa kluczowe:** jakość życia, regresja logitowa, gospodarstwo domowe, zmienne jakościowe

### WSTĘP

Współcześnie jakość życia rozumiana jest jako kategoria wielowymiarowa i wieloaspektowa – ważna dla jednostki, warstw społecznych i całego społeczeństwa. Poprawa jakości życia oraz ograniczenie nadmiernych różnic w sytuacji materialnej i społecznej różnych grup ludności stanowi podstawowy wyznacznik współczesnych koncepcji rozwoju społeczno-ekonomicznego. Stanowiła ona istotny cel Traktatu z Maastricht (1992 r.) i Traktatu z Lizbony (2007 r.). Wzrost jakości życia jest również jednym z nadrzędnych celów strategii „Europa 2020”. Poprawa jakości życia Polaków jest także głównym celem polskiej Długookresowej Strategii Rozwoju Kraju do 2030 r. oraz Średniookresowej Strategii Rozwoju Kraju 2020 [Panek 2015]. Poprawa jakości życia powinna być zatem ostatecznym celem polityki publicznej, lecz polityka publiczna może dostarczyć najlepszych efektów, jeśli są one oparte na wiarygodnych narzędziach pomiaru.

W nurcie ekonomicznym ważne zagadnienie stanowi pomiar jakości życia. Współcześnie zbieżność poglądów dotyczy tego, iż ów pomiar zdecydowanie powinien obejmować dwa wymiary: obiektywny oraz subiektywny. W słynnym raporcie J.E. Stiglitz, A. Sen, J.P. Fitoussi zalecili konieczność uwzględnienia oprócz obiektywnych, także aspekty subiektywne (tj. czynniki niematerialne) w kwestiach „opisu” dobrobytu jednostki i społeczeństw. Według nich warunki obiektywne, które powinny być brane pod uwagę to m.in. materialne warunki życia, zdrowie, edukacja, aktywność ekonomiczna, czas wolny, relacje społeczne, bezpieczeństwo, prawa jednostki, jakość infrastruktury i środowiska naturalnego. Równocześnie pomiar dobrobytu subiektywnego (z ang. subjective well-being) rozumiany jako dobrostan, powinien obejmować postrzeganą jakość życia, tj. satysfakcję z różnych jego aspektów [Stiglitz i in. 2013].

Podejście od strony subiektywnego wymiaru ocen jakości życia ma swoje uzasadnienie. Po pierwsze, celem rozwoju społeczno-ekonomicznego jest satysfakcja jednostki, którą osiąga w wyniku zmian rozwojowych. Najbardziej adekwatnymi miernikami stopnia zadowolenia są oceny dokonywane bezpośrednio przez samych zainteresowanych. Po drugie, często trudne lub niemożliwe jest dokonanie tzw. obiektywnego pomiaru wielu elementów składających się na jakość życia, np. ocena stopnia zaspokojenia potrzeb wyższego rzędu, związanych np. ze stylem życia. Często odczuwany, a nie obiektywny poziom życia, decyduje o postawach i zachowaniach jednostek w sferze życia osobistego i publicznego [cyt. za GUS 2013].

W niniejszych, własnych badaniach, skupiono się na ocenie subiektywnej (postrzeganej przez respondenta) jakości życia, rozumianej jako poziom satysfakcji i zadowolenia, jaki czerpie ze swojego życia widzianego jako całość. Badania empiryczne przeprowadzono w gospodarstwach domowych. Miały one na celu identyfikację czynników skłaniających do oceny pozytywnej lub negatywnej w odniesieniu do własnej jakości życia, dla ściśle określonych skategoryzowanych grup gospodarstw domowych.

Celem pracy jest wskazanie determinant w szacowaniu pomiaru ocen dobrostanu życia, z wykorzystaniem regresji logitowej. Modelowanie logitowe pozwoli rozstrzygnąć, jakie czynniki wpływają na dychotomiczną ocenę jakości życia: zadowolonych i niezadowolonych. Oryginalność zastosowanego podejścia polega na podziale rozpatrywanej zbiorowości gospodarstw domowych na kwintylowe grupy dochodowe. Umożliwi to porównawczą analizę w pięciu różnych grupach dochodowych, w zakresie wpływu głównych determinant decydujących o ocenie jakości życia. Analiza logistyczna pozwoli na oszacowanie ocen parametrów modeli, indywidualną klasyfikację oraz predykcję wystąpienia określonej oceny w zakresie subiektywnej oceny jakości życia.

## MODEL LOGITOWY – DOBÓR ZMIENNYCH

Model dwumianowy, jakim jest model logitowy stosuje się w przypadku wyjaśnienia zmiennej jakościowej  $\mathbf{Y}$  w zależności od poziomu zmiennych egzogenicznych  $\mathbf{X}_k$  (jakościowych bądź ilościowych). Ideą modelu jest poszukiwanie prawdopodobieństwa przyjmowania przez określoną zmienną  $y_i$  jednej z dwóch wartości: 0 lub 1. Zatem dla  $i$  oznaczającego badany przypadek prawdopodobieństwa wynoszą:

$$P(y_i = 1) = p_i, \quad P(y_i = 0) = 1 - p_i \quad (1)$$

Zakłada się, że prawdopodobieństwo jest funkcją wektora zmiennych objaśniających  $\mathbf{x}_i$  oraz wektora parametrów  $\boldsymbol{\beta}$  według wzoru:

$$p_i = P(y_i = 1) = F(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) \quad (2)$$

W modelu logitowym prawdopodobieństwo  $p_i$  odpowiada dystrybucie rozkładu logistycznego [Cramer 2004]:

$$p_i = F(\mathbf{x}_i^T) = \frac{1}{1 + \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} = \frac{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} \quad (3)$$

Wartości funkcji odwrotnej do  $F$  nazywa się logitami. Logit jest logarytmem ilorazu szans zajścia i nie-zajścia zdarzenia, według zależności [Guzik i in. 2004]:

$$F^{-1}(p_i) = \ln \frac{p_i}{1-p_i} \quad (4)$$

W celu identyfikacji czynników wpływających na subiektywne postrzeganie jakości życia, wykorzystano materiał empiryczny uzyskany poprzez badania ankietowe wśród gospodarstw domowych Polski pld.-wschodniej, głównie woj. podkarpackiego w 2012 r.<sup>1</sup>. Ostateczną poprawną próbę badawczą ustalono na poziomie  $n=835$  gospodarstw domowych, co dało liczebność ogółem 3044 osób. W wywiadzie ankietowym pytanie zasadnicze brzmiało: „Czy zadowolony jest Pan/Pani z aktualnej jakości życia gospodarstwa domowego biorąc pod uwagę sytuację materialną, pracę, zdrowie, mieszkanie, styl życia itd.?”<sup>2</sup>. Osoba ankietowana mogła odpowiedzieć jednoznacznie: tak albo nie. Ponadto zebrano informacje dotyczące określonych charakterystyk ekonomiczno-społecznych dla każdego gospodarstwa domowego.

W zastosowanych modelach zmienna zależna  $Y$  określała kategorię gospodarstwa domowego jako zadowolone/niezadowolone z osiągniętej jakości życia następująco:  $y_i=0$ , jeżeli  $i$ -te gospodarstwo domowe było niezadowolone oraz  $y_i=1$  jeżeli  $i$ -te gospodarstwo domowe było zadowolone. Na podstawie wyników badań, uzyskano empiryczny subiektywny rozkład ocen jakości życia, gdzie

<sup>1</sup> Badania ankietowe o charakterze anonimowym realizowano techniką wywiadu bezpośredniego – przeprowadzenie przez ankietera wywiadu z respondentem (głową gospodarstwa domowego), przy użyciu standardowego kwestionariusza.

pozytywne odpowiedzi deklarowało nieco ponad połowa gospodarstw domowych  $n_{y=1}=432$  (51,74%), a negatywne  $n_{y=0}=403$  (48,26%) ankietowanych.

Posiadając wiedzę skutkową (znana subiektywna ocena jakości w wymiarze dychotomicznym), można podejmować próby poszukiwania przyczyn owego rozkładu odpowiedzi, np. uwzględniając uwarunkowania społeczno-demograficzne i ekonomiczne. Analizy z tego zakresu były już prowadzone na różnych próbach badawczych w Polsce z uwzględnieniem różnego stopnia szczegółowości [m.in. Czapiński, Panek 2013, GUS 2013: Machowska-Szewczyk, Sompolska-Rzechuła 2010, Sokołowska 2011, Ostasiewicz 2002, Berbeka 2005, Zagórski 2007]. Badania dotyczące subiektywnego dobrobytu prowadzi się także na świecie, włączając w nie elementy psychologii dobrobytu [m.in. Hoorn 2007, Knight i in. 2009, Ferrer-i-Carbonell 2005, Conceição, Bandura 2008].

W przyjętej metodyce badawczej uwzględniono dane jednostkowe, charakteryzujące uwarunkowania danego gospodarstwa domowego. Posiadały one charakter zarówno ilościowy (poziom dochodów, liczba osób ogółem w gospodarstwie domowym, liczba osób uzyskujących dochody, liczba dzieci na utrzymaniu), jak i jakościowy (sposób gospodarowania w gospodarstwie domowym, ocena poziomu życia, satysfakcja z osiągniętej płacy, fakt posiadania/nieposiadania oszczędności oraz płeć, wiek, wykształcenie głowy gospodarstwa, miejsca zamieszkania, przynależność do grupy społeczno-ekonomicznej, typ biologiczny gospodarstwa domowego). Pomiar tych zmiennych związany był ze skalą nominalną lub porządkową. Przy doborze zmiennych niezależnych sugerowano się literaturą przedmiotu [GUS 2013], a także wprowadzono nowe potencjalne zmienne objaśniające przedstawione w Tabeli 1<sup>2</sup>.

Tabela 1. Zmienne jakościowe - kategorie odpowiedzi

Zmienna	Warianty
Oszczędności	posiada
	nie posiada
Sposób gospodarowania pieniędzmi w gospodarstwie domowym	bardzo skromny
	skromny
	średni – w miarę wystarczający
	dobry - wystarcza na wiele potrzeb
	bardzo dobry – pozwala na pewien luksus
Satysfakcja z wynagrodzenia uzyskanego w pracy	tak
	nie
Aktualny poziom życia	zły
	raczej zły
	przeciętny
	dobry
	bardzo dobry

Źródło: opracowanie własne

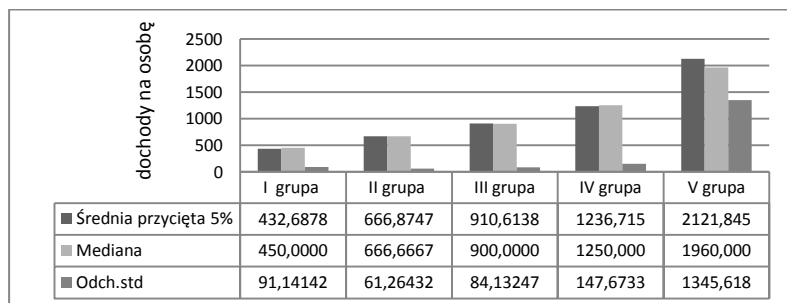
<sup>2</sup> Respondent wskazywał tylko jeden wariant odpowiedzi, na każde z pytań.

Istotnym czynnikiem i predykatorem oceny subiektywnego dobrostanu jest ocena warunków materialnych, która jest następstwem uzyskiwanych dochodów. Niewątpliwie poziom dochodów stanowi główny czynnik stricte ekonomiczny, a wzrost poziomu satysfakcji z różnych aspektów życia wzrasta wraz z poziomem dochodów. Pozytywna ocena materialnych warunków życia oznacza większy poziom dobrostanu, dodatkowo ocena ta jest często zrelatywizowana do poziomu życia najbliższego otoczenia (im częściej porównanie jest pozytywne, tym większe zadowolenie). Zła ocena ‘stanu posiadania’ dóbr, dochodów, konsumpcji, a nawet kontaktów społecznych powoduje mniejsze zadowolenie z jakości życia. W procesie modelowania zatem celowo przyjęto podział na 5 decylowych grup dochodowych, aby wykluczyć zmienną objaśniającą stricte „dochodową”.

## WYNIKI WŁASNYCH BADAŃ EMPIRYCZNYCH

Jako kryterium podziału ogółu ankietowanych gospodarstw domowych przyjęto poziom miesięcznych rozporządzalnych dochodów na 1 osobę. Podział pozycyjny oznaczał I grupę kwintylową jako 20% najbiedniejszych, i kolejno do V grupy kwintylowej, tj. 20% najbogatszych gospodarstw domowych. Ogólnym celem analizy jest wskazanie, czy prawdopodobieństwo ‘zadowolonych’ i ‘niezadowolonych’ z jakości życia jest różne, w miarę równych dochodowo grupach gospodarstw domowych (por. Rysunek 1).

Rysunek 1. Podstawowe miary – dochód na 1 osobę w grupach kwintylowych, w zł



Źródło: opracowanie własne

Na podstawie identycznej liczebności ( $n=167$ ) dla  $m=5$  grup kwintylowych wyznaczono osobno pięć modeli regresji logitowej. Ostatecznego wyboru zestawu zmiennych objaśniających dokonano na podstawie analizy zależności między potencjalnymi zmiennymi niezależnymi a zmienną zależną Y, za pomocą testu niezależności testu chi-kwadrat Pearsona. Wyniki testu wskazały, że prawie wszystkie zmienne objaśniające (z wyjątkiem ‘wieku’ i ‘liczby osób’) wpływają na ocenę jakości życia (poziom  $p<0,05$ ) (por. Tabela 2.).

Tabela 2. Wyniki testu niezależności  $\chi^2$  Pearsona

Zmienne objaśniające	Wartość testu $\chi^2$ Pearsona, <sup>(a)</sup>	Wartość $p$
wykształcenie	70,73 (3)	0,000
zamieszkanie	9,64 (3)	0,022
wiek	5,54 (4)	0,236
grupa społeczno-ekonomiczna	37,07 (4)	0,000
liczba osób ogółem	7,69 (8)	0,465
liczba osób z dochodami	31,93 (4)	0,000
typ biologiczny rodziny	8,77 (2)	0,013
oszczędności	276,90 (1)	0,000
zadowolenie z płacy	295,27 (1)	0,000
sposób gospodarowania pieniędzmi	346,29 (4)	0,000
ocena materialnego poziomu życia	372,27 (4)	0,000

<sup>a)</sup> w nawiasach zamieszczono liczbę stopni swobody

Źródło: opracowanie własne

W procesach modelowania logistycznego użyto algorytmu iteracyjnego quasi-Newtona, kryterium zbieżności dla danych wejściowych zostało osiągnięte w każdym z pięciu modeli, z ostatecznym dla każdego modelu określonym, różnym zestawem, istotnych statystycznie zmiennych objaśniających. Wyniki estymacji modelu dla I-szej grupy kwintylowej (20% gospodarstw domowych z najniższymi dochodami miesięcznymi na 1 osobę, zatem gospodarstw znajdujących się poniżej przyjętej ustawowo granicy ubóstwa)<sup>3</sup> zawiera Tabela 3.

Tabela 3. Model I - wyniki estymacji (I-sza grupa kwintylowa)

Wyszczególnienie	Zmienne niezależne				
	Stała	Aktualny poziom życia	Sposób gospodarowania pieniędzmi	Oszczędności	Satysfakcja z wynagrodzenia
I grupa kwintylowa ( $n = 167$ ) - przeciętny miesięczny dochód na osobę 428,57±91,14 zł					
Ocena	-11,962	1,805	1,376	1,357	2,803
Błąd standardowy	2,413	0,576	0,681	0,611	0,982
Statystyka $t$ (161)	-4,958	3,136	2,019	2,220	2,854
Poziom $p$	0,000	0,002	0,045	0,028	0,005
Chi-kwad. Walda	24,578	9,835	4,077	4,928	8,143
Poziom $p$	0,000	0,002	0,043	0,026	0,000
Iloraz szans (JIS)	0,000	6,081	3,960	3,885	16,500

Źródło: opracowanie własne na podstawie wyników badań ankietowych (przy pomocy programu STATISTICA ver. 10)

Na uwagę zasługują oszacowane oceny parametrów modelu dla zmiennych: aktualny poziom życia, sposób gospodarowania pieniędzmi, oszczędności, satysfakcja z wynagrodzenia. Zmienne te, istotne statystycznie (poziom istotności  $p \leq 0,05$ ) mają wpływ na ocenę jakości życia w tej kategorii gospodarstw domowych. Dodatnie znaki wszystkich ocen parametrów modelu nie mają

<sup>3</sup> Ubóstwo ustawowe dla 2012 roku wynosiło 542 zł [GUS 2013, str.17].



bezpośredniej interpretacji, lecz wskazują kierunek zależności. Wzrost poziomu tychże zmiennych (tj. kategorii odpowiedzi) zwiększa prawdopodobieństwo sklasyfikowania gospodarstwa domowego do grupy gospodarstw ‘zadowolonych z jakości życia’. Bezpośredniej interpretacji podlegają natomiast oszacowane wyniki jednostkowych ilorazów szans<sup>4</sup>. W prezentowanej analizie jednostkowy iloraz szans (JIS) porównuje ryzyko oceny pozytywnej i negatywnej jakości życia. Dla I-szej kwintylowej grupy, zaznacza się stymulujący wpływ badanych zmiennych niezależnych na uzyskanie wartości  $Y=1$  następująco:

- zmienna wynagrodzenie: JIS [95%] = 16,5 [2,4; 114,8] – zadowoleni z wynagrodzenia ponad 16-krotnie zwiększają szansę na pozytywną odpowiedź,
- zmienna aktualny poziom życia: JIS [95%] = 6,081 [1,95; 18,95] – szansa wystąpienia pozytywnej oceny wzrasta 6-krotnie wraz z każdym kolejnym deklarowanym w górę lepszym poziomem życia,
- zmienna sposób gospodarowania pieniędzmi: JIS [95%] = 3,96 [1,03; 15,20] – szansa wystąpienia pozytywnej oceny wzrasta prawie 4-krotnie wraz z każdym kolejnym deklarowanym w górę lepszym sposobem gospodarowania,
- zmienna oszczędności: JIS [95%] = 3,885 [1,16; 12,99] – szansa wystąpienia oceny pozytywnej jest prawie 4-krotnie wyższa w gospodarstwach domowych posiadających oszczędności<sup>5</sup>.

Wyniki modeli dla kolejnych 4-ech grup kwintylowych zawiera Tabela 4.

Tabela 4. Wyniki estymacji modeli logitowych dla grup kwintylowych II – V

Wyszczególnienie	Zmienne niezależne					
	Stała	Aktualny poziom życia	Sposób gospodarowania pieniędzmi	Oszczędności	Satysfakcja z wynagrodzenia	Liczba osób z dochodami
MODEL II - II grupa kwintylowa ( $n = 167$ ) przeciętny miesięczny dochód na osobę 666,28±61,26						
Ocena	-9,025	<b>1,754</b>	0,607	<b>1,122</b>	1,153	0,292
Błąd standardowy	1,919	0,582	0,454	0,449	0,709	0,266
Statystyka $t$ (161)	-4,702	3,016	1,337	2,501	1,626	1,099
Poziom $p$	0,000	<b>0,003</b>	0,183	<b>0,013</b>	0,106	0,273
Chi-kwad. Walda	22,107	9,093	1,786	6,245	2,645	1,208
Poziom $p$	0,000	<b>0,003</b>	0,181	<b>0,012</b>	0,104	0,272
Iloraz szans	0,000	5,778	1,834	3,072	3,168	1,339
MODEL III - III grupa kwintylowa ( $n = 167$ ) przeciętny miesięczny dochód na osobę 908,18±84,13						
Ocena	-5,710	1,866	-0,620	2,244	2,548	0,248
Błąd standardowy	1,568	0,575	0,507	0,565	0,765	0,281
Statystyka $t$ (161)	-3,641	3,247	-1,223	3,974	3,330	0,883
Poziom $p$	0,000	<b>0,001</b>	0,223	<b>0,000</b>	<b>0,001</b>	0,378
Chi-kwad. Walda	13,257	10,543	1,496	15,793	11,090	0,780
Poziom $p$	0,000	<b>0,001</b>	0,221	<b>0,000</b>	<b>0,001</b>	0,377
Iloraz szans	0,003	6,465	0,538	9,429	12,778	1,282

<sup>4</sup> Szansa na wystąpienie pozytywnej oceny oznacza szacunek prawdopodobieństwa tego, że dane zdarzenie wystąpi do prawdopodobieństwa tego, że zdarzenie nie wystąpi.

<sup>5</sup> Powyższe interpretacje dokonane są przy założeniu „ceteris paribus”.

Wyszczególnienie	Zmienne niezależne					
	Stała	Aktualny poziom życia	Sposób gospodarowania pieniędzmi	Oszczędności	Satysfakcja z wynagrodzenia	Liczba osób z dochodami
MODEL IV - IV grupa kwintylowa ( $n = 166$ ) przeciętny miesięczny dochód na osobę 1238±147,67						
Ocena	-9,566	1,825	0,325	1,138	2,032	0,782
Błąd standardowy	1,880	0,567	0,440	0,515	0,628	0,303
Statystyka $t$ (160)	-5,089	3,216	0,739	2,211	3,235	2,581
Poziom $p$	0,000	<b>0,002</b>	0,461	<b>0,028</b>	<b>0,001</b>	<b>0,011</b>
Chi-kwad. Walda	25,896	10,344	0,547	4,890	10,467	6,660
Poziom $p$	0,000	<b>0,001</b>	0,460	<b>0,027</b>	<b>0,001</b>	<b>0,010</b>
Iloraz szans	0,000	6,201	1,384	3,121	7,627	2,186
MODEL V- V grupa kwintylowa ( $n = 168$ ) przeciętny miesięczny dochód na osobę 2314,34±1346,45						
Ocena	-8,659	0,912	1,757	1,620	2,306	-0,494
Błąd standardowy	1,991	0,618	0,653	0,577	0,747	0,413
Statystyka $t$ (162)	-4,348	1,476	2,690	2,809	3,097	-1,194
Poziom $p$	0,000	0,142	<b>0,008</b>	<b>0,006</b>	<b>0,002</b>	0,234
Chi-kwad. Walda	18,908	2,179	7,235	7,890	9,589	1,426
Poziom $p$	0,000	0,140	<b>0,007</b>	<b>0,005</b>	<b>0,002</b>	0,232
Iloraz szans	0,000	2,489	5,795	5,051	10,030	0,610

Źródło: opracowanie własne na podstawie wyników badań ankietowych (przy pomocy programu STATISTICA ver. 10)

W modelach, od II-go do V-tego zmienia się zestaw ostatecznie przyjętych zmiennych istotnych statystycznie (wartość  $p \leq 0,05$  – por. Tabela 4). W większości uzyskano dodatnie szacunki ocen parametrów, czyli wzrost poziomu danej zmiennej (lub jej wystąpienie), zwiększa prawdopodobieństwo sklasyfikowania do grupy gospodarstw zadowolonych z osiągniętej jakości życia. Wyniki estymacji wskazują na to, iż w prawie wszystkich modelach (poza IV-tym), należy wykluczyć zmienną ‘liczba osób z dochodami’. Z kolei zmienna ‘sposób gospodarowania pieniędzmi’ włączona jest, jako istotna statystycznie, tylko do modelu V-tego. Jednostkowy iloraz szans wskazuje, iż ocena subiektywna jakości życia zależna jest głównie od ‘satysfakcji z wynagrodzenia’ (wartość JIS od 7,63 do 12,78). Taka zależność dominuje w prawie wszystkich grupach dochodowych (poza I-szą grupą). Należy uwzględnić także ‘posiadanie oszczędności’, w każdej z kategoryzowanych grup (wartość JIS od 3,07 do 9,43), a ponadto ‘ocenę aktualnego poziomu życia’ (wartość JIS od 5,78 do 6,47), z wyjątkiem V-tej grupy dochodowej. Kolejność i waga tych zmiennych jest różna, w zależności od grupy kwintylowej (por. Tabela 4.). W ocenie, wymagana jest także weryfikacja statystyczna oszacowanych modeli. Oceny parametrów dopasowania modeli regresji logistycznej do danych rzeczywistych zestawiono w Tabeli 5.

Tabela 5. Wyniki rozkładów empirycznych dla zmiennej Y oraz weryfikacji statystycznej modeli regresji logistycznej dla poszczególnych grup kwintylowych

Wyszczególnienie	Wyniki			
MODEL I - I grupa kwintylowa				
Liczba 0 (brak zadowolenia z jakości życia)	n =129		77,25 %	
Liczba 1 (zadowolenie z jakości życia)	n =38		22,75 %	
Funkcja straty( największej wiarygodności)	37,2558			
-2 log (wiarygodność), stała (wyłącznie), statystyka $\chi^2$ , p	47,5117	179,1218	104,6101	p=0,000
Współczynnik R <sup>2</sup> McFaddena	0,5840			
MODEL II - II grupa kwintylowa				
Liczba 0 (brak zadowolenia z jakości życia)	n =102		61,08 %	
Liczba 1 (zadowolenie z jakości życia)	n =65		38,92 %	
Funkcja straty( największej wiarygodności)	64,7834			
-2 log (wiarygodność), stała (wyłącznie), statystyka $\chi^2$ , p	129,5668	223,2351	93,6783	p=0,000
Współczynnik R <sup>2</sup> McFaddena	0,4196			
MODEL III - III grupa kwintylowa				
Liczba 0 (brak zadowolenia z jakości życia)	n =65		38,92 %	
Liczba 1 (zadowolenie z jakości życia)	n =102		61,08 %	
Funkcja straty( największej wiarygodności)	55,5506			
-2 log (wiarygodność), stała (wyłącznie), statystyka $\chi^2$ , p	111,1012	223,2451	112,1439	p=0,000
Współczynnik R <sup>2</sup> McFaddena	0,5023			
MODEL IV - IV grupa kwintylowa				
Liczba 0 (brak zadowolenia z jakości życia)	n =62		37,34 %	
Liczba 1 (zadowolenie z jakości życia)	n =104		62,65 %	
Funkcja straty( największej wiarygodności)	56,1037			
-2 log (wiarygodność), stała (wyłącznie), statystyka $\chi^2$ , p	112,2075	219,38	107,1745	p=0,000
Współczynnik R <sup>2</sup> McFaddena	0,5655			
MODEL V - V grupa kwintylowa				
Liczba 0 (brak zadowolenia z jakości życia)	n =45		26,79 %	
Liczba 1 (zadowolenie z jakości życia)	n =123		73,21 %	
Funkcja straty( największej wiarygodności)	42,4179			
-2 log (wiarygodność), stała (wyłącznie), statystyka $\chi^2$ , p	84,8359	195,2549	110,4190	p=0,000
Współczynnik R <sup>2</sup> McFaddena	0,4885			

Źródło: obliczenia własne na podstawie wyników badań ankietowych

Wartości poszczególnych statystyk dopasowania potwierdzają statystyczną poprawność oszacowanych modeli logitowych. Zatem ostatecznie przyjęte, istotne statystycznie zmienne objaśniające - różne w każdym modelu - wpływają na poziom prawdopodobieństwa zadowolenia z jakości życia w danej grupie gospodarstw. Wysokie wartości końcowe funkcji straty wskazują na zdecydowanie poprawny wybór modeli z tak określonymi zmiennymi niezależnymi. Wartości  $R^2$ McFaddena w zakresie od 0,48 do 0,58 potwierdzają poprawność modeli logitowych, przyjętych do oszacowań prawdopodobieństw zmiennej zależnej Y.

Tabela 6. Poprawność klasyfikacji w modelach logitowych I-V

Typ modelu	Fracja ogółem poprawnie sklasyfikowanych przypadków w %; Iloraz trafień IT
MODEL I (I grupa kwintylowa)	90,42%* IT = 67,7
MODEL II (II grupa kwintylowa)	79,04%* IT = 13,7
MODEL III (III grupa kwintylowa)	85,03%* IT = 30,0
MODEL IV (IV grupa kwintylowa)	85,54%* IT = 32,5
MODEL V (V grupa kwintylowa)	88,69%* IT = 45,2

Źródło: opracowanie własne na podstawie wyników badań ankietowych

W Tabeli 6 przedstawiono prawdopodobieństwo sklasyfikowania wszystkich respondentów do grup: „niezadowolonych” i „zadowolonych” z osiągniętej jakości życia. Frakcja przypadków poprawnej predykcji jest wysoka, wynosi w oszacowanych modelach od 79,04% do 90,42%. Wysokie wartości ilorazu trafień oznaczają, że klasyfikacje dla poszczególnych grup kwintylowych są dużo lepsze, od klasyfikacji całkowicie przypadkowej.

## PODSUMOWANIE

Oszacowane oceny parametrów modeli logitowych pozwalają stwierdzić, iż na subiektywną ogólną ocenę jakości życia w dochodowych grupach kwintylowych gospodarstw domowych wpływają określone, istotne statystycznie zmienne. W zależności od grupy kwintylowej zmienia się ich skład, jednak najczęściej są nimi: satysfakcja z wynagrodzenia uzyskanego w pracy, fakt posiadania oszczędności oraz aktualna ocena poziomu życia. W przypadku V-tej grupy kwintylowej wchodzi zmienne sposób gospodarowania pieniędzmi i IV-tej liczba osób z dochodami. Waga tych czynników i szanse sukcesu (zadawalająca ocena jakości życia) zmieniają się, w zależności od przynależności do określonej grupy kwintylowej. Jak wynika z analizy główne determinanty w ocenie zadowolenia/braku zadowolenia z jakości życia stanowią jednak zmienne powiązane z czynnikami materialnymi.

Niniejsza analiza potwierdza, że regresja logitowa może zostać wykorzystana jako narzędzie w celu pomiaru subiektywnego wymiaru jakości życia, który jest zależny od cech społeczno-ekonomicznych. Należy pamiętać, iż prezentowana analiza stanowi próbę znalezienia determinant satysfakcji z jakości życia. Stanowi ona tylko przyczynek do badań z tego zakresu, wpisując się w dynamicznie rozwijający się nurt badań jakości życia, stanowiący podstawy formułowania zaleceń na potrzeby polityki gospodarczej i społecznej.

## BIBLIOGRAFIA

- Berbeka J. (2005) Jakość życia ludności w województwie małopolskim – ocena subiektywna, Zeszyty Naukowe nr 697, Akad. Ekonomiczna w Krakowie, str. 17 –28.
- Conceição P., Bandura R. (2008) Measuring Subjective Wellbeing: A Summary Review of the Literature, United Nations Development Programme, [www.undp.org/developmentstudies/](http://www.undp.org/developmentstudies/)
- Cramer J. S. (2004) The early origins of the logit model, „Studies in History and Philosophy of Biological and Biomedical Sciences”, No. 35.
- Czapiński J., Panek T. (red.) (2014) Diagnoza społeczna 2013. Warunki i jakość życia Polaków, MPiPS, Warszawa, str. 426 – 448.
- Ferrer-i-Carbonell A. (2005) Income and well-being: an empirical analysis of the comparison income effect, „Journal of Public Economic” 89, pp. 997 – 1019.
- Guzik B., Appenzeller D., Jurek D. (2004) Prognozowanie i symulacje, Wydawnictwo AE, Poznań, str. 176.

- Hoorn A. (2007) A short introduction to subjective well-being: its measurement, correlates and policy uses, Statistics, Knowledge and Policy 2007, Measuring and Fostering the Progress of Societies, OECD Publishing.
- Jakość życia, kapitał społeczny, ubóstwo i wykluczenie w Polsce (2013) Studia i Analizy Statystyczne, GUS, Warszawa, str. 7 – 20.
- Knight J., Song L., Gunatilaka R. (2009) Subjective Well-being and its Determinants in Rural China, „China Economic Review”, Vol. 20, Issue 4, pp. 635 – 649.
- Machowska – Szewczyk M., Sompolska – Rzechuła A. (2010) Wykorzystanie modelu logitowego do oceny jakości życia kobiet, MIBE, Tom XI/2, Warszawa, str. 191 – 200.
- Ostasiewicz W. (red.) (2002) Metodologia pomiaru jakości życia, Wydawnictwo AE we Wrocławiu, Wrocław.
- Panek T. (2015) Hierarchiczny model pomiaru jakości życia, Wiadomości Statystyczne, nr 6, GUS, Warszawa, str. 1 – 2.
- Sokołowska K. (2011) Analiza wpływu dochodu oraz cech społeczno-demograficznych na zadowolenie z życia w społeczeństwie polskim, Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Bankowej we Wrocławiu, nr 20, str. 425 – 439.
- Stiglitz J. E., Sen A., Fitoussi J. P. (2013) Błąd pomiaru. Dlaczego PKB nie wystarcza, PTE, Warszawa.
- Ubóstwo w Polsce w świetle badań GUS (2013) Studia i analizy statystyczne, GUS, Warszawa, str. 17.
- Zagórski K. (2007) Warunki życia społeczeństwa polskiego – problemy i strategie, [www.ads.org.pl](http://www.ads.org.pl)
- [http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/quality\\_life/publications](http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/quality_life/publications), Measurement of the Quality of Life: TF3 Contribution to the summary report of the Sponsorship Group [dostęp 14. 03. 2015].
- <http://www.stiglitz-sen-fitoussi.fr/en/index.htm>, Report by the Commission on the Measurement of Economic Performance and Social Progress (2009) [dostęp 15. 04. 2015].
- <http://www.diagnoza.com>, Diagnoza społeczna 2006, 2007, 2009, 2011, 2013 [dostęp 10. 04. 2015].

#### FACTORS DETERMINING SUBJECTIVE EVALUATION OF THE QUALITY LIFE BY LOGIT MODELS

**Abstract:** This article was written based on the results of a survey conducted in 2012 in the Podkarpackie Voivodship. The paper discusses the application of tools of multivariate analytical methods i.e., logit regression. Based on empirical data of households statistically significant variables of logit models were determined. As a result of logit modeling, parameters relating to the households were found, which determine the possibility of a positive or negative assessment of the quality of life, in particular in 'income quintile groups' of the sample.

**Keywords:** quality of life, logit regression, household, qualitative variables

## ANALIZA KONWERCENCJI ROZWOJU GMIN WOJEWÓDZTWA PODKARPACKIEGO

**Marek Kiczek**

Katedra Ekonomii, Politechnika Rzeszowska  
e-mail: mkiczek@prz.edu.pl

**Streszczenie:** Celem opracowania jest zbadanie występowania efektu konwergencji rozwoju ekonomicznego gmin województwa podkarpackiego. W pracy dokonano podziału gmin na miejskie, miejsko-wiejskie i wiejskie dla określenia w której grupie gmin efekt konwergencji jest najmocniejszy. Dla realizacji tak postawionego celu artykułu niezbędnym było wyznaczenie wskaźnika poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego analizowanych JST (Jednostek Samorządu Terytorialnego). Do analizy wskaźnika poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego wyznaczonego metodą Hellwiga zastosowano podejście sigma i beta konwergencji. Dla oszacowania syntetycznego miernika rozwoju Hellwiga wykorzystano zmienne o charakterze ekonomicznym, społecznym, technicznym i ekologicznym. Badania dotyczą lat 2007-2012.

**Słowa kluczowe:** rozwój lokalny, konwergencja, metoda Hellwiga, województwo podkarpackie

### WPROWADZENIE

Realizowana w Unii Europejskiej polityka strukturalna jako priorytet stawia zmniejszanie dysproporcji w rozwoju pomiędzy krajami członkowskimi a także pomiędzy regionami na poziomie NUTS 2. Problem spójności i konwergencji zyskał w UE szczególne znaczenie począwszy od reformy funduszy strukturalnych z 1988 roku. Od tamtego czasu do zakończenia perspektywy finansowej 2007-2013 na realizację celu „spójność i konwergencja” przeznaczono łącznie blisko 900 mld euro. Proces poszerzania struktur europejskich o nowe kraje powoduje, że zróżnicowanie w poziomie rozwoju krajów, a w jeszcze większym stopniu regionów UE jest duże. Wydaje się więc, że podejmowanie działań w zakresie polityki spójności ma bardzo mocne uzasadnienie. Badania prowadzone zarówno przez podmioty

Komisji Europejskiej, ale także niezależnych ekspertów bardzo często dostarczają niejednoznaczne wnioski [<http://ec.europa...>; Bodrin, Canova 2001].

Pojęcie konwergencji rozumieć można różnorodnie, jednak w głównej mierze odnosi się ono do procesu „zblizania”, „upodobniania” różnych obszarów działań w ramach państw, regionów. Można mówić o konwergencji sfery regulacji, która odnosi się do reguł prawnych i norm społecznych wiążących procesy gospodarcze [Woźniak 1993, str. 16]. Konwergencję postrzegać trzeba jako proces niwelowania dysproporcji rozwojowych pomiędzy państwami członkowskimi Unii Europejskiej i regionami na poziomie NUTS 2 w zakresie tempa wzrostu gospodarczego i poziomu produktu krajowego brutto [Jabłoński 2009, str. 57]. Tak rozumiana konwergencja znalazła swoje odzwierciedlenie w pierwszych dokumentach założycielskich, jako zasadniczy cel funkcjonowania Wspólnoty. Już w preambule traktatu rzymskiego poruszone zostały kwestie dotyczące harmonijnego rozwoju, zmniejszania dysproporcji rozwojowych pomiędzy regionami oraz wspieranie regionów zacofanych [Traktat Ustanawiający... 1957, str. 1]. Priorytetowe znaczenie spójność i konwergencja zaczęły nabierać w drugiej połowie lat osiemdziesiątych, kiedy to uchwalono Jednolity Akt Europejski (JAE 1986 r.). Nie bez znaczenia jest również fakt, rozszerzenia w tym czasie Wspólnot o takie kraje jak: Grecja, Hiszpania, Portugalia [Mokrosińska 2011, str. 33]. Od tego czasu polityka spójności ma swoje odzwierciedlenie w celach określanych przez struktury europejskie na każdą z perspektyw finansowych.

## KONWERGENCJA W TEORII EKONOMII

Konwergencję w sensie ekonomicznym rozumieć należy jako proces wyrównywania się wartości podstawowych zmiennych ekonomicznych opisujących poszczególne jednostki terytorialne, takie jak kraje czy regiony różnego szczebla. Zwykle do badań nad konwergencją wykorzystywane są takie zmienne ekonomiczne jak: PKB per capita czy wydajność pracy. Badania konwergencji pozwalają wnioskować na temat, czy jednostki terytorialne początkowo różniące się od siebie znacznie, z biegiem czasu wskutek osiągniętych stóp wzrostu zbliżają się do siebie pod względem analizowanej cechy czy też się od siebie oddalają. Proces zmniejszania dystansu określa się mianem konwergencji realnej, zaś narastanie dysproporcji to proces dywergencji. Analizując wybrane modele wzrostu gospodarczego wskazać można na kilka istotnych czynników stymulujących zjawisko konwergencji [szerzej Misiak, Sulima, Tokarski 2010]: prawo malejącej produktywności czynników produkcji; efekt aglomeracji; charakter postępu technicznego; mobilność czynników produkcji i technologii.

Analiza literatury przedmiotu pozwala na stwierdzenie, że badaniach nad procesami konwergencji dominują dwie zasadnicze koncepcje:  $\sigma$ -konwergencja oraz  $\beta$ -konwergencja. Konwergencja typu  $\sigma$  zachodzi wówczas gdy zróżnicowanie analizowanego wskaźnika między badanymi jednostkami zmniejsza się w czasie. Z kolei zjawisko  $\beta$ -konwergencji ma związek z zależnością stopy wzrostu

analizowanego wskaźnika od jego wartości początkowej. W przypadku  $\beta$ -konwergencji literatura przedmiotu wskazuje na jej dwa warianty: konwergencję absolutną (bezwarunkową) oraz konwergencję warunkową. Konwergencja bezwarunkowa oznacza, że jednostki terytorialne upodabniają się do siebie bez względu na warunki początkowe. Z założeń  $\beta$ -konwergencji wynika, że jednostki biedniejsze rozwijają się szybciej niż bogate, zaś stopa wzrostu jest tym wyższa im niższy początkowy poziom analizowanego wskaźnika. Konwergencja warunkowa oznacza proces upodabniania się do siebie jednostek terytorialnych lecz przy założeniu występowania podobnych warunków początkowych. Jeśli natomiast jednostki terytorialne różnią się znacznie pod względem warunków początkowych, oznaczać to może, że trajektoria ich rozwoju będzie inna i w konsekwencji długookresowo zbiegać się będą do różnych poziomów wskaźnika.

Prekursorami badań nad konwergencją byli Kormend i Meguire [1985], Baumol [1986], Barro [1991], Barro, Sala-i-Martin [1992], Mankiw, Romer i Weil [1992], Levine i Renelt [1992]. Prace te bazowały na estymacji równania przekrojowej regresji wzrostu [Ciołek 2003, str.330]. Zasadniczo, punktem wyjścia do analiz bezwzględnej  $\beta$ -konwergencji jest równanie stopy wzrostu wydajności pracy wynikające z założeń modelu Solowa:

$$\ln\left(\frac{y_{it}}{y_{i0}}\right) = \alpha - (1 - e^{-\beta t}) \cdot \ln(y_{i0}) + \xi_{it} \quad (1)$$

gdzie:  $y_{i0}$  – poziom produktu na zatrudnionego w  $i$ -tej jednostce terytorialnej w okresie początkowym,  $y_{it}$  – poziom produktu na zatrudnionego w okresie  $t$ ,  $\alpha$  – stała,  $\xi_{it}$  – składnik losowy opisujący szoki losowe w  $i$ -tej jednostce w okresie  $t$ . W równaniu (1) stopę konwergencji bezwzględnej określa parametr  $\beta$ . Estymacji parametru  $\beta$  dokonuje się NMNK lub MNK, obliczając jego wartość z równania:

$$b = (1 - e^{-\beta t}) \quad (2)$$

Dodatnia wartość parametru  $\beta$  oznacza, że jednostki biedniejsze rozwijają się szybciej niż bogatsze bez względu na kształtowanie się pozostałych wielkości ekonomicznych. Z kolei ujemne wartości omawianego parametru wskazują na istnienie zjawiska dywergencji pomiędzy obiektami. Dla  $\beta$  równego zero należy stwierdzić, że nie ma związku między stopą wzrostu a wyjściowym poziomem zmiennej.

## METODA BADAŃ

Celem pracy jest próba statystycznej analizy  $\sigma$ -konwergencji i  $\beta$ -konwergencji w gminach województwa podkarpackiego w latach 2007-2012. Analizie poddano taksonomiczny miernik rozwoju Hellwiga [Nowak 1990, str. 143]. Badaniem objęto wszystkie gminy województwa podkarpackiego. Dane do konstrukcji wskaźnika rozwoju społeczno-gospodarczego pobrano głównie z Banku Danych Lokalnych (BDL GUS) i dotyczyły lat 2007-2012. Do budowy wskaźnika rozwoju gmin przyjęto cechy diagnostyczne o charakterze mierzalnym, dostępne i komplet-



ne. W trakcie gromadzenia materiału empirycznego wystąpiła konieczność odrzucenia potencjalnie istotnych merytorycznie cech z powodu braku ich gromadzenia w BDL w układzie gminnym (na poziomie NTS 5).

Początkowym etapem analizy była eliminacja zmiennych quasi-stałych. Eliminacji tej dokonano wykorzystując współczynnik zmienności cech [Zeliaś 2000]. Ze zbioru zmiennych eliminuje się cechy dla których bezwzględna wartość współczynnika zmienności jest mniejsza od założonej wartości krytycznej. Dla celów opracowania jako wartość krytyczną przyjęto  $V^* = 0,10$ .

Dla określenia siły związku między pozostałymi zmiennymi wykorzystano współczynnik korelacji liniowej Pearsona. Jako wartość krytyczną współczynnika korelacji przyjęto  $r^* = |0,75|$ . W rezultacie analiz otrzymano zbiór 17 zmiennych:  $X_1$  – wskaźnik przyrostu naturalnego,  $X_2$  – odsetek pracujących w liczbie ludności ogółem,  $X_3$  – saldo migracji w osobach na 1000 mieszkańców,  $X_4$  – udział bezrobotnych w liczbie ludności w wieku produkcyjnym,  $X_5$  – sieć wodociągowa w km w przeliczeniu na 100 km<sup>2</sup>,  $X_6$  – sieć kanalizacyjna w km w przeliczeniu na 100 km<sup>2</sup>,  $X_7$  – udział procentowy ludności korzystającej z sieci wodociągowej,  $X_8$  – udział procentowy ludności korzystającej z oczyszczalni ścieków w ludności ogółem,  $X_9$  – liczba ludności w przeliczeniu na 1 placówkę biblioteczną,  $X_{10}$  – liczba korzystających z noclegów w obiektach zbiorowego zakwaterowania,  $X_{11}$  – liczba udzielonych noclegów,  $X_{12}$  – dochody własne gmin w przeliczeniu na 1 mieszkańca,  $X_{13}$  – wydatki ogółem w przeliczeniu na 1 mieszkańca,  $X_{14}$  – wydatki majątkowe inwestycyjne gmin w przeliczeniu na 1 mieszkańca,  $X_{15}$  – udział procentowy obszarów chronionych w powierzchni gminy,  $X_{16}$  – podmioty gospodarcze prywatne zarejestrowane w REGON w przeliczeniu na 1000 mieszkańców,  $X_{17}$  – odsetek radnych z wyższym wykształceniem. Większość cech potraktowano jako stymulanty, jedynie cechy  $X_4$  i  $X_9$  potraktowano jako destymulanty.

W celu ujednolicenia zmiennych dokonano normalizacji cech przez ich standaryzację. Macierz standaryzowanych wartości cech stanowiła podstawę do wyznaczenia tzw. wzorca rozwoju, tj. abstrakcyjnej jednostki (gminy)  $P_0$  o współrzędnych standaryzowanych  $z_{01}, z_{02}, \dots, z_{0j}$ , gdzie:  $z_{0j} = \max\{z_{ij}\}$ , gdy  $Z_j$  jest stymulantą, oraz  $z_{0j} = \min\{z_{ij}\}$ , gdy  $Z_j$  jest destymulantą.

Wzorec stanowi więc hipotetyczna gmina o najlepszych zaobserwowanych wartościach zmiennych. Następnie dla każdej jednostki  $P_i$  (gminy) wyznaczono odległość od wzorca zgodnie z formułą:

$$d_i = 1 - \frac{D_{i0}}{D_0}, (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

gdzie:

$$D_{i0} = \sqrt{\sum_{j=1}^m (z_{ij} - z_{0j})^2} \quad (4)$$

(odległość i-tej jednostki od jednostki  $P_0$ )

$$D_0 = \bar{D}_0 + 2S_0 \quad (5)$$

gdzie:  $S_0$  – odchylenie standardowe,  $\bar{D}_0$  – średnia arytmetyczna  $D_0$ .

W ten sposób wyznaczono wskaźniki syntetyczne dla każdej gminy. Miernik taksonomiczny  $d_i$  przyjmuje zwykle wartości z przedziału  $[0, 1]$ . Im bardziej wartości cech danej gminy są zbliżone do wzorca, tym poziom jej rozwoju jest wyższy, a im bardziej oddalone – tym niższy.

Kolejnym krokiem jest próba statystycznej analizy  $\sigma$ -konwergencji i  $\beta$ -konwergencji gmin województwa podkarpackiego w latach 2007-2012. Dla dokonania analizy  $\sigma$ -konwergencji wykorzystano: współczynnik zmienności oparty o odchylenie ćwiartkowe ( $V_Q$ ), współczynnik zmienności oparty na odchyleniu standardowym ( $V_S$ ) oraz współczynnik zmienności oparty na odchyleniu przeciętnym ( $V_d$ ). Analiza współczynników zmienności wyznaczonych dla taksonomicznej miary rozwoju Hellwiga pozwala na ocenę dyspersji, natomiast ich zmiany w czasie umożliwiają wnioskowanie na temat zaistnienia bądź nie, efektu  $\sigma$ -konwergencji. Ponadto, określono współczynnik skośności i jego zmiany w czasie oraz zbadano koncentrację taksonomicznej miary rozwoju za pomocą kurtozy.

Analizy  $\beta$ -konwergencji dokonano w oparciu o zależność zachodzącą pomiędzy stopą wzrostu taksonomicznego wskaźnika rozwoju Hellwiga w roku  $t$ , a jego wartością w roku  $t-1$ . Omawianą relację opisuje równanie konwergencji postaci:

$$\frac{\Delta X_{it}}{X_{it-1}} = \alpha + \beta X_{it-1} \quad (6)$$

gdzie:  $X_{it}$  – wartość wskaźnika w  $i$ -tej gminie ( $i=1, 2, \dots, 160$ ) w roku  $t$  ( $t=2008, 2009, \dots, 2012$ ),  $\alpha$  – stała bez bezpośredniej interpretacji ekonomicznej,  $\beta$  – parametr odzwierciedlający siłę konwergencji realnej. Dla wskaźników taksonomicznych, których niskie wartości oznaczają wysoki poziom rozwoju ekonomicznego,  $\beta > 0$  oznacza, że zachodzi proces konwergencji realnej, natomiast  $\beta < 0$  oznacza dywergencję realną. W przypadku wskaźników taksonomicznych, dla których wyższe ich wartości odzwierciedlają wyższy poziom rozwoju,  $\beta < 0$  oznacza konwergencję, zaś  $\beta > 0$  dywergencję realną. Parametr  $\beta$  oszacowano metodą MNK. [Misiak 2013, str. 217]

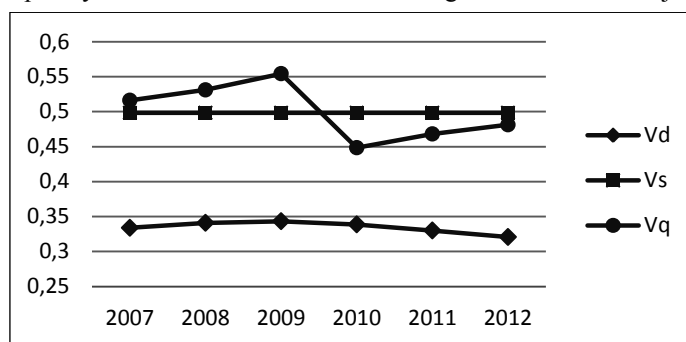
## ANALIZA KONWERGENCJI TAKSONOMICZNEGO WSKAŹNIKA ROZWOJU

### Analiza $\sigma$ -konwergencji

Analizując zjawisko  $\sigma$ -konwergencji można zastosować współczynniki zmienności  $V_Q$ ,  $V_S$  i  $V_d$  wyznaczone dla taksonomicznego wskaźnika rozwoju Hellwiga. Rysunek 1 przedstawia trajektorie tych współczynników w latach 2007-2012. Obserwując Rysunek 1 można stwierdzić, że w całym analizowanym okresie współczynnik zmienności oparty o odchylenie standardowe  $V_S$  pozostawał stabilny. Na tej podstawie należy powiedzieć, że nie ma podstaw do stwierdzenia efektu konwergencji czy dywergencji typu  $\sigma$ . Analiza zmian współczynnika

zmienności opartego o odchylenie ćwiartkowe i odchylenie przeciętne wskazuje na wzrost obu wskaźników w latach 2007-2009. Oznaczać to może występowanie efektu  $\sigma$ -dywergencji gmin województwa podkarpackiego. Po roku 2009  $V_d$  zaczyna zmniejszać swoją wartość do końca analizowanego okresu (rok 2012). Na tej podstawie można wnioskować o  $\sigma$ -konwergencji na poziomie gmin na Podkarpaciu. W przypadku współczynnika zmienności opartego na odchyleniu ćwiartkowym  $V_Q$ , zauważyć można jego spadek pomiędzy rokiem 2009 a 2010. W następnych analizowanych latach  $V_Q$  nieco rósł.

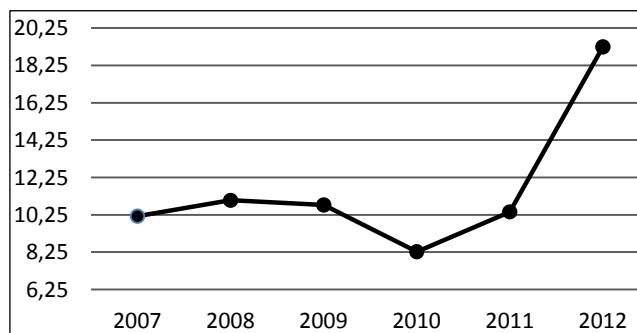
Rysunek 1. Współczynniki zmienności taksonomicznego wskaźnika rozwoju Hellwiga



Źródło: obliczenia własne na podstawie danych GUS

Oznacza to, że pomiędzy rokiem 2009 i 2010 nastąpił impuls w kierunku  $\sigma$ -konwergencji, zaś po tym okresie podkarpackie gminy nieznacznie  $\sigma$ -dywergowały. Podkreślić należy, że zmiany współczynników zmienności w analizowanym okresie miały bardzo delikatny i niejednoznaczny charakter, co uniemożliwia formułowanie twardych wniosków dotyczących  $\sigma$ -konwergencji.

Rysunek 2. Koncentracja taksonomicznego wskaźnika rozwoju Hellwiga – kurtoza

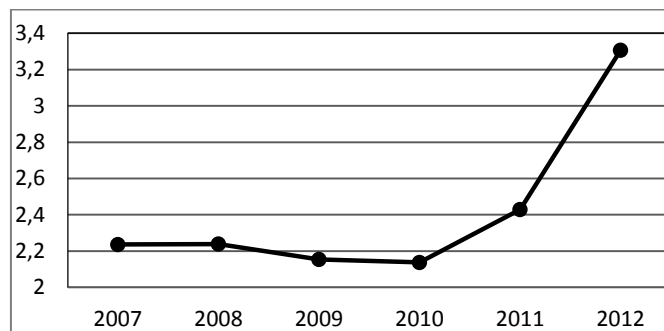


Źródło: obliczenia własne na podstawie danych GUS

Z uwagi na to, że analiza  $\sigma$ -konwergencji w oparciu o współczynniki zmienności nie pozwoliła na sformułowanie jednoznacznych wniosków, dlatego dla uzupełnienia dokonano analizy zmian kurtozy (Rysunek 2). Dodatnie wartości

kurtozy oznaczają, że badana cecha charakteryzuje się rozkładem bardziej wysmukłym (osiągając większą koncentrację) w porównaniu do rozkładu normalnego. Rozkład taki nazywać można rozkładem leptokurtycznym. Analiza danych zawartych na Rysunku 2 pozwala na stwierdzenie, że w całym analizowanym okresie taksonomiczna miara rozwoju Hellwiga charakteryzowała się rozkładem leptokurtycznym. W latach 2007-2008 koncentracja miary rozwoju była stabilna, co nie daje asumptu do zidentyfikowania efektu  $\sigma$ -konwergencji /dywergencji. Na przełomie lat 2008/2010 kurtoza uległa obniżeniu, zaś w latach 2010-2012 kurtoza rosła. Porównując jedynie skrajne lata badanego okresu, tj. rok 2007 i 2012, można stwierdzić, że kurtoza wzrosła, co świadczy o koncentracji poziomu rozwoju gmin województwa podkarpackiego.

Rysunek 3. Asymetria rozkładu taksonomicznego wskaźnika rozwoju Hellwiga



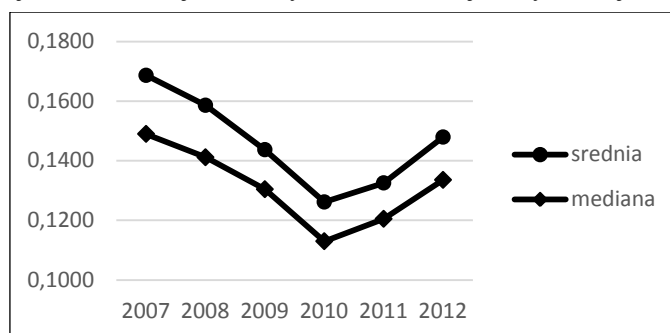
Źródło: obliczenia własne na podstawie danych GUS

W dalszej kolejności analizie poddano skośność jako miarę asymetrii rozkładu taksonomicznej miary rozwoju Hellwiga (Rysunek 3). Dodatkowo wartości współczynnika świadczą o prawostronnej skośności rozkładu miary rozwoju. Oznacza to, że większość gmin województwa podkarpackiego charakteryzuje się niższą niż średnią miarą rozwoju. Rosnąca w latach 2010-2012 wartość współczynnika skośności wskazuje, że coraz większa liczba gmin na Podkarpaciu osiąga poziom rozwoju niższy od średniego. Może to sugerować, że niewielka liczba gmin osiągnęła zdecydowanie wyższy poziom rozwoju, powodując tym samym wzrost wartości średniej. Trzeba jednak zwrócić uwagę na fakt, że w tym samym czasie wzrosła wartość kurtozy, co świadczy o koncentracji miary wokół średniej. W badanym okresie rozstęp wskaźnika rozwoju nie uległ znaczącym zmianom, co nie uprawnia do wyciągania wniosków dotyczących zbieżności ścieżek rozwoju gmin województwa podkarpackiego.

Ostatnim elementem rozważań jest analiza trajektorii średniej i mediany taksonomicznego wskaźnika rozwoju Hellwiga. Rysunek 4 przedstawia zmiany średniej i mediany w analizowanych latach 2007-2012. Rysunek 4 potwierdza wnioski wynikające z analizy skośności. Prowoskośność sugeruje, że wartość mediany jest niższa od wartości średniej i tak też jest w całym analizowanym

okresie. Zauważyć należy, że trajektorie mediany i średniej są bardzo podobne. W latach 2007-2010 zarówno średnia jak i mediana zmniejszają swoje wartości, zaś od roku 2010 następuje ich wzrost. Na podkreślenie zasługuje fakt, iż w miarę upływającego czasu (szczególnie w latach 2007-2010) wartości średniej i mediany zbliżają się do siebie, co ma związek z malejącą wartością skośności.

Rysunek 4. Trajektorie średniej i mediany taksonomicznej miary rozwoju



Źródło: obliczenia własne na podstawie danych GUS

Nie daje to jednak wystarczających podstaw do wnioskowania na temat  $\sigma$ -konwergencji.

### Analiza $\beta$ -konwergencji

Analizy zjawiska  $\beta$ -konwergencji dokonano w oparciu o wyniki estymacji parametrów równania (6) metodą MNK. Z metodologicznego punktu widzenia bardziej odpowiednią metodą estymacji dla tego typu analiz jest uogólniona metoda momentów (UMM), z uwagi na to, że w MNK przyjmuje się restrykcyjne założenia o braku korelacji między zmiennymi objaśnianymi a składnikiem losowym oraz o stałej wariancji składników losowych. Niemniej, głównie z uwagi na niewielką liczbę okresów w badaniu, wykorzystano właśnie MNK.

Oszacowane wartości parametrów zestawiono w Tabeli 1.

Tabela 1. Oszacowania równania konwergencji

Zmienna objaśniana	STOPA WZROSTU TAKSONOMICZNEGO WSKAŹNIKA ROZWOJU			
Metoda estymacji	MNK			
Typy gmin	Wszystkie	Miejskie	Wiejskie	Miejsko-wiejskie
Stała	0,12412 (0,0000)	0,03027 (0,4567)	0,23997 (0,0000)	0,24945 (0,0000)
$X_{it-1}$	-0,8273 (0,0000)	-0,1898 (0,1588)	-1,8430 (0,0000)	-1,6715 (0,0000)
Durbin-Watson	1,8	1,6	1,7	2,6
$R^2$	0,03289	0,02529	0,05867	0,13809
Skorygowane $R^2$	0,033	0,0128	0,05701	0,13226
Liczba obserwacji	800	80	570	150

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych GUS

Z danych zaprezentowanych w Tabeli 1 wynika, że oszacowania są istotne statystycznie. Jedynie w przypadku gmin miejskich oszacowania te nie są zadowalające. W przypadku oszacowań istotnych statystycznie stwierdzić można że w analizowanym okresie wystąpił efekt  $\beta$ -konwergencji.

Wyniki estymacji parametrów  $\beta$ -konwergencji wskazują, że najszybciej konwergencja zachodził w gminach wiejskich, następnie miejsko-wiejskich, zaś najwolniej w grupie wszystkich gmin województwa podkarpackiego. Statystyka Durbina-Watsona przyjmuje zadowalające wartości, co pozwala na przyjęcie założenia o braku autokorelacji składnika losowego. Zarówno współczynnik determinacji jak również jego wartość skorygowana osiągają niskie wartości. Jest to jednak zjawisko dość powszechne w tego typu analizach.

## PODSUMOWANIE

Przeprowadzona analiza pozwala na wyciągnięcie zasadniczego wniosku, że w analizowanych latach 2007-2012, wśród gmin województwa podkarpackiego zachodziło zjawisko konwergencji. Analiza  $\sigma$ -konwergencji wskazuje, że zjawisko to nasiliło się od roku 2010. Wydaje się, że nie bez znaczenia jest tu fakt, że rok 2010 był rokiem, w którym zaczęły pojawiać się pierwsze efekty realizowania projektów z wykorzystaniem środków europejskich. Wiele podkarpackich samorządów skorzystało głównie z Regionalnego Programu Operacyjnego Województwa Podkarpackiego, dzięki czemu modernizowano drogi, budowano sieć wodociągową i kanalizacyjną, oczyszczalnie ścieków etc. W myśl zasady wyrównania różnic w poziomie rozwoju, samorządy słabiej rozwinięte miały łatwiejszy dostęp do funduszy. W efekcie realizacji projektów, głównie infrastrukturalnych, gminy słabiej rozwinięte poprawiały parametry cech stanowiących o wartości syntetycznej miary rozwoju Hellwiga. W rezultacie w latach 2007-2012 (a zwłaszcza w latach 2010-2012) zaobserwowano zjawisko konwergencji. Należy również podkreślić, że zjawisko  $\beta$ -konwergencji miało związek z typem gmin. Związek ten można określić w następujący sposób: im bardziej wiejski charakter gmin, tym szybszy efekt  $\beta$ -konwergencji.

## BIBLIOGRAFIA

- Barro R. J. (1991) Economic Growth in a Cross Section of Countries, *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 106, No. 2 (May), pp. 407-443.
- Barro R. J., Sala-i-Martin X. (1992) Convergence, *Journal of Political Economy*, 100(2), pp. 223-251.
- Baumol W. J. (1986) Productivity Growth, Convergence and Welfare, *American Economic Review*, 76, pp. 1072-1085.
- Boldrin M., Canova F. (2001) Inequality and convergence in Europe's regions: reconsidering European regional policies, *Economic Policy*, Vol. 14, No. 32.
- Ciołek D. (2003) Badanie konwergencji krajów Europy Środkowo-Wschodniej z wykorzystaniem danych panelowych [w:] *Dynamiczne modele ekonometryczne*, Toruń.

- Jabłoński Ł. (2009) Teoretyczne kwestie konwergencji ekonomicznej [w:] Konwergencja modeli ekonomicznych Polska i Ukraina, red. Woźniak M. G., Chuzhykov V. I., Lukianenko D. G., Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie, Kraków.
- Kormendi, R., Meguire, P. (1985) Macroeconomic determinants of growth: Cross-country evidence, *Journal of Monetary Economics*, 16(2), pp. 141-163.
- Levine R. E., Renelt D. (1992) A Sensitivity Analysis of Cross-Country Growth Regressions, *American Economic Review*, 82 (4), pp. 942-963.
- Mankiw N., Romer D., Weil D. (1992) A Contribution to the Empirics of Economic Growth, *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 107, No. 2 (May), pp. 407-437.
- Misiak T. (2013) Konwergencja międzyregionalna i wewnątrzregionalna taksonomicznych wskaźników rozwoju ekonomicznego [w:] Regionalne zróżnicowanie rozwoju ekonomicznego Polski Trojak M. (red.), Wydawnictwo UJ, Kraków.
- Misiak T., Sulima A., Tokarski T. (2010) Czy w polskich powiatach występuje efekt konwergencji realnej [w:] Wzrost gospodarczy i polityka makroekonomiczna Kwiatkowska W. (red.), Kwiatkowski E. (red.), Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Mokrosińska D. (2011) Polityka kohezji w Unii Europejskiej [w:] Polityka kohezji i konwergencja gospodarcza regionów Polski oraz krajów Unii Europejskiej, Bukowski S. I. (red.), Difin, Warszawa.
- Nowak E. (1990) Metody taksonomiczne w klasyfikacji obiektów społeczno-gospodarczych, PAN, Warszawa.
- Traktat ustanawiający Europejską Wspólnotę Gospodarczą z 25 marca 1957 r.
- Woźniak M. G. (1993) Kierowanie. Rynek. Transformacja. Bariery stabilizacji, Instytut Badań Rynkowych, Kraków.
- Zeliaś A. (red.) (2000) Taksonomiczna analiza przestrzennego zróżnicowania poziomu życia w Polsce w ujęciu dynamicznym, Wydawnictwo AE w Krakowie, Kraków.

#### ANALYSIS OF DEVELOPMENT CONVERGENCE OF PODKARPACIE PROVINCE COMMUNES

**Abstract:** The main purpose of the paper is to study the occurrence of the convergence effect of Podkarpackie Province communes economic development. The study divided the communes in urban, urban-rural and rural to define in which group of communes convergence effect showed greater rate. To realization such established purpose of this article it was necessary to determine the socio-economic development level of the analysed local government units. The method used in this paper is Hellwig synthetic development measurement. To analyse the indicator of the socio-economic development level applied sigma and beta convergence approach. This method takes into account a number an economic, social, technical and ecological variables. Research focuses on the period between 2007-2012.

**Keywords:** regional development, convergence, Hellwig method, podkarpackie province

## **BOOTSTRAPOWY ESTYMATOR MEDIANY DLA PRÓBY O NIEPARZYSTEJ LICZBIE ELEMENTÓW**

**Joanna Kisielińska**

Katedra Ekonomiki Rolnictwa i Międzynarodowych Stosunków Gospodarczych  
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie  
e-mail: joanna\_kisielinska@sggw.pl

**Streszczenie:** W artykule przedstawiono rozkład bootstrapowego estymatora mediany dla próby o nieparzystej liczbie elementów. Wykorzystując jego własności, oszacowano punktowo i przedziałowo medianę dla prób pochodzących z populacji o wybranych rozkładach o różnej liczebności. Przeprowadzone badania symulacyjne pokazały, kiedy lepszym oszacowaniem mediany jest mediana estymatora, a kiedy jego wartość oczekiwana. Zbadano wpływ liczebności próby na dokładność szacunków punktowych i przedziałowych.

**Słowa kluczowe:** bootstrapowy estymator mediany, punktowe i przedziałowe szacowanie mediany

### **WPROWADZENIE**

W wielu zagadnieniach, nie tylko ekonomicznych, do charakterystyki poziomu badanego zjawiska nie wystarcza średnia arytmetyczna. Tak jest w przypadku, gdy rozkład cechuje asymetria. Wówczas przydatna jest inna miara średniej, czyli mediana. Jeśli badacz dysponuje danymi z całej populacji, może interesujący go parametr np. medianę obliczyć. W przypadku gdy dostępne są jedynie informacje z części populacji, może jedynie parametr oszacować.

Jedną z metod szacowania parametrów jest metoda bootstrapowa, którą stosuje się, jeśli nie jest znany rozkład cechy w badanej populacji. Warto dodać, że w zastosowaniach praktycznych zwykle rozkłady badanych cech nie są znane i jedyną informacją jaką dysponujemy jest pobrana próba losowa.

Zaproponowana przez Efrona [Efron 1979] metoda bootstrapowa polega na wtórnym próbkowaniu próby oryginalnej (pierwotnej). Jeśli metodę stosuje się w celu szacowania parametrów, dla każdej próby wtórnej wyznaczany jest intere-



sujący badacza parametr. Na podstawie zbioru obliczonych dla prób wtórnych wartości można określić bootstrapowy rozkład estymatora. Rozkład ten można wykorzystać następnie do punktowego lub przedziałowego szacowania parametru.

Podkreślić należy, że liczba wszystkich możliwych prób wtórnych jest skończona i równa  $n^n$ , gdzie  $n$  – jest liczbą elementów próby pierwotnej. Metodę bazującą na wszystkich próbach wtórnych nazywa się metodą dokładnego bootstrapu<sup>1</sup> (exact bootstrap method). Metodę dokładnego bootstrapu można zastosować w przypadkach gdy  $n$  nie jest zbyt duże<sup>2</sup> lub, jeśli znany jest bootstrapowy rozkład estymatora. W przypadku mediany dla próby o nieparzystej liczbie elementów „dokładny” rozkład jej bootstrapowego estymatora jest znany.

Dla próby o nieparzystej liczbie elementów estymator mediany jest estymatorem medianowo-nieobciążonym [Zieliński 2010]. Jeśli więc mediana estymatora jest różna od jego wartości oczekiwanej należy, jako oszacowanie mediany, przyjąć medianę estymatora, a nie jego wartość oczekiwaną. Z drugiej strony wiadomo, że granicznym rozkładem mediany z próby o nieparzystej liczbie elementów jest rozkład normalny o wartości oczekiwanej równej medianie rozkładu [Domański i Pruska 2000]. Z uwagi na symetryczność rozkładu granicznego, dla prób dużych zarówno mediana jak i wartość oczekiwana estymatora powinny dawać oszacowanie równie dobre.

Celem przedstawionych w niniejszym artykule badań będzie punktowe i przedziałowe szacowanie mediany bazujące na rozkładzie estymatora bootstrapowego.

Szacowanie punktowe ma na celu porównanie mediany i wartości oczekiwanej bootstrapowego estymatora mediany. Rozważania teoretyczne wskazują, że mediana powinna być oszacowaniem lepszym, natomiast wraz ze wzrostem liczebności próby różnice pomiędzy nimi powinny być coraz mniejsze.

Dla przedziałowego szacowania mediany granice przedziału ufności, ze względu na własności rozkładu estymatora bootstrapowego, mogą być z góry wyznaczone dla wszystkich prób o zadanej liczebności i zadanego poziomu ufności. Zbadany zostanie wpływ wielkości próby na dokładność oszacowań przedziałowych.

Próby wykorzystane do symulacji losowano przy użyciu generatora liczb pseudolosowych wbudowanego w program MS Excel. Wszystkie obliczenia wykonano z wykorzystaniem języka VBA.

---

<sup>1</sup> Metoda jest przedstawiona między innymi w pracy Kisielińska J. (2014) Szacowanie mediany przy użyciu dokładnej metody bootstrapowej, *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych*. Tom XV, Nr. 3, str. 111-121.

<sup>2</sup> Dla większych liczebności próby pierwotnej czas potrzebny do wygenerowania wszystkich prób wtórnych i obliczenia dla nich interesujących parametrów może być bowiem bardzo długi.

# BOOTSTRAPOWY ESTYMATOR MEDIANY DLA PRÓBY O NIEPARZYSTEJ LICZBIE OBSERWACJI

Rozważania prowadzone będą dla próby prostej  $X_1, X_2, \dots, X_n$  wylosowanej z populacji o nieznanym rozkładzie  $F$  z medianą  $M_{0.5}$ . Wartości próby oznaczone zostaną jako  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , zaś uporządkowane niemalejąco jako  $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$ . Statystyka pozycyjna o randze  $k$  oznaczona zostanie jako  $X_{(k)}$ . Medianą  $Me$  z  $n$ -elementowej próby o nieparzystej liczbie elementów jest jej środkowy element:

$$Me = X_{(m)} \quad (1)$$

gdzie  $m = \frac{n+1}{2}$  jest pozycją mediany.

W metodzie bootstrapowej z próby pierwotnej losowane są ze zwracaniem próby wtórne:  $X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*$ . Jeśli w próbie pierwotnej nie było powtórzeń, każda ze zmiennych  $X_i^*$  przyjmować może wartości ze zbioru  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  z jednakowym prawdopodobieństwem równym  $1/n$ .

W próbach wtórnych medianą może być dowolny element próby pierwotnej. Jeśli bootstrapowy estymator mediany oznaczmy jako  $\hat{X}_{(m)}^*$  określenie jego rozkładu wymaga obliczenia prawdopodobieństw  $P(\hat{X}_{(m)}^* = x_{(l)})$ , dla  $l = 1, 2, \dots, n$ . Prawdopodobieństwa te można wyznaczyć w sposób następujący [Maritz i Jarrett 1978, Efron 1979, Kisielińska 2014, Pekasiewicz 2015]:

$$\begin{cases} \text{dla } l = 2, \dots, n-1 \\ P(\hat{X}_{(m)}^* = x_{(l)}) = \sum_{j=0}^{m-1} \binom{n}{j} \left(\frac{l-1}{n}\right)^j \left(1 - \frac{l-1}{n}\right)^{n-j} - \sum_{j=0}^{m-1} \binom{n}{j} \left(\frac{l}{n}\right)^j \left(1 - \frac{l}{n}\right)^{n-j} \\ \text{dla } l = 1, n \\ P(\hat{X}_{(m)}^* = x_{(l)}) = \sum_{j=m}^n \binom{n}{j} \left(\frac{1}{n}\right)^j \left(\frac{n-1}{n}\right)^{n-j} \end{cases} \quad (2)$$

Wzór ten dla  $l=2, \dots, n-1$  można zapisać w prostszej postaci [Maritz i Jarrett 1978]:

$$P(\hat{X}_{(m)}^* = x_{(l)}) = \frac{(n)!}{(m!)^2} \int_{(j-1)/n}^{j/n} y^m (1-y)^m dy. \quad (3)$$

Ważną cechą przedstawionego rozkładu jest to, że prawdopodobieństwa określone wzorem (2) dla poszczególnych wartości  $x_{(l)}$  nie zależą od wartości obserwacji wchodzących w skład próby. Mówiąc inaczej, prawdopodobieństwa te są jednakowe dla wszystkich  $n$  elementowych prób. Łatwo pokazać ponadto, że:

$$P(\hat{X}_{(m)}^* = x_{(l)}) = P(\hat{X}_{(m)}^* = x_{(n-l+1)}). \quad (4)$$

Wartość oczekiwaną rozkładu bootstrapowego estymatora mediany dla próby o nieparzystej liczbie obserwacji można obliczyć ze wzoru:

$$E(\hat{X}_{(m)}^*) = \sum_{l=1}^n x_{(l)} \cdot P(\hat{X}_{(m)}^* = x_{(l)}), \quad (5)$$

zaś wariancję:

$$VAR(\hat{X}_{(m)}^*) = \sum_{l=1}^n (x_{(l)} - E(\hat{X}_{(m)}^*))^2 \cdot P(\hat{X}_{(m)}^* = x_{(l)}). \quad (6)$$

Wartość oczekiwana  $E(\hat{X}_m^*)$  będzie równa medianie z próby pierwotnej jedynie<sup>3</sup> w przypadku próby idealnie symetrycznej względem środkowego elementu, czyli takiej, która spełnia warunek:

$$x_{(m)} - x_{(l)} = x_{(n-l+1)} - x_{(m)}. \quad (7)$$

Na wylosowanie reprezentatywnej próby symetrycznej są szanse jedynie wówczas, gdy rozkład, dla którego pobrano próbę jest rozkładem symetrycznym. Pamiętać jednak należy, że mediana jest parametrem interesującym jedynie dla rozkładów asymetrycznych.

Znając rozkład bootstrapowego estymatora mediany można zbudować przedziały ufności. Ponieważ rozkład ten jest dyskretny, jako granice przedziału warto przyjąć elementy próby. Dla zadanego poziomu ufności  $1-\alpha$ , lewą granicą przedziału ufności  $Me_{\frac{\alpha}{2}}$  dla wszystkich  $n$ -elementowych prób o nieparzystej liczbie elementów będzie wówczas największy element  $x_{(d)}$ , który spełnia warunek:

$$F(x_{(d)}) \leq \frac{\alpha}{2}, \quad (8)$$

gdzie  $F$  jest dystrybuantą estymatora  $\hat{X}_m^*$ . Granicą prawą przedziału  $Me_{1-\frac{\alpha}{2}}$  natomiast będzie najmniejszy element  $x_{(g)}$ , który spełnia warunek:

$$F(x_{(g)}) \geq 1 - \frac{\alpha}{2}. \quad (9)$$

Podkreślić należy, że jeśli próba nie spełnia warunku (7) przedziały te będą asymetryczne względem mediany z próby, a wobec tego jako miarę dokładności oszacowania lepiej używać szerokości przedziału, a nie jego połowy.

## WYNIKI OBLICZEŃ

Eksperymenty symulacyjne przeprowadzono dla populacji o sześciu rozkładach. Rozkłady te oznaczone zostały jako:

- $F(10,7)$ : rozkład  $F$  o liczbie stopni swobody licznika 10 i mianownika 7,

<sup>3</sup> Nie można oczywiście wykluczyć wylosowania próby niesymetrycznej, dla której mediana będzie równa wartości oczekiwanej, będzie to jednak przypadek, a nie reguła.

- $F(5,2)$ : rozkład  $F$  o liczbie stopni swobody licznika 5 i mianownika 2,
- $CHI(3)$ : rozkład  $\chi^2$  o liczbie stopni swobody 3,
- $CHI(10)$ : rozkład  $\chi^2$  o liczbie stopni swobody 10,
- $N(5,1)$ : rozkład normalny,
- $N(5,4)$ : rozkład normalny.

Z każdej populacji wylosowano po 100 prób o liczebnościach  $n = 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91, 101, 111, 121$ . W celu większej porównywalności wyników dla różnych rozkładów losowano liczby losowe z przedziału  $[0,1]$ , które traktowano następnie jako dystrybuantę rozkładu. Dla każdego  $n$  obliczono bootstrapowy rozkład mediany, a następnie dla wszystkich prób wyznaczono parametry rozkładu: medianę i wartość oczekiwaną oraz przedziały ufności.

Tabela 1. Średnie odległości oszacowań mediany od faktycznej mediany rozkładu wyznaczone ze 100 prób

$n$	$F(10,7), M_{0,5}=1,030$		$F(5,2), M_{0,5}=1,252$		$CHI(3), M_{0,5}=2,366$	
	$ d_1 $	$ d_2 $	$ d_1 $	$ d_2 $	$ d_1 $	$ d_2 $
21	0,059711	0,078324	0,192693	0,304717	0,155731	0,193178
31	0,044853	0,028693	0,078128	0,149936	0,054525	0,082834
41	0,021680	0,031027	0,078977	0,128069	0,054326	0,074151
51	0,015578	0,021089	0,054239	0,086433	0,039551	0,050352
61	0,009630	0,021438	0,037836	0,082665	0,023370	0,052524
71	0,001856	0,009608	0,018773	0,051427	0,001571	0,019940
81	0,001284	0,009143	0,014879	0,046507	0,000635	0,019574
91	0,001247	0,006294	0,016100	0,037439	0,000183	0,012125
101	0,013141	0,014929	0,008399	0,019089	0,034271	0,036979
111	0,002381	0,007478	0,013762	0,034142	0,004663	0,016976
121	0,007537	0,009489	0,026806	0,039185	0,018990	0,022568
$n$	$CHI(10), M_{0,5}=9,342$		$N(5,1), M_{0,5}=5$		$N(5,4), M_{0,5}=5$	
	$ d_1 $	$ d_2 $	$ d_1 $	$ d_2 $	$ d_1 $	$ d_2 $
21	0,059711	0,078324	0,192693	0,304717	0,155731	0,193178
31	0,044853	0,028693	0,078128	0,149936	0,054525	0,082834
41	0,021680	0,031027	0,078977	0,128069	0,054326	0,074151
51	0,015578	0,021089	0,054239	0,086433	0,039551	0,050352
61	0,009630	0,021438	0,037836	0,082665	0,023370	0,052524
71	0,001856	0,009608	0,018773	0,051427	0,001571	0,019940
81	0,001284	0,009143	0,014879	0,046507	0,000635	0,019574
91	0,001247	0,006294	0,016100	0,037439	0,000183	0,012125
101	0,013141	0,014929	0,008399	0,019089	0,034271	0,036979
111	0,002381	0,007478	0,013762	0,034142	0,004663	0,016976
121	0,007537	0,009489	0,026806	0,039185	0,018990	0,022568

Uwagi:  $d_1$  - odległość mediany estymatora bootstrapowego od mediany rozkładu,  
 $d_2$  - odległość wartości oczekiwanej estymatora bootstrapowego od mediany rozkładu.

Źródło: badania własne

W Tabeli 1 przedstawione zostały średnie odległości oszacowań mediany od jej faktycznej wartości, wyznaczone dla sześciu populacji ze 100 prób. Odległość oznaczoną jako  $d_1$  obliczono dla oszacowania w postaci mediany z prób bootstrapowych, zaś  $d_2$  dla oszacowania w postaci wartości oczekiwanej. Dla rozkładów asymetrycznych ( $F(10,7)$ ,  $F(5,2)$ ,  $CHI(3)$ ,  $CHI(10)$ ) mediana była oszacowaniem lepszym od wartości oczekiwanej (jedynie w czterech przypadkach na 44 było przeciwnie). Dla dwóch rozkładów symetrycznych ( $N(5,1)$ ,  $N(5,4)$ ) lepszym oszacowaniem była zwykle wartość oczekiwana (z wyjątkiem trzech przypadków na 22).

Ponieważ dla rozkładów asymetrycznych mediana estymatora jest lepszym oszacowaniem niż wartość oczekiwana, stosowanie wariancji jako miary dokładności nie będzie odpowiednie. Można użyć w tym celu odległości międzykwartylowej [Zieliński 2010] lub szerokości przedziałów ufności.

W przypadku prób z populacji o rozkładach  $F$ , systematyczne zmniejszanie odległości zaobserwować można dla rozkładu  $F(10,7)$  do  $n = 91$ , zaś dla rozkładu  $F(5,2)$  do  $n = 101$ . Dalsze zwiększanie próby w niektórych przypadkach daje oszacowanie gorsze niż dla próby mniejszej. Najmniejsze różnice między oszacowaniem mediany, a jej faktyczną wartością uzyskano dla próby 91 elementowej w przypadku rozkładu  $F(10,7)$  i 101 elementowej dla rozkładu  $F(5,2)$ . Na błędy oszacowań wpływ ma wariacja rozkładu populacji. Rozkład  $F(5,2)$  ma większą wariancję niż rozkład  $F(10,7)$ , co skutkuje większymi błędami (zarówno dla mediany jak i wartości oczekiwanej bootstrapowego rozkładu estymatora) niemal dla wszystkich liczebności prób.

Dla populacji o rozkładzie  $\chi^2$  najlepsze oszacowanie mediany uzyskano dla  $n = 91$  w przypadku rozkładu  $CHI(3)$  oraz dla  $n = 111$  w przypadku rozkładu  $CHI(10)$ . Zwiększanie liczebności próby w początkowym zakresie  $n$  skutkowało zmniejszaniem błędów. Dla wyższych wartości  $n$  oszacowania były w niektórych przypadkach gorsze niż dla  $n$  mniejszych. Rozkład  $CHI(10)$  ma większą wariancję niż  $CHI(3)$  i oszacowania były dla niego zwykle gorsze (z wyjątkiem  $n = 101$  i  $111$ ).

Najlepsze oszacowanie mediany dla obydwu populacji o rozkładzie normalnym uzyskano dla  $n = 111$ . Błędy oszacowań dla  $n=121$  były w niektórych przypadkach większe nawet kilkukrotnie. Podobnie jak w przypadku populacji o rozkładach asymetrycznych, błędy oszacowań były większe dla populacji o większej wariancji.

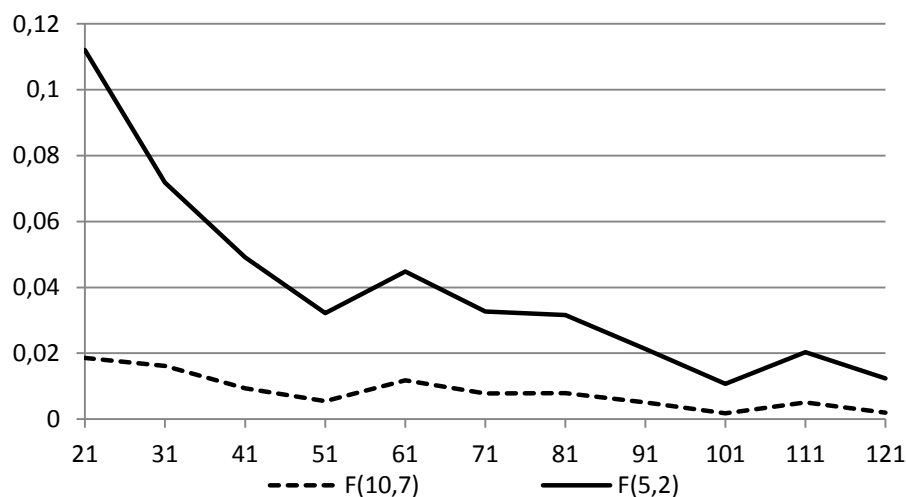
Wzrost błędów oszacowań mediany rozkładu wraz ze wzrostem liczebności próby (dla większych  $n$ ) stoi w sprzeczności z teorią i wynika z błędów numerycznych występujących podczas obliczania prawdopodobieństw zgodnie ze wzorem (2) dla większych prób. Błędy te występują mimo zastosowania w programie komputerowym podwójnej precyzji dla zmiennych rzeczywistych. Oznacza to, że zwiększanie liczebności próby, przy aktualnej dokładności komputerów niekoniecznie musi prowadzić do zwiększania dokładności szacunku.

Wpływ wielkości próby na różnicę pomiędzy medianą i wartością oczekiwaną estymatora bootstrapowego dla prób wylosowanych z populacji o rozkładach  $F$ ,  $\chi^2$  i normalnym przedstawiono na Rysunkach 1, 2 i 3. Odległości te obliczono jako różnice pomiędzy wartościami średnimi wyznaczonymi ze 100 prób.

W przypadku prób z populacji o rozkładach  $F$ , można zaobserwować niemal systematyczne zmniejszanie różnic między medianą i wartością oczekiwaną. Zmniejszanie różnic występuje także w przypadku rozkładu  $\chi^2$ , choć nie jest już systematyczne. Dla prób z populacji o rozkładach normalnych wielkość próby nie wpływa na analizowane różnice.

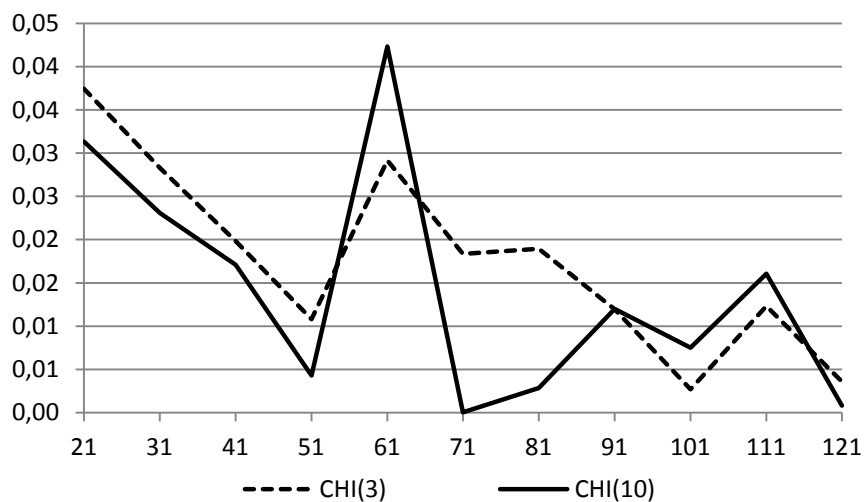
Różnicę pomiędzy medianą i wartością oczekiwaną estymatora bootstrapowego są większe dla prób wylosowanych z populacji o większej wariancji w przypadku rozkładów  $F$  i normalnych. Dla rozkładu  $\chi^2$  takiej prawidłowości nie zaobserwowano.

Rysunek 1. Wartości bezwzględne różnic pomiędzy medianą i wartością oczekiwaną bootstrapowego estymatora mediany dla prób z populacji o rozkładach  $F$



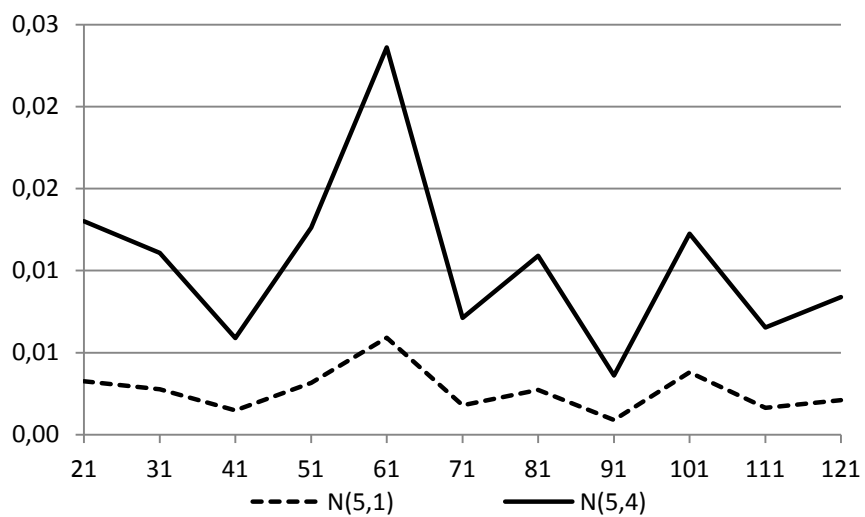
Źródło: badania własne

Rysunek 2. Wartości bezwzględne różnic pomiędzy medianą i wartością oczekiwaną bootstrapowego estymatora mediany dla prób z populacji o rozkładach  $\chi^2$



Źródło: badania własne

Rysunek 3. Wartości bezwzględne różnic pomiędzy medianą i wartością oczekiwaną bootstrapowego estymatora mediany dla prób z populacji o rozkładach normalnych



Źródło: badania własne

Znając rozkład bootstrapowego estymatora mediany można wyznaczyć przedziały ufności. Granice przedziałów spełniać muszą warunki (8) i (9). Ponieważ prawdopodobieństwa poszczególnych realizacji estymatora są jednakowe dla wszystkich prób o zadanej liczebności, granice te wyznaczają elementy próby o określonej pozycji w uporządkowanej próbie. W Tabeli 2 podano pozycje granic dla poziomu ufności  $1-\alpha = 0,95$  dla prób liczących  $n = 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91, 101, 111$  i  $121$ . Podkreślić należy, że w przypadku stosowania metody percentyli przedstawionej między innymi w [Pekasiewicz 2015] losowanie prób wtórnych nie jest potrzebne do szacowania mediany i innych kwantyli.

Na Rysunku 4 przedstawiono wpływ wielkości próby na średnią szerokość przedziałów ufności dla  $1-\alpha = 0,95$  dla badanych sześciu rozkładów wyznaczoną ze 100 prób.

Szerokość przedziałów ufności zmniejsza się niemal równomiernie wraz ze wzrostem liczebności próby. Pozwala to wnioskować, że dla mniejszych i większych elementów próby (odpowiadających dystrybucie na poziomie 0,05 i 0,95) rozkład obliczony jest z mniejszymi błędami numerycznymi niż dla obserwacji środkowych.

Wariancja rozkładu w populacji wpływa na szerokości przedziałów ufności. Im większa wariancja, tym przedziały są oczywiście szersze. Najszerze przedziały obserwujemy dla przypadku rozkładu  $CHI(10)$ , a następnie kolejno dla rozkładów  $N(5,4)$ ,  $CHI(3)$ ,  $F(5,2)$ ,  $N(5,1)$  i  $F(10,7)$ .

Tabela 2. Numery obserwacji będące granicami przedziałów ufności dla  $1-\alpha = 0,95$

$n$	21	31	41	51	61	71	81	91	101	111	121
$n_{(d)}$	6	11	15	19	24	28	33	37	42	46	51
$n_{(g)}$	16	21	21	33	38	44	49	55	60	66	71

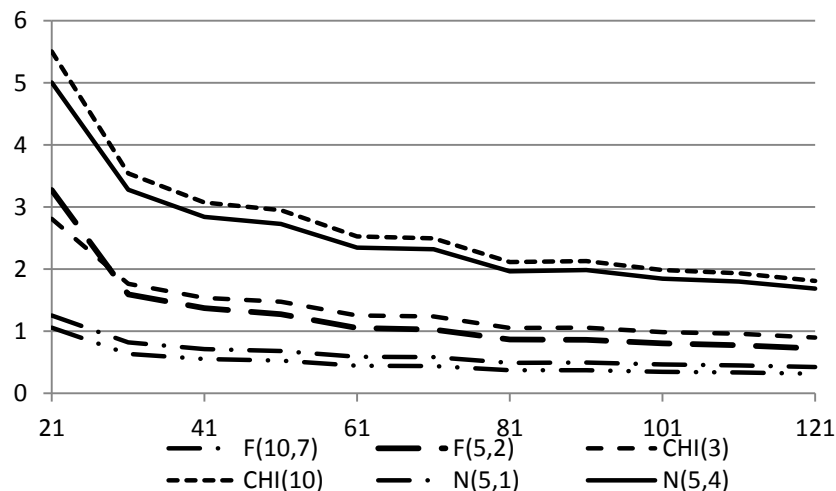
Uwagi:  $n_{(d)}$  – pozycja lewej granicy przedziału ufności,

$n_{(g)}$  – pozycja prawej granicy przedziału ufności.

Źródło: badania własne



Rysunek 4. Wpływ wielkości próby na średnią szerokość przedziałów ufności dla  $1-\alpha = 0,95$



Źródło: badania własne

## PODSUMOWANIA

Przeprowadzone badania pozwalają na wyciągnięcie następujących wniosków:

- W przypadku punktowego szacowania mediany, dla prób z populacji o wziętych pod uwagę rozkładach asymetrycznych, mediana bootstrapowego estymatora mediany jest oszacowaniem lepszym niż wartość oczekiwana. Jest to zgodne z teorią, ponieważ mediana jest estymatorem medianowo-nieobciążonym. Dla rozkładów symetrycznych (normalnych) lepszym oszacowaniem okazała się wartość oczekiwana. Wraz ze wzrostem liczebności próby różnice pomiędzy medianą i wartością oczekiwaną estymatora bootstrapowego malały dla prób ze wszystkich populacji.
- Zwiększanie liczebności próby w zakresie początkowych wartości  $n$  prowadziło do lepszych oszacowań mediany. Dla większych  $n$  natomiast wzrost liczebności próby w wielu przypadkach prowadził do zwiększania błędów. Jest to prawdopodobnie skutkiem błędów numerycznych podczas obliczania prawdopodobieństw dla poszczególnych realizacji estymatora dla większych prób. Przy aktualnej dokładności komputerów wzrost liczebności próby niekoniecznie musi prowadzić do zwiększania dokładności szacunku.

- Ponieważ prawdopodobieństwa poszczególnych realizacji bootstrapowego estymatora mediany zależą jedynie od liczebności próby, pozycje granic przedziałów ufności są jednakowe dla wszystkich prób o zadanej liczebności. Z tego też względu losowanie prób wtórnych do ich wyznaczania nie jest potrzebne.
- Dla zadanego poziomu ufności szerokości przedziałów ufności zmniejszają się wraz ze wzrostem liczebności próby.

## BIBLIOGRAFIA

- Efron B. (1979) Bootstrap methods: another look at the jackknife, *The Annals of Statistics*, Vol. 7, No. 1, 1-26.
- Domański C., Pruska K. (2000) *Nieklasyczne metody statystyczne*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Kisielińska J. (2014) Szacowanie mediany przy użyciu dokładnej metody bootstrapowej, *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych*. Tom XV, Nr. 3, str. 111-121.
- Maritz J. S., Jarrett R. G. (1978) A note on estimating the variance of the sample median, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 73, No. 361, 194-196.
- Pekasiewicz D. (2015) *Statystyki pozycyjne w procedurach estymacji i ich zastosowania w badaniach ekonomicznych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego.
- Zieliński R. (2010) O średniej arytmetycznej i medianie. *Matematyka Stosowana*, Tom XI/52. [http://www.matstos.pjwstk.edu.pl/no11/no11\\_zielinski.pdf](http://www.matstos.pjwstk.edu.pl/no11/no11_zielinski.pdf)

## MEDIAN BOOTSTRAP ESTIMATOR FOR AN ODD SAMPLE

**Abstract:** The article presents the distribution of the median bootstrap estimator for the sample with an odd number of elements. Using its properties, made point and interval estimation of median for samples taken from a population of selected distributions of different sizes. The conducted simulation studies have shown, when the median of estimator is a better estimate, and when its expected value. It was examined the impact of sample size on the accuracy of point estimates and intervals.

**Keywords:** bootstrap median estimator, point and interval estimation of median

## WYKORZYSTANIE NARZĘDZI WAP DO OCENY POZIOMU ZANIECZYSZCZANIA ŚRODOWISKA W UJĘCIU PRZESTRZENNYM

**Grzegorz Koszela**

Katedra Ekonometrii i Statystyki  
Szkola Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie  
e-mail: grzegorz\_koszela@sggw.pl

**Wiesław Szczesny**

Katedra Informatyki  
Szkola Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie  
e-mail: wieslaw\_szczesny@sggw.pl

**Streszczenie:** W pracy została omówiona problematyka oceny stabilności rankingu przed jego upublicznieniem na przykładzie oceny zanieczyszczenia środowiska w Polsce w ujęciu regionalnym. Została zaproponowana procedura oceny stabilności przy wykorzystaniu miary zróżnicowania zbioru wektorów. Praca ta jest pewnym uzupełnieniem wyników i dyskusji uzyskanych przez [Kukuła 2014].

**Słowa kluczowe:** ranking, wskaźnik zróżnicowania, wskaźnik syntetyczny, gradacyjna analiza danych, program GradeStat

### WSTĘP

Wpływ działalności człowieka na stan środowiska aktualnie jest coraz częściej przedmiotem wielu ocen i porównań. Rejestrowane i udostępniane publicznie dane pozwalają badaczom na porównania pomiędzy różnymi jednostkami terytorialnymi zarówno w kraju jak i na świecie. Do porównań wykorzystywane są zazwyczaj standardowe narzędzia Wielowymiarowej Analizy Porównawczej (WAP). Narzędzia te są prezentowane szeroko także w polskiej literaturze (por. np. [Kukuła 2000], [Zeliaś 2000], [Malina 2004], [Młodak 2006], [Gatnar, Walesiak 2009]). Przy użyciu tych narzędzi budowane są rankingi, obszarów, które po udostępnieniu szerszemu odbiorcy czasami wywołują dyskusje dotyczące przedstawianego uporządkowania/rankingu. Zazwyczaj powodowane są

one faktem, iż twórcy rankingu nie sprawdzają jego stabilności. A przecież przy budowie porównań jest wiele miejsca na subiektywizm. Co więcej powszechność automatyzacji systemów raportowych powoduje, że wiele rankingów powstaje bez udziału doświadczonego analityka.

Celem niniejszej pracy jest przedstawienie jak przy wykorzystaniu podstawowych narzędzi WAP można ustrzec się przed zaprezentowaniem rankingu, który przy ustalonym zestawie przyjętych zmiennych może być uznany za dyskusyjny. Zatem można przyjąć, że zawarte w tej pracy rozważania są w pewnym sensie kontynuacją pracy profesora Karola Kukuły [Kukuła 2014]. Należy podkreślić iż zagadnienie to jest szczególnie istotne, gdyż obecnie występuje często automatyczne raportowanie w ramach różnych systemów informacyjnych, które w przypadku mało lub średnio krytycznych odbiorców może nawet wprowadzać w błąd. Aby lepiej przedstawić problemy, które stoją przed analitykiem budującym ranking, rozpatrzmy pewien „przerysowany” sztuczny przykład, który zostanie zaprezentowany w następnej sekcji.

## PRZYKŁAD WPROWADZAJĄCY

W Tabeli 1 zamieszczono przykład obejmujący 5 zmiennych i 8 obiektów. Wartości zmiennych  $X_1, \dots, X_5$  zostały tak dobrane, aby zilustrować kilka problemów pojawiających się przed analitykiem jednocześnie. Zmienne posiadają różne zakresy wartości, wartość odstającą (nietypową) oraz zróżnicowanie wartości niektórych z nich mierzone współczynnikiem zmienności  $V$  (iloraz odchylenia standardowego do wartości średniej) jest bardzo małe.

Przystępując do konstrukcji rankingu analityk dysponujący wybranym zestawem stymulant, jeśli to ma miejsce w zautomatyzowanym systemie raportowo-informacyjnym, kieruje się zazwyczaj następującymi przesłankami przy budowie wskaźnika syntetycznego:

- należy wyeliminować zmienne quasi-stałe,
- wartości poszczególnych zmiennych należy sprowadzić do porównywalności poprzez proces normowania,
- ustalić wagi poszczególnych zmiennych zgodnie ze wskazaniem ekspertów lub w oparciu o wskazania ogólne (np. [Młodak 2006], [Betti, Soldi, Talev 2015]).

W literaturze wskazuje się, że jeśli nie ma bezpośrednich merytorycznych wskazań dla wag, to te najprostsze wskazówki ograniczają się do następujących:

- wszystkie zmienne mają jednakowe wagi,
- wagi są proporcjonalne do wartości współczynników zmienności dla zmiennych oryginalnych,
- wagi są proporcjonalne do wartości wskaźników zróżnicowania/zmienności dla zmiennych przekształconych za pomocą przekształcenia normalizacyjnego,

- wagi proporcjonalne do odwrotności sum wartości bezwzględnych współczynników w wierszu macierzy korelacji pomiędzy wybranymi do badania stymulantami,
- wagi proporcjonalne do iloczynu wartości wag ustalonych dwoma powyższymi metodami.

Ta ostatnia procedura ustalania wag w wersji uszczegółowionej została szerzej opisana m. in. w pracach ([Betti, Verma 1999], [Panek 2011], [Betti, Soldi, Talev 2015]). Została ona oficjalnie przyjęta przez Eurostat [2002] w pomiarze ubóstwa oraz wykluczenia społecznego. Zaletą tej procedury jest to, iż uwzględnia ona problem redundancji (tzn. nie powiela tych samych informacji zawartych w różnych częściowych wskaźnikach w danym wymiarze) oraz przypisuje mniejszą wagę tym wskaźnikom częściowym, które charakteryzują się niewielką zmiennością,

Tabela 1. Sztuczny przykład prezentujący 5 stymulant dla 8-miu obiektów w ujęciu nominalnym (zmienne X1, ..., X5) oraz po unitaryzacji zerowanej (zmienne Z1, ..., Z5)

Obiekty	X1	X2	X3	X4	X5	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5
O01	15,13	149,17	751,48	31,00	2009,00	0,077	0,933	0,475	1,000	0,571
O02	14,00	154,15	751,10	26,00	2013,00	0,061	1,000	0,000	0,500	0,857
O03	13,60	145,61	751,90	25,00	2011,00	0,055	0,885	1,000	0,400	0,714
O04	10,60	124,46	751,70	28,00	2007,00	0,013	0,600	0,750	0,700	0,429
O05	11,50	115,61	751,65	30,00	2015,00	0,026	0,480	0,687	0,900	1,000
O06	9,70	106,23	751,60	24,00	2003,00	0,000	0,354	0,625	0,300	0,143
O07	12,40	97,73	751,75	27,00	2005,00	0,038	0,239	0,813	0,600	0,286
O08	80,00	80,00	751,20	21,00	2001,00	1,000	0,000	0,125	0,000	0,000
maximum	80,00	154,15	751,90	31,00	2015,00	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
minimum	9,70	80,00	751,10	21,00	2001,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
średnia	20,87	121,62	751,55	26,50	2008,00	0,159	0,561	0,559	0,550	0,500
odch. stand.	22,41	24,94	0,26	3,04	4,58	0,319	0,336	0,321	0,304	0,327
V	1,074	0,205	0,000	0,115	0,002	2,007	0,599	0,574	0,553	0,655
max-min	70,30	74,15	0,80	10,00	14,00	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
max/min	8,247	1,927	1,001	1,476	1,007	x	x	x	x	x
kwartył 1	10,83	99,86	751,27	24,25	2003,50	0,016	0,268	0,213	0,325	0,179
kwartył 3	14,85	148,28	751,74	29,50	2012,50	0,073	0,921	0,797	0,850	0,821
IQR=Kw3 -	4,02	48,43	0,47	5,25	9,00	0,057	0,653	0,584	0,525	0,643

Źródło: opracowanie własne

Zauważmy iż w przypadku gdy użyjemy wag proporcjonalnych do współczynników zmienności dla danych oryginalnych, to mamy do czynienia z sytuacją marginalizacji tych zmiennych, które mają małe współczynniki zmienności. W celu ilustracji wpływu poszczególnych działań na wartości wskaźnika syntetycznego oraz na ranking obiektów, w Tabeli 2 zamieszczono wartości 5-ciu wskaźników otrzymanych w oparciu o wartości zmiennych Z1, ..., Z5 z Tabeli 1, odpowiednio: dla wag jednakowych (W1), dla wag proporcjonalnych do współczynników

zmienności dla  $X_1, \dots, X_5$  (W2), dla wag proporcjonalnych do współczynników zmienności dla  $Z_1, \dots, Z_5$  (W3), dla wag wyznaczonych w oparciu o macierz korelacji (W4) oraz W5 wykorzystujący wagi proporcjonalne do iloczynów wag użytych do stworzenia W3 i W4. Natomiast w Tabeli 3 umieszczono analogiczne wartości wskaźników dla danych różniących się od zawartych w Tabeli 1 jedną wartością. Jest to wartość zmiennej  $X_1$  dla obiektu O08, której wartość zmieniono na wartość progu  $\theta$  - po przekroczeniu którego wartości są oznaczane jako nietypowe. Wartość  $\theta$  wyliczono według wzoru:

$$\theta = q_3 + 1,5 \cdot (q_3 - q_1) \quad (1)$$

gdzie  $q_1$  i  $q_3$  oznaczają odpowiednio kwartył pierwszy i trzeci rozkładu wartości analizowanej zmiennej. Otrzymana wartość 20,88 jest nadal najwyższa, ale w procesie unitaryzacji nie powoduje tak dużego jak wartość oryginalna zaniżenia wartości  $Z_1$  dla pozostałych obiektów (poza O08), co znacząco wpływa na wartość wskaźników syntetycznych. Szczególnie jest to widoczne przy analizie wartości wskaźnika W2, który praktycznie nie wykorzystuje (z uwagi na wielkość wag) informacji o wartościach zmiennych  $X_3$  i  $X_5$  (współczynniki zmienności nieznacznie większe od zera) i mocno przeważa informację o wartościach  $X_1$  (duża wartość współczynnika zmienności dla  $X_1$  z uwagi na wartość odstającą).

Tabela 2. Wartości wskaźników syntetycznych i ranking obiektów dla danych z Tabeli 1

Obiekty	W1	W2	W3	W4	W5	RW1	RW2	RW3	RW4	RW5
O01	0,611	0,280	0,436	0,608	0,456	2	2	2	3	3
O02	0,484	0,236	0,355	0,449	0,348	5	3	5	5	6
O03	0,611	0,207	0,434	0,664	0,494	3	4	3	1	1
O04	0,498	0,156	0,338	0,532	0,382	4	6	6	4	5
O05	0,619	0,166	0,430	0,633	0,464	1	5	4	2	2
O06	0,284	0,077	0,189	0,324	0,229	7	8	8	7	8
O07	0,395	0,115	0,275	0,440	0,321	6	7	7	6	7
O08	0,225	0,769	0,474	0,200	0,424	8	1	1	8	4

Źródło: opracowanie własne

Tabela 3. Wartości wskaźników syntetycznych i ranking obiektów dla danych z Tabeli 1 po zmianie wartości zmiennej  $X_1$  dla O08 z 80 na 20,88

Obiekty	W1	W2	W3	W4	W5	RW1	RW2	RW3	RW4	RW5
O01	0,693	0,753	0,671	0,677	0,658	1	1	1	2	2
O02	0,548	0,633	0,545	0,518	0,518	4	2	4	5	4
O03	0,670	0,556	0,645	0,695	0,669	2	3	2	1	1
O04	0,512	0,397	0,470	0,523	0,482	5	6	5	4	5
O05	0,646	0,431	0,608	0,637	0,601	3	4	3	3	3
O06	0,284	0,190	0,256	0,306	0,276	7	8	8	7	8
O07	0,436	0,314	0,412	0,454	0,429	6	7	6	6	6
O08	0,225	0,429	0,289	0,225	0,287	8	5	7	8	7

Źródło: opracowanie własne

Ten przykład pokazuje, iż w raportowaniu powinno się pokazywać oprócz rankingu i wartości wskaźnika syntetycznego, także informację o stabilności dokonanej oceny. Jako miary stabilności oceny rankingu można użyć jednej z wielu dostępnych w literaturze miar zróżnicowania zbioru wektorów (zbiorów wielowymiarowych). Najlepiej, aby wartości tej miary były z przedziału  $[0;1]$ . W tym przypadku pomiar ten zilustrowano przy wykorzystaniu wskaźnika  $\tau_{abs}$ , który wykorzystuje wartości wskaźnika zróżnicowania  $ar_{max}$ . Wskaźniki te należą do instrumentarium tzw. gradacyjnej analizy danych (por. [Szczesny 2002], [Kowalczyk i inni 2004], [Borkowski i inni 2008], [Binderman i inni 2014]).

Aby przybliżyć stosowane pojęcia wprowadzimy następujące oznaczenia, niech:  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$  i  $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_n)$  będą dwoma strukturami tzn.  $x_i, y_i \geq 0$  oraz

$\sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i = 1$ . Przy tych oznaczeniach krzywą łączącą punkty:

$$(0;0), (x_1, y_1), (x_1 + x_2, y_1 + y_2), \dots, (x_1 + \dots + x_n, y_1 + \dots + y_n) = (1;1)$$

nazywa się zwykle krzywą zróżnicowania struktury  $\mathbf{y}$  względem struktury  $\mathbf{x}$  i oznacza symbolem  $C_{[\mathbf{y}:\mathbf{x}]}$ . Krzywa ta jest wykresem pewnej funkcji ciągłej

$C_{[\mathbf{y}:\mathbf{x}]} : [0;1] \rightarrow [0;1]$ . Wskaźnik zróżnicowania struktury  $\mathbf{y}$  względem struktury  $\mathbf{x}$  można określić jako:

$$ar(\mathbf{y} : \mathbf{x}) = ar(C_{[\mathbf{y}:\mathbf{x}]}) = 1 - 2 \int_0^1 C_{[\mathbf{y}:\mathbf{x}]}(t) dt \quad (2)$$

Łatwo zauważyć, iż wartość tego wskaźnika zależy od uporządkowania współrzędnych. W wielu przypadkach praktycznych nie ma zadanej ustalonej kolejności współrzędnych i w związku z tym zamiast wskaźnika  $ar$  używa się wskaźnika  $ar_{max}$ , który przyjmuje największą wartość  $ar$  dla wszystkich możliwych ustawień współrzędnych pary struktur  $\mathbf{y}$  i  $\mathbf{x}$ . Największa wartość jest przyjmowana przy ustawieniu wspomnianych par według wartości ilorazów  $y_i/x_i$  (por. [Kowalczyk i inni 2004]). Natomiast do oceny zróżnicowania zbioru wektorów  $\{\mathbf{W}_1, \dots, \mathbf{W}_k\}$ , z których każdy ma współrzędne równe wartościom odpowiedniego wskaźnika syntetycznego  $W_i$  ( $i=1, \dots, k$ ) określonego na obiektach  $O_1, \dots, O_n$  użyjemy formuły:

$$\tau_{abs}(\{\mathbf{W}_1, \dots, \mathbf{W}_k\}) = \frac{1}{k(k-1)} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k [ar_{max}(\mathbf{x}_i : \mathbf{x}_j)], \quad (3)$$

gdzie:  $\mathbf{W}_i = (w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{in}) = (W_i(O_1), \dots, W_i(O_n))$ ,  $|\mathbf{W}_i| = \sum_{s=1}^n W_i(O_s)$ ,

$$\mathbf{x}_i = \left( \frac{W_i(O_1)}{|\mathbf{W}_i|}, \dots, \frac{W_i(O_n)}{|\mathbf{W}_i|} \right), \text{ dla } i = 1, \dots, k$$

W przypadku danych zamieszczonych w Tabelach 2 i 3, wartości wskaźnika określonego wzorem (3) wynoszą odpowiednio 0,196 oraz 0,077. Obliczenia wartości można wykonać przy pomocy programu GradeStat (<http://gradestat.ipipan.waw.pl/>). Można posłużyć się również inną miarą niepodobieństwa wektorów, a mianowicie wstawić w miejsce wskaźnika  $ar_{max}$  we wzorze (3) inną miarę niepodobieństwa/odległości. Na przykład gdybyśmy posłużyli się zamiast  $ar_{max}$  miarą:

$$\mu := 0,5 \cdot (1 - \rho(W_i, W_j))\mu, \quad (4)$$

gdzie:  $\rho(W_i, W_j)$  oznacza współczynnik korelacji Pearsona pomiędzy i-tym i j-tym wskaźnikiem syntetycznym, to otrzymalibyśmy odpowiednio wartości 0,308 i 0,62. W obu przypadkach widoczny jest wyraźny spadek zróżnicowania po zastosowaniu zmiany sposobu normowania zmiennych, polegającego na specjalnym potraktowaniu elementu odstającego. Oznacza to, iż po tym zabiegu uporządkowania mniej się różnią między sobą. W Tabeli 4 zamieszczono zróżnicowanie wartości utworzonych 5-ciu wskaźników syntetycznych między sobą. Łatwo zauważyć iż wskaźnik  $W_2$  wyraźnie różni się od pozostałych. Ma to miejsce zarówno w przypadku gdy nie dokonaliśmy modyfikacji normowania jak i po modyfikacji. Przyczyną tego stanu rzeczy jest przyjęcie do budowy wag wskaźnika zmienności  $V$  dla zmiennych oryginalnych, co w praktyce oznacza wyeliminowanie w dalszej analizie zmiennych  $X_3$  i  $X_5$  (wagi są bardzo małe).

Tabela 4. Macierze wskaźników zróżnicowania  $ar_{max}$  dla wektorów wartości wskaźników syntetycznych odpowiednio z Tabel 2 i 3

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$x_1$	0	<b>0,40</b>	0,11	0,04	0,09
$x_2$	0,40	<b>0</b>	0,28	0,42	0,32
$x_3$	0,11	<b>0,28</b>	0	0,15	0,05
$x_4$	0,04	<b>0,42</b>	0,15	0	0,10
$x_5$	0,09	<b>0,32</b>	0,05	0,10	0

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$x_1$	0	<b>0,16</b>	0,03	0,02	0,03
$x_2$	0,16	<b>0</b>	0,13	0,17	0,14
$x_3$	0,03	<b>0,13</b>	0	0,05	0,02
$x_4$	0,02	<b>0,17</b>	0,05	0	0,03
$x_5$	0,03	<b>0,14</b>	0,02	0,03	0

Źródło: opracowanie własne

Zatem naturalnym postępowaniem wydaje się eliminacja wskaźnika  $W_2$ . Po wyeliminowaniu  $W_2$  notujemy duży procentowy spadek wartości wskaźnika  $\tau_{abs}$  gdy dokonujemy modyfikacji normowania, kiedy przyjmuje on odpowiednio wartości 0,090 i 0,028. Reasumując, mała wartość wskaźnika zróżnicowania, a dokładniej jego wrażliwość na problem neutralizacji ("usuwania") elementów odstających oraz ewentualnych nietypowych wskaźników syntetycznych, wydaje się być dobrym ostrzeżeniem przed publikowaniem dyskusyjnego rankingu. Szczególnie, gdy jego konsekwencje w sytuacjach praktycznych mogą być nieprzyjemne, jak na przykład w systemie podziału funduszu premiowego pomiędzy jednostki biznesowe w dużej korporacji, bądź przy podziale środków budżetowych pomiędzy jednostki samorządowe itp. Zilustrujemy użyteczność zastosowania ta-



kiej miary w przypadku danych rzeczywistych zawartych w artykule prof. Kukuły [Kukuła 2014].

## WYNIKI BADAŃ

W pracy [Kukuła 2014] do budowy rankingu województw ze względu na stopień zanieczyszczenia środowiska wykorzystano następujące 7 cech diagnostycznych:  $X_1$  - nieoczyszczone ścieki przemysłowe i komunalne odprowadzone do wód lub do ziemi w  $m^3/100 km^2$ ,  $X_2$  - emisja zanieczyszczeń pyłowych z zakładów szczególnie uciążliwych dla środowiska w  $t/100 km^2$ ,  $X_3$  - emisja zanieczyszczeń gazowych z zakładów szczególnie uciążliwych dla środowiska w  $t/100 km^2$ ,  $X_4$  - udział powierzchni gruntów zdewastowanych i zdegradowanych (wymagających rekultywacji) w ogólnej powierzchni województwa w %,  $X_5$  - emisja ołowiu z zakładów szczególnie uciążliwych dla środowiska w  $g/100 km^2$ ,  $X_6$  - emisja rtęci z zakładów szczególnie uciążliwych dla środowiska w  $g/100 km^2$ ,  $X_7$  - wielkość odpadów komunalnych wytworzonych i niezabezpieczonych w  $kg/osobę$ .

Można podjąć próbę pokazania wrażliwości uporządkowania województw ze względu na nietypowe wartości badanych zmiennych (patrz Tabela 5). Wartości zmiennych dla wygody powtórzono za pracę [Kukuła 2014]. W ostatnich 3-ech wierszach zamieszczono wartości współczynników zmienności oraz dolną i górną granicę dzielące wartości typowe od nietypowych. Górną granicę wyznaczono według wzoru (1), a wartości nietypowe wyróżniono w treści tabeli:

Tabela 5. Wartości zmiennych  $X_1$ - $X_7$

Województwo	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$
dolnośląskie	31,58	19,48	80,41	4,05	22490	582	54
kujawsko-pomorskie	15,58	11,67	47,05	2,51	1246	384	59
lubelskie	0,80	8,35	21,20	1,25	2464	299	73
lubuskie	3,57	8,31	14,69	1,16	93	43	48
łódzkie	12,08	18,94	224,18	2,63	285	1603	105
małopolskie	30,96	25,88	69,69	2,59	2720	356	88
mazowieckie	71,99	12,98	78,30	1,15	2351	1108	102
opolskie	89,25	22,71	133,80	3,07	2072	2773	49
podkarpackie	5,04	9,51	18,83	0,95	824	235	28
podlaskie	0,25	4,55	7,33	1,39	163	1511	89
pomorskie	2,73	15,17	37,69	1,67	486	421	48
śląskie	532,71	85,66	331,19	3,91	289198	3116	32
świętokrzyskie	204,94	23,15	108,39	2,92	4329	632	38
warmińsko-mazurskie	2,48	4,90	6,26	1,97	4	4	86
wielkopolskie	2,68	15,56	56,15	3,29	660	3758	44
zachodniopomorskie	3,93	11,35	40,35	1,32	175	502	39
<b>granica dolna</b>	<b>-55,73</b>	<b>-7,38</b>	<b>-79,59</b>	<b>-1,19</b>	<b>-3148,25</b>	<b>-1446,63</b>	<b>-22,88</b>
<b>granica górna</b>	<b>100,13</b>	<b>36,89</b>	<b>187,60</b>	<b>5,45</b>	<b>5933,75</b>	<b>3322,38</b>	<b>152,13</b>
wsp. zmienności V	2,09	0,99	1,06	0,44	3,38	1,04	0,40

Źródło: opracowanie własne na podstawie [Kukuła 2014]

Tak jak opisano w poprzedniej rozdziale po normalizacji dokonanej techniką unitaryzacji zerowanej tworzymy cztery wskaźniki syntetyczne  $W_1$ - $W_4$  wykorzystując odpowiednio: wagi jednakowe (1/7), proporcjonalne do wartości współczynników zmienności zmiennych po unitaryzacji zerowanej, proporcjonalne do odwrotności sumy współczynników korelacji z macierzy korelacji oraz do iloczynu tych dwu ostatnich wag. Wartości tych współczynników zamieszczono w Tabeli 6. Dodatkowo aby sprawdzić stabilność została dokonana normalizacja w ten sposób, iż dla największej wartości odstającej przyjęto wartość równą granicy dla największej wartości oraz o 5 jednostek mniejszą wartość dla drugiej mniejszej co do wielkości wartości odstającej, aby zachować uporządkowanie wartości. Otrzymane wskaźniki syntetyczne dla tak zmodyfikowanych danych oznaczono symbolami  $WN_1$ - $WN_4$  i również podano w Tabeli 6. Różnicowanie wartości wskaźników  $W_1$ - $W_4$  i  $WN_1$ - $WN_4$  mierzone według wzoru (3) wynosi odpowiednio 0,120 oraz 0,064, co wskazuje iż mogą zajść spore zmiany w uporządkowaniu województw. Uzyskane rangi zawiera w Tabeli 7, która pokazuje duży wpływ wprowadzonej modyfikacji normowania na miejsce w rankingu w przypadku województw wielkopolskiego i świętokrzyskiego. W przypadku pozostałych województw różnice są niewielkie. Mała wartość wskaźnika 0,064 wskazuje na stabilność sporządzonych rankingów  $RN_1$ - $RN_4$ . Gdy nie ma wskazań ekspertów co do wag poszczególnych wskaźników częściowych, to należałoby – naszym zdaniem – wybrać ranking  $RN_4$ , bo wybrane wagi uwzględniają zarówno korelacje pomiędzy wskaźnikami częściowymi, jak i ich zmienność.

Tabela 6. Wartości zmiennych  $X_1$ - $X_7$ 

Województwo	$W_1$	$W_2$	$W_3$	$W_4$	$WN_1$	$WN_2$	$WN_3$	$WN_4$
dolnośląskie	0,291	0,197	0,311	0,217	0,528	0,517	0,495	0,490
kujawsko-pomorskie	0,179	0,107	0,213	0,132	0,261	0,244	0,276	0,257
lubelskie	0,123	0,070	0,177	0,104	0,198	0,185	0,250	0,228
lubuskie	0,060	0,034	0,082	0,049	0,079	0,068	0,100	0,087
łódzkie	0,406	0,253	0,485	0,313	0,515	0,472	0,577	0,527
małopolskie	0,275	0,172	0,336	0,214	0,456	0,427	0,487	0,453
mazowieckie	0,255	0,168	0,339	0,223	0,447	0,457	0,516	0,511
opolskie	0,355	0,250	0,369	0,272	0,614	0,635	0,573	0,600
podkarpackie	0,025	0,021	0,022	0,020	0,068	0,070	0,059	0,062
podlaskie	0,191	0,107	0,272	0,161	0,203	0,183	0,292	0,260
pomorskie	0,119	0,075	0,139	0,090	0,175	0,157	0,182	0,165
śląskie	0,834	0,913	0,741	0,854	0,849	0,877	0,742	0,787
świętokrzyskie	0,268	0,217	0,257	0,216	0,539	0,567	0,474	0,508
warmińsko-mazurskie	0,156	0,078	0,228	0,124	0,159	0,130	0,236	0,195
wielkopolskie	0,322	0,205	0,346	0,236	0,387	0,371	0,378	0,370
zachodniopomorskie	0,084	0,055	0,094	0,064	0,125	0,116	0,126	0,119

Źródło: opracowanie własne

Tabela 7. Rankingi Wartości województw według wartości wskaźników z Tabeli 6

Województwo	R1	R2	R3	R4	RN1	RN2	RN3	RN4
dolnośląskie	5	6	7	6	4	4	5	6
kujawsko-pomorskie	10	9	11	10	9	9	10	10
lubelskie	12	13	12	12	11	10	11	11
lubuskie	15	15	15	15	15	16	15	15
łódzkie	2	2	2	2	5	5	2	3
małopolskie	6	7	6	8	6	7	6	7
mazowieckie	8	8	5	5	7	6	4	4
opolskie	3	3	3	3	2	2	3	2
podkarpackie	16	16	16	16	16	15	16	16
podlaskie	9	10	8	9	10	11	9	9
pomorskie	13	12	13	13	12	12	13	13
śląskie	1	1	1	1	1	1	1	1
świętokrzyskie	7	4	9	7	3	3	7	5
warmińsko-mazurskie	11	11	10	11	13	13	12	12
wielkopolskie	4	5	4	4	8	8	8	8
zachodniopomorskie	14	14	14	14	14	14	14	14

Źródło: opracowanie własne

W badanym przypadku opisanym przez Tabelę 5 wynika, iż województwo śląskie jest elementem mocno odstającym w badanym zbiorze obiektów (bardzo duże wartości w przypadku 4-ech zmiennych, wartości te znacząco przekraczają granicę oddzielającą elementy statycznie uznawane jako odstające od pozostałych). Zatem można go usunąć z obliczeń i dokonać uporządkowania 15-tu województw nadając pozycje 2-16 i sprawdzić z każdym poprzednich uporządkowań. Jeśli przyjmiemy jako miarę podobieństwa współczynnik korelacji, to jego wartości dla tych 4-ech nowych rankingów i kolumn R1-R5 z Tabeli 7 wynoszą odpowiednio: 0,959; 0,944; 0,918; 0,909 oraz 0,968; 0,968; 0,971; 0,953 dla kolumn RN1-RN4. Zatem podobieństwo tych nowych rankingów z rankingami RN1-RN4 jest większe niż z rankingami R1-R5. Jest to dodatkowy argument, że opisane postępowanie w procesach normowania z elementami o wartościach odstających jest właściwe. Pozostaje zatem ustalenie, który z tych czterech rankingów (RN1-RN4) ma zostać upubliczniony. Wydaje się, iż przydatnym narzędziem powinna być macierz podobieństw (lub odległości) pomiędzy wektorami WN1-WN4 lub RN1-RN4. Łatwo można sprawdzić, iż jeśli oprzemy się na macierzach korelacji, to w obu przypadkach najlepszym wyborem będzie ranking RN4 (kryterium maksymalna wartość sumy w wierszu macierzy korelacji). W przypadku użycia macierzy niepodobieństw wektorów WN1-WN4 przy wykorzystaniu wskaźnika  $ar_{max}$ , też uzyskamy identyczną odpowiedź.

## PODSUMOWANIE

Problem stworzenia stabilnego i nie budzącego zastrzeżeń rankingu obiektów jest w dobie licznych systemów raportowych ważnym zagadnieniem. Dodatkowo w wielu zastosowaniach praktycznych (np. w przypadku jednostek terytorialnych, oddziałach dużych korporacji) po upublicznieniu takie rankingi są dokładnie oglądane i komentowane. Dlatego przed wypuszczeniem konkretnego rankingu warto sprawdzić jego stabilność. Zazwyczaj publikuje się nie tylko samo miejsce w rankingu danego obiektu, ale także wartości wskaźnika syntetycznego, które są podstawą publikowanego rankingu. Jedną z najczęstszych stosowanych metod normalizacyjnych przy sprowadzaniu do porównywalności jest metoda unitaryzacji zerowanej. W badaniu wybraliśmy tę metodę normalizacji z uwagi na fakt, iż sprowadza ona wartości fizyczne zmiennych do wartości bezwymiarowych z przedziału  $[0;1]$ , co nadaje im najbardziej intuicyjny charakter z praktycznego punktu widzenia. Najczęściej jako syntetyczną ocenę wybiera się średnią lub średnią ważoną z wartości wskaźników częściowych wziętych do budowy rankingu, gdyż wtedy w naturalny sposób wartości wskaźnika syntetycznego należą do przedziału  $[0;1]$ . Wybór wag to ważny proces, ale w tej pracy z uwagi na ograniczoność miejsca nie był szerzej dyskutowany. Wykorzystaliśmy tylko najbardziej popularne techniki, które w sumie posłużyły do oceny stabilności uporządkowań obiektów za pomocą wartości 4-ech wskaźników syntetycznych. Jako ocenę stabilności rankingu przyjęliśmy wybraną przykładową miarę zróżnicowania wektorów. Po zastosowaniu modyfikacji w procesie normalizacji dotyczącej elementów uznanych za odstające, miara ta wskazuje, że różnice te przy różnych technikach tworzenia wag są niewielkie (wartość przyjętego wskaźnika zróżnicowania poniżej 0,1) czyli można uznać iż rankingi zachowują się stabilnie. Na zakończenie należy podkreślić, że w badaniu stabilności rankingu powinny być użyte także inne techniki normowania wskaźników częściowych. Z uwagi na ograniczoność miejsca, ten ważny problem został w pracy pominięty.

## BIBLIOGRAFIA

- Betti G., Verma V. (1999) Measuring the degree of poverty in a dynamic and comparative context: a multidimensional approach using fuzzy set theory, *Proceedings of the ICCS-VI. Lahore. Pakistan*, Vol. 11, pp. 289–301.
- Betti G., Soldi R., Talev I. (2015) Fuzzy Multidimensional indicators of quality of life: the empirical case of Macedonia, *Social Indicators Research*, doi:10.1007/s11205-015-0965-y.
- Borkowski B., Dudek H., Szczesny W. (2008) Spatial differentiation of food production structure and consumption profile in enlarged European Union, *Journal of Economic Asymmetries*, Vol. 5, No. 2, 145-156.

- Binderman Z., Koszela G., Szczesny W. (2014) Zmiany w strukturze gospodarstw rolnych w krajach Unii Europejskiej w latach 2003-2010 (aspekty metodyczne), Problemy rolnictwa światowego, T14 z. 3, Wydawnictwo SGGW, Warszawa.
- Gatnar E., Walesiak M. (2009) Statystyczna analiza danych z wykorzystaniem programu R, PWN, Warszawa.
- Kowalczyk T., Pleszczyńska E., Ruland F. (2004) Grade Models and Methods of Data Analysis. With applications for the Analysis of Data Population, Studies in Fuzziness and Soft Computing, Vol. 151, Springer Verlag, Berlin - Heidelberg - New York.
- Kukuła K. (2000) Metoda unitaryzacji zerowanej, PWN, Warszawa.
- Kukuła K. (2014) Wybrane problemy ochrony środowiska w Polsce w świetle wielowymiarowej analizy porównawczej, Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych, Tom XV/3, str. 169 – 188.
- Malina A. (2004) Wielowymiarowa analiza przestrzennego zróżnicowania struktury gospodarki Polski według województw, AE, Seria Monografie nr 162, Kraków.
- Młodak A. (2006) Analiza taksonomiczna w statystyce regionalnej, DIFIN, Warszawa.
- Panek T. (2011) Ubóstwo, wykluczenie społeczne i nierówności. Teoria i praktyka pomiaru, Oficyna Wydawnicza Szkoły Głównej Handlowej w Warszawie, Warszawa.
- Szczesny W. (2002) Grade correspondence analysis applied to contingency tables and questionnaire data, Intelligent Data Analysis, Vol. 6(1), IOS Press, Amsterdam.
- Zeliaś A. (2000) Taksonomiczna analiza przestrzennego zróżnicowania poziomu życia w Polsce w ujęciu dynamicznym, AE Kraków.

#### THE USE OF MULTIDIMENSIONAL COMPARATIVE ANALYSIS TOOLS TO ASSESS THE LEVEL OF ENVIRONMENTAL POLLUTION IN SPATIAL TERMS USE OF TOOLS

**Abstract:** The paper discusses the problem of assessing the ranking stability before publicizing on the example of the environmental pollution evaluation in Polish regions. It was proposed the stability assessment process with the use of measures of set of vectors diversity. The paper is a complement to the results and discussion obtained by [Kukuła 2014].

**Keywords:** ranking, diversity index, a synthetic index, grade data analysis, GradeStat program

## WYKORZYSTANIE ANALIZY WIELOWYMIAROWEJ DO BADANIA ZRÓŻNICOWANIA POTENCJAŁU INNOWACYJNEGO POLSKI

**Michał Kościółek**

Katedra Ekonomii, Politechnika Rzeszowska  
e-mail: mkos@prz.edu.pl

**Streszczenie:** W artykule przedstawiono wykorzystanie metod analizy wielowymiarowej za pomocą, których został zbadany potencjał innowacyjny Polski. Z wielu czynników wpływających na rozwój oraz utrzymanie potencjału gospodarczego wybrano 5 cech. Na podstawie wybranych cech dokonano badania metodą unitaryzacji zerowanej oraz metodą Hellwiga. Badanie wykazało, że wybór metody do analizy wielowymiarowej ma niewielki wpływ na grupowanie poszczególnych obszarów na terenie Polski. Rankingi różniły się w przypadku regionów najsłabiej rozwiniętych.

**Słowa kluczowe:** analiza wielowymiarowa, metoda unitaryzacji zerowanej, metoda Hellwiga, potencjał gospodarczy, klasyfikacja

### WSTĘP

Rozwój rozumiany jest jako proces przemian, który w końcowym efekcie ma doprowadzić do osiągnięcia lepszego, pod pewnym względem doskonalszego stanu. Proces ten zachodzi w czasie<sup>1</sup>. Obecnie rozwój jest podstawą każdej rozwijającej się cywilizacji. Aby móc konkurować z innymi podmiotami muszą zachodzić procesy rozwojowe, które pozwalają między innymi na obniżenie kosztów czy zastosowanie innowacyjnych rozwiązań. To z kolei wpływa na wzrost i rozwój gospodarczy, który prowadzi do polepszenia standardów życia, polepszenia sytuacji socjalnej a przede wszystkim do zwiększenia produkcji oraz zapewnienia lepszego bezpieczeństwa ekonomicznego. Należy zwrócić również uwagę na dysproporcje w rozwoju gospodarczym poszczególnych regionów a ich potencjałem innowacyjnym.

---

<sup>1</sup> Leksykon PWN (2015) <http://sjp.pwn.pl/sjp/rozwoj;2517638.html>

Potencjał innowacyjny wielu podmiotów można badać wieloma metodami analizy wielowymiarowej. Celem opracowania jest określenie potencjału rozwojowego poszczególnych województw w Polsce. Dla określonego w pracy celu zostanie zweryfikowana hipoteza: potencjał innowacyjny województw najbardziej rozwiniętych będzie taki sam niezależnie od zastosowanej metody badawczej.

## ZASTOSOWANE METODY BADAWCZE

W artykule zostały zastosowane metody analizy wielowymiarowej pozwalające na stworzenie rankingów. Do analizy wybrano dwie metody:

- metodę unitaryzacji zerowanej,
- metodę Hellwiga.

Pierwszą z zastosowanych metod jest metoda unitaryzacji zerowanej. Metoda ta polega na porównywaniu wielu obiektów za pomocą wybranych kryteriów. Kryteria te mogą być wyrażone przez różne wielkości. Metoda unitaryzacji zerowanej ma na celu unormowanie tych kryteriów. W tej metodzie wykorzystywane są zarówno elementy, które charakteryzują się dodatnią korelacją ze zmienną objaśnianą (stymulanty) oraz elementy które charakteryzują się ujemną korelacją ze zmienną objaśnianą (destymulanty) [Kukuła 2012]. Normowanie zmiennych odbywa się za pomocą wzorów [Kukuła 2000]:

$$z_{ij} = \frac{\max_i x_{ij} - x_{ij}}{\max_i x_{ij} - \min_i x_{ij}} \quad (i = 1, 2, \dots, r; j = 1, 2, \dots, s) \quad (1)$$

$$z_{ij} = \frac{x_{ij} - \min_i x_{ij}}{\max_i x_{ij} - \min_i x_{ij}} \quad (i = 1, 2, \dots, r; j = 1, 2, \dots, s) \quad (2)$$

Wzór (1) pokazuje jak są normowane cechy w przypadku destymulant, natomiast wzór (2) pokazuje sposób normowania zmiennych zwanych stymulantami. Dzięki normowaniu cech za pomocą powyższych wzorów tworzona jest macierz. Macierz ta pozwala na uszeregowanie podmiotów oraz stworzenie rankingów.

Kolejną metodą zastosowaną w artykule jest metoda Hellwiga. Metoda ta jest jedną z powszechnie stosowanych metod taksonomicznych. Oblicza się ją jako syntetyczny wskaźnik taksonomicznej odległości wybranego obiektu od teoretycznego wzorca rozwoju. Taksonomiczny miernik rozwoju Hellwiga pozwala uporządkować podmioty, każdy z tych podmiotów jest opisany zbiorem cech diagnostycznych, zwanych stymulantami lub destymulantami [Nowak 1990].

Zbiór obiektów może zostać przedstawiony za pomocą macierzy:

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nm} \end{bmatrix}$$

gdzie  $x_{ij}$  – oznacza wartości  $j$ -tej cechy dla  $i$ -tego obiektu ( $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $j = 1, 2, \dots, m$ ).

Kolejnym etapem jest ujednolicenie zmiennych, które dokonuje się poprzez standaryzację wykorzystując wzór:

$$z_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{S_j} \quad (j=1, 2 \dots m) \quad (3)$$

Po wykonaniu standaryzacji za pomocą wzoru (3) otrzymujemy macierz:

$$Z = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & z_{1m} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & z_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{n1} & z_{n2} & \dots & z_{nm} \end{bmatrix}$$

gdzie:  $z_{ij}$  jest zestandaryzowaną wartością  $x_{ij}$

Za pomocą powyższej macierzy można określić tzw. wzorzec rozwoju czyli abstrakcyjny obiekt  $P_0$  o współrzędnych standaryzowanych  $z_{01}, z_{02}, \dots, z_{0j}$ , gdzie  $z_{0j} = \max\{z_{ij}\}$ , gdy  $Z_j$  jest stymulantą oraz gdy  $z_{0j} = \min\{z_{ij}\}$ , gdy  $Z_j$  jest destymulantą [Grabiński 2003].

Z powyższego wynika, iż za wzorzec wybiera się hipotetycznie obiekt o najlepszych zaobserwowanych wartościach. Kolejnym etapem jest wyznaczenie dla każdego obiektu odległości od wzorca stosując poniższe wzory [Młodak 2006]:

$$d_i = 1 - \frac{D_{i0}}{D_0}, \quad (i=1, 2 \dots n) \quad (4)$$

gdzie:

$$D_{i0} = \sqrt{\sum_{j=1}^m (z_{ij} - z_{0j})^2} \quad (5)$$

(odległość  $i$ -tego obiektu od obiektu  $P_0$ )

$$D_0 = \bar{D}_0 + 2S_0 \quad (6)$$

$$\bar{D}_0 = n^{-1} \sum_{i=1}^n D_{i0} \quad (7)$$

$$S_0 = \sqrt{n^{-1} \sum_{i=1}^n (D_{i0} - \bar{D}_0)^2} \quad (8)$$



Przy wykorzystaniu wzorów (4-8) wyznaczyć można wskaźnik syntetyczny dla każdego obiektu. Miernik ten przyjmuje wartości z przedziału  $[0,1]$ . Im wyższa wartość miernika tym obiekt jest bardziej zbliżony do wzorca, natomiast im niższa wartość tym obiekt jest bardziej od niego oddalony.

## ANALIZA PROBLEMU WYBRANYMI METODAMI BADAWCZYMI

Pierwszym etapem analizy było wyodrębnienie najważniejszych cech opisujących potencjał innowacyjny Polski [Heffner 2007]. Wybór ten został dokonany przez grono eksperckie składające się z 10 osób, każda z nich określała wagi dla poszczególnych wskaźników. Z wielu wskaźników wybrano 5 najlepiej opisujących potencjał innowacyjny:

- produkt krajowy brutto na jednego aktywnego zawodowo (wyrażony w tys. zł),
- stopa bezrobocia rejestrowanego (wyrażona w %),
- nakłady ogółem na działalność innowacyjną w przedsiębiorstwach (wyrażone w mln zł),
- nakłady inwestycyjne w przedsiębiorstwach na 1 mieszkańca (wyrażone w zł),
- nakłady wewnętrzne na B+R na 1 mieszkańca (wyrażone w zł).

Należy zauważyć, że niektóre z tych wskaźników są połączeniem kilku podstawowych wskaźników, które można znaleźć w bazie BDL (Bank Danych Lokalnych) [Salamaga 2010].

Za pomocą tych zmiennych można dokonać analizy potencjału innowacyjnego poszczególnych województw w Polsce [Hellwig 1968].

Pierwszym etapem analizy zarówno w przypadku metody unitaryzacji zerowanej jak i metodzie Hellwiga ważne jest określenie, która ze zmiennych jest stymulantą, a która destymulantą, i tak:

- produkt krajowy brutto na jednego aktywnego zawodowo – stymulanta,
- stopa bezrobocia rejestrowanego – destymulanta,
- nakłady ogółem na działalność innowacyjną w przedsiębiorstwach – stymulanta,
- nakłady inwestycyjne w przedsiębiorstwach na 1 mieszkańca – stymulanta,
- nakłady wewnętrzne na B+R na 1 mieszkańca – stymulanta.

Po tym etapie stworzona została macierz przy wykorzystaniu wzorów (1) oraz (2). Jej rezultaty zostały przedstawione w Tabeli 1.

Tabela 1. Macierz określająca potencjał innowacyjny Polski za pomocą metody unitaryzacji zerowanej

Macierz	x1	x2	x3	x4	x5	Q
MAZOWIECKIE	1,00	0,92	0,44	1,00	1,00	0,87
POLSKA	0,43	0,69	1,00	0,41	0,36	0,58
DOLNOŚLĄSKIE	0,70	0,68	0,04	0,73	0,31	0,49
WIELKOPOLSKIE	0,59	1,00	0,05	0,41	0,38	0,49
ŚLĄSKIE	0,48	0,89	0,10	0,57	0,25	0,46
POMORSKIE	0,40	0,69	0,03	0,41	0,44	0,39
MAŁOPOLSKIE	0,32	0,86	0,05	0,18	0,49	0,38
ŁÓDZKIE	0,16	0,63	0,06	0,35	0,28	0,30
OPOLSKIE	0,36	0,60	0,00	0,20	0,00	0,23
ZACHODNIOPOMORSKIE	0,44	0,27	0,02	0,29	0,08	0,22
PODKARPACKIE	0,07	0,43	0,04	0,23	0,27	0,21
LUBELSKIE	0,01	0,62	0,02	0,01	0,27	0,19
LUBUSKIE	0,24	0,47	0,00	0,20	0,00	0,18
KUJAWSKO-POMORSKIE	0,28	0,28	0,01	0,11	0,09	0,15
PODLASKIE	0,13	0,57	0,01	0,00	0,06	0,15
ŚWIĘTOKRZYSKIE	0,00	0,46	0,02	0,08	0,03	0,12
WARMIŃSKO-MAZURSKIE	0,19	0,00	0,01	0,13	0,09	0,08

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z GUS

W Tabeli 1 należy zwrócić uwagę na wartość Q, która odzwierciedla potencjał innowacyjny każdego z województw Polski w odniesieniu do pięciu wybranych mierników. W analizie można wyróżnić województwo mazowieckie, które osiąga zdecydowanie najwyższą wartość badanego wskaźnika.

Kolejnym etapem przeprowadzonej analizy było zbadanie potencjału innowacyjnego Polski za pomocą metody Hellwiga. W pierwszej kolejności dokonano standaryzacji danych za pomocą wzoru (3). Dzięki czemu można było stworzyć macierz Z.

Następnym etapem było wyznaczenie odległości od wzorca z wykorzystaniem wzorów (4-8). W efekcie czego otrzymano wartość  $d_i$  (miara rozwoju stosowana w metodzie Hellwiga), która została przedstawiona w Tabeli 2.

Tabela 2. Metoda Hellwiga – miara rozwoju ( $d_i$ )

Lp.	Województwo	Miara rozwoju ( $d_i$ )
1	MAZOWIECKIE	0,599192511
2	DOLNOŚLĄSKIE	0,363814873
3	ŚLĄSKIE	0,303983986
4	POMORSKIE	0,301781148
5	WIELKOPOLSKIE	0,263365307
6	ZACHODNIOPOMORSKIE	0,258213852
7	ŁÓDZKIE	0,248493504
8	MAŁOPOLSKIE	0,234684106
9	PODKARPACKIE	0,215866905
10	KUJAWSKO-POMORSKIE	0,193788881
11	WARMIŃSKO-MAZURSKIE	0,188561126
12	LUBUSKIE	0,162048159
13	OPOLSKIE	0,161206503
14	LUBELSKIE	0,130172584
15	ŚWIĘTOKRZYSKIE	0,112354562
16	PODLASKIE	0,108111917

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z GUS

Wartość  $d_i$  (miara rozwoju) określa odległość danego obiektu od wzorca. Im wartość wyższa tym obiekt jest bliższy wzorcowi, natomiast im wartość jest niższa tym obiekt jest w gorszej sytuacji. Patrząc na Tabelę 2 możemy zauważyć, że najlepiej w tym zestawieniu zaprezentowało się województwo mazowieckie natomiast najgorzej wypadły województwa świętokrzyskie i podlaskie.

Tabela 3 przedstawia porównanie wyników osiągniętych przez poszczególne województwa w zależności od zastosowanej metody.

Tabela 3. Porównanie wyników uzyskanych obiema metodami badawczymi

Lp.	Województwo	Grupa wg MUZ	Grupa wg MH
1	MAZOWIECKIE	I	I
2	DOLNOŚLĄSKIE	II	II
3	WIELKOPOLSKIE	II	III
4	ŚLĄSKIE	II	II
5	POMORSKIE	III	II
6	MAŁOPOLSKIE	III	III
7	ŁÓDZKIE	IV	III
8	OPOLSKIE	V	IV
9	ZACHODNIOPOMORSKIE	V	III
10	PODKARPACKIE	V	III
11	LUBELSKIE	V	V
12	LUBUSKIE	V	IV
13	KUJAWSKO-POMORSKIE	V	IV
14	PODLASKIE	V	V
15	ŚWIĘTOKRZYSKIE	VI	V
16	WARMIŃSKO-MAZURSKIE	VI	IV

Źródło: opracowanie własne

## PODSUMOWANIE

Badanie potencjału innowacyjnego Polski pokazało, iż niezależnie od doboru metody województwo mazowieckie wyróżniało się na tle całego kraju. Poziom potencjału tego województwa odbiegał pozytywnie od reszty i jest przykładem do naśladowania przez inne obszary.

W przypadku zdecydowanej większości województw zostały one sklasyfikowane w tej samej grupie lub grupie sąsiadującej (Tabela 3). Potwierdza to również współczynnik korelacji rang Spearmana, którego wartość w odniesieniu do dwóch zastosowanych metod wyniosła 0,98088. Co oznacza, że wyniki są niemal identyczne w dwóch zastosowanych metodach.

Przyjęta hipoteza została potwierdzona - niezależnie od zastosowanej metody województwa wysoko rozwinięte będą się charakteryzować największym potencjałem innowacyjnym.

## BIBLIOGRAFIA

- Grabiński T. (2003) Analiza taksonomiczna krajów Europy w ujęciu regionalnym, Wyd. AE w Krakowie, Kraków, str. 22-42.
- Heffner K., Gibas P. (2007) Analiza ekonomiczna – przestrzenna, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Katowice.
- Hellwig Z. (1968) Zasotowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom rozwoju oraz zasoby i strukturę wykwalifikowanych kadr, Przegląd Statystyczny 15.4.
- Kukuła K. (2000) Metoda unitaryzacji zerowanej, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, str. 86.
- Kukuła K. (2012) Propozycja budowy rankingu obiektów z wykorzystaniem cech ilościowych oraz jakościowych, Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych, Tom XIII/1, str. 6-13.
- Leksykon PWN (2015) <http://sjp.pwn.pl/sjp/rozwoj;2517638.html>
- Młodak A. (2006) Analiza taksonomiczna w statystyce regionalnej, Difin, str. 32-46.
- Nowak E. (1990) Metody taksonomiczne w klasyfikacji obiektów społeczno-gospodarczych, PAN, Warszawa, str. 143.
- Salamaga M. (2010) Miernik podobieństwa grupowania obiektów, Wiadomości Statystyczne 6 (589), Warszawa.

**APPLICATION OF MULTIDIMENSIONAL ANALYSIS  
IN RESEARCH ON DIVERSIFICATION  
OF DEVELOPMENT POTENTIAL OF POLAND**

**Abstract:** The article will outlined the application of multidimensional analysis by which the innovative potential of Poland will be examined. From numerous factors influencing the development and maintenance of economic potential, 5 features were distinguished. On the basis of distinguished features the examination was made by the use of zero unitarization method as well as Hellwig's method. The examination showed that the choice of method for multidimensional analysis has little effect on grouping of particular woj. of Poland. Rankings differed in the case of the least developed regions.

**Keywords:** multidimensional analysis, zero unitarization method, Hellwig's method, economic potential, classification

## ANALIZA PORÓWNAWCZA RYZYKA EKSTREMALNEGO NA RYNKACH METALI NIEŻELAZNYCH I SZLACHETNYCH

**Dominik Krężolek**

Katedra Demografii i Statystyki Ekonomicznej  
Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach  
e-mail: dominik.krezolek@ue.katowice.pl

**Streszczenie:** Przedmiotem artykułu jest prezentacja wyników pomiaru ryzyka powiązanego z ekstremalnymi zmianami stóp zwrotu wybranych metali nieżelaznych i szlachetnych. Przeprowadzono analizę porównawczą w kontekście podejmowanych działań inwestycyjnych. Wykorzystano mierniki ryzyka bazujące na obserwacjach w ogonach rozkładu, w tym mierniki kwantylowe. Zastosowano gruboogonowe rozkłady prawdopodobieństwa. Analiza wykazała istotne różnice w zmienności stóp zwrotu oraz poziomie ryzyka ekstremalnego pomiędzy badanymi grupami metali. Informacja ta może zostać efektywnie wykorzystana w konstrukcji zdywersyfikowanych portfeli inwestycyjnych oraz podejmowaniu decyzji związanych z zarządzaniem ryzykiem w obrębie zjawisk rzadkich.

**Słowa kluczowe:** ryzyko, ryzyko ekstremalne, kwantylowe miary ryzyka, Value-at-Risk, rynek metali

### WPROWADZENIE

#### **Ryzyko i ryzyko ekstremalne. Rynek metali**

Podjęcie decyzji inwestycyjnych powiązane jest z koniecznością rozważania pewnych zjawisk obserwowanych na rynku: zmienności, niepewności oraz nieprzewidywalności. Zjawiska te są ze sobą ściśle powiązane, chociaż mogą być rozumiane bardzo ogólnie. Odnosząc je do poruszanego w pracy problemu zagadnienia te związane są z poziomem cen (stóp zwrotu) pewnych aktywów na przestrzeni czasu. Zmienność oznacza dyspersję (zróźnicowanie) wartości tych aktywów obserwowaną w czasie. Niepewność oznacza niewiedzę dotyczącą rzeczywistości oraz tego, jaki wpływ będzie miała ta niewiedza na podejmowanie

decyzji inwestycyjnych. Nieprzewidywalność z kolei oznacza brak pewności co do możliwych wartości aktywów w przyszłości. Wszystkie te zjawiska determinują ryzyko inwestycyjne. Zmienność odzwierciedla nastroje panujące wśród inwestorów, które obserwowane są w kontekście zmian cen (stóp zwrotu) instrumentów rynkowych. Zmienność cen jest ogólnie nieprzewidywalna, brak jest pewności co do przyszłych wartości aktywów, a to z kolei generuje ryzyko realizacji inwestycji różniące się od oczekiwanego. Można zatem zdefiniować przedsięwzięcie ryzykowne jako takie, którego wynik jest nieznan, niepewny, różniący się od oczekiwanego.

Destabilizacja gospodarki, zaburzenia obserwowane na rynkach, sytuacja polityczna czy też zjawiska naturalne w istotny sposób wpływają na poziom ryzyka podejmowanego przedsięwzięcia. Biorąc pod uwagę ryzyko rynkowe jego poziom jest często pochodną zachowania inwestora, jego reakcji na otaczającą go rzeczywistość. Modele statystyczne służące do pomiaru ryzyka powiązane są z rozkładem prawdopodobieństwa zmiennej ryzyka. Klasyczna teoria Markowitza zakłada, że pomiaru ryzyka można dokonać przy wykorzystaniu wariancji (aspekt jedno i wielkowymiarowy) oraz współczynnika korelacji pomiędzy parami aktywów. Jednakże wariancja (a tym samym odchylenie standardowe) może być stosowana jako miara ryzyka tylko w przypadku rozkładów symetrycznych (należących dodatkowo do klasy rozkładów eliptycznych). Rzeczywistość jest jednak odległa od tego aksjomatu. Szeregi czasowe obserwowane na rynkach finansowych wykazują charakterystyki, które w świetle dopasowanego rozkładu prawdopodobieństwa odrzucają hipotezę głoszącą jego normalność. Mowa tu o zjawisku grupowania wariancji, leptokurtyczności, asymetrii czy też występowania grubych ogonów. Cechy te, a zwłaszcza asymetria oraz występowanie grubych ogonów w rozkładach prawdopodobieństwa zmiennych ryzyka, powinny być szczególnie brane pod uwagę w jego ocenie, gdyż powiązane są bezpośrednio z wartościami istotnie oddalonymi od centralnej części rozkładu. Obserwacje takie, określane jako ekstremalne, pociągają za sobą pewien specyficzny rodzaj ryzyka, określany w literaturze przedmiotu jako ryzyko ekstremalne.

Ryzyko ekstremalne związane jest z przedsięwzięciem, które cechuje małe prawdopodobieństwo wystąpienia, natomiast może ono generować bardzo duże straty [Jajuga 2009]. Jak zatem wynika z definicji ryzyko ekstremalne związane jest z jego negatywną koncepcją. W analizie tego rodzaju ryzyka stosowane są dwa popularne podejścia. Pierwsze z nich bazuje na analizie rozkładu maksimów, natomiast drugie na analizie warunkowego rozkładu przekroczenia. Analiza rozkładu maksimów polega na modelowaniu rozkładu maksimów zmiennej ryzyka za pomocą uogólnionego rozkładu wartości ekstremalnych (GEV, Generalized Extreme Value)<sup>1</sup>. Znajduje tu zastosowanie twierdzenie Fishera-Tippeta [Fisher i in. 1928]. Natomiast drugie podejście, wykorzystane w prezentowanym artykule, bazuje na

<sup>1</sup> W tej grupie wykorzystywane są rozkłady Fréchéta, Weibulla oraz Gumbela.

warunkowym rozkładzie przekroczeń. W tym modelu wykorzystywane jest twierdzenie Pickandsa-Balkema-de Hanna [Balkema i in. 1974], które głosi, że przy odpowiednio dużej wartości punktu progowego warunkowa dystrybuanta zmiennej losowej powyżej tego punktu posiada, jako graniczny, uogólniony rozkład Pareto (GPD, Generalized Pareto Distribution).

Obszarem badawczym analizowanym w pracy jest rynek metali, który jest zaliczany do grupy rynków towarowych, gdzie głównym przedmiotem obrotu są towary. Z formalnego punktu widzenia można wskazać istotną różnicę pomiędzy rynkiem giełdowym finansowym a rynkiem giełdowym towarowym – na rynku towarowym przedmiot obrotu ma fizyczną postać i często obrót towarowy związany jest realną dostawą przedmiotu wymiany do finalnego nabywcy. Z kolei rynki finansowe są zazwyczaj rynkami wirtualnymi, niematerialnymi, gdzie transakcje kupna-sprzedaży odbywają się za pomocą transakcji w systemach informatycznych (zakup akcji, obligacji, kontraktów terminowych). W prezentowanej pracy rynek metali przedstawiono w podziale na dwie grupy: rynek metali szlachetnych oraz rynek metali nieżelaznych. Metale szlachetne mają bardzo szerokie zastosowanie w jubilerstwie, medycynie czy przemyśle. Z kolei metale nieżelazne to metale typowo przemysłowe, wykorzystywane m.in. w przemyśle ciężkim, motoryzacyjnym, lotnictwie, przemyśle budowlanym, czy też medycynie.

Z inwestycyjnego punktu widzenia rynek metali, przede wszystkim metali szlachetnych, jest interesującą alternatywą dla inwestycji na rynku kapitałowym przede wszystkim w okresach kryzysów gospodarczych. Przykładem mogą być rekordowo wysokie ceny złota w połowie 2008 roku, przekraczające na rynku amerykańskim poziom 1800 USD/uncję trojańską, co zbiegło się z ogromnymi spadkami na rynkach finansowych. Ceny metali nieżelaznych, stanowiąc komponent bardzo wielu produktów finalnych, w dużym stopniu wpływają na wartość wyrobów końcowych. Ponadto, ze względu na swoje własności chemiczne determinują jakość produkowanej stali.

Z analitycznego punktu widzenia rynek metali nie jest popularnym polem badawczym. Niewiele jest prac dotyczących analizy ryzyka w kontekście porównywalnym z analizą ryzyka na rynku kapitałowym. Prace badawcze dotyczą raczej ujęcia fundamentalnego, makroekonomicznego niż typowo inwestycyjnego, z jakim można spotkać się w przypadku inwestycji na rynku kapitałowym czy też walutowym. Stąd w pracy podjęto próbę oceny zagrożenia pojawienia się ekstremalnych zmian stóp zwrotu przy wykorzystaniu narzędzi powszechnie stosowanych do pomiaru tego rodzaju zjawisk na rynkach finansowych.



## METODOLOGIA BADAWCZA

### Miary ryzyka ekstremalnego

Najpowszechniej wykorzystywanym narzędziem służącym do pomiaru ryzyka ekstremalnego jest wartość zagrożona Value-at-Risk pozwalająca odpowiedzieć na pytanie: jak dużej straty z inwestycji można spodziewać się w założonym horyzoncie czasowym oraz przy określonym poziomie prawdopodobieństwa (tolerancji). Analizując stopy zwrotu miara VaR może zostać przedstawiona w rozumieniu kwantyla rozkładu prawdopodobieństwa i zapisana jako [Piontek 2002]:

$$VaR_{\alpha}(X) = r_t F_t^{-1}(x) \quad (1)$$

gdzie  $r_t$  oznacza stopę zwrotu zmiennej ryzyka  $X$  w okresie  $t$ , natomiast  $F_t^{-1}(x)$  oznacza wartość odwrotną dystrybuanty tej zmiennej.

Istnieje wiele metod szacowania poziomu VaR, niemniej jednak biorąc pod uwagę własności szeregów czasowych obserwowanych na rynkach odchodzi się od klasycznych technik (np. metoda wariancji-kowariancji) w kierunku metod bazujących na potencjalnym otoczeniu wartości zagrożonej (np. metody bazujące na wartościach z ogona rozkładu, metody wyznaczania kwantyla dowolnego rozkładu czy też metody bazujące na teorii wartości ekstremalnych). Miara ta, pomimo swej ogromnej popularności posiada pewną wadę – nie jest miarą koherentną. Definicję miary koherentnej wprowadził Artzner i inni [Artzner i in. 1999] przedstawiając określające ją aksjomaty: subaddytywność, monotoniczność, dodatnią jednorodność oraz niezmienniczość ze względu na operację translacji. Dodatkowym warunkiem miary koherentnej jest jej wypukłość, szczególnie ważną z punktu widzenia zagadnienia optymalizacji w teorii portfelowej. Odnosząc własność koherencji do VaR wskazano, iż miara ta nie spełnia założenia subaddytywności, czyli warunku który mówi, że ryzyko całkowite podjętej inwestycji jest nie większe niż suma ryzyk wszystkich składników tworzących tą inwestycję. Tym samym zaproponowano alternatywne miary ryzyka, bazujące na wartości zagrożonej, jednakże spełniające własności miary koherentnej. Są to odpowiednio oczekiwana wartość zagrożona powyżej poziomu VaR (ES, Expected Shortfall) oraz oczekiwana wartość zagrożona (w sensie mediany) powyżej poziomu VaR (MS, Median Shortfall), zdefiniowane odpowiednio jako:

$$ES_{\alpha}(X) = E(r_t - VaR_{\alpha}(X) | r_t > VaR_{\alpha}(X)) \quad (2)$$

$$MS_{\alpha}(X) = Me(r_t - VaR_{\alpha}(X) | r_t > VaR_{\alpha}(X)) \quad (3)$$

Wszystkie trzy przedstawione miary ryzyka ekstremalnego zaliczane są do grupy miar kwantylowych, czyli analizowanych w ogonach rozkładów. Ich dodatkowym atutem jest złagodzenie paradygmatu normalności rozkładu stopy zwrotu, zatem mogą być wykorzystane w przypadku odrzucenia hipotezy głoszącej zgodność rozkładu empirycznego z rozkładem gaussowskim. Mierniki ES oraz MS informu-

ją, jaka jest oczekiwana strata dla inwestora powyżej poziomu reprezentowanego przez wartość zagrożoną VaR.

### Rozkłady alfa-stabilne oraz uogólniony rozkład Pareto

Rozkłady alfa-stabilne zostały zaproponowane przez Lévy'ego [Lévy 1925]. Ze względu na brak analitycznej postaci dla rozkładów należących do tej klasy definiowane są za pomocą funkcji charakterystycznej. Zmienna losowa  $X$  posiada rozkład alfa-stabilny, jeśli dla parametru położenia  $\mu \in R$  oraz skali  $\sigma > 0$  spełniona jest relacja, że  $X = \mu + \sigma Z$ , gdzie zmienna losowa  $Z$  opisana jest funkcją charakterystyczną wyrażoną wzorem [Samorodnitsky i in. 1994]:

$$\varphi_S(t) = \begin{cases} \exp \left\{ -|t|^\alpha \left[ 1 - i\beta \operatorname{sgn}(t) \tan \frac{\pi\alpha}{2} \right] \right\}, & \alpha \neq 1 \\ \exp \left\{ -|t| \left[ 1 + i\beta \frac{2}{\pi} \operatorname{sgn}(t) \ln |t| \right] \right\}, & \alpha = 1 \end{cases} \quad (4)$$

gdzie  $\varphi_S$  oznacza funkcję charakterystyczną rozkładu alfa-stabilnego,  $\operatorname{sgn}(t)$  jest funkcją signum (znaku), natomiast  $\alpha \in (0, 2]$  oraz  $\beta \in [-1, 1]$  są parametrami określającymi odpowiednio grubość ogona oraz skośność rozkładu. W rodzinie rozkładów alfa-stabilnych istotną rolę odgrywa wspomniany miernik grubości ogona, określany także jako indeks stabilności. Wartości indeksu poniżej 2 świadczą o występowaniu grubych ogonów<sup>2</sup>.

Odnosząc się do warunkowego rozkładu przekroczeń został on zaproponowany przez Balkema i de Haala w 1974 roku [Balkema i in. 1974]. Niech dana będzie zmienna losowa  $X$  o funkcji dystrybuanty  $F(x)$ . Niech dany będzie dodatkowo punkt progowy  $u$ . Warunkowy rozkład przekroczeń określony jest następująco:

$$F_u(x) = P(X - u \leq x | X > u) \quad (5)$$

Tym samym ostatecznie dystrybuanta warunkowego rozkładu przekroczeń może zostać przedstawiona następująco:

$$F_u(x) = \frac{F(u+x) - F(u)}{1 - F(u)} \quad (6)$$

Stosując twierdzenie Pickandsa-Balkemy-de Hanna można wykazać, że warunkowy rozkład przekroczeń można przybliżać rozkładem GPD. Funkcja dystrybuanty uogólnionego (trzyparametrowego) rozkładu Pareto przejmuje postać:

$$F_{GPD}(x) = 1 - \begin{cases} \left( 1 + \xi \frac{x-\mu}{\sigma} \right)^{\frac{1}{\xi}}, & \xi \neq 0 \\ \exp \left\{ -\frac{x-\mu}{\sigma} \right\}, & \xi = 0 \end{cases} \quad (7)$$

gdzie  $\xi$  jest parametrem kształtu,  $\mu$  jest parametrem położenia, natomiast  $\sigma$  jest parametrem skali. Ponadto zachodzi:

<sup>2</sup> Indeks ogona równy wartości 2 odpowiada rozkładowi normalnemu.

$$\begin{cases} \mu \leq x < +\infty, \xi \geq 0 \\ \mu \leq x \leq \mu - \frac{\sigma}{\xi}, \xi < 0 \end{cases} \quad (8)$$

Parametr kształtu  $\xi$  informuje o grubości prawego ogona rozkładu<sup>3</sup>. Wartości  $\xi > 0$  świadczą o ciężkim prawym ogonie, wartości  $\xi < 0$  świadczą o lekkim (obciętym) ogonie. W przypadku  $\xi = 0$  uzyskuje się rozkład wykładniczy. Istotnym problemem związanym z rozkładem GPD jest wybór punktu progowego  $u$ , od którego rozpoczyna się ogon rozkładu. Wybór wartości progowej w istotny sposób wpływa na wartości oszacowanych parametrów (związane jest to z koniecznością wyboru pomiędzy obciążeniem estymatorów parametrów rozkładu GPD a poziomem wariancji) [Coles 2002]. Im większa jest wartość progowa  $u$ , tym większa jest wartość wariancji estymatorów. Natomiast dla małych wartości punktu progowego  $u$  uzyskuje się duże obciążenie estymatorów.

## ANALIZA EMPIRYCZNA

Analizę ryzyka ekstremalnego przeprowadzono na przykładzie rynku metali szlachetnych oraz nieżelaznych. Badaniu poddano dzienne logarytmiczne stopy zwrotu cen spot zamknięcia dla notowań złota, srebra, platyny palladu, miedzi, ołowiu, aluminium, niklu, cyny oraz cynku) notowane w okresie styczeń 2005 – grudzień 2013 na London Metal Exchange (LME). W sytuacji braku obserwacji dla  $t$ -go dnia dla jakiegokolwiek z metali, dzień ten usunięto dla wszystkich metali poddanych badaniu. Jako teoretyczne rozkłady prawdopodobieństwa służące szacowaniu mierników ryzyka ekstremalnego wykorzystano rozkład normalny, rozkład alfa-stabilny oraz rozkład GPD. Jako punkty progowe określające początki ogonów rozkładu przyjęto kwantyl rzędu 0,05 (lewy ogon) oraz kwantyl rzędu 0,95 (prawy ogon). W artykule przedstawiono tylko najistotniejsze wyniki badania z punktu widzenia analizy ryzyka ekstremalnego. Rysunek 1 przedstawia szeregi czasowe cen<sup>4</sup> i stóp zwrotu dla platyny oraz miedzi, które w badanym okresie wykazywały się największym różnicowaniem wartości stóp zwrotu.

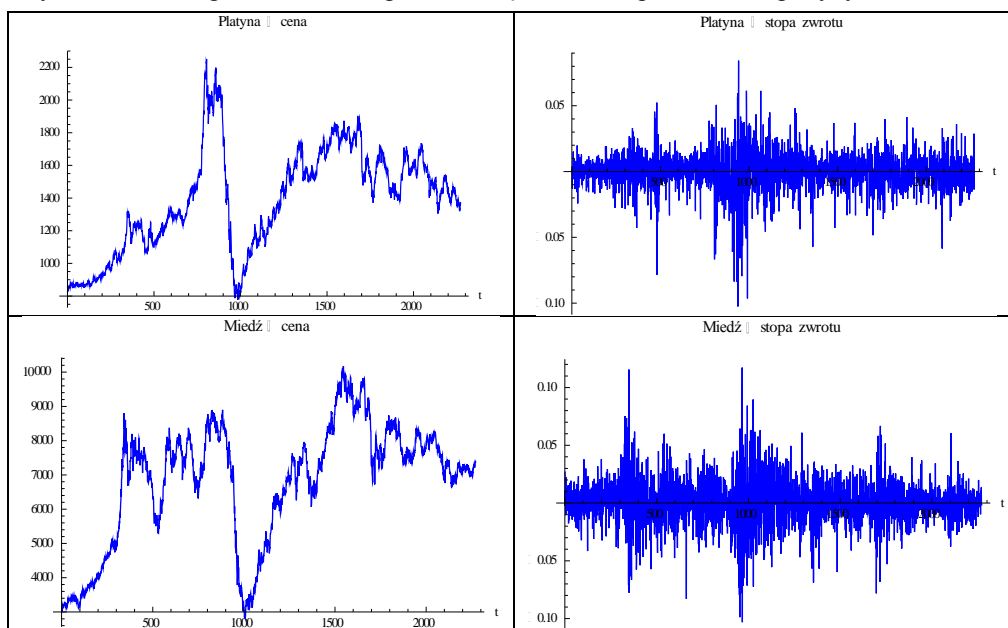
Zarówno wykresy cen, jak i stóp zwrotu obrazują wysoki poziom zmienności. Stopy zwrotu wykazują dodatkowo generowanie skupisk danych. Analiza statystyk opisowych wskazała, że wszystkie badane metale cechuje wysoki poziom kurtozy oraz lewostronna asymetria (za wyjątkiem stopy zwrotu niklu). Nasuwa to przypuszczenie o rozbieżności rozkładów empirycznych z rozkładem normalnym. Celem weryfikacji tego sądu oszacowano parametry tego rozkładu oraz zastosowano testy zgodności Andersona-Darlinga (AD) oraz Cramera-von Misesa (CvM). Odrzucając hipotezę głoszącą, że empiryczne rozkłady stóp zwrotu metali

<sup>3</sup> Modelowanie grubości lewego ogona prowadzi się dla wartości zmiennej losowej z lewego ogona, ale zapisanych z przeciwnym znakiem.

<sup>4</sup> Platyna: USD/uncja trojańska; miedź: USD/mt.

podlegają rozkładowi normalnemu oszacowano parametry rozkładu alfa-stabilnego oraz rozkładu GDP. Testy AD oraz CvM potwierdziły zasadność ich wykorzystania na poziomie istotności 0,05.

Rysunek 1. Szeregi czasowe cen spot zamknięcia oraz stóp zwrotu dla platyny oraz miedzi



Źródło: obliczenia własne

Parametry rozkładu alfa-stabilnego oraz parametr kształtu rozkładu GDP dla prawego i lewego ogona przedstawiono w Tabelach 1 oraz 2.

Tabela 1. Parametry rozkładu alfa-stabilnego

Metal/parametr	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Złoto	1,69396	-0,23305	0,00037	0,00736
Srebro	1,65994	-0,28252	0,00043	0,01241
Pallad	1,71550	-0,16473	0,00066	0,01210
Platyna	1,65652	-0,23184	0,00009	0,00812
Miedź	1,70344	-0,06516	0,00032	0,01179
Ołów	1,77376	-0,21055	0,00012	0,01510
Aluminium	1,84995	-0,15410	-0,00001	0,01031
Nikiel	1,76868	0,04937	0,00008	0,01546
Cyna	1,72575	-0,20711	0,00008	0,01120
Cynk	1,80116	-0,07820	0,00030	0,01445

Źródło: obliczenia własne

Tabela 2. Parametr kształtu rozkładu GPD

Metal/parametr	$\hat{\xi}$ - lewy ogon	$\hat{\xi}$ - prawy ogon
Złoto	0,1113	0,0969
Srebro	0,2102	0,0571
Pallad	0,1501	0,0146
Platyna	0,0970	0,0627
Miedź	-0,0022	0,0825
Ołów	0,0452	0,0269
Aluminium	-0,0131	-0,1083
Nikiel	0,1103	0,0572
Cyna	0,0361	0,1745
Cynk	-0,0135	-0,0787

Źródło: obliczenia własne

Uzyskane wyniki wskazują na gruboogonowy charakter rozkładów stóp zwrotu badanych metali. Parametr grubości ogona dla rozkładu alfa-stabilnego wskazuje cięższe ogony dla rozkładów stóp zwrotu metali szlachetnych. Rozkłady te wykazują dodatkowo silniejszą lewostronną asymetrię oraz średnio-niższy poziom zróżnicowania mierzony parametrem skali w stosunku do metali nieżelaznych. W przypadku rozkładu GPD metale szlachetne wykazują cięższy lewy ogon, czyli większe prawdopodobieństwo pojawienia się ekstremalnej wartości stopy zwrotu. Dla rozkładu stóp zwrotu miedzi, aluminium oraz niklu wyniki sugerują lekkie lewe ogony (dla aluminium oraz cynku podobne wnioski dotyczą prawego ogona).

W kolejnym etapie przeprowadzono ocenę ryzyka ekstremalnego. Wykorzystano mierniki dane wzorami (1) – (3), natomiast teoretyczne wartości miar wyznaczono stosując rozkład normalny, alfa-stabilny oraz GPD. Wyniki przedstawiono w Tabelach 3-8.

Tabela 3. VaR – kwantyl rzędu 0,05

Metal/rozkład	rozkład empiryczny	rozkład normalny	rozkład alfa-stabilny	rozkład GPD
Złoto	-0,02110	-0,02092	-0,01972	-0,02112*
Srebro	-0,03602	-0,03795	-0,03460	-0,03720*
Pallad	-0,03386	-0,03418	-0,03161	-0,03363*
Platyna	-0,02362	-0,02442	-0,02370*	-0,03783
Miedź	-0,03208	-0,03309*	-0,03097	-0,03384
Ołów	-0,04114	-0,04023	-0,04110*	-0,04360
Aluminium	-0,02555	-0,02622	-0,02549*	-0,02679
Nikiel	-0,04159	-0,04188*	-0,03905	-0,04357
Cyna	-0,03478	-0,03376	-0,03225	-0,03523*
Cynk	-0,03708	-0,03757	-0,03669*	-0,03969

\* wartość najbliższa empirycznej w sensie odległości euklidesowej

Źródło: obliczenia własne

Tabela 4. ES – kwantyl rzędu 0,05

Metal/rozkład	rozkład empiryczny	rozkład normalny	rozkład alfa-stabilny	rozkład GPD
Złoto	-0,03170	-0,03209	-0,03159	-0,03174*
Srebro	-0,05971	-0,06128	-0,06048*	-0,06017*
Pallad	-0,05183	-0,05291	-0,05243*	-0,05271
Platyna	-0,03783	-0,03922	-0,03821*	-0,03846
Miedź	-0,04723	-0,04872	-0,04791	-0,04759*
Ołów	-0,05764	-0,05811	-0,05788	-0,05779*
Aluminium	-0,03635	-0,03786	-0,03702	-0,03699*
Nikiel	-0,05738	-0,05771	-0,05746*	-0,05762
Cyna	-0,05055	-0,05213	-0,05194	-0,05102*
Cynk	-0,05297	-0,05391	-0,05349	-0,05317*

\* wartość najbliższa empirycznej w sensie odległości euklidesowej

Źródło: obliczenia własne

Tabela 5. MS – kwantyl rzędu 0,05

Metal/rozkład	rozkład empiryczny	rozkład normalny	rozkład alfa-stabilny	rozkład GPD
Złoto	-0,02711	-0,02918	-0,02812	-0,02824*
Srebro	-0,04779	-0,04803	-0,04797	-0,04791*
Pallad	-0,04517	-0,04681	-0,04592	-0,04613*
Platyna	-0,03186	-0,03277	-0,03249*	-0,03198
Miedź	-0,04272	-0,04325	-0,04311*	-0,04289
Ołów	-0,05247	-0,05319	-0,05304	-0,05269*
Aluminium	-0,03260	-0,03387	-0,03295*	-0,03314
Nikiel	-0,05090	-0,05219	-0,05147	-0,05124*
Cyna	-0,04488	-0,04702	-0,04547	-0,04519*
Cynk	-0,04733	-0,04971	-0,04813	-0,04791*

\* wartość najbliższa empirycznej w sensie odległości euklidesowej

Źródło: obliczenia własne

Tabela 6. VaR – kwantyl rzędu 0,95

Metal/rozkład	rozkład empiryczny	rozkład normalny	rozkład alfa-stabilny	rozkład GPD
Złoto	0,02011	0,02183	0,01931	0,02056*
Srebro	0,03375	0,03893	0,03271	0,03408*
Pallad	0,03224	0,03536	0,03172	0,03220*
Platyna	0,02210	0,02483	0,02137	0,02168*
Miedź	0,03241	0,03388	0,03112	0,03178*
Ołów	0,03865	0,04096	0,03776	0,03879*
Aluminium	0,02590	0,02620	0,02505	0,02603*
Nikiel	0,04095	0,04185	0,03957	0,04067*
Cyna	0,03186	0,03471	0,03020	0,03168*
Cynk	0,03862	0,03806	0,03628	0,03812*

\* wartość najbliższa empirycznej w sensie odległości euklidesowej

Źródło: obliczenia własne

Tabela 7. ES – kwantyl rzędu 0,95

Metal/rozkład	rozkład empiryczny	rozkład normalny	rozkład alfa-stabilny	rozkład GPD
Złoto	0,02792	0,02937	0,02884	0,02817*
Srebro	0,04714	0,04866	0,04895	0,04821*
Pallad	0,04506	0,04628	0,04594	0,04562*
Platyna	0,03184	0,03301	0,03288	0,03203*
Miedź	0,04642	0,04737	0,04712	0,04695*
Ołów	0,05420	0,05549	0,05517	0,05479*
Aluminium	0,03425	0,03612	0,03596	0,03514*
Nikiel	0,05766	0,05809	0,05799	0,05793*
Cyna	0,04664	0,04769	0,04737	0,04689*
Cynk	0,05049	0,05219	0,05186	0,05096*

\* wartość najbliższa empirycznej w sensie odległości euklidesowej

Źródło: obliczenia własne

Tabela 8. MS – kwantyl rzędu 0,95

Metal/rozkład	rozkład empiryczny	rozkład normalny	rozkład alfa-stabilny	rozkład GPD
Złoto	0,02531	0,02673	0,02655	0,02637*
Srebro	0,04311	0,04319	0,04309*	0,04314
Pallad	0,04108	0,04221	0,41250	0,04199*
Platyna	0,02755	0,02879	0,02856	0,02801*
Miedź	0,03976	0,04107	0,04183	0,04095*
Ołów	0,04927	0,05128	0,05117	0,05033*
Aluminium	0,03165	0,03247	0,03256	0,03195*
Nikiel	0,05247	0,05371	0,05323	0,05289*
Cyna	0,04033	0,04219	0,04194	0,04087*
Cynk	0,04703	0,04951	0,04872	0,04781*

\* wartość najbliższa empirycznej w sensie odległości euklidesowej

Źródło: obliczenia własne

W Tabelach 3-8 przedstawiono oszacowane mierniki ryzyka ekstremalnego. W przypadku szacowania wartości zagrożonej dla lewego ogona wykazano, że najbliższe wyniki wartościom empirycznym uzyskano dla rozkładu alfa-stabilnego oraz GPD. Tylko dla stóp zwrotu miedzi i niklu dokładniejszy okazał się rozkład normalny. Podobne wnioski wyciągnięto dla koherentnych mierników ES oraz MS. Porównując obie grupy metali w kontekście oczekiwanej wartości powyżej VaR metale szlachetne dokładniej opisuje rozkład GPD, natomiast metale nieżelazne – rozkład alfa-stabilny. Biorąc pod uwagę prawy ogon rozkładu bez względu na wybraną kwantylową miarę ryzyka oszacowania bliższe wartościom rzeczywistym uzyskano dla rozkładu GPD, bez względu na grupę, do której przynależy analizowany metal.

## PODSUMOWANIE

Rynek metali oraz powiązany z nim przemysł stalowy jest istotnym elementem każdej rozwijającej się i dojrzałe ukształtowanej gospodarki. Stanowi on także interesujące, alternatywne dla rynku kapitałowego pole inwestycyjne. Nie jest to jednak obszar powszechnie eksplorowany. Jednakże biorąc pod uwagę fakt, że właśnie surowce stanowią istotne źródło pomnażania kapitału w sytuacji kryzysów gospodarczo-finansowych, należy zwrócić ku niemu uwagę. W pracy podjęto próbę oceny ryzyka ekstremalnego na rynku metali szlachetnych oraz nieżelaznych. Wykorzystano kwantylowe miary ryzyka, w tym miary koherentne. Oszacowania tych miar prowadzono przy wykorzystaniu wybranych rozkładów prawdopodobieństwa: rozkładu normalnego, alfa-stabilnego oraz GPD. Za ekstremalną stopę zwrotu uznano wartość poniżej kwantyla rzędu 0,05 lub powyżej kwantyla rzędu 0,95. Wyniki analizy pokazują, że analiza tego rodzaju ryzyka inwestycyjnego przy wykorzystaniu rozkładu gaussowskiego jest niezasadna. Pokazano, że zarówno metale szlachetne jak i nieżelazne wykazują własność grubych ogonów. Ponadto są to rozkłady asymetryczne oraz leptokurtyczne. Metale szlachetne posiadają cięższy lewy ogon niż metale nieżelazne. Porównując wyniki empiryczne z wynikami uzyskanymi dla rozkładów teoretycznych wykazano różnicę, która związana jest z wyborem ogona rozkładu. W przypadku lewego ogona (strata) zdecydowanie dokładniejsze oszacowania miar ryzyka ekstremalnego uzyskano dla rozkładu alfa-stabilnego oraz GPD, natomiast dla ogona prawego – dla rozkładu GPD. Wniosek ten jest istotną informacją z punktu widzenia podejmowanych działań inwestycyjnych.

Komentując własności rozkładów alfa-stabilnych oraz rozkładu GPD należy zwrócić uwagę na dwa ważne fakty. Po pierwsze, do oszacowania parametru stabilności w rozkładzie alfa-stabilnym wykorzystywane są wszystkie realizacje zmiennej ryzyka. Ponadto uzyskany wynik jest ogólnym poziomem grubości ogona, bez rozróżnienia czy jest to ogon prawy, czy lewy. Dodatkowo, symulacje wartości zmiennych losowych o rozkładach alfa-stabilnych wykazują, że często generowane są obserwacje ulokowane bardzo daleko w ogonach rozkładu, co może wpływać na rzeczywiste szacunki miar ryzyka. Po drugie, do oszacowania miar ryzyka opartych na wartościach z ogona rozkładu należy stosować takie rozkłady, które takie obserwacje uwzględniają. W tym przypadku zastosowane znajdują uogólnione rozkłady Pareto. Ich ważną zaletą jest możliwość niezależnej oceny lewego (strata) oraz prawego (zysk) ogona rozkładu.

## BIBLIOGRAFIA

- Artzner P., Delbaen F., Eber J. M., Heath D. (1999) Coherent Measures of Risk. *Mathematical Finance*, No. 9, pp. 203-228.
- Balkema A. A., de Haan L. (1974) Residual Life Time at Great Age, *Annals of Probability*, Vol. 2, No. 5, pp. 792-804.



- Coles S. (2001) *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*, Springer Series in Statistics, Springer-Verlag, London.
- Fisher R. A., Tippett L. H. C. (1928) On the estimation of the frequency distributions of the largest or smallest member of a sample, *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* 24, pp. 180-190.
- Jajuga K. (2009) *Zarządzanie ryzykiem*, Wydawnictwo naukowe PWN, str. 60-63.
- Kaczmarek T. T. (2005) *Ryzyko i zarządzanie ryzykiem. Ujęcie interdyscyplinarne*, Wydawnictwo Difin, Warszawa, str. 48 – 94.
- Krężolek D. (2014) *Rozkłady alfa-stabilne. Zastosowanie w ekonomii i zarządzaniu*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach, str. 17-20.
- Lévy P. (1925) *Calcu des Probabilites*, Gauthier-Villars et Cie.
- Piontek K. (2002) Pomiar ryzyka metodą VaR a modele AR-GARCH ze składnikiem losowym o warunkowym rozkładzie z “grubymi ogonami”, [w:] *Materiały Konferencyjne Uniwersytetu Szczecińskiego, Część II*, str. 467-484.
- Samorodnitsky G., Taqqu M. S. (1994) *Stable non-gaussian random processes. Stochastic Models with Infinite Variance*, Chapman & Hall, New York.

#### COMPARISON ANALYSIS OF EXTREME RISK ON NON-FERROUS AND PRECIOUS METALS MARKET

**Abstract:** The purpose of this article is to present initial results obtained in analysis of extreme risk of returns related to investments in non-ferrous and precious metals. Comparison analysis refers to possible investment decisions. The methodology is based on events observed in tails of distributions, including quantile risk measures and so, the family of heavy-tailed distributions has been used. The analysis shows that exists significant discrepancy in volatility and extreme risks between these two groups of metals. This information may be useful in construction of diversified investment portfolios and decision making related to extreme events.

**Keywords:** risk, extreme risk, quantile risk measures, Value-at-Risk, metals market

## OCENA DOSTĘPNOŚCI DO LECZNICTWA ONKOLOGICZNEGO W POLSKICH WOJEWÓDZTWACH

**Justyna Kujawska**

Wydział Zarządzania i Ekonomii, Politechnika Gdańska  
e-mail: Justyna.Kujawska@zie.pg.gda.pl

**Streszczenie:** Zróżnicowanie w dostępie do usług opieki zdrowotnej, to poważne wyzwanie dla systemów zdrowotnych we wszystkich krajach świata. W artykule podjęto próbę oceny dostępności do leczenia onkologicznego w układzie przestrzennym 16 województw wykorzystując metodę DEA. Jako miernik dostępu przyjęto poziom zgonów a jako podstawowe bariery dostępu liczbę łóżek i lekarzy. Wykorzystano informacje statystyczne pochodzące z GUS z 2013 r. Wyniki pozwalają ocenić zróżnicowanie przestrzenne dostępu do leczenia onkologicznego oraz określić wymagane zmiany zasobów (lekarzy i łóżek), które mają ten dostęp poprawić.

**Słowa kluczowe:** dostęp do opieki zdrowotnej, leczenie onkologiczne, DEA

### WPROWADZENIE

Dostępność do dobrej opieki medycznej ma tendencję do zmieniania się odwrotnie proporcjonalnie do zapotrzebowania na nią w obsługiwanej populacji. To prawo odwrotnej opieki (inverse care law), sformułowane w 1971 roku przez Harta, nie straciło na aktualności. W obszarach o większej zachorowalności lekarze pierwszego kontaktu są bardziej obciążeni a lekarze w szpitalach mają do czynienia z cięższymi przypadkami, przy często ograniczonych z tego powodu zasobach personalnych i sprzętowych [Hart 1971].

Zróżnicowanie w dostępie do usług opieki zdrowotnej pozostaje głównym wyzwaniem systemów zdrowia publicznego praktycznie we wszystkich krajach świata [Levesque i in. 2013]. Problem ten dostrzega się zarówno w krajach wysoko rozwiniętych jak Stany Zjednoczone [Gautam i in. 2014], w krajach Ameryki Południowej jak Brazylia i Kolumbia [Garcia-Subirats i in. 2014] czy też w krajach afrykańskich jak Nigeria [Samuel, Adagbasa 2014]. Podkreśla się, że skuteczna

ocena przestrzennego zróżnicowania dostępu do opieki zdrowotnej ma kluczowe znaczenie dla poprawnego kształtowania polityki zdrowotnej [Gautam i in. 2014].

Celem artykułu jest próba oceny dostępności pacjentów do leczenia onkologicznego w układzie przestrzennym polskich województw. Analiza dotyczy oceny efektywności wykorzystania podstawowych zasobów, z których korzysta się w terapii nowotworowej, bez uwzględnia przepływu pacjentów między poszczególnymi oddziałami NFZ.

## PROBLEM DOSTĘPU DO USŁUG MEDYCZNYCH

Dostępność opieki zdrowotnej jest zwykle definiowana w kontekście możliwości dostępu do instytucji opieki zdrowotnej lub samej usługi świadczonej przez taką instytucję, uwzględniając łatwość jej uzyskania przez pacjentów, zgodnie z ich potrzebami [Levesque i in. 2013]. Ma na to wpływ wiele czynników, jednakże dominują tu charakterystyki dostępności do zasobów systemów ochrony zdrowia. Dostęp może być produktem czynników podażowych, takich jak lokalizacja, dostępność, koszt i adekwatność usług, jak i czynników popytu, takich jak rodzaj usługi wynikający z potrzeb i możliwości ich zaspokojenia [Aday, Andersen 1974, Andersen 1995, Meyer i in. 2013]. Wskazuje się cztery główne wymiary charakteryzujące dostęp pacjentów do usług medycznych [Peters i in. 2008]:

1. Dostępność geograficzna określana czasem podróży od miejsca zamieszkania do miejsca świadczenia usług.
2. Osiągalność określająca potencjalną możliwość dostępu do odpowiedniego rodzaju opieki zgodnego z potrzebami, mierzona czasem oczekiwania.
3. Dostępność finansowa mierzona relacją między cenami usług a gotowością i zdolnością pacjentów do zapłaty za te usługi.
4. Akceptowalność, czyli poziom dopasowania wrażliwości świadczeniodawców do społecznych i kulturowych oczekiwań społeczności.

W badaniach dostępu uwzględnia się cechy populacji takie jak dochód rodziny, ubezpieczenie oraz cechy systemu opieki zdrowotnej. Inny sposób oceny dostępu bazuje na rezultatach przejścia pacjenta przez system, takich jak wykorzystanie zasobów lub ocena satysfakcji pacjentów [Aday, Andersen 1974, Andersen 1995]. Obserwuje się, że dostęp do opieki zdrowotnej o odpowiedniej jakości jest niesprawiedliwy w szeregu dziedzin medycznych, np. takich jak: diagnostyka nowotworowa, zabiegi chirurgiczne i podstawowa opieka zdrowotna. To są przykłady wspomnianego na początku artykułu „prawa odwrotnej opieki”, według którego grupy o największych potrzebach opieki zdrowotnej otrzymują najniższy poziom usług. Zakłada się, że indywidualne wykorzystanie dostępu do usług powinno zależeć tylko od stanu zdrowia, a nie np. statusu społeczno-ekonomicznego pacjentów [Meyer i in. 2013].

W Polsce również prowadzi się szerokie analizy dostępności do systemu opieki onkologicznej. W ramach programu Sprawne Państwo [Sprawne Państwo 2014] przeprowadzono analizę funkcjonowania systemów opieki onkologicznej w sześciu krajach, gdzie podkreślono problem efektywności ich funkcjonowania, a w tym efektywność wykorzystania dostępnych środków. Uczelnia Łazarskiego zrealizowała kompleksowy projekt analizy dostępności do leczenia onkologicznego w układzie terytorialnym polskich województw [np. Gryglewicz i in. 2014, Gałązka-Sobotka (red.) 2013]. W badaniach tych skupiono się na analizie nakładów finansowych, uwzględniając szczegółowe procedury.

Zaproponowana w artykule koncepcja oceny dostępności bazuje natomiast na analizie zasobów oraz stworzeniu jednego zagregowanego wskaźnika pozwalającego na ocenę łącznego oddziaływania kilku czynników.

## METODA DATA ENVELOPMENT ANALYSIS

Nieparametryczna metoda DEA pozwala zidentyfikować źródła i oszacować wielkość nieefektywności funkcjonowania porównywanych obiektów, zwanych jednostkami decyzyjnymi (Decision Making Units DMU), które mogą być opisane wieloma nakładami i wieloma rezultatami [Charnes i in. 1991]. Nie jest konieczna znajomość zależności funkcyjnej między nakładami a rezultatami, jak również nie są ustalane wagi dla poszczególnych zmiennych modelu. Badanie efektywności polega na wyznaczeniu obiektów wzorcowych i przyrównywaniu do nich pozostałych obiektów, tak więc określa się efektywność względną. Pierwszym i najczęściej stosowanym jest model CCR, w którym miara efektywności każdej DMU otrzymywana jest, jako maksimum ilorazu ważonych rezultatów do ważonych nakładów. Wynik efektywności  $\theta_o$  dla grupy DMU ( $j=1, \dots, n$ ) jest obliczany dla rezultatów ( $y_{rj}$ ,  $r=1, \dots, s$ ) i nakładów ( $x_{ij}$ ,  $i=1, \dots, m$ ) [Cooper i in. 2011]. Orientacja modelu na nakłady lub rezultaty zależy też od tego, które zmienne (nakłady czy rezultaty) są możliwe do kontrolowania przez decydenta. W większości przypadków zastosowań w publicznej opiece zdrowotnej przyjmuje się modele zorientowane na rezultaty, gdyż poziomy nakładów są z reguły stałe, a menedżerowie mają większą elastyczność w kontrolowaniu rezultatów [Jehu-Appiah i in. 2014]. Natomiast w przypadku problemu analizowanego w tym artykule przyjęto model zorientowany na nakłady, co pozwala na wskazanie kierunków zmian wielkości podstawowych zasobów dla województw uznanych za nieefektywne.

Model CCR zorientowany na nakłady, którego celem jest minimalizacja wykorzystania nakładów, do osiągnięcia danego poziomu rezultatów, ma postać [Cooper i in. 2011, Seiford, Zhue 1999, Simões, Marques 2011]:

$$\theta^* = \min \theta \quad (1)$$

dla warunków:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j \leq \theta x_{io} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j \geq y_{ro} \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad (3)$$

gdzie:  $\lambda_j$  to współczynniki intensywności [Guzik 2009].

Granice możliwości produkcyjnych wyznaczają DMU w pełni efektywne. Model CCR zakłada stałe korzyści skali, natomiast w modelu BCC zakłada się zmienne korzyści skali. Zastosowanie obu modeli pozwala na obliczenie efektywności technicznej (TE) oraz czystej efektywności technicznej (PTE) i efektywności skali (SE). Aby uwzględnić w modelu zmienne korzyści skali, konieczne jest dodanie do powyższego modelu warunku [Cooper i in. 2011]:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad (4)$$

Kiedy w miarę wzrostu produkcji długookresowy koszt przeciętny maleje, występują korzyści skali, gdy zwiększa się, pojawiają się niekorzyści skali. W przypadku gdy się nie zmienia, są stałe korzyści skali [Mankiw i in. 2009; Zhao i in. 2011]. Stąd wielkość DMU może być przyczyną nieefektywności, która przyjmuje dwie formy; malejących bądź rosnących korzyści skali. DMU może być zbyt duża w stosunku do wolumenu działalności, którą prowadzi; a zatem może doświadczać niekorzyści skali, lub może być zbyt mała dla swojego poziomu działania, a zatem doświadcza korzyści skali [Jehu-Appiah i in. 2014]. Efektywność skali (SE) obliczana jest, jako stosunek wartości efektywności CCR (TE) do wartości efektywności BCC (PTE) [Chilingerian 1995, Ramanathan 2006]:

$$SE = \frac{TE}{PTE} \quad (5)$$

Określenie, czy DMU znajduje się w obszarze rosnących czy malejących korzyści skali może być przeprowadzone na podstawie wartości sumy współczynników intensywności [np. Guzik 2009, Seiford, Zhue 1999] lub na podstawie porównania wyników modelu BCC z wynikami modelu z nierosnącymi korzyściami skali NIRS (Non-Increasing Returns to Scale). Model NIRS wymaga zmiany warunku (4) na poniżej sformułowany [Cooper i in. 2007]:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \leq 1 \quad (5)$$

Jeżeli dla danej DMU wynik efektywności z modelu BCC jest równy wynikowi NIRS to działa ona w warunkach malejących korzyści skali. Gdy wynik efektywności z modelu CCR jest równy wynikowi NIRS to DMU pracuje

w najbardziej produktywnej skali. W pozostałych przypadkach mamy do czynienia z rosnącymi korzyściami skali [Avkiran 2000].

Kiedy DMU ma rosnące korzyści skali, wzrost rezultatów jest proporcjonalnie większy niż wzrost nakładów, natomiast gdy DMU ma zmniejszające się korzyści skali, wzrost rezultatów jest proporcjonalnie mniejszy niż wzrost nakładów [Douplos i in. 2014, Jehu-Appiah i in. 2014].

## STRUKTURA MODELU

Przeprowadzona analiza dotyczy problemu dostępu do usług onkologicznych w 16 polskich województwach. Wykorzystano dane pochodzące z roczników statystycznych województw [GUS 2014] oraz biuletynu statystycznego wydawanego przez Ministerstwo Zdrowia [Ministerstwo Zdrowia 2014].

Jednym z głównych celów stosowania DEA jest projekcja nieefektywnych DMU na granicę produkcji, dla przypadku, gdy nakłady są traktowane jako zasoby potrzebne do wytworzenia rezultatów [Cooper i in. 2007]. Choć DEA ma silne powiązanie z ekonomiczną teorią produkcji, jest również szeroko wykorzystywana do analizy porównawczej (benchmarkingu). W tym przypadku, efektywne DMU nie tworzą „granicę produkcji”, lecz prowadzą do stworzenia „granicę najlepszych praktyk”. W tym przypadku nakłady nie są traktowane, jako zasoby potrzebne do osiągnięcia określonych rezultatów. Poszczególne zmienne w modelu są uznawane za nakłady, jeżeli niższe poziomy ich wartości, z punktu widzenia celu badania, są oceniane pozytywnie, a za rezultaty, jeżeli wyższe poziomy ich wartości są oceniane pozytywnie [Cook i in. 2014].

Jest wiele przykładów stosowania w modelach DEA zmiennych zastępczych (proxy), co zwykle wynika z trudności związanych z bezpośrednim pomiarem charakterystyk potrzebnych do formułowania modelu [Spinks, Hollingsworth 2009, González i in. 2010, Levesque i in. 2013]. W modelu przyjęto trzy zmienne traktowane jako nakłady, które są proxy dla barier w dostępie do usług zdrowotnych, a więc powinny być minimalizowane: LECZ\_LOZKO, LECZ\_LEK, NOWE\_LEK oraz jedną zmienną LECZ\_ZGONY, która w modelu pełni rolę rezultatu i jest proxy dla skuteczności funkcjonowania opieki onkologicznej. Dwie pierwsze zmienne odwzorowują dostępność do dwóch podstawowych zasobów. LECZ\_LOZKO jest określona, jako stosunek liczby osób leczonych do liczby dostępnych łóżek onkologicznych, natomiast LECZ\_LEK jest obliczana jako stosunek liczby leczonych do liczby lekarzy ze specjalnością onkologiczną. Trzecia zmienna NOWE\_LEK, będąca stosunkiem liczby nowych zachorowań w danym roku do liczby lekarzy, odwzorowuje wzrost obciążenia lekarzy wynikający z pojawienia się nowych pacjentów. Zmienna LECZ\_ZGONY obliczana jest jako stosunek liczby osób leczonych do liczby zarejestrowanych zgonów.

Obliczono całkowitą efektywność techniczną (TE), czystą efektywność techniczną (PTE) oraz efektywność skali (SE). Porównanie wyników modelu NIRS

z BCC i CCR pozwala na określenie, czy DMU będąca przedmiotem rozważań jest w strefie rosnących czy malejących korzyści skali.

## WYNIKI I ICH INTERPRETACJA

Na podstawie danych opublikowanych w roku 2014, wykorzystując opisany model, uzyskano wyniki, które przedstawione są w Tabeli 1. Opisy poszczególnych kolumn znajdują się poniżej tabeli.

Tabela 1. Wyniki obliczeń efektywności technicznej, pełnej efektywności technicznej i efektywności skali

Województwo	CCR	BCC	SE	NIRS	RTS	ZM	L2	L3
Dolnośląskie	0,78	0,79	0,98	0,79	D	0,22		12,0
Kujawsko-pomorskie	0,56	0,72	0,79	0,56	I	0,44		75,7
Lubelskie	0,85	0,98	0,86	0,98	D	0,15		21,3
Lubuskie	0,89	1	0,89	0,89	I	0,11		58,5
Łódzkie	0,57	0,67	0,85	0,67	D	0,43	171,8	
Małopolskie	0,83	0,90	0,93	0,83	I	0,17		58,8
Mazowieckie	1	1	1	1	C			
Opolskie	0,51	0,55	0,94	0,51	I	0,49	146,1	140,7
Podkarpackie	0,94	0,94	1	0,94	D	0,06		55,9
Podlaskie	0,94	1	0,94	1	D	0,06	16,7	
Pomorskie	0,69	1	0,69	0,69	I	0,31		163,6
Śląskie	0,97	1	0,97	1	D	0,03	56,0	
Świętokrzyskie	0,68	0,73	0,94	0,68	I	0,32		77,1
Warmińsko-mazurskie	1	1	1	1	C			
Wielkopolskie	0,83	1	0,83	1	D	0,17	146,6	
Zachodniopomorskie	0,80	0,95	0,85	0,80	I	0,2		30,3

Źródło: obliczenia własne

Wynik ogólnej efektywności technicznej znajduje się w kolumnie CCR, czystej efektywności technicznej w kolumnie BCC, wyliczona na ich podstawie efektywność skali znajduje się w kolumnie SE. Kolumna NIRS zawiera wyniki efektywności wyliczone dla nierosnących korzyści skali, co jest podstawą do ustalenia, czy DMU znajduje się w strefie rosnących (I), malejących (D) czy stałych (C) korzyści skali, co znajduje się w kolumnie RTS. Kolumna ZM to zmiana radialna (CCR), obliczana jako  $(1-TE)$ .

Jedynie dwa województwa mazowieckie i warmińsko-mazurskie świadczą usługi w najbardziej produktywnej wielkości skali (SE równe 1). Pozostałe województwa nie działają w optymalnej skali, 7 znajduje się w strefie rosnących korzyści skali i 7 w strefie malejących. W pierwszym przypadku funkcjonują one poniżej swoich optymalnych wielkość skali, a tym samym, aby mogły zwiększyć swoją efektywność techniczną (TE) powinny zwiększyć skalę działania. W drugim

przypadku, dla uzyskania wyższej efektywności technicznej, zmniejszenie ich skali działania wydaje się być właściwym rozwiązaniem [Kumar, Gulati 2008].

Nieefektywne DMU mogą uzyskać pełną efektywność techniczną (zgodnie z definicją Farella), pod warunkiem, że wszystkie nakłady zostaną zmniejszone proporcjonalnie do wartości nieefektywności (1-TE), obliczonej według modelu CCR (kolumna ZM). Uzyskanie pełnej efektywności w sensie Pareto wymaga uwzględnienia w projekcji niezerowych luzów [Kumar, Gulati 2008]. Tabela 1, w kolumnach oznaczonych L2 i L3, zawiera informacje o luzach (nadwyżkach) nakładów zmiennych: LECZ\_LEK i NOWE\_LEK odpowiednio. Dla zmiennej LECZ\_LOZKO, dla wszystkich DMU luzy mają wartości zerowe. W Tabeli 2 przedstawiono projekcję dla nieefektywnych DMU, uwzględniając zmianę radialną (kolumna Radialna) oraz zmianę całkowitą z uwzględnieniem luzów (kolumna Całkow.). Podano wartości, o jakie należy zmniejszyć nakłady, aby DMU osiągnęły pełną efektywność.

Tabela 2. Zmniejszenie wartości nakładów konieczne do osiągnięcia pełnej efektywności w województwach nieefektywnych

Województwo	CCR	LECZ_LOZKO		LECZ_LEK		NOWE_LEK	
		Radialna	Całkow.	Radialna	Całkow.	Radialna	Całkow.
Dolnośląskie	0,78	15,5	15,5	198,3	198,3	79,5	91,5
Kujawsko-pomorskie	0,56	29,2	29,2	227,6	227,6	143,8	219,5
Lubelskie	0,85	10,9	10,9	101,5	101,5	42,3	63,6
Lubuskie	0,89	4,4	4,4	62,5	62,5	30,9	89,4
Łódzkie	0,57	49,4	49,4	770,9	942,7	245,5	245,5
Małopolskie	0,83	9,2	9,2	78,2	78,2	41,4	100,2
Opolskie	0,51	39,9	39,9	798,0	944,1	387,9	528,5
Podkarpackie	0,94	3,3	3,3	40,2	40,2	18,9	74,8
Podlaskie	0,94	4,1	4,1	28,1	44,8	10,0	10,0
Pomorskie	0,69	10,2	10,2	114,8	114,8	115,7	279,3
Śląskie	0,97	1,7	1,7	20,8	76,8	7,3	7,3
Świętokrzyskie	0,68	19,3	19,3	298,3	298,3	151,5	228,7
Wielkopolskie	0,83	13,8	13,8	229,1	375,6	76,5	76,5
Zachodniopomorskie	0,80	9,0	9,0	127,4	127,4	56,3	86,6

Źródło: obliczenia własne

Ponieważ w modelu wszystkie zmienne są wskaźnikami, konieczne jest dokonanie transformacji do zmiennych podstawowych. Założono, że liczba leczonych pacjentów oraz nowych zachorowań nie może być sterowana przez zarządzających, więc zmianie mogą podlegać tylko dwie zmienne: liczba lekarzy oraz liczba łóżek. Ponieważ jest to analiza ex post do obliczeń wykorzystano dane zaobserwowane dla badanego roku. W Tabeli 3 przedstawiono wartości tych zmiennych wykorzystane w obliczeniach (kolumna Obecna) oraz jaka jest ich pożądana wartość, aby zapewnić pełną efektywność (kolumna Pożądana). Należy to rozumieć w ten sposób, że przy takiej liczbie pacjentów jak w roku 2013,



osiągnięcie pełnej efektywności wymagałoby zwiększenia liczby zasobów, jakimi dysponują poszczególne województwa. DEA jest metodą oceny względnej efektywności, więc w przypadku innej liczby pacjentów należałoby model przeliczyć. Pełna efektywność jest tu rozumiana, jako zapewnienie dostępu na takim poziomie, jaki jest w województwach: mazowieckim i warmińsko-mazurskim, których zasoby są wystarczające dla sprawnej obsługi wszystkich pacjentów.

Tabela 3. Zmiany podstawowych zasobów konieczne do osiągnięcia pełnej efektywności w województwach nieefektywnych

Województwo	CCR	Liczba łóżek		Liczba lekarzy	
		Obecna	Pożądana	Obecna	Pożądana
Dolnośląskie	0,78	449	579	35	45
Kujawsko-pomorskie	0,56	203	359	26	46
Lubelskie	0,85	271	320	29	34
Lubuskie	0,89	169	189	12	13
Łódzkie	0,57	281	495	18	38
Małopolskie	0,83	416	500	49	59
Opolskie	0,51	100	195	5	12
Podkarpackie	0,94	283	301	23	24
Podlaskie	0,94	166	177	24	27
Pomorskie	0,69	281	404	25	36
Śląskie	0,97	836	861	70	78
Świętokrzyskie	0,68	170	251	11	16
Wielkopolskie	0,83	515	622	31	43
Zachodniopomorskie	0,80	269	334	19	24

Źródło: obliczenia własne

## WNIOSKI

Zastosowany model pozwala na ocenę dostępności do onkologicznej opieki medycznej w układzie przestrzennym województw. Zastosowany model reprezentuje podejście pośredniej oceny dostępności poprzez analizę obciążenia podstawowych zasobów, jakimi są lekarze i łóżka szpitalne. Trzy zmienne wskaźnikowe pełniące rolę nakładów w modelu DEA, zastępują (proxy) podstawowe bariery limitujące dostępność do usług, wynikających z niewystarczających zasobów. Zmienna wskaźnikowa pełniąca rolę rezultatu jest proxy dla skuteczności systemu opieki onkologicznej. Założono, że liczba zgonów jest tym mniejsza im bardziej efektywnie wykorzystywane są podstawowe zasoby. Oczywiście nie są to jedyne czynniki, jakie wpływają na efektywność funkcjonowania systemu opieki zdrowotnej w zakresie opieki onkologicznej. Poważnym ograniczeniem w uwzględnieniu większej liczby czynników jest mała liczba porównywanych DMU (zgodnie z empiryczną zasadą - liczba

porównywanych obiektów powinna być przynajmniej trzykrotnie większa niż łączna liczba zmiennych w modelu). Innym ograniczeniem w badaniach bazujących na ogólnodostępnych statystykach jest to, że nie wszystkie potrzebne informacje są zbierane lub udostępniane.

Model DEA, poza rankingiem odwzorowującym przestrzenne zróżnicowanie dostępności do usług onkologicznych, pozwala na ocenę skali prowadzonej działalności. W przypadku tego badania wolumen świadczonych usług (liczba pacjentów) jest poza kontrolą zarządzających, więc nie można eliminować niekorzyści skali zmianą liczby obsługiwanych pacjentów. Jednakże stwierdzenie, że aż 14 województw działa w nieodpowiedniej skali powinno stymulować decydentów do szerszego zainteresowania się tym problemem. Trzeba też podkreślić, że skala działalności limitowana jest zasobami, ale również w dużej mierze uzależniona od podpisanych kontraktów z NFZ.

Ważnym elementem wyników modeli DEA jest możliwość określenia, jakie działania należy podjąć, aby jednostki nieefektywne osiągnęły pełną efektywność. Przedstawiona projekcja w jednoznaczny sposób pokazuje braki w podstawowych zasobach w badanych województwach.

## BIBLIOGRAFIA

- Aday L. A., Andersen R. A. (1974) A framework for the study of access to medical care, *Health Services Research*, Vol. 9, pp. 208–220.
- Andersen R. M. (1995) Revisiting the Behavioral Model and Access to Medical Care: Does It Matter?, *Journal of Health and Social Behavior*, Vol. 36 (March), pp. 1–10.
- Avkiran N. K. (2000) Decomposing the technical efficiency of trading banks in the deregulated period, <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.196.816&rep=rep1&type=pdf>, (dostęp 15-06-2015).
- Charnes A., Cooper W. W., Thrall R. M. (1991) A Structure for Classifying and Characterizing Efficiency and Inefficiency in Data Envelopment Analysis, *The Journal of Productivity Analysis*, Vol. 2, pp. 197–237.
- Chilingerian J. (1995) Evaluating physician efficiency in hospitals: A multivariate analysis of best practices, *European Journal of Operational Research*, Vol. 80, pp. 548–574.
- Cook W. D., Tone K., Zhu, J. (2014) Data envelopment analysis: prior to choosing a model, *Omega – International Journal of Management Science*, Vol. 44, pp. 1–4.
- Cooper W. C., Seiford L. M., Zhu J. Z. (2011) *Handbook on Data Envelopment Analysis*, Springer, New York, 2011.
- Cooper W. W., Seiford L. M., Tone K. (2007) *Data Envelopment Analysis: a comprehensive text with models, applications, references and DEA-Solver software*, Springer, New York.
- Doumpos M., Cohen S. (2014) Applying data envelopment analysis on accounting data to assess and optimize the efficiency of Greek local governments, *Omega-International Journal of Management Science*, Vol. 46, pp. 74–85.

- Gałązka-Sobotka M. (red.) (2013) Analiza dostępności do leczenia onkologicznego oraz finansowania świadczeń z zakresu chemioterapii w 2012 roku, Uczelnia Łazarskiego, Warszawa.
- Garcia-Subirats I., Vargas I., Mogollón-Pérez A. S., De Paepe P., da Silva M.R.F., Unger J. P., Vázquez M. L. (2014) Barriers in access to healthcare in countries with different health systems. A cross-sectional study in municipalities of central Colombia and north-eastern Brazil, *Social Science & Medicine*, Vol. 106, pp. 204-213.
- Gautam S., Li Y., Johnson T. G. (2014) Do alternative spatial healthcare access measures tell the same story?, *GeoJournal*, Vol. 79, pp. 223-235.
- González E., Cárcaba A., Ventura J. (2010) Value efficiency analysis of health systems: does public financing play a role?, *Journal of Public Health*, Vol. 18, pp. 337-350.
- Gryglewicz J., Gałązka-Sobotka M., Gierczyński J., Zawadzki R., A. Drapała (2014) Finansowanie świadczeń z zakresu radioterapii w latach 2011-2013, Uczelnia Łazarskiego, Warszawa.
- GUS (2014) Roczniki Statystyczne Województw, Wojewódzkie Urzędy Statystyczne.
- Guzik B. (2009) Podstawowe modele DEA w badaniu efektywności gospodarczej i społecznej, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu, Poznań.
- Hart J. T. (1971) The inverse care law, *The Lancet*, Vol. 297, pp. 405-412.
- Jehu-Appiah C., Sekidde S., Adjuik M., Akazili J., Almeida S. D., Nyongator F., Baltussen R., Asbu E. Z., Kirigia J. M. (2014) Ownership and technical efficiency of hospitals: evidence from Ghana using data envelopment analysis, *Cost Effectiveness and Resource Allocation*, Vol. 12:9, <http://www.resource-allocation.com/content/12/1/9>
- Kumar S., Gulati R. (2008) An Examination of Technical, Pure Technical and Scale Efficiencies in Indian Public Sector Banks using Data Envelopment Analysis, *Eurasian Journal of Business and Economics*, Vol. 1, pp. 33-69.
- Levesque J. F., Harris M. F., Russell G., (2013) Patient-centred access to health care: conceptualising access at the interface of health systems and populations, *International Journal for Equity in Health*, doi: 10.1186/1475-9276-12-18, <http://www.equityhealthj.com/content/12/1/18> (dostęp: 05.11.2014).
- Mankiw N. G., Taylor M. P. (2009) *Mikroekonomia*, PWE, Warszawa.
- Meyer S. B., Luong T. C. N., Mamerow L., Ward P. R., (2013), Inequities in access to healthcare: analysis of national survey data across six Asia-Pacific countries, *BMC Health Services Research*, Vol. 13:238, <http://www.biomedcentral.com/1472-6963/13/238> (dostęp 05.11.2014).
- Ministerstwo Zdrowia (2014) Biuletyn Statystyczny Ministerstwa Zdrowia, Centrum Systemów Informacyjnych ochrony Zdrowia, Warszawa.
- Peters D. H., Garg A., Bloom G., Walker D. G., Brieger W. R., Rahman M. H. (2008) Poverty and Access to Health Care in Developing Countries, *Annals of the New York Academy of Sciences*, Vol. 1136, pp. 161-171.
- Ramanathan R. (2006) Evaluating the comparative performance of countries of the Middle East and North Africa: A DEA application, *Socio-Economic Planning Sciences*, Vol. 40, pp. 156-167.
- Samuel K. J., Adagbasa E. (2014) A composed index of critical accessibility (CICA) to healthcare services in a traditional African City, *GeoJournal*, Vol. 79, pp. 267-278.

- Seiford L. M., Zhu J. (1999) An investigation of returns to scale in data envelopment analysis, *Omega-International Journal of Management Science*, Vol. 27, pp. 1-11.
- Simões P., Marques R. C. (2011) Performance and congestion analysis of the Portuguese hospital services, *Central European Journal of Operations Research*, Vol. 19, pp. 39-63.
- Spinks J., Hollingsworth B. (2009) Cross-country comparisons of technical efficiency of health production: a demonstration of pitfalls, *Applied Economics*, Vol. 41, pp. 417-427.
- Sprawne Państwo (2014) Systemy opieki onkologicznej w wybranych krajach, Raport opracowany przez EY na zlecenie Fundacji Onkologia 2015, Warszawa.
- Zhao Y., Foley M., Eagar K. (2011) Assessing Economies of Scale in Public Hospitals, *Economic Papers*, Vol. 30, No. 3, pp. 341-347.

### ASSESSMENT OF ACCESS TO ONCOLOGY THERAPEUTICS IN POLISH PROVINCES

**Abstract:** Differentiation in access to health care services is a serious challenge for health systems in all countries of the world. The article attempts to assess the accessibility of oncological treatment in a spatial arrangement of Polish regions using DEA method. As a measure of access the level of deaths was adopted and as the primary barrier to access the number of beds and doctors. Data from the Central Statistical Office for 2013 were used. The results allow assessing the spatial differentiation of access to oncological treatment and the required changes in the resources (doctors and beds) to improve the access.

**Keywords:** access to healthcare, oncology treatment, DEA

## **RANKING PAŃSTW UE ZE WZGLĘDU NA WYBRANE WSKAŹNIKI CHARAKTERYZUJĄCE ROLNICTWO EKOLOGICZNE**

**Karol Kukula, Lidia Luty**

Katedra Statystyki i Ekonometrii, Uniwersytet Rolniczy  
e-mail: ksm@ur.krakow.pl, rr lutka@cyf-kr.edu.pl

**Streszczenie:** Przedmiotem badań jest analiza poziomu rolnictwa ekologicznego w krajach UE z wykorzystaniem, m. in. takich charakterystyk jak: średnia powierzchnia upraw ekologicznych, udział powierzchni upraw ekologicznych w powierzchni użytków rolnych ogółem, wartość sprzedaży detalicznej, wydatki na żywność ekologiczną. Za pomocą wybranej liniowej metody porządkowania zbioru obiektów sporządzono ranking państw. Wybór procedury porządkowania dokonano z wykorzystując procedurę wspomagającą opartą na mierze podobieństwa układów porządkowych.

**Słowa kluczowe:** rolnictwo ekologiczne, metody porządkowania liniowego, ranking obiektów, wielowymiarowa analiza porównawcza

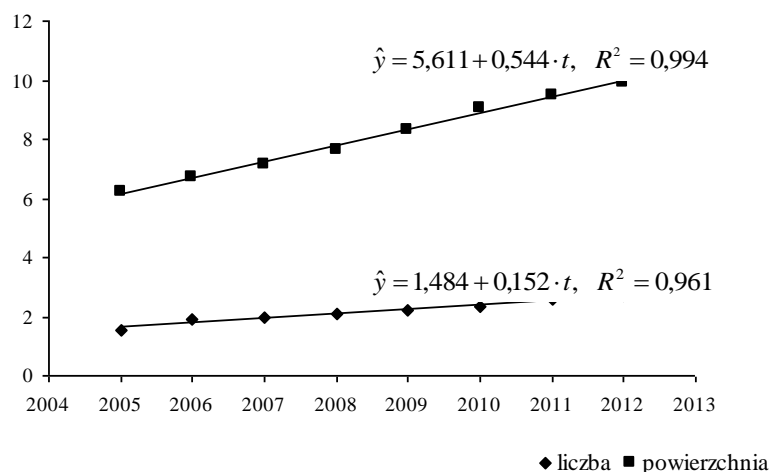
### **WSTĘP**

Rolnictwo ekologiczne w porównaniu do rolnictwa zintegrowanego oraz rolnictwa konwencjonalnego jest formą gospodarowania i produkcji, które jest najmocniej powiązane z jakością środowiska przyrodniczego. Na świecie ma ono ponad stuletnią historię. Wzrost zainteresowania rolnictwem ekologicznym w Europie miał miejsce na przełomie lat osiemdziesiątych i dziewięćdziesiątych XX wieku wraz z wejściem w życie rozporządzenia Rady EWG 2092/91 regulującego zasady produkcji ekologicznej i po wprowadzeniu programu pomocy dla działań w zakresie leśnictwa w rolnictwie wynikającego z rozporządzenia Rady EWG 2078/92 [Rozporządzenie... 1991, 1992]. Zmieniające się warunki społeczno-ekonomiczne wymagały kolejnych nowelizacji tych regulacji, które pozwalały i pozwalają na wspólnotowe ujednolicenie warunków funkcjonowania rolnictwa ekologicznego. W szczególności w krajach UE produkcja ekologiczna jest prawnie uregulowana i podlega wsparciu ze strony instytucji państwowych.

W krajach tych obserwujemy jej dynamiczny wzrost. Świadczy o tym wzrost zarówno powierzchni upraw ekologicznych jak i liczby gospodarstw ekologicznych (Rysunek 1).

Rolnictwo ekologiczne dynamicznie się rozwija na wszystkich kontynentach to popyt na żywność ekologiczną, jak pisze McLendon [2010] jest jednak głównie w krajach o wysokim poziomie rozwoju gospodarczego, ponieważ ceny produktów ekologicznych są zdecydowanie wyższe niż produkowanych konwencjonalnie. W dłuższej perspektywie zdaniem Runowskiego [2009] produkty ekologiczne pozostaną źródłem oferty żywnościowej dla większej niż obecnie, ale ciągle ograniczonej części konsumentów, ponieważ znaczna część konsumentów w wyborze produktów żywnościowych kierować się będzie ceną.

Rysunek 1. Przebieg zmian liczby gospodarstw ekologicznych (100tys.), powierzchni upraw ekologicznych (mln ha) ogółem w 28 krajach obecnej UE, w latach 2005-2012 z wyznaczonymi liniami trendu ( $t=1,2,\dots,8$ )



Źródło: opracowanie własne na podstawie: [www.organic-world.net](http://www.organic-world.net)

Analiza rozwoju rolnictwa ekologicznego w krajach UE była przedmiotem wielu badań [m. in. Stankiewicz 2009, Smulak-Sikorska 2010, Kowalska 2010, Golinowska 2013, Brodzińska 2014].

Celem artykułu jest próba analizy regionalnego zróżnicowania rozwoju rolnictwa ekologicznego krajów UE-27<sup>1</sup> w roku 2012 ze względu na wybrane charakterystyki. W tym celu, do opisu badanego zjawiska wykorzystano metodę porządkowania liniowego zbioru obiektów grupy opartą na zmiennej syntetycznej wytypowaną z wstępnej listy metod. Syntetyczny miernik pozwolił uporządkować kraje UE ze względu na poziom rolnictwa ekologicznego.

<sup>1</sup> Ze względu na brak danych w badaniach nie uwzględniono Malty.

W pracy poddano także ocenie zależność między wskaźnikami opisującymi rolnictwo ekologiczne a podstawowym miernikiem służącym do określenia wielkości gospodarki, tj. PKB.

## MATERIAŁ I METODA ANALIZY

Analizę prowadzono na podstawie danych pochodzących z Raportów The Word of Organic Agriculture oraz bazy danych EUROSTAT.

Przyjęte do analizy zmienne diagnostyczne to:

$X_1$  - średnia powierzchnia upraw ekologicznych [ha],

$X_2$  - powierzchnia upraw ekologicznych przypadająca na 1000mieszkańców [ha],

$X_3$  - udział powierzchni gospodarstw ekologicznych w powierzchni gospodarstw rolnych ogółem [%],

$X_4$  - wartość sprzedaży detalicznej na 1000ha upraw ekologicznych [mln euro],

$X_5$  - roczna kwota przeznaczona na żywność ekologiczną [euro/mieszkańca].

Wszystkie zmienne można zakwalifikować do zbioru stymulant<sup>2</sup>.

Wybierając je kierowano się analizą merytoryczną oraz dostępnością danych. Konstruując cechy w postaci wskaźników wyeliminowano wpływ wielkości badanych obiektów. Wartości charakterystyk liczbowych zmiennych diagnostycznych przedstawiono w Tabeli 1. Zmienne diagnostyczne w badanej grupie państw charakteryzuje duże zróżnicowanie o czym świadczą wartości miar zróżnicowań.

Tabela 1. Podstawowe charakterystyki przyjętych zmiennych diagnostycznych

Charakterystyki liczbowe	Zmienne diagnostyczne				
	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$
Maksymalna wartość	367,18	108,77	19,87	19,11	158,59
Minimalna wartość	4,78	2,87	1,28	0,02	0,73
Średnia arytmetyczna	60,50	28,59	6,56	2,85	36,71
Mediana	34,00	17,39	5,59	1,02	22,00
Współrzędne mediany Webera	38,75	23,31	5,50	2,24	26,47
Odchylenie standardowe	75,81	26,50	4,59	4,68	45,11
Współczynnik zmienności	1,25	0,93	0,70	1,64	1,23
Iloraz skrajnych wartości	76,84	37,88	15,49	934,91	217,24
Współczynnik skośności	3,06	1,66	1,31	2,57	1,55

Źródło: obliczenia własne na podstawie: [www.organic-world.net](http://www.organic-world.net)

W opracowaniu przyjęto założenie, że każda zmienna wnosi taką samą porcję informacji do oceny badanych obiektów.

<sup>2</sup> Stymulanta to taka zmienna, której wysokie wartości są zjawiskiem pożądanym z punktu widzenia oceny obiektu, natomiast niskie wartości są niepożądane.

Dane statystyczne na podstawie, których przeprowadzono analizę tworzą macierz:

$$[x_{ij}]_{i=1,2,\dots,n}^{j=1,2,\dots,m} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1,m} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2,m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n,1} & x_{n,2} & \dots & x_{n,m} \end{bmatrix} \quad (1)$$

gdzie  $x_{ij}$  oznacza wartość cechy  $X_j$  dla  $i$ -tego kraju.

Tabela 2. Wybrane metody porządkowania liniowego, gdzie:  $Q_i$  - wartość zmiennej syntetycznej,  $z_{ij}$  - wartość unormowana  $j$ -tej zmiennej dla  $i$ -tego obiektu

Metoda	Zmienna syntetyczna
wzorcowa	
Hellwiga	$Q_i = 1 - \frac{d_i^+}{d_0}$ , $d_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^m (z_{ij} - z_j^+)^2}$ , $z_j^+ := \max_i \{z_{ij}\}$ $d_0 = \bar{d} + 2S_d$ , $d = [d_1^+ \quad d_2^+ \quad \dots \quad d_n^+]$
TOPSIS	$Q_i = \frac{d_i^-}{d_i^- + d_i^+}$ , $d_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^m (z_{ij} - z_j^+)^2}$ , $d_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^m (z_{ij} - z_j^-)^2}$ $z_j^+ := \max_i \{z_{ij}\}$ , $z_j^- := \min_i \{z_{ij}\}$
pozycyjna	$d_i^+ = \text{med}_j  z_{ij} - z_j^+ $ , $z_j^+ := \max_i \{z_{ij}\}$ $Q_i = 1 - \frac{d_i^+}{d_0}$ , $d_0 = \text{med}_i(d) + 2,5\text{mad}(d)$ , $\text{mad}(d) = \text{med}_i  d_i - \text{med}(d) $ , $d = [d_1^+ \quad d_2^+ \quad \dots \quad d_n^+]$
bezwzorcowa	
	$Q_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m z_{ij}$ $m$ - liczba zmiennych diagnostycznych

Źródło: opracowanie własne [Hellwig 1968; Hwang, Yoon 1981; Lira i in. 2002]

W pierwszym etapie badań wytypowano cztery procedury porządkowania liniowego<sup>3</sup> (Tabela 2), przy czym w odniesieniu do metody bezwzorcowej uwzględniono trzy warianty ze względu na formułę normowania. Następnie sporządzono sześć rankingów badanych obiektów.

<sup>3</sup> W przedstawionych badaniu przyjęto, że wagi wszystkich zmiennych są jednakowe, gdyż w literaturze przedmiotu brak wskazań co do zróżnicowanego znaczenia i roli poszczególnych cech.



Każda z procedur wymaga aby zmienne diagnostyczne unormować. W Tabeli 3 przedstawiono wykorzystane formuły normujące.

Tabela 3. Wybrane formuły normujące, gdzie:  $x_{ij}$  - wartość  $j$ -tej zmiennej,  $z_{ij}$  - wartość unormowana  $j$ -tej zmiennej dla  $i$ -tego obiektu;  $\bar{x}_j, S_j$  to odpowiednio średnia arytmetyczna i odchylenie standardowe  $j$ -tej zmiennej;  $\theta_{0j}$  - wartość  $j$ -tej współrzędnej mediany Webera dla układu cech;  $m\tilde{a}d(X_j) = med_i |x_{ij} - \theta_{0j}|$

Metoda	Formuła normująca
standaryzacja	$z_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{S_j}, \quad S_j \neq 0$
unitaryzacja zerowana	$z_{ij} = \frac{x_{ij} - \min_i x_{ij}}{\max_i x_{ij} - \min_i x_{ij}}, \quad \max_i x_{ij} \neq \min_i x_{ij}$
Strahl	$z_{ij} = \frac{x_{ij}}{\max_i x_{ij}}, \quad \max_i x_{ij} \neq 0$
standaryzacja pozycyjna	$z_{ij} = \frac{x_{ij} - \theta_{0j}}{1,4826m\tilde{a}d(X_j)}, \quad m\tilde{a}d(X_j) \neq 0$

Źródło: opracowanie własne [Perkal 1953, Wesołowski 1975, Kukuła 2000, Strahl 1978, Lira i in. 2002]

W drugim etapie analizy spośród sporządzonych rankingów (tym samym wykorzystanych procedur) wybrano ten, który jest najbardziej podobny do pozostałych, czyli ten dla którego  $\bar{u}_p$  jest największe [Kukuła, Luty 2015], gdy:

$$\bar{u}_p := \frac{1}{v-1} \sum_{\substack{q=1 \\ p \neq q}}^v m_{pq}, \quad p, q = 1, 2, \dots, v \quad (2)$$

gdzie:  $v$  - liczba rankingów;  $m_{pq} = 1 - \frac{2 \sum_{i=1}^n |c_{ip} - c_{iq}|}{n^2 - z}$  [Kukuła 1989], takie, że:  $c_{ip}$  - pozycja  $i$ -tego obiektu w rankingu o numerze  $p$ ;  $c_{iq}$  - pozycja  $i$ -tego obiektu w rankingu o numerze  $q$ ;  $z = \begin{cases} 0, & n \in P \\ 1, & n \notin P \end{cases}$ , a  $P$  - zbiór liczb naturalnych parzystych.

Wybrana, w wyżej opisany sposób metoda stanowi podstawę do sporządzenia i interpretacji rankingu badanych obiektów.

## WYNIKI BADAŃ

Dzięki zastosowaniu omówionej procedury dokonano hierarchizacji państw UE według wartości  $Q_i$  z wykorzystaniem sześciu procedur (Tabela 4).

Zauważyć można, że układy porządkowe różnią się. Hiszpania w jednym rankingu uplasowała się na szóstej pozycji, a w innym na siedemnastej. Podobnie pozycje Łotwy w rankingach różniły się aż o jedenaście pozycji.

Dla każdej pary układów porządkowych przedstawionych w Tabeli 4 oszacowano wartość miary  $m_{pq}$  i zapisano w macierzy  $M$ <sup>4</sup>:

$$M = [m_{pq}]_{p,q=1,2,\dots,6} = \begin{bmatrix} 1,000 & 0,874 & 0,731 & 0,912 & 0,901 & 0,890 \\ & 1,000 & 0,725 & 0,907 & 0,901 & 0,907 \\ & & 1,000 & 0,720 & 0,725 & 0,731 \\ & & & 1,000 & 0,962 & 0,951 \\ & & & & 1,000 & 0,984 \\ & & & & & 1,000 \end{bmatrix}$$

Największe podobieństwo (macierz  $M$ ) charakteryzuje parę rankingów uzyskanych z wykorzystaniem dwóch procedur bezwzorcowej metody porządkowania, w których formułą normującą była odpowiednio metoda zaproponowana przez Strahl i metoda unitaryzacji zerowanej ( $m_{56} = 0,984$ ).

Tabela 4. Pozycje obiektów uzyskane z wykorzystaniem wybranych metod

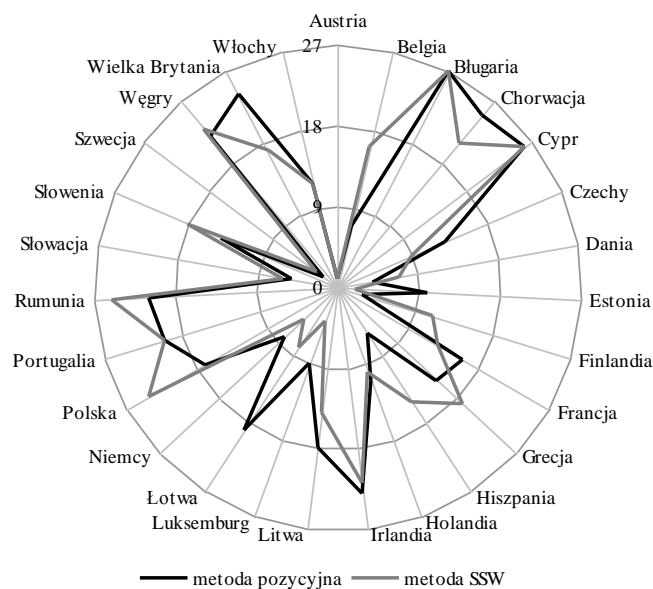
Państwo	Metoda porządkowania liniowego /formuła normująca/					
	wzorcowa			bezwzorcowa		
	$p(q)$					
	Hellwiga /standaryzacji a/	TOPSIS /standaryzacji a/	pozycyjna /standaryzacji a pozycyjna/	standaryzacja (SSW)	unitaryzacja zerowana (MUZ)	Strahl
	1	2	3	4	5	6
	Austria	3	2	1	1	1
Belgia	17	13	7	16	16	14
Bułgaria	27	27	27	27	27	27
Chorwacja	21	21	25	21	21	21
Cypr	26	25	26	26	26	26
Czechy	8	10	13	9	10	10
Dania	6	6	4	7	5	5

<sup>4</sup> Numer wiersza (kolumny) odpowiada metodzie o przyjętym w Tabeli 4 oznaczeniu.

Państwo	1	2	3	4	5	6
Estonia	4	1	10	2	4	4
Finlandia	10	11	3	11	11	11
Francja	14	14	16	13	12	12
Grecja	20	20	15	19	19	19
Hiszpania	12	17	6	15	15	15
Holandia	11	8	11	10	9	9
Irlandia	23	23	23	22	22	22
Litwa	15	15	18	14	14	16
Luksemburg	7	4	9	4	3	2
Łotwa	9	9	19	8	8	8
Niemcy	1	7	8	5	6	6
Polska	24	22	17	24	23	23
Portugalia	18	18	20	20	20	20
Rumunia	25	26	21	25	25	25
Słowacja	5	3	5	6	7	7
Słowenia	19	16	14	18	18	18
Szwecja	2	5	2	3	2	3
Węgry	22	24	22	23	24	24
Wielka Brytania	16	19	24	17	17	17
Włochy	13	12	12	12	13	13

Źródło: obliczenia własne

Rysunek 2. Pozycje państw UE uzyskane z wykorzystaniem metody pozycyjnej i metody SSW



Źródło: opracowanie własne na podstawie Tabeli 4

Na Rysunku 2 przedstawiono pozycje państw otrzymane z wykorzystaniem dwóch procedur, które dały rankingi najmniej do siebie podobne ( $m_{34} = 0,720$ ).

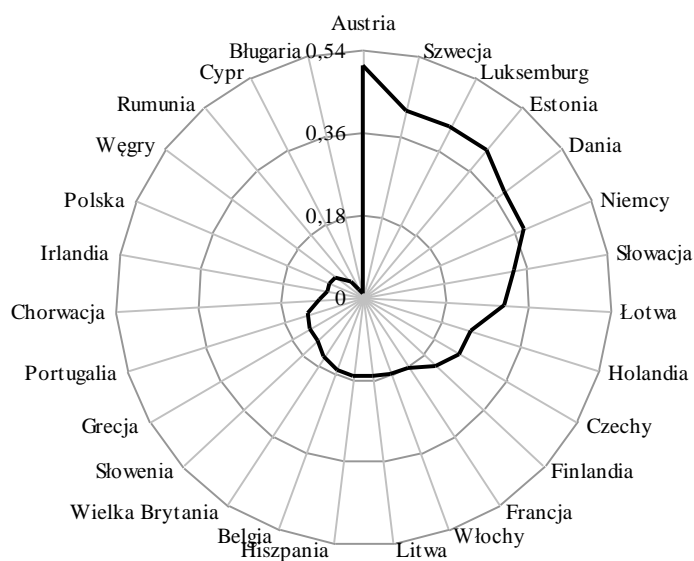
Wartości miary  $\bar{u}_p$ , dla każdej metody wyznaczono i zapisano jako wektor  $\bar{u}$ <sup>5</sup>:

$$\bar{u} = [\bar{u}_p]_{p=1,2,\dots,6} = [0,615 \quad 0,616 \quad 0,519 \quad 0,636 \quad 0,639 \quad 0,637]$$

informują o stopniu podobieństwa rankingu uzyskanego w wyniku zastosowania  $p$ -tej metody porządkowania liniowego w stosunku do pozostałych rozważonych rankingów.

W rozpatrywanym problemie ranking państw UE uzyskany na podstawie zmiennej syntetycznej wyznaczonej jako średnia arytmetyczna sum znormalizowanych wartości metodą unitaryzacji zerowanej jest najbliższy w stosunku do wszystkich pozostałych wyznaczonych rankingów.

Rysunek 3. Ranking państw UE ze względu na poziom rolnictwa ekologicznego w roku 2012 z wykorzystaniem bezwzorcowej metody porządkowania liniowego, w której zmienne unormowano metodą unitaryzacji zerowanej



Źródło: opracowanie własne

W Austrii najwyżej sklasyfikowanej, udział upraw ekologicznych w strukturze użytków rolnych jest największy w Europie (19,9%). Porównywalny jest w Szwecji (15,6%) i Estonii (15,3%). Przeciętnie w krajach UE powierzchnia

<sup>5</sup> Numer kolumny odpowiada metodzie o przyjętym w Tabeli 4 oznaczeniu.

ekologicznych upraw zajmuje 6,7% w strukturze użytków rolnych. W Polsce uprawy ekologiczne zajmują 4,3% użytków rolnych. Kraje, w których udział powierzchni upraw ekologicznych jest niższy niż w Polsce to: Chorwacja, Holandia, Cypr, Luksemburg, Węgry, Wielka Brytania, Francja, Rumunia, Irlandia i Bułgaria, w której udział jest najniższy i wynosi 1,3%.

Średnie powierzchnie upraw ekologicznych przekraczające 100 ha mają: Słowacja (367,2ha), Niemcy (241,8ha) i Czechy (102,ha). Połowa państw UE ma średnią powierzchnię tych upraw nie większą niż 34ha, ale nie mniejszą niż 10ha, z wyjątkiem Cypru, gdzie średnio na jedno gospodarstwo ekologiczne przypada 4,8 ha. W tej grupie mieści się Polska, w której średnia powierzchnia upraw ekologicznych wynosi 25ha.

W państwach, takich jak: Estonia, Łotwa, Austria, Litwa i Szwecja powierzchnia upraw ekologicznych przypadająca na tysiąc mieszkańców jest większa niż 50 ha i wynosi odpowiednio: 108,8ha; 96,0ha; 64,0ha; 52,1ha i 50,4 ha. Z kolei wartość tego wskaźnika poniżej 10 ha odnotowano w Holandii (2,9 ha), w Bułgarii (3,9 ha), na Cyprze (4,6 ha), w Belgii (5,4 ha), w Chorwacji (7,5 ha), w Luksemburgu (7,5 ha) i w Wielkiej Brytanii (9,3 ha). W połowie państw UE, w tym także Polsce (17,4 ha) na jeden tysiąc mieszkańców przypada nie więcej niż 17,4 ha upraw ekologicznych.

Największymi konsumentami żywności ekologicznej są Duńczycy, Luksemburczycy, Austriacy, Szwedzi oraz Niemcy. W roku 2012 wydawali oni rocznie odpowiednio: 159, 143, 127, 95 i 86 euro na osobę. W dziesięciu krajach (Słowacja, Bułgaria, Cypr, Litwa, Portugalia, Łotwa, Węgry, Polska, Rumunia, Grecja, Czechy) mieszkaniac na żywność ekologiczną rocznie nie wydawał więcej niż 6 euro.

Roczna wartość sprzedaży detalicznej produktów ekologicznych przypadająca na 1000 ha upraw ekologicznych w połowie krajów UE nie była większa od jednego miliona euro, w tym także w Polsce (0,18 mln euro). Co najmniej dwukrotnie większy ten wskaźnik charakteryzuje kraje Europy Zachodniej (Luksemburg, Holandia, Belgia, Dania, Niemcy, Francja, Wielka Brytania, Austria) i Chorwację.

Wartość syntetycznego wskaźnika opisującego poziom rolnictwa ekologicznego jest istotnie dodatnio skorelowana ze wskaźnikiem poziomu rozwoju gospodarczego wyrażonego jako wartość PKB przypadająca na jednego mieszkańca (Tabela 5). W krajach, w których więcej się sprzedaje żywności ekologicznej i wydaje na nią wartość PKB na mieszkańca jest wyższa. Brak istotnych zależności między poziomem rozwoju gospodarczego kraju, wyrażonym PKB per capita a takimi wskaźnikami, jak: średnia powierzchnia upraw ekologicznych, powierzchnia upraw ekologicznych przypadająca na 1000 mieszkańców czy udział powierzchni gospodarstw ekologicznych w powierzchni gospodarstw rolnych ogółem.

Tabela 5. Współczynniki korelacji liniowej Pearsona między zmiennymi diagnostycznymi ( $X_j$ ) oraz syntetycznym miernikiem ( $Q$ ) a zmienną określającą wartościami PKB per capita ( $Y$ )

Ozn.	Wyszczególnienie					
	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$Q$
$Y$	-0,065	-0,191	0,026	0,798*	0,772*	0,528*

\* oznacza zależności statystycznie istotne,  $\alpha=0,05$

Źródło: obliczenia własne

## WNIOSKI

Przeprowadzane badania oraz uzyskane wyniki pozwalają wysunąć pewne spostrzeżenia :

- Państwa UE charakteryzują się na ogół średnim lub niskim poziomem rolnictwa ekologicznego. W rankingu wyższe pozycje zajmują kraje charakteryzujące się wysokim poziomem rozwoju gospodarczego, w których nie tylko produkuje się żywność ekologiczną, ale także kupuje. Do pierwszej dziesiątki zaklasyfikowano ponadto takie kraje jak: Estonia, Słowacja, Łotwa, Czechy, które ze względu na wskaźniki odnoszące się do powierzchni upraw ekologicznych klasyfikują się na najwyższych lokatach, czego nie można powiedzieć o wskaźnikach sprzedaży produktów ekologicznych.
- Polska została sklasyfikowana na dwudziestej trzeciej pozycji, co oznacza, że udział produkcji ekologicznych jak i konsumpcja produktów ekologicznych w porównaniu do większości krajów UE jest bardzo mała.
- Wyniki badań wskazują, że wybór metody porządkowania linowego rzutuje na ranking badanych obiektów. Zastosowana procedura stanowi, jak się wydaje, pomocne narzędzie wyboru metody porządkowania liniowego obiektów.

## BIBLIOGRAFIA

- Brodzińska K. (2014) Rolnictwo ekologiczne – tendencje i kierunki zmian, Problemy Rolnictwa Światowego, Wydawnictwo SGGW, t. 14, z. 3, Warszawa, 27-36.
- Golinowska M. (2013) Rozwój rolnictwa ekologicznego, Wydawnictwo Uniwersytetu Przyrodniczego we Wrocławiu.
- Hellwig Z. (1968) Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom ich rozwoju oraz zasoby i strukturę wykwalifikowanych kadr, Przegląd Statystyczny, nr 4, 307-327.
- Hwang C. L., Yoon K. (1981) Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications, Springer-Verlag.
- Kowalska A. (2010) Czynniki wpływające na rozwój rolnictwa ekologicznego w Polsce i innych krajach europejskich, ANNALES, Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej, Lublin, Tom XLIV, 47-63.

- Kukuła K. (1989) Statystyczna analiza strukturalna i jej zastosowanie w sferze usług produkcyjnych dla rolnictwa, Zeszyty Naukowe AE w Krakowie, Seria specjalna: Monografie, 89, Kraków.
- Kukuła K. (2000) Metoda unitaryzacji zerowanej, PWN, Warszawa.
- Kukuła K., Luty L. (2015) Propozycja procedury wspomagającej wybór metody porządkowania liniowego, Przegląd Statystyczny, R. LXII, z. 2, 219-231.
- Lira J., Wagner W., Wysocki F. (2002) Mediana w zagadnieniach porządkowania obiektów wielocechowych, [w:] Paradysz J. (red.), Statystyka regionalna w służbie samorządu lokalnego i biznesu, Internetowa Oficyna Wydawnicza Centrum Statystyki Regionalnej, AE w Poznaniu, 87-99.
- McLendon R. (2010) Is organic farming worth the cost?, Mother Nature Network. <http://www.mnn.com/earth-matters/translating-uncle-sam/stories/is-organic-food-worth-the-cost-0> (data odczytu: lipiec 2014)
- Perkal J. (1953) O wskaźnikach antropologicznych, Przegląd Antropologiczny, t. 19, Polskie Towarzystwo Antropologiczne i Polskie Zakłady Antropologii, Poznań, 209-219.
- Rozporządzenie Rady (EWG) nr 2092/91 z dnia 24 czerwca 1991 r. w sprawie produkcji ekologicznej produktów rolnych oraz znakowania produktów rolnych i środków spożywczych.
- Rozporządzenie Rady (EWG) nr 2078/92 z dnia 30 czerwca 1992 r. w sprawie metod produkcji rolnej zgodnych z wymaganiami ochrony środowiska i utrzymania obszarów wiejskich.
- Runowski H. (2009) Rolnictwo ekologiczne-rozwój czy regres?, Roczniki Nauk Rolniczych, Seria G, t. 96, z. 4, 182-193.
- Smulak - Sikorska J. (2010) Stan rolnictwa ekologicznego i rynku jego produktów w Unii Europejskiej, Journal of Agribusiness and Rural Development, nr 4 (18), Poznań, 1-9.
- Stankiewicz D. (2009) Rolnictwo ekologiczne, indos, nr 7 (54), BAS, Wydawnictwo Sejmowe, Warszawa.
- Strahl D. (1978) Propozycja konstrukcji miary syntetycznej, Przegląd Statystyczny, nr 2, 205-215.
- Wesołowski W. J. (1975) Programowanie nowej techniki, PWN, Warszawa.
- Willer H., Kichler L., The Word of Organic Agriculture – Statistics and Emerging Trends 2005-2015, IFOAM, Bonn, FiBL, Frick.
- <http://www.organic-world.net>
- <http://ec.europa.eu/eurostat>

### THE RANKING OF EU COUNTRIES DUE TO SELECTED INDICATORS CHARACTERIZING ORGANIC FARMING

**Abstract:** The subject of the study was the analysis of the level of organic farming in the EU countries using such characteristics as: the average size of organic crops, these crops area per 1,000 inhabitants, share of this area in total utilized agricultural area, value of retail sales for these crops per 1000 ha and the annual amount of money spent on organic food per capita. It was created the ranking of countries using selected methods of linear ordering set of objects. The results of analysis indicate, that the higher ranking positions are occupied with countries with a higher level of economic development.

**Keywords:** organic farming, the linear ordering method, ranking of objects, multidimensional comparative analysis



## **EFEKTY SKALI PRODUKCJI ROLNICZEJ W REGIONACH FADN DLA POLSKI W LATACH 2004-2011**

**Tomasz Kuszewski**

Instytut Ekonometrii, Szkoła Główna Handlowa  
e-mail: tomasz.kuszewski@sgh.waw.pl

**Agata Sielska**

Instytut Ekonomiki Rolnictwa i Gospodarki Żywnościowej - PIB  
e-mail: Agata.Sielska@ierigz.waw.pl

**Streszczenie:** Celem pracy jest zbadanie zmian efektów skali w regionach FADN w Polsce w latach 2004-2011. Wnioskowanie oparte jest na analizie profili technologicznych, które dla wyszczególnionych grup gospodarstw rolnych dane są zestawem oszacowanych parametrów funkcji CES w postaci zagnieżdżonej dla wyróżnionych czynników produkcji takich jak: kapitał, praca, ziemia. Dane pochodzą z bazy Farm Accountancy Data Network. Gospodarstwa rolne są grupowane również według regionów i przeważającego rodzaju działalności. Z badania wynika, że profile technologiczne są zmienne w czasie, z odmienną dla wyróżnionych grup producentów rolnych skłonnością do zmian profilu. Zaobserwowano tendencję do wyboru profili minimalizujących rolę ziemi jako czynnika produkcji.

**Słowa kluczowe:** typ producenta rolnego, zagnieżdżona funkcja produkcji CES, efekty skali, efektywna skala produkcji

## **WPROWADZENIE**

W pracy badamy zróżnicowanie strategii produkcyjnych producentów rolnych ze szczególnym uwzględnieniem efektów skali produkcji. Producent rolny jest jednostką podejmującą decyzje produkcyjne w zależności od warunków naturalnych, warunków ekonomicznych, spodziewanych warunków pogodowych, wielkości gospodarstwa rolnego oraz osobistych preferencji. Efektem tych decyzji jest uzyskana w gospodarstwie rolnym produkcja przy poniesionych nakładach wyróżnionych w badaniu czynników produkcji: kapitału, ziemi pracy. Decyzje producenta nie są artykułowane i obserwowane, a wnioskowanie o ich charakterze

ma miejsce na podstawie danych o nakładach i efektach w procesie produkcyjnym. Chociaż wykorzystywane na potrzeby opracowania dane są danymi jednostkowymi, to przedmiotem opisu i analizy jest ich specyficzny agregat traktowany jako reprezentatywny producent rolny.

Reprezentatywny producent rolny<sup>1</sup> jest definiowany według kryteriów położenia geograficznego oraz rodzaju działalności. Skoro możliwym do obserwacji przejawem efektu decyzji produkcyjnych indywidualnych producentów rolnych jest zależność między nakładami czynników produkcji a efektem procesu produkcyjnego, to profilem technologicznym reprezentatywnego dla danej grupy producenta jest funkcja produkcji, której parametry oszacowano na podstawie danych indywidualnych. Przyjmujemy, że producenci rolni działający na danym obszarze i mający daną specjalizację produkcyjną podejmują decyzje możliwe do modelowania, uśrednienia i interpretacji. Dane o indywidualnych producentach rolnych użyte w analizie pochodzą z lat 2004-2011 i są zgromadzone w bazie Farm Accountancy Data Network (FADN).

W głównej części opracowania koncentrujemy się na prezentacji wyników analizy oszacowanych profili technologicznych i badaniu zmienności bądź konwergencji profili produkcyjnych w czasie i przestrzeni oraz na efektach<sup>2</sup> skali produkcji reprezentatywnych producentów rolnych. Interpretacja parametrów oszacowanej funkcji produkcji dla producentów sektora rolnego ma bogatą literaturę. Jak pokazała Sielska [2014], funkcja o stałej elastyczności substytucji czynników produkcji jest dobrze dopasowana do indywidualnych danych z FADN, naszą analizę ograniczymy więc wyłącznie do tej postaci funkcji produkcji.

Próba udzielenia odpowiedzi na postawione pytania ma istotne znaczenie. We wcześniejszych badaniach Kuszewski i Sielska [2012] dowiedli, iż mimo dalece nierównomiernego według województw rozdysponowania środków z programów SAPARD 2004-2006, PROW 2004-2006 oraz 2007-2013, a także WOROW 2008, ranking województw według poziomu efektywności technologicznej w latach 2004-2009 cechowała duża stabilność. Dla regionów FADN podobne badanie o zróżnicowaniu wysokości dopłat i skutków dla wielkości dochodów przeprowadzili Judzińska i Łopaciuk [2013]. Niniejsza praca jest, dzięki dostępowi do bardziej szczegółowych danych, próbą spojrzenia na problem zróżnicowania efektywności z innej perspektywy.

---

<sup>1</sup> W tekście używamy zamiennie określeń producent albo gospodarstwo rolne.

<sup>2</sup> W literaturze używa się zamiennie także określenia przychody ze skali. Samuelson i Marks [2009] piszą, iż nie należy mylić pojęcia przychodów ze skali z pojęciem korzyści skali, które są synonimem rosnących przychodów ze skali produkcji.

## GRUPY PRODUCENTÓW ROLNYCH

### FADN

FADN (Farm Accountancy Data Network) jest systemem zbierania danych rachunkowych z gospodarstw rolnych. Funkcjonuje w każdym kraju członkowskim UE, a zbierane dane są reprezentatywne dla typu rolniczego, wielkości ekonomicznej oraz położenia gospodarstwa rolnego.

Analizie poddano następujące zmienne jako czynniki wytwórcze dla lat 2004-2011: praca (L) – czas pracy ogółem<sup>3</sup> (w godz); ziemia (Z) – całkowita powierzchnia użytków rolnych (w ha)<sup>4</sup>; kapitał (K) – nakłady kapitału odzwierciedlane przez wartość amortyzacji środków trwałych własnych<sup>5</sup>, wycenionych według wartości odtworzeniowej, wyrażone w zł. Produkcja (Y) jest reprezentowana przez wartość produkcji ogółem, będącą sumą produkcji roślinnej, zwierzęcej oraz pozostałej (w zł)<sup>6</sup>.

Terytorium Polski jest podzielone na cztery regiony FADN, obejmujące następujące województwa: Pomorze i Mazury – woj. lubuskie, pomorskie, warmińsko-mazurskie i zachodniopomorskie, Wielkopolska i Śląsk – woj. dolnośląskie, kujawsko-pomorskie, opolskie oraz wielkopolskie, Mazowsze i Podlasie – woj. lubelskie, łódzkie, mazowieckie i podlaskie oraz Małopolska i Pogórze – woj. małopolskie, podkarpackie, śląskie i świętokrzyskie.

### Producenci rolni ze względu na rodzaj działalności

Do określenia rodzaju działalności gospodarstwa, tzw. typu rolniczego jest wykorzystywana Wartość Standardowej Produkcji (*Standard Output, SO*), na podstawie której określa się też wielkość ekonomiczną gospodarstwa rolnego. [Płonka i in. 2015], [Bocian i in. 2014]. Gospodarstwa klasyfikowane są do odpowiednich typów na podstawie kryterium wielkości udziału standardowej produkcji danego rodzaju w całkowitej wartości produkcji.

W pracy wykorzystano klasyfikację TF8, zgodnie z którą gospodarstwo jest przyporządkowywane do jednej z ośmiu specjalizacji: uprawy polowe; uprawy ogrodnicze; winnice; uprawy trwałe; krowy mleczne; zwierzęta trawożerne; zwierzęta ziarnożerne oraz produkcja mieszana [Płonka i in. 2015], [Bocian i in. 2014]. Aby uniknąć sytuacji, w której liczebności producentów należących do niektórych grup w wybranych latach i regionach nie jest dostatecznie duża,

<sup>3</sup> Suma czasu pracy świadczonej w gospodarstwie nieodpłatnie, głównie przez członków rodziny oraz czasu pracy najemnej.

<sup>4</sup> Z wyłączeniem, m.in. ziemi dzierżawionej na okres krótszy niż jeden rok.

<sup>5</sup> Alternatywnym podejściem jest zdefiniowanie wartości zmiennej K jako sumy amortyzacji i zużycia pośredniego.

<sup>6</sup> Indeksy dostępne w bazie Rachunki Ekonomiczne dla Rolnictwa (Economic Accounts for Agriculture) i odpowiednie dane gromadzone przez FADN nie są adekwatne dla przeszacowania wartości z cen bieżących na porównywalne w przypadku tego badania.

analizowano jedynie cztery typy produkcyjne. Odpowiednie liczebności podano w Tabeli 1.

Tabela 1. Zakres liczby obserwacji wg rodzaju działalności

Typ Liczebność	Krowy mleczne	Mieszane	Uprawy polowe	Zwierzęta ziarnożerne
Min-max	1967-2586	3722-5184	1387-2268	1453-1948

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych FADN

Dla zachowania jak największej liczebności gospodarstw rolnych w każdej rozpatrywanej klasie i w każdym rozpatrywanym regionie są rozpatrywane gospodarstwa rolne wszystkich wielkości ekonomicznych.

### Zmiany zaangażowania czynników produkcji w latach 2004-2011

Elementem charakterystyki zbioru analizowanych producentów rolnych jest dynamika zaangażowania trzech rozpatrywanych czynników produkcji rolniczej i samej produkcji w takim samym podziale producentów, w jakim będą szacowane dalej parametry funkcji produkcji i formułowane profile technologiczne reprezentatywnego producenta rolnego. Odpowiednie dane zawiera Tabela 2.

Tabela 2. Zakres zmian wartości mediany produkcji i czynników produkcji w regionach FADN w okresie 2004-2011 (wartość mediany w 2004 roku = 1)

Typ Zmienna	Uprawy polowe	Krowy mleczne	Zwierzęta ziarnożerne	Mieszane
Produkcja	0,82-1,55	1,02-1,95	0,73-1,50	0,88-1,44
Kapitał	1,31-1,55	1,74-1,86	1,41-1,59	1,23-1,42
Ziemia	0,95-1,60	1,14-1,18	1,06-1,26	0,93-1,13
Praca	0,91-0,99	1,04-1,09	1,01-1,09	0,97-1,03

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych FADN

Podanie wartości mediany, a nie średniej arytmetycznej, jest uzasadnione typem rozkładów rozpatrywanych kategorii w zbiorze producentów rolnych, których dane zgromadzono w bazie FADN. Dwa z rozpatrywanych czynników: ziemia i praca są mierzone w jednostkach naturalnych, czyli odpowiednio w hektarach i godzinach. Interpretacja zmian ich przeciętnego zaangażowania mierzonego medianą nie nastęrcza żadnych kłopotów i nie pozostawia wątpliwości. Zaangażowanie pracy w okresie 2004-2011 można uznać w części grup producentów rolnych za stałe lub o niewielkiej stopie wzrostu. Zmiany zaangażowania ziemi jako czynnika produkcji w latach 2004-2011 są zróżnicowane w zależności od regionu.

Zaangażowanie kapitału jako czynnika produkcji jest mierzone wartościowo i w cenach bieżących. Ponadto, przyjęta definicja tego czynnika skutecznie utrudnia oszacowanie realnych zmian wielkości zaangażowania. Wysokie wartości indeksów zmian wartości mediany kapitału we wszystkich regionach, niezależnie

od kryterium podziału producentów rolnych, pozwalają jednak sformułować wnioski o znaczącym wzroście zaangażowania tego czynnika w produkcji rolniczej. To z kolei umożliwia uznanie rozpatrywanego okresu 2004-2011 w produkcji rolniczej za okres krótki w sensie rozróżniania okresu krótkiego i długiego w analizach mikroekonomicznych<sup>7</sup>.

## NARZĘDZIA ANALIZY PROFILI TECHNOLOGICZNYCH

Arrow, Chenery, Minhas i Solow [1961] zaproponowali do modelowania procesów produkcyjnych dwuczynnikową zależność zwaną dzisiaj potocznie<sup>8</sup> funkcją CES (*Constant Elasticity of Substitution*), jednak nic nie stoi na przeszkodzie, aby rozpatrywać więcej niż dwa czynniki produkcji. Takie podejście stosują Uzawa [1962] oraz McFadden [1963]. Okazuje się, że dla modelowania zachowań producentów rolnych na podstawie danych indywidualnych dobrze dopasowane statystycznie są uogólnienia funkcji odmienne od uogólnienia Uzawy [Sielska 2014]. W formułowanym modelu uwzględnia się trzy czynniki produkcji, wykorzystuje zagnieżdżenie dwupoziomowe [Sato 1967]. Pomysł Sato jest często wykorzystywany [Kemfert 1998, Caselli i Coleman 2002].

Poddajemy analizie trzy możliwe warianty zagnieżdżeń:

$$\begin{aligned}
 \text{(wariant LZK)} \quad Y &= \gamma \left[ \delta \left( \delta_1 L^{-\rho_1} + (1 - \delta_1) Z^{-\rho_1} \right)^{\frac{-\rho}{\rho_1}} + (1 - \delta) K^{-\rho} \right]^{\frac{\nu}{\rho}} \\
 \text{(wariant ZKL)} \quad Y &= \gamma \left[ \delta \left( \delta_1 Z^{-\rho_1} + (1 - \delta_1) K^{-\rho_1} \right)^{\frac{-\rho}{\rho_1}} + (1 - \delta) L^{-\rho} \right]^{\frac{\nu}{\rho}} \quad (1) \\
 \text{(wariant KLZ)} \quad Y &= \gamma \left[ \delta \left( \delta_1 K^{-\rho_1} + (1 - \delta_1) L^{-\rho_1} \right)^{\frac{-\rho}{\rho_1}} + (1 - \delta) Z^{-\rho} \right]^{\frac{\nu}{\rho}}
 \end{aligned}$$

gdzie:  $Y$  – produkt,  $K, L, Z$  – czynniki produkcji,  $\gamma > 0$  – parametr skali produkcji,  $\delta, \delta_1 \in (0, 1)$  – parametry struktury czynników produkcji,  $\nu > 0$  –

<sup>7</sup> Jak piszą Samuelson i Marks [2009] długim okresem jest taki okres, w którym wszystkie czynniki produkcji ulegają zmianom, a krótkim, taki, w którym zmienny jest tylko jeden czynnik wytwórczy.

<sup>8</sup> Ta nazwa nie identyfikuje jednoznacznie funkcji produkcji, ponieważ oprócz ACMS (akronim od nazwisk autorów wspomnianego artykułu z 1961r.) znanych i stosowanych jest wiele funkcji o stałej elastyczności substytucji.

parametr efektów skali produkcji, wyznaczający stopień jednorodności funkcji,  $\rho, \rho_1 > -1, \rho, \rho_1 \neq 0$  – parametry substytucji czynników produkcji.

W każdym z wariantów funkcji (1) między agregatem a wyróżnionym czynnikiem produkcji elastyczność substytucji jest stała. Przykładowo, w wariancie LZK kapitał występuje w pierwszym poziomie zagnieżdżenia z czynnikiem łącznym pracy i ziemi, które wspólnie znajdują się w drugim poziomie zagnieżdżenia. Propozycja szacowania zagnieżdżonych funkcji produkcji nie zmniejsza ogólności rozważań. Otrzymanie wartości oszacowań parametrów  $\rho = \rho_1$  będzie wskazywać na konieczność interpretacji niezagnieżdżonej funkcji produkcji. Oczekujemy, że w trakcie szacowania parametrów zagnieżdżonej funkcji produkcji w każdej grupie producentów rolnych zidentyfikujemy jako najlepiej dopasowane w danym roku inne jej warianty. To zjawisko interpretujemy jako zmianę profilu technologicznego reprezentatywnego producenta.

W trakcie analizy zwracamy uwagę na zmiany wartości oszacowanego parametru charakteryzującego przychody ze skali danego profilu produkcyjnego. Badanie efektów skali pozwala wnioskować o zaletach i wadach procesów gospodarowania. Zaletą są rosnące przychody ze skali, ponieważ charakteryzują producentów dużych o możliwościach specjalizacji i ekspansji. Zmniejszające się przychody ze skali są wadą dlatego, że sugerują brak efektywnych możliwości rozwojowych. Varian [1995] pisze, iż „stałe przychody ze skali stanowią najbardziej naturalny przypadek z tytułu argumentu o powtarzalności zdarzeń”. Badanie zmienności w czasie przychodów ze skali jest ważne również z tego powodu, iż poziom produkcji, dla którego zachodzi przejście od rosnących do stałych przychodów skali jest nazywany minimalną efektywną skalą produkcji albo optymalnym rozmiarem przedsiębiorstwa [Laidler i Estrin 1991]. Stałe przychody ze skali charakteryzują takie procesy produkcyjne, w których dla każdego poziomu produkcji istnieje metoda wytwarzania o tej samej efektywności.

Znane i stosowane są liczne procedury numeryczne szacowania parametrów modeli (1), sprowadzające się do poszukiwania minimum funkcji wielu zmiennych. Z badania Sielskiej [2014] wynika, że metoda ewolucji różnicowej (DE) jest stabilna numerycznie i dobrze sprawdza się w przypadku danych indywidualnych. Obliczenia, których rezultaty są podstawą analizy przeprowadzonej w tym opracowaniu, wykonano w pakiecie ‘micEconCES’, będącym składowym oprogramowania *open source* R [Henningsen 2014].

## WYNIKI ANALIZY

**Zmiany profili technologicznych w czasie i przestrzeni**

Parametry funkcji produkcji oszacowano<sup>9</sup> na podstawie danych przekrojowych w trzech wariantach LZK, ZKL oraz KLZ dla każdego z 4 regionów FADN i każdego wyróżnionego typu produkcyjnego. Najlepiej dopasowana, w sensie wartości współczynnika determinacji, funkcja produkcji ze względu na wariant zagnieżdżenia czynników produkcji jest profilem reprezentatywnego producenta rolnego dla zadanego podzbioru producentów indywidualnych w każdym roku z okresu 2004-2011.

Gospodarstwa rolne w każdym z typów działalności, w każdym z 4 regionów FADN i w ciągu 8 lat mogły prowadzić produkcję według 32 profili technologicznych. Ich łączny rozkład dla typu działalności reprezentuje trójka (LZK, ZKL, KLZ). Dla typu „krowy mleczne” jej składowe są równe (11, 14, 7). W tym przypadku wyraźną przewagę miała strategia produkcyjna polegająca na substytucji pracą czynnika łącznego ziemia-kapitał. W żadnym innym typie działalności przewaga jednego profilu technologicznego nad pozostałymi nie jest już tak zdecydowana. Trójka profili technologicznych dla mieszanego typu działalności ma składowe (9, 10, 13), dla typu „uprawy polowe” – (12, 10, 10) a dla typu „zwierzęta ziarnożerne” – (14, 8, 10). Zmienna jest skłonność do zmian profilu technologicznego z roku na rok w zależności od rodzaju działalności. Wynik porównania zawiera Tabela 3.

Tabela 3. Zmiany profili produkcyjnych z roku na rok w okresie 2004-2011 według typu działalności gospodarstwa rolnego

Krowy mleczne				Mieszane			
	LZK	ZKL	KLZ		LZK	ZKL	KLZ
LZK	4	5	2	LZK	2	3	3
ZKL	2	6	4	ZKL	4	3	2
KLZ	3	2	0	KLZ	1	3	7
Uprawy polowe				Zwierzęta ziarnożerne			
	LZK	ZKL	KLZ		LZK	ZKL	KLZ
LZK	0	4	5	LZK	6	3	2
ZKL	6	2	1	ZKL	2	2	4
KLZ	6	2	2	KLZ	3	3	3

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych FADN

<sup>9</sup> Uwzględnienie tylko trzech wymienionych czynników produkcji jest arbitralne, ale zgodnie z oczekiwaniami Autorów powoduje, że we wszystkich oszacowanych modelach parametry przy zmiennych objaśniających są statystycznie różne od 0. W toku dalszych badań zapewne należy wziąć pod uwagę czynniki produkcji specyficzne dla wyróżnionych rodzajów działalności produkcyjnej i stosownie zmodyfikować definicję profilu technologicznego.

Najbardziej skłonni do zmian byli specjalizujący się w uprawach polowych (24 przypadki na 28), a najmniej prowadzący mieszany typ działalności (16 przypadków na 28). Zmienność profili technologicznych w regionach FADN może wynikać z przystosowywania się producentów do warunków produkcji w ramach Wspólnej Polityki Rolnej z uwzględnieniem lokalnych ograniczeń.

### Zmiany efektów skali reprezentatywnych producentów rolnych

W przypadku podziału producentów rolnych według typu działalności odnotowujemy przeplatanie się okresów z rosnącą skalą produkcji, tzn. takich lat, w których produkcja rośnie w szybszym tempie niż nakłady oraz okresów z malejącą skalą produkcji, czyli takich lat, w których produkcja rolna rośnie wolniej niż nakłady (Tabela 4). Widoczna jest tendencja spadkowa w przypadku gospodarstw zlokalizowanych w regionie Pomorze i Mazury i specjalizujących się w chowie krów mlecznych. Podobnie niepokojącym trendem charakteryzowały się efekty skali dla typu "zwierzęta ziarnożerne" i regionu Małopolska i Pogórze.

Tabela 4. Efekty skali produkcji reprezentatywnego producenta rolnego w regionach FADN według typu działalności producentów rolnych w latach 2004-2011

Regiony	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Krowy mleczne								
Pomorze i Mazury	1,01	0,97	0,76	0,74	0,78	0,84	0,63	0,63
Wielkopolska i Śląsk	0,97	0,80	0,70	0,79	0,83	1,04	0,91	0,90
Mazowsze i Podlasie	0,95	1,07	0,92	0,84	1,08	1,03	0,92	0,96
Małopolska i Pogórze	1,36	1,33	1,31	1,22	0,96	0,84	0,88	0,85
Mieszane								
Pomorze i Mazury	1,01	0,87	0,84	0,89	0,89	0,80	0,77	0,90
Wielkopolska i Śląsk	1,09	0,98	1,01	0,91	0,87	1,01	0,97	1,00
Mazowsze i Podlasie	1,10	0,99	1,06	1,11	1,13	1,01	1,20	1,20
Małopolska i Pogórze	0,98	0,96	1,04	1,10	0,96	1,01	1,04	1,06
Uprawy polowe								
Pomorze i Mazury	0,95	1,26	1,15	1,10	0,88	1,08	0,91	1,13
Wielkopolska i Śląsk	1,16	1,00	0,95	1,06	0,85	0,83	0,90	1,08
Mazowsze i Podlasie	0,88	0,76	0,84	0,78	0,83	0,85	0,82	0,87
Małopolska i Pogórze	0,71	0,50	0,83	1,04	0,85	0,99	0,96	0,98
Zwierzęta ziarnożerne								
Pomorze i Mazury	0,69	0,68	0,67	1,04	0,81	0,59	0,80	1,30
Wielkopolska i Śląsk	0,71	1,01	0,80	0,85	1,04	1,19	1,15	0,89
Mazowsze i Podlasie	0,51	0,57	0,48	0,45	0,80	0,70	0,68	0,90
Małopolska i Pogórze	0,84	0,69	0,82	0,85	0,78	0,54	0,70	0,56

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych FADN

Gwałtowny wzrost efektu skali z 0,8 do 1,3 dla typu działalności „zwierzęta ziarnożerne” między rokiem 2010 a 2011 jest trudny do skomentowania. Dopiero oszacowania efektów skali dla kolejnych lat stworzą taką możliwość. Uzyskane



wyniki nie są w pełni porównywalne z rezultatami otrzymanymi w podobnych badaniach efektów skali prowadzonych przez Marca i Pisulewskiego [2013] oraz Niezgodę [2010], ze względu na różne próby gospodarstw.

Stosowanie różnych strategii zmian profili technologicznych skutkuje osiąganiem przez reprezentatywnych producentów rolnych różnych trajektorii zmian efektów skali. Podobieństwo trajektorii w latach 2004-2011 zmierzaliśmy za pomocą odległości Clarka<sup>10</sup>. Wartości tej miary, nieprzekraczające 0,25, potwierdzają intuicje widoczne podczas analizy zawartości Tabeli 4. Dla typu działalności „Krowy mleczne” najbardziej zbliżone trajektorie zmian efektów skali mają regiony Wielkopolska i Śląsk oraz Mazowsze i Podlasie a najbardziej odległe Wielkopolska i Śląsk oraz Małopolska i Pogórze. W końcu badanego okresu prowadzi to do swoistej konwergencji efektów skali w trzech wymienionych regionach. Analogiczną konwergencję można zaobserwować w mieszanym typie działalności dla regionów Wielkopolska i Śląsk oraz Małopolska i Pogórze cechujących się najmniejszą odległością Clarka swoich trajektorii efektów skali. Podobny proces ma miejsce dla upraw polowych i regionów Pomorze i Mazury oraz Wielkopolska i Śląsk też dla minimalnej odległości Clarka. Omówiona tendencja nie jest jednak prawidłowością. Dla typu działalności „Zwierzęta ziarnożerne” dwie najbliższe trajektorie dla regionów Pomorze i Mazury oraz Małopolska i Pogórze prowadzą do diametralnie różnego efektu mierzonego współczynnikiem efektu skali.

### Podsumowanie

Do analizy zachowań producentów rolnych wykorzystaliśmy dane indywidualne pochodzące z bazy FADN. Dla zbioru producentów o określonym typie działalności dla każdego regionu oszacowano trzy różne warianty zagnieżdżonej trójczynnikowej funkcji produkcji. Wybraną spośród nich, najlepiej dopasowaną do danych empirycznych, nazwaliśmy profilem technologicznym wyróżnionej grupy producentów. Badano zróżnicowanie profili technologicznych producentów rolnych i efektów skali produkcji<sup>11</sup>.

Wyniki badania wskazują, że w latach 2004-2011 profile reprezentatywnych producentów rolnych charakteryzują się zmiennością, z różną dla różnych grup producentów skłonnością do zmian profilu. Istnieje przewaga profili technologicznych, w których rola ziemi jako czynnika decydującego o profilu jest

<sup>10</sup> Odległość J.P. Clarka, zwana również współczynnikiem dywergencji, między punktami

$$x_i, x_k \text{ należącymi do przestrzeni } R^n \text{ jest równa } d(x_i, x_k) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left( \frac{x_{ij} - x_{kj}}{x_{ij} + x_{kj}} \right)^2}.$$

Jest unormowana w przedziale [0, 1] i stąd łatwa w interpretacji [Młodak 2006].

<sup>11</sup> Opracowanie jest kontynuacją badań Autorów referowanych na konferencji Modelowanie Preferencji a Ryzyko'2015 (22-24.03.2015). Tytuł opracowania: Profile produkcyjne producentów rolnych w regionach FADN dla Polski.

zmarginalizowana. Stwierdziliśmy ponadto przeplatanie się okresów z rosnącą skalą produkcji z okresami z malejącą skalą produkcji oraz konwergencję efektów skali w regionach w zależności od typu technologicznego.

## BIBLIOGRAFIA

- Arrow K., Chenery H. B., Minhas B. S., Solow M. (1961) Capital-Labor Substitution and Economic Efficiency, *Review of Economics and Statistics*, No. 43, pp. 225-247.
- Bocian M., Cholewa I., Tarasiuk R. (2014) Współczynniki Standardowej Produkcji 2010 dla celów Wspólnotowej Typologii Gospodarstw Rolnych, IERiGŻ-PIB, Warszawa.
- Caselli F., Coleman W. J. (2002) The U. S. Technology Frontier, *American Economic Review Papers and Proceedings*, No. 92, pp. 148-192.
- Henningsen A., Henningsen G. (2014) Econometric Estimation of the Constant Elasticity of Substitution Function in R: Package micEconCES, [cran.rproject.org/web/packages/micEconCES/vignettes/CES.pdf](http://cran.rproject.org/web/packages/micEconCES/vignettes/CES.pdf) (dostęp 27.01.2015).
- Judzińska A., Łopaciuk W. (2013) Wpływ WPR na zmiany w rolnictwie w ujęciu regionalnym, IERiGŻ PIB, Warszawa.
- Kemfert C. (1998) Estimated substitution elasticities of a nested CES production function approach for Germany, *Energy Economics*, 20(3), pp. 249-264.
- Kuszewski T., Sielska A. (2012) Efektywność sektora rolnego w województwach przed i po akcesji Polski do Unii Europejskiej, *Gospodarka Narodowa*, nr 3/2012, str. 19-42.
- Laidler D., Estrin S. (1991) Wstęp do mikroekonomii, Gebethner i Ska, Warszawa.
- Marzec J., Pisulewski A. (2013) Ekonometryczna analiza efektywności technicznej farm mlecznych w Polsce na podstawie danych z lat 2004–2011, *Roczniki Kolegium Analiz Ekonomicznych*, nr 30/2013, str. 255-271.
- Młodak A. (2006) Analiza taksonomiczna w statystyce regionalnej, Difin, Warszawa.
- McFadden D. (1963) Constant Elasticity of Substitution Production Functions, *Review of Economic Studies*, No. 31, pp. 73-83.
- Niezgoda D. (2010) Elastyczność produkcyjna i dochodowa procesu produkcji w towarowych gospodarstwach rolnych, *Roczniki Nauk Rolniczych, SERIA G*, T. 97, z. 3, str. 186-196.
- Płonka R., Smolik A., Cholewa I., Bocian M., Juchnowska E., Osuch D. (2015) Najważniejsze informacje niezbędne do interpretacji wyników Polskiego FADN, stan na dzień 2015-01-30, <http://fadn.pl/wpcontent/uploads/metodyka/Najwazniejsze-informacje.pdf> (dostęp 02.03.2015).
- Samuelson W. F., Marks S. G. (2009) *Ekonomia menedżerska*, PWE, Warszawa.
- Sato K. (1967) A Two-level Constant-Elasticity-of-Substitution Production Function, *Review of Economic Studies*, No. 43, pp. 201-218.
- Sielska A. (2014) Podejmowanie decyzji produkcyjnych w gospodarstwach rolnych przy wielorakości celów, niepublikowana rozprawa doktorska, Kolegium Zarządzania i Finansów, Szkoła Główna Handlowa, Warszawa.
- Uzawa H. (1962) Production Functions with Constant Elasticities of Substitution, *Review of Economic Studies*, No. 29, pp. 291-299.
- Varian H. R. (1995) *Mikroekonomia*, PWN, Warszawa.

## **RETURNS TO SCALE FOR AGRICULTURAL PRODUCTION IN POLISH FADN REGIONS IN 2004-2011**

**Abstract:** The purpose of this paper is to assess returns to scale in Polish FADN regions in the period 2004-2011. Our analysis is based on technological profiles which for each group of agricultural producers are given by parameters of three factor (capital, labour, agricultural area) nested CES functions. The data are obtained from the Farm Accountancy Data Network database. Farms are classified on the basis of specialization and region. The results show that technological profiles change in time, and the tendency to change the profile is different in analyzed groups. We observed the tendency to choose such profiles that minimize the agricultural area.

**Keywords:** type of agricultural producer, nested CES function, returns to scale, efficient scale of production.

## ANALIZA PORÓWNAWCZA WYNIKÓW UZYSKANYCH ZA POMOCĄ MIAR SYNTETYCZNYCH: $m$ ORAZ PRZY ZASTOSOWANIU METODY UNITARYZACJI ZEROWANEJ

**Sławomir Lisek**

Katedra Statystyki i Ekonometrii  
Uniwersytet Rolniczy w Krakowie  
e-mail: sl1@op.pl

**Streszczenie:** Miary syntetyczne są użytecznym narzędziem w analizie zjawiska wielowymiarowego. Istnieją różne możliwości budowy mierników syntetycznych. W niniejszym artykule porównano miarę syntetyczną  $m$ , z miarą syntetyczną zbudowaną na podstawie zunitaryzowanych wskaźników. W wyniku badań wywnioskowano, iż obie miary umożliwiają porównania pomiędzy obiektami i budowę rankingów. Natomiast miara  $m$  pozwala obiektywnie ocenić kondycję danego przedsiębiorstwa, czego nie umożliwia miara skonstruowana na bazie zunitaryzowanych wskaźników.

**Słowa kluczowe:** miara syntetyczna, kondycja finansowa przedsiębiorstwa, miara  $m$ , ranking przedsiębiorstw

### ISTOTA MIAR SYNTETYCZNYCH I MATERIAŁ BADAWCZY

#### Zasady budowy mierników syntetycznych

Sytuacja ekonomiczno – finansowa przedsiębiorstwa jest zjawiskiem złożonym. Do analizy zjawisk złożonych użytecznym narzędziem jest odpowiednio skonstruowana zmienna syntetyczna. Jedną z czynności związanych z budowaniem zmiennej syntetycznej jest normowanie zmiennych diagnostycznych, stanowiących podstawę do jej konstruowania. [Kukuła 2000, str. 42-43]. Użytecznym sposobem standaryzacji zmiennej diagnostycznej jest metoda unitaryzacji zerowanej. Wykorzystując tę metodę zmienne diagnostyczne normalizuje się zgodnie z wzorami:

$$z_{i,j} = \frac{x_{ij} - \min_i x_{ij}}{\max_i x_{ij} - \min_i x_{ij}} \quad (1)$$

gdzie:

- $z_{ij}$  – oznacza znormalizowaną zmienną  $x_{i,j}$ ,
- $\max_i x_{ij}$  – oznacza maksymalną j-tą zmienną,
- $\min_i x_{ij}$  – oznacza minimalną j-tą zmienną,
- $x_{ij}$  – oznacza j-tą zmienną i-tego obiektu.

Natomiast w przypadku destymulanty (Zadłużenie kapitału własnego) normowanie przeprowadzono zgodnie ze wzorem [Kukuła 2000, str. 79, 88, 90]:

$$z_{i,j} = \frac{\max_i x_{ij} - x_{ij}}{\max_i x_{ij} - \min_i x_{ij}}, \quad (2)$$

Oznaczenia jak we wzorze (1).

Miernik syntetyczny kondycji przedsiębiorstwa, stanowi sumę zunitaryzowanych wskaźników diagnostycznych.

$$q_i = \sum_{j=1}^n z_{ij}, \quad (3)$$

gdzie:

- $q_i$  – miara syntetyczna kondycji i – tej firmy,
- $n$  – ilość zmiennych diagnostycznych dla 1 obiektu,
- $z_{ij}$  – jak we wzorze (1).

Przyjmując za syntetyczny miernik rozwoju przedsiębiorstwa, miarę  $m$ , zmienne diagnostyczne normalizuje się, przyrównując ich wielkość do wielkości krytycznych. Wielkości krytyczne to pożądane minimalne ich wielkości w przypadku stymulant, natomiast w przypadku destymulant, maksymalne ich pożądane wielkości. Biorąc pod uwagę powyższe, miara  $m$  - jeśli  $Rkw$  i  $Rnm$  są wyrażone w wielkościach procentowych - wyniesie [Lisek 2009, str. 263-270]:

$$m = \frac{\frac{Rkw-5}{5} + \frac{Rnm-3}{3} + \frac{PS-1,00}{1,00} + \frac{1,2-Zkw}{1,2}}{4} \quad (4)$$

gdzie:

- $Rkw$  – rentowność kapitału własnego,
- $Rnm$  – rentowność netto majątku,
- $PS$  – płynność szybka,
- $Zkw$  – zadłużenie kapitału własnego.

Ponieważ od czasu konstruowania tej miary (2008r), obniżeniu uległy oferowane stopy procentowe, to za 2012 rok  $m$ , obliczana jest wg nieco zmodyfikowanego wzoru [Lisek 2014, str. 71-79]:

$$m = \frac{\frac{Rkw-4}{4} + \frac{Rnm-2,25}{2,25} + \frac{PS-1,00}{1,00} + \frac{1,2-Zkw}{1,2}}{4} \quad (5)$$

Oznaczenia, jak we wzorze (3).

Zmienne diagnostyczne unormowane metodą unitaryzacji zerowanej zawsze są dodatnie, mieszczą się w przedziale  $<0, 1>$ , zapewniają porównywalność zmiennych i umożliwiają konstruowanie zmiennej syntetycznej. Zmienne unormowane, tak jak przy konstruowaniu  $m$ , mogą przybierać wartości nieograniczone, również zapewniają porównywalność zmiennych i umożliwiają konstruowanie zmiennej syntetycznej. Miara  $m$  umożliwia obiektywną ocenę stanu finansowego przedsiębiorstwa, podczas gdy miernik  $q$  tylko relatywne porównania analizowanych obiektów.

### Material badawczy

Podstawą do przeprowadzenia badań nad miernikami syntetycznymi są sprawozdania finansowe przedsiębiorstw wyszczególnionych w Tabeli 1 przygotowane przez firmę Verdict. Bazując na tych sprawozdaniach obliczono wskaźniki sytuacji finansowej przedsiębiorstwa, które uznano za diagnostyczne: ROE ( $Rkw$ ), ROA ( $Rnm$ ), PS i  $Zkw$  [Bednarski 2007, str. 80, 85, 109, 114]. Wskaźniki diagnostyczne wynoszą dla przedsiębiorstw będących podstawą analizy mierników:

Tabela 1. Diagnostyczne wskaźniki sytuacji finansowej

Firma	2010				2011				2012			
	ROE	ROA	PS	ZKW	ROE	ROA	PS	Zkw	ROE	ROA	PS	ZKW
Bakoma	26,71	7,29	0,77	2,66	19,54	4,15	0,54	3,71	26,90	6,52	0,63	3,12
Mlekpól	3,10	1,95	1,81	0,59	3,47	2,19	1,89	0,59	2,00	1,31	2,16	0,53
OSM Krasnystaw	5,03	2,26	1,01	1,22	2,06	0,93	0,87	1,21	2,32	1,10	1,10	1,11
OSM Limanowa	0,87	0,40	0,54	1,19	4,78	2,22	0,59	1,15	3,63	1,80	0,56	1,01
OSM Piątek	3,05	2,19	2,12	0,39	1,39	0,90	1,74	0,55	2,21	1,43	1,29	0,55
Sm Gostyń	3,36	1,98	1,48	0,70	3,67	2,23	1,54	0,65	-3,15	-1,88	1,31	0,67
OSM Skala	4,47	1,46	1,72	0,56	9,67	2,92	1,81	0,55	7,72	2,48	1,90	0,49
SSPM	12,34	5,84	1,74	1,11	15,62	7,51	1,87	1,08	11,14	4,98	1,76	1,24
Heinz	22,23	12,72	1,29	0,75	15,34	7,48	1,66	1,05	16,23	8,06	1,62	1,01

Firma	2010				2011				2012			
	ROE	ROA	PS	ZKW	ROE	ROA	PS	Zkw	ROE	ROA	PS	ZKW
Jamar	16,03	4,13	0,67	2,88	23,70	6,37	0,68	2,72	25,37	5,83	0,60	3,36
Orzech	7,10	1,96	0,59	2,62	4,54	1,33	0,82	2,42	7,28	2,62	0,67	1,78
Provitus	20,26	14,53	0,74	0,39	19,27	10,05	0,80	0,92	12,43	6,17	0,80	1,01
Rolnik	4,70	0,88	0,33	4,36	19,99	4,49	0,39	3,45	3,05	0,54	0,49	4,67
Tymbark MWS	19,70	13,54	1,37	0,44	12,61	7,62	0,70	0,65	16,69	13,66	0,88	0,23
Vortumnus	19,97	7,47	0,98	1,67	29,57	10,57	1,16	3,44	0,04	0,01	0,43	3,73

Źródło: opracowanie własne

Omawiając kondycję firm z Tabeli 1 na podstawie mierników diagnostycznych, należy zauważyć, że są one w większości zyskowe. Tylko SM Gostyń poniosła straty w 2012 roku. Daje się jednak zauważyć, iż zyskowość na koniec analizowanego okresu dla większości przedsiębiorstw jest niższa niż na początek. Słabiej niż zyskowość kształtuje się płynność tych jednostek. Wskaźnik płynności połowy z nich kształtuje się poniżej pożądanego minimum. Także zadłużenie wielu z nich przekracza maksymalną zalecaną wielkość.

## MIERNIKI SYNTETYCZNE BADANYCH FIRM OBLICZONE W OBYDWU WARIANTACH

### Miara syntetyczna $q$ , obliczona na podstawie zunitaryzowanych mierników

Poniżej zamieszczono miarę syntetyczną kondycji przedsiębiorstw, obliczoną na podstawie zunitaryzowanych wskaźników diagnostycznych.

Tabela 2. Miara syntetyczna  $q$

Lp.	Firma	2010	2011	2012	Lp.	Firma	2010	2011	2012
1.	Bakoma	2,16	1,08	2,01	9.	Heinz	3,14	2,86	2,80
2.	Mlepol	1,97	2,19	2,31	10.	Jamar	1,41	1,86	1,84
3.	OSM Krasnystaw	1,46	1,14	1,56	11.	Orzech	0,94	0,85	1,43
4.	OSM Limanowa	0,92	1,20	1,36	12.	Provitus	2,98	2,74	2,07
5.	OSM Piątnica	2,21	1,90	1,82	13.	Rolnik	0,18	1,11	0,40
6.	Sm Gostyń	1,77	1,95	1,41	14.	Tymbark MWS	3,23	2,27	2,92
7.	OSM Skąła	1,95	2,45	2,43	15.	Vortumnus	2,28	2,60	0,44
8.	SSPM	2,44	3,01	2,46					

Źródło: opracowanie własne

Oceniając sytuację badanych firm z wykorzystaniem miernika syntetycznego  $q$ , należy stwierdzić, iż w przypadku siedmiu na piętnaście analizowanych przedsiębiorstw, ich miernik w 2012 roku jest niższy niż w roku 2010.

Widocznym jest również fakt, iż o ile w 2010 roku miara syntetyczna dwóch przedsiębiorstw przekroczyła 3,00, o tyle w 2012 roku miara wszystkich przedsiębiorstw jest niższa od 3. Średnia wielkość miary syntetycznej kształtuje się w poszczególnych latach odpowiednio:

Tabela 3. Średnia miara q w poszczególnych latach

Firmy	2010	2011	2012
mleczarskie	1,86	1,87	1,92
owocowo warzywne	2,02	2,04	1,70
Razem	1,94	1,95	1,82

Źródło: opracowanie własne

Dane z Tabeli 3 informują, iż w latach 2010, 2011 lepszą kondycją charakteryzowały się firmy mleczarskie, natomiast w 2012 roku lepsza jest sytuacja przedsiębiorstw przetwórstwa owocowo – warzywnego.

Ogólna sytuacja całej grupy przedsiębiorstw jest nieco gorsza na koniec 2012 roku niż na koniec 2010 roku. Ranking przedsiębiorstw za poszczególne lata kształtował się następująco:

Tabela 4. Ranking przedsiębiorstw w poszczególnych latach na podstawie q

Lokata	Firma	2010	Lokata	Firma	2011	Lokata	Firma	2012
1	Tymbark MWS	3,23	1	SSPM	3,01	1	Tymbark MWS	2,92
2	Heinz	3,14	2	Heinz	2,86	2	Heinz	2,80
3	Provitus	2,98	3	Provitus	2,74	3	SSPM	2,46
4	SSPM	2,44	4	Vortumnus	2,60	4	OSM Skała	2,43
5	Vortumnus	2,28	5	OSM Skała	2,45	5	Mlekpól	2,31
6	OSM Piątnica	2,21	6	Tymbark MWS	2,27	6	Provitus	2,07
7	Bakoma	2,16	7	Mlekpól	2,19	7	Bakoma	2,01
8	Mlekpól	1,97	8	Sm Gostyń	1,95	8	Jamar	1,84
9	OSM Skała	1,95	9	OSM Piątnica	1,90	9	OSM Piątnica	1,82
10	Sm Gostyń	1,77	10	Jamar	1,86	10	OSM Krasnystaw	1,56
11	OSM Krasnystaw	1,46	11	OSM Limanowa	1,20	11	Orzech	1,43
12	Jamar	1,41	12	OSM Krasnystaw	1,14	12	Sm Gostyń	1,41
13	Orzech	0,94	13	Rolnik	1,11	13	OSM Limanowa	1,36
14	OSM Limanowa	0,92	14	Bakoma	1,08	14	Vortumnus	0,44
15	Rolnik	0,18	15	Orzech	0,85	15	Rolnik	0,40

Źródło: opracowanie własne



W 2010 roku czołowe lokaty zajmowali przetwórcy owocowo – warzywni, na 5 czołowych lokatach znajdowały się 4 przedsiębiorstwa z tej grupy. Jednak również na 4 ostatnich miejscach plasują się 3 przedsiębiorstwa z tego zbioru.

W roku 2011 na czoło wysunęła się SSPM, która zajmowała czwartą lokatę w rankingu w 2010 roku. Zwiększył się również udział firm mleczarskich, w zbiorze firm najlepiej ocenianych. Firmy Rolnik i Orzech niezmiennie plasują się w końcówce rankingu. Znaczny spadek w rankingu zanotowała Bakoma z 7 w 2010 na przedostatnie miejsce w 2011 roku.

Na koniec roku 2012 dwie najwyższe lokaty zajmują Tymbark i Heinz, czyli przetwórcy owocowo – warzywni. Jednak następne 3 miejsca zajmują mleczarnie, uzyskując w ten sposób przewagę liczebną wśród pięciu najlepszych, spośród analizowanych przedsiębiorstw. Zwraca uwagę spadek w rankingu Vortumnus z czwartej na przedostatnią pozycję. Bakoma wróciła na 7 lokatę, którą zajmowała w 2010 roku, poprawiła się lokata firmy Orzech.

### Miara syntetyczna $m$

Poniżej zamieszczono miarę syntetyczną  $m$  dla przedsiębiorstw będących podstawą porównań mierników  $m$  i  $q$ .

Tabela 5. Miara  $m$  przedsiębiorstw stanowiących materiał porównawczy

l.p.	Firma	2010	2011	2012
		$m$	$m$	$m$
1.	Bakoma	1,08	0,18	1,41
2.	Mlekpól	0,15	0,21	0,20
3.	OSM Krasnystaw	-0,06	-0,35	-0,19
4.	OSM Limanowa	-0,54	-0,17	-0,14
5.	OSM Piątek	0,28	-0,04	0,00
6.	Sm Gostyń	0,06	0,12	-0,72
7.	OSM Skąpa	0,16	0,56	0,63
8.	SSPM	0,81	1,15	0,93
9.	Heinz	1,84	1,09	1,60
10.	Jamar	0,21	0,82	1,18
11.	Orzech	-0,38	-0,46	0,04
12.	Provitus	1,83	1,31	0,95
13.	Rolnik	-1,02	0,25	-1,10
14.	Tymbark MWS	1,86	0,81	2,23
15.	Vortumnus	1,02	1,43	-1,17

Źródło: opracowanie własne

Większość przedsiębiorstw z Tabeli 5 charakteryzuje się w badanym okresie dobrą kondycją finansową, co obrazuje dodatnia wartość  $m$ . W 2010 i 2011 roku cztery przedsiębiorstwa charakteryzują się złą kondycją, przy czym w 2010 roku są to po dwa przedsiębiorstwa mleczarskie i owocowo – warzywne, natomiast w 2011 roku spośród czterech przedsiębiorstw o złej kondycji, trzy to

przedsiębiorstwa mleczarskie. Zwraca uwagę stały spadek kondycji firmy Provitus, a także nagłe załamanie się sytuacji finansowej Vortumnus w 2012 roku, która to firma we wcześniejszych latach charakteryzowała się bardzo dobrą kondycją finansową. Przedsiębiorstwa mleczarskie bardziej są skupione wokół sytuacji neutralnej ( $m$  równe zero), o czym świadczą niższe moduły miary  $m$ .

Oceniając poszczególne grupy przedsiębiorstw można wskazać:

Tabela 6. Średnia miara  $m$  w poszczególnych latach

Firmy	2010	2011	2012
mleczarskie	0,24	0,21	0,27
owocowo warzywne	0,77	0,75	0,53
razem	0,49	0,46	0,39

Źródło: opracowanie własne

Analiza kształtowania się kondycji grupy omawianych przedsiębiorstw, nakazuje wnioskować, iż w całym okresie lepszą kondycją charakteryzowały się firmy przetwórstwa owocowo – warzywnego. Średnia  $m$  dla tej grupy była zawsze wyższa niż dla mleczarskiej. Jednak o ile w 2010 roku różnica pomiędzy kondycją obydwu grup była duża, o tyle na koniec 2012 roku uległa znacznemu zmniejszeniu. Stało się to głównie na skutek systematycznie pogarszającej się kondycji firm przetwórstwa owocowo – warzywnego. Sytuacja firm mleczarskich na koniec 2012 roku, była nieznacznie lepsza niż na koniec 2010 roku. Obie grupy cechowały się generalnie dobrą kondycją finansową. Kondycja całej grupy firm z Tabeli 6, ulegała stałemu pogorszeniu, jednak na koniec 2012 roku i tak jest dobra.

Ranking zbudowany na podstawie miary  $m$  kształtuje się następująco:

Tabela 7. Ranking na podstawie  $m$  w poszczególnych latach

Lokata	Firma	2010	Lokata	Firma	2011	Lokata	Firma	2012
1	Tymbark MWS	1,86	1	Vortumnus	1,43	1	Tymbark MWS	2,23
2	Heinz	1,84	2	Provitus	1,31	2	Heinz	1,60
3	Provitus	1,83	3	SSPM	1,15	3	Bakoma	1,41
4	Bakoma	1,08	4	Heinz	1,09	4	Jamar	1,18
5	Vortumnus	1,02	5	Jamar	0,82	5	Provitus	0,95
6	SSPM	0,81	6	Tymbark MWS	0,81	6	SSPM	0,93
7	OSM Piątnica	0,28	7	OSM Skała	0,56	7	OSM Skała	0,63
8	Jamar	0,21	8	Rolnik	0,25	8	Mlekpól	0,20
9	OSM Skała	0,16	9	Mlekpól	0,21	9	Orzech	0,04
10	Mlekpól	0,15	10	Bakoma	0,18	10	OSM Piątnica	0,00

Lokata	Firma	2010	Lokata	Firma	2011	Lokata	Firma	2012
11	SM Gostyń	0,06	11	SM Gostyń	0,12	11	OSM Limanowa	-0,14
12	OSM Krasnystaw	-0,06	12	OSM Piątek	-0,04	12	OSM Krasnystaw	-0,19
13	Orzech	-0,38	13	OSM Limanowa	-0,17	13	SM Gostyń	-0,72
14	OSM Limanowa	-0,54	14	OSM Krasnystaw	-0,35	14	Rolnik	-1,10
15	Rolnik	-1,02	15	Orzech	-0,46	15	Vortumnus	-1,17

Źródło: opracowanie własne

W 2010 roku – podobnie jak w rankingu zbudowanym na bazie miary  $q$  - czołowe lokaty zajmowali przetwórcy owocowo – warzywni, na 5 czołowych lokatach znajdowały się 4 przedsiębiorstwa z tej grupy. Różnica występuje na 4 ostatnich miejscach. W tym rankingu zajmują je po dwa przedsiębiorstwa z każdego zbioru.

W roku 2011 na czoło wysunęła się Vortumnus, która zajmowała piątą lokatę w rankingu w 2010 roku. SSPM która w 2011 roku lideruje w rankingu na podstawie mierników zunitaryzowanych zajmuje trzecią lokatę w rankingu Tabeli 10. Nie zwiększył się udział firm mleczarskich, w zbiorze firm najlepiej ocenianych.

Na koniec roku 2012 – podobnie jak w rankingu zbudowanym na podstawie zmiennych zunitaryzowanych - dwie najwyższe lokaty zajmują Tymbark i Heinz, czyli przetwórcy owocowo – warzywni. W przypadku niższych lokat, różnice pomiędzy rankingami są bardziej widoczne. Zwraca uwagę spadek w rankingu Vortumnus z pierwszej na ostatnią pozycję. Świadczy to o nagłym załamaniu kondycji finansowej Vortumnus w 2012 roku.

## PORÓWNANIE REZULTATÓW OTRZYMANYCH W WYNIKU OBLICZANIA MIAR SYNTETYCZNYCH W OBYDWU WARIANTACH

### Zróźnicowanie pozycji w rankingach

Podobieństwo obydwu rankingów zbadano dwiema metodami: współczynnik korelacji rang Spearmana [Kukuła 2003, str. 154] oraz miarą podobieństwa rankingów  $p$ , obliczaną zgodnie z formułą [Kukuła 1989, str. 256]:

$$p = 1 - \frac{2 \sum_{j=1}^r |d_j|}{r^2 - z},$$

gdzie:  $r$  – ilość obiektów,  
 $d_j$  – różnica lokat  $j$  – tego obiektu w obu rankingach,  
 $z$  = 0 jeśli  $r$  jest parzyste, 1 jeśli  $r$  jest nieparzyste.

Lokaty przedsiębiorstw w rankingu w poszczególnych latach, wg poszczególnych miar przyjęto z Tabel 4 i 7.

Jeśli za miarę podobieństwa rankingów zbudowanych na podstawie zmiennych syntetycznych w obu wariantach przyjmuje się współczynnik korelacji rang to wynosi odpowiednio 0,94 w 2010 roku, 0,78 w 2011 roku, 0,86 w 2012 roku. Oznacza to, iż ranking zbudowany na podstawie porównywanych miar syntetycznych nieco różni się między sobą. Nie są to różnice, które powodowałyby drastycznie różne pozycje w rankingu, jednak nie można ich uznać za tożsame. Nie należy, więc tych miar stosować zamiennie przy budowaniu rankingu.

Jeśli za miarę podobieństwa rankingów przyjąć  $p$ , to tym przypadku miara podobieństwa wynosi odpowiednio: 0,88 w 2010 roku, 0,68 w 2011 roku i 0,75 w 2012 roku. Jako że miara  $p$  zawiera się w przedziale  $\langle 0, 1 \rangle$ , a współczynnik korelacji rang Spearmana w zakresie  $\langle -1, 1 \rangle$ , należy stwierdzić, iż kształtowanie się miary  $p$  wskazuje na większe zróżnicowanie rankingów. Potwierdza to wniosek, że rankingi bazujące na miernikach  $q$  i  $m$  nie są zgodne.

### **Zasoby informacyjne obu miar**

Miara syntetyczna zbudowana na podstawie zunitaryzowanych zmiennych diagnostycznych umożliwia porównanie kondycji finansowej pomiędzy badanymi obiektami. Zawiera się ona w przedziale  $\langle 0, k \rangle$ , gdzie  $k$  oznacza ilość zmiennych diagnostycznych. Pozwala również na porównania pomiędzy poszczególnymi grupami analizowanych przedsiębiorstw.

Niestety miara ta odnosi się do minimalnej (lub maksymalnej) wielkości danej cechy spośród analizowanych obiektów i rozstępu tej cech wśród analizowanych obiektów. A przecież minimalna płynność może być zadowalająca, lub też nie. To samo tyczy się innych zmiennych diagnostycznych. Miernik syntetyczny zbudowany na podstawie wskaźników zunitaryzowanych nie uwzględnia tego, więc nie umożliwia obiektywnej oceny kondycji danego przedsiębiorstwa czy jest dobra, czy też nie.

Miara  $m$  może przyjmować dowolne wartości. Jej budowa odnosi się jednak do wielkości krytycznej danej cechy diagnostycznej. Dlatego też, gdy przyjmuje wartość ujemną informuje o niekorzystnej sytuacji danego przedsiębiorstwa, natomiast przyjmując wartość dodatnią oznajmia dobrą kondycję firmy. Jej średnie wartości dla danej grupy informują o dobrej lub złej kondycji całej grupy. Umożliwia ona również porównania pomiędzy przedsiębiorstwami, czy też grupami przedsiębiorstw i budowę rankingów. Ranking zbudowany z wykorzystaniem miary  $m$ , różni się jednak od zbudowanego przy wykorzystaniu miary syntetycznej skonstruowanej na bazie zunitaryzowanych wskaźników.

### **KONKLUZJE**

Przeprowadzone badanie wykazało, iż syntetyczna miara sytuacji finansowej przedsiębiorstwa obliczana na podstawie zunitaryzowanych

wskaźników diagnostycznych  $q$ , umożliwia porównania pomiędzy sytuacją analizowanych firm, jednak nie pozwala na obiektywną ocenę kondycji badanych firm. Nie da się z jej wykorzystaniem ocenić kondycji pojedynczego przedsiębiorstwa w oderwaniu od innych.

Natomiast miara  $m$  pozwala na porównania pomiędzy obiektami, a także na obiektywną ocenę kondycji finansowej jednej firmy. Dlatego też do oceny kondycji finansowej przedsiębiorstw, uniwersalnym narzędziem wydaje się być miara  $m$ .

Obydwie miary umożliwiają konstruowanie rankingów, z tym, że rankingi nieco różnią się w zależności od tego, jaką miarę przyjęto za ich podstawę. Jeśli głównym celem jest obiektywna ocena sytuacji finansowej, a nie ranking, to można go zbudować, na bazie  $m$ , w przeciwnym przypadku bardziej zasadna wydaje się konstrukcja rankingu, na podstawie miary  $q$ .

## BIBLIOGRAFIA

- Bednarski L. (2007) Analiza finansowa w przedsiębiorstwie, PWE, Warszawa.
- Kukuła K. (1989) Statystyczna analiza strukturalna i jej zastosowanie w sferze usług produkcyjnych dla rolnictwa, Zeszyty Naukowe Akademii Ekonomicznej w Krakowie, seria specjalna Monografie nr 89, Kraków, str. 256.
- Kukuła K. (2000) Metoda unitaryzacji zerowanej, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Kukuła K. (2003) Elementy statystyki w zadaniach, PWN, Warszawa.
- Lisek S. (2009) Mierniki Syntetyczne w procesie diagnozowania sytuacji finansowej przedsiębiorstwa, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, nr 542.
- Lisek S. (2014) Wrażliwość miary syntetycznej  $m$  na wielkości krytyczne wskaźników służących do jej budowy, [w:] Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych, Tom XV, nr 4, str. 71-79.

## COMPARATIVE ANALYSIS RESULTS ACHIEVED USING TWO MEASURES: SYNTHETIC MEASURE $M$ , AND ZERO UNITARIZATION METHOD.

**Abstract:** Synthetic measures are utility tool in the multivariate problem analysis. There are different possibility of the synthetic measure construction. In this article compared measure  $m$ , with the measure build based on the zero unitarized diagnostic ratios. Performed study informs that both measures make possible to compare financial condition, enterprises and construct ranking. But only measure  $m$  make possible to objectively assess financial situation of the enterprise, or group of the enterprises.

**Keywords:** synthetic measure, financial condition of the enterprise,  $m$  measure, ranking of the enterprises

## ZRÓŻNICOWANIE INFRASTRUKTURY DROGOWEJ W POLSCE W UJĘCIU PRZESTRZENNYM W 2013 ROKU

**Lida Luty, Monika Ziolo**

Katedra Statystyki i Ekonometrii, Uniwersytet Rolniczy w Krakowie  
e-mail: rrutka@cyf-kr.edu.pl, mziolo@ar.krakow.pl

**Streszczenie:** Celem artykułu jest zaprezentowanie przestrzennego zróżnicowania infrastruktury drogowej w Polsce. Wykorzystując metody z zakresu wielowymiarowej analizy statystycznej zbudowano ranking województw a następnie pogrupowano je pod względem podobieństwa infrastruktury drogowej.

**Słowa kluczowe:** infrastruktura drogowa, wielowymiarowa analiza statystyczna, metoda TOPSIS

### WSTĘP

Wraz ze zmieniającymi się warunkami społecznymi, kulturowymi i gospodarczymi infrastruktura techniczna zaczęła odgrywać coraz większe znaczenie i stała się czynnikiem, który określa atrakcyjność lokalizacji układów przestrzennych.

W artykule skupiono się nad analizą infrastruktury drogowej mając na uwadze fakt, iż stanowi ona jeden z najistotniejszych czynników wpływających na funkcjonowanie gospodarek i decydujących o spójności przestrzennej krajów.

Pomimo tego, że pojęcie infrastruktury technicznej funkcjonuje od początku XX wieku nadal jest przedmiotem badań wielu dyscyplin naukowych, a jej definicja i zakres merytoryczny stanowi przedmiot licznych sporów. Według Chudzika „przez infrastrukturę techniczną rozumie się kompleks urządzeń koniecznych do zapewnienia właściwego funkcjonowania gospodarki narodowej i integracji poszczególnych układów w przestrzeni i czasie....” [Chudzik 1998]<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Chudzik B. (1998) Programowanie rozwoju infrastruktury technicznej V Konferencja naukowa: Infrastruktura techniczna wsi - ku integracji europejskiej, S.C Drukpol, Kraków-Szczecin.

Mając na uwadze zaspokojenia aktualnych, ale przede wszystkim z myślą o przyszłych potrzebach istnieje konieczność monitorowania jakości infrastruktury drogowej i "ponoszenia dużych nakładów na jej rozbudowę" [Rogacki 2007]<sup>2</sup>.

W naszym kraju nadal brakuje dostatecznie rozwiniętej infrastruktury drogowej, co niejednokrotnie dyskwalifikuje polskie regiony w konkurencji o lokalizację dużych inwestycji na terenie kraju. Grzywacz uważa, że "... brak infrastruktury stanowi istotną barierę w rozwoju społeczno-gospodarczym, a jej stan i jakość są elementami o podstawowym znaczeniu dla tempa wzrostu gospodarczego" [Grzywacz i in. 2002]<sup>3</sup>. Gospodarka jest tym sprawniejsza i bardziej efektywna im lepiej jest wyposażona w składniki infrastruktury transportowej. Rozwinięta stosownie do potrzeb i dobrze utrzymana infrastruktura transportowa przyciąga inwestycje, umożliwia otwarcie na nowe rynki zbytu i udostępnienie własnych rynków oraz czerpanie korzyści z tranzytu, sprzyja również rozwojowi regionalnemu i integracji regionów, zmniejszeniu kongestii, niwelowaniu dysproporcji między potrzebami transportowymi a ruchem towarów i osób, upowszechnieniu turystyki itd.

W związku ze wzrostem potrzeby przemieszczania się coraz powszechniej mówi się o kryzysie komunikacyjnym i transportowym, co jest związane z kongestią spowodowaną nagromadzeniem potrzeb transportowych i komunikacyjnych, które są realizowane poprzez przepływ ładunków i osób [Ciesielski i in. 1992]<sup>4</sup>. Z tego względu inwestycje w infrastrukturę drogową powinny wyprzedzać rozwój innych gałęzi gospodarki aby nie hamować wzrostu gospodarczego kraju [Ciesielski i in. 2001]<sup>5</sup>.

Mając na uwadze znacznie dróg i wzrastające potrzeby transportowe istotnym jest śledzenie zmian zachodzących w infrastrukturze drogowej. Celem analizy było zbadanie zróżnicowania i dynamiki rozwoju infrastruktury drogowej w Polsce w układzie województw, ze szczególnym uwzględnieniem dróg szybkiego ruchu. Postawiono również hipotezę, że w województwach z lepiej rozwiniętą infrastrukturą drogową wyższy jest dochód mieszkańców.

### **Znaczenie infrastruktury drogowej**

Na skutek wzrostu gospodarczego, rozwoju motoryzacji oraz zwiększania się ilości czasu wolnego społeczeństwa stają się bardziej mobilne. Starowicz uważa, że "... obserwuje się radykalną zmianę w całej kulturze przystosowania transportu do współczesnego życia" [Załoga 2007]<sup>6</sup>.

<sup>2</sup> Rogacki H. (2007) Geografia społeczno – gospodarcza Polski, PWN S.A, Warszawa.

<sup>3</sup> Grzywacz W., Burniewicz J. (2002) Ekonomia transportu, WKiŁ, Warszawa.

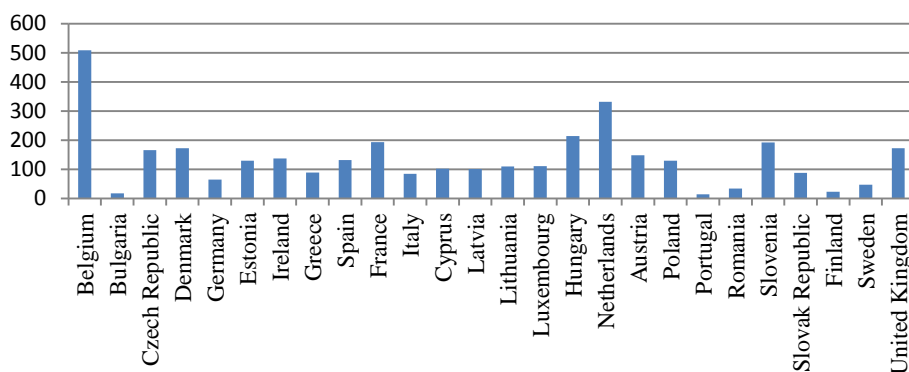
<sup>4</sup> Ciesielski M., Długosz J., Gługiewicz Z., Wyszomirski O. (1992) Gospodarowanie w transporcie miejskim, AE, Poznań.

<sup>5</sup> Ciesielski M., Szudrowicz A. (2001) Ekonomia transportu, AE Poznań.

<sup>6</sup> Załoga E. (2007) Ekonomiczne i społeczne wyzwania współczesnego transportu. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, nr 454, Szczecin.

Transport drogowy odgrywa istotną rolę w obsłudze przemysłu i handlu, także w ramach wymiany zagranicznej. Tempo wzrostu gospodarki zależy od tego jak efektywnie jest wykorzystywany kapitał i jak wydajnie wykonywana jest praca. Infrastruktura drogowa pośrednio i bezpośrednio wpływa na te wielkości.

Rysunek 1. Gęstość sieci drogowej w wybranych krajach Unii Europejskiej w 2013 roku



Źródło: obliczenia własne na podstawie EU transport in figures statistical pocketbook 2014

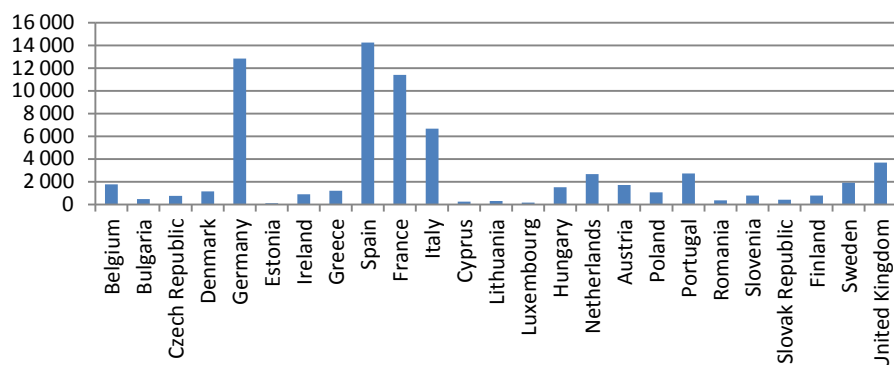
Biorąc pod uwagę gęstości sieci dróg ogółem Polska zajmuje w Europie przeciętną pozycję. Liderzy klasyfikacji – Belgowie i Holendrzy – mają, odpowiednio, ponad 3 i 2-krotnie lepiej rozbudowaną sieć drogową w przeliczeniu na km<sup>2</sup> powierzchni niż Polska (Rysunek 1). Słabość polskiej infrastruktury nie wynika więc z ogólnej gęstości dróg. Chociaż Polska jest drugim w Europie – po Niemczech – rynkiem transportu drogowego to największą bolączką infrastruktury drogowej w Polsce jest brak kompleksowego systemu sieci autostrad i dróg ekspresowych. Słaba jakość dróg z kolei:

- nie sprzyja efektywnej alokacji przemysłu i usług,
- ogranicza możliwości napływu zagranicznych inwestycji,
- zmniejsza mobilność siły roboczej,
- nie zapewnia właściwej jakości obsługi przewozów pasażerskich i towarowych a w konsekwencji obniża konkurencyjność polskiej gospodarki.

Pod względem długości sieci dróg ekspresowych i autostrad Polska przez wiele lat znajdowała się znacznie poniżej średniego poziomu dla krajów Unii Europejskiej.



Rysunek 2. Długość sieci autostrad w wybranych krajach Unii Europejskiej w 2012 roku



Źródło: opracowanie własne na podstawie EU Transport in Figures Statistical Pocketbook 2013

W 2014 roku z długością dróg szybkiego ruchu na poziomie 3021 km, dzielił nas ogromny dystans od takich krajów jak Niemcy, Włochy czy Hiszpania (Rysunek 2). Sytuacja znacznie się poprawiła w ciągu ostatnich czterech lat. Wzrost liczby autostrad w dużym stopniu związany był z dotacjami z Unii Europejskiej i przyznaniem Polsce organizacji Mistrzostw Europy w piłce nożnej. Najbardziej dynamicznie sieć tego typu dróg rozwija się od 2010 roku. W 2008 roku mieliśmy jedynie 663 km autostrad a do 2014 roku nastąpił wzrost o 157% (Tabela 1).

Tabela 1. Długość dróg ekspresowych i autostrad w Polsce w latach 2010-2014 (km)

Rodzaj drogi	2010	2011	2012	2013	2014
Autostrady	857	1070	1365	1492	1553,2
Drogi ekspresowe	675	738	1097	1190	1481,8

Źródło: GUS Mały rocznik statystyczny Polski 2014, GDDKiA

Dobrze rozwinięta infrastruktura determinuje koszty dostawy i dystrybucji produktów. Przedsiębiorstwa nie muszą obawiać się kosztów związanych z opóźnieniami w dostawach więc mogą np. stosować strategię just-in-time obniżając koszty magazynowania towarów.

Dobry stan infrastruktury zwiększa korzyści z produkcji na dużą skalę, umożliwiając poszerzanie wymiany handlowej między regionami i krajami. Firmy mogą sprzedawać swoje produkty nie tylko na lokalnym rynku, ale i w innych regionach i krajach. W przypadku krajów z dobrze rozwiniętą infrastrukturą drogową bardziej powszechny jest również przepływ pracowników z rolnictwa, charakteryzującego się niską produktywnością, do sektorów, w których ich praca przynosi większe efekty.

W Polsce jest wiele gmin, które dzięki budowie w pobliżu autostrady zyskały w długim okresie. Dochody własne gmin na mieszkańca rosły szybciej niż

w innych regionach kraju. Wartość ta ma bezpośredni wpływ na lokalną gospodarkę i zamożność mieszkańców.

Dzięki dobrze rozwiniętej infrastrukturze podnosi się jakości kapitału ludzkiego. Osoby mieszkające w małych miejscowościach mają ułatwiony dostęp do edukacji, rozrywki, wydarzeń kulturalnych czy opieki zdrowotnej [Calderon, Servén 2004]<sup>7</sup>. Poprawa stanu infrastruktury, charakteryzuje się korzyściami skali, pozwalając na coraz większy wzrost łącznej produkcji [Aschauer 1989]<sup>8</sup>. Dzieje się tak dzięki tzw. sieciowym efektom zewnętrznym [Esfahani i Ramirez, 2003]<sup>9</sup>. Im gęstsza jest sieć dobrych dróg, tym szerszy jest krąg potencjalnych dostawców i klientów; liczba kombinacji możliwych kontaktów handlowych wzrasta nawet nie liniowo, a wykładniczo.

Wzrost popytu, napędzany inwestycjami infrastrukturalnymi, może spowodować pozytywne skutki w postaci pełnego wykorzystania mocy wytwórczych w gospodarce a co za tym idzie spadek bezrobocia.

## MATERIAŁ I METODA OPRACOWANIA

Podstawowym celem opracowania jest zaprezentowanie zróżnicowania infrastruktury drogowej w Polsce w układzie województw. Przy ocenie infrastruktury drogowej uwzględniono zmienne charakteryzujące rodzaj i jakość dróg w układzie województw, nakłady ponoszone na drogi, zmiany w natężeniu ruchu, czy średni dobowy ruch pojazdów jak również przewozy ładunków i towarów. Wśród rozpatrywanych zmiennych poza tymi, które zostały wytypowane do stworzenia rankingu, uwzględniono  $X_5$ —długość dróg ogółem na 100 km<sup>2</sup>,  $X_6$ —drogi krajowe na 100 km<sup>2</sup>,  $X_7$ —drogi wojewódzkie na 100 km<sup>2</sup>,  $X_8$ —drogi powiatowe na 100 km<sup>2</sup>,  $X_9$ —drogi publiczne na 100 km<sup>2</sup>,  $X_{10}$ —długość sieci kolejowej na 100 km<sup>2</sup>,  $X_{11}$ —długość eksploatowanej linii kolejowej na 100 km<sup>2</sup>,  $X_{12}$ —ładunki nadane do przewozu ogółem w mln ton/km,  $X_{13}$ —drogi o twardej nawierzchni na 100 km<sup>2</sup>,  $X_{14}$ —odsetek dróg o twardej nawierzchni,  $X_{15}$ —odsetek dróg o nawierzchni bitej,  $X_{16}$ —wskaźnik wzrostu natężenia ruchu w latach 2005-2010,  $X_{17}$ —przewozy pasażerskie w komunikacji regularnej i komunikacji specjalnej w mln pasażero-kilometrów.

Dane rozpatrywano w układzie województw w roku 2013. W wyniku analizy wskazano województwa gdzie infrastruktura drogowa jest najlepiej rozwinięta i te gdzie jest ona rozwinięta najslabiej. Z szerokiego grona 17 zmien-

<sup>7</sup> Calderon C.A., Servén L. (2004) The effects of infrastructure development on growth and income distribution, World Bank.

<sup>8</sup> Aschauer D. (1998) Public Capital and Economic Growth: Issues of Quantity, Finance, and Efficiency, The Jerome Levy Economics Institute, Working Paper No. 233, April, 1998.

<sup>9</sup> Esfahani H.S., Ramirez M.T. (2003) Institutions, infrastructure, and economic growth, Journal of Development Economics, Vol. 70, Issue 2.

nych opisujących infrastrukturę drogową wybrano cztery zmienne diagnostyczne. W procedurze kwalifikacji zastosowano kryterium merytoryczne oraz analizę korelacyjną. Do weryfikacji posłużył test istotności współczynnika korelacji liniowej Pearsona, obliczona została wartość krytyczna współczynnika korelacji  $r^*$ , co umożliwiło wyeliminowanie wysoce skorelowanych cech. Uwzględniono również współczynnik zmienności, odrzucając cechy gdzie współczynnik zmienności był niższy niż 10%, taka sytuacja wystąpiła w przypadku zmiennych  $X_{13}$ ,  $X_{14}$  i  $X_{15}$  uznano je więc za zmienne quasi-stałe. W analizie wykorzystano następujące zmienne:

$X_1$  – przewozy pasażerów w komunikacji krajowej w mln pasażerokilometrów,

$X_2$  – drogi ekspresowe i autostrady na 100 km<sup>2</sup> powierzchni,

$X_3$  – drogi gminne na 100 km<sup>2</sup> powierzchni,

$X_4$  – nakłady inwestycyjne na 100 km drogi publicznej.

Przyjęte do analizy zmienne można zakwalifikować do zbioru stymulant<sup>10</sup>.

Tabela 2. Podstawowe charakterystyki przyjętych zmiennych diagnostycznych do opisu poziomu infrastruktury drogowej województw Polski

Cecha	Charakterystyki liczbowe zmiennych diagnostycznych				
	$\bar{x}$	$\min_i x_{ij}$	$\max_i x_{ij}$	$V_j$ (%)	$A_j$
$X_1$	1003,44	230,60	3 986,00	83,10	17,29
$X_2$	0,93	0,16	2,31	57,43	14,44
$X_3$	78,72	38,12	147,23	36,56	3,86
$X_4$	49549,23	19919,79	156 141,86	74,03	7,84

Źródło: obliczenia własne

Wszystkie zmienne, w badanej grupie obiektów spełniają podstawowe kryterium doboru zmiennych do opisu zjawiska złożonego:  $V_j > 0,1$ ,  $A_j > 1,2$ .

Dane statystyczne na podstawie, których przeprowadzono analizę tworzą macierz.

W celu wyznaczenia wartości zmiennej syntetycznej za pomocą wzorcowej metody agregacji zmiennych dokonano kolejno:

- unormowania cech diagnostycznych wykorzystując formułę standaryzacji

$$z_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{S_j}, \quad S_j \neq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (1)$$

gdzie:  $x_{ij}$  - wartość  $j$ -tej cech dla  $i$ -tego województwa;  $\bar{x}_j$ ,  $S_j$  to odpowiednio średnia arytmetyczna i odchylenie standardowe  $j$ -tej cechy;  $z_{ij}$  - wartość unormowana  $j$ -tej cech dla  $i$ -tego województwa

<sup>10</sup> Stymulanta to taka zmienna, której wysokie wartości są zjawiskiem pożądanym z punktu widzenia oceny obiektu, natomiast niskie wartości są niepożądane.

- określenia wzorca i antywzorca odpowiednio:

$$z^+ = [z_1^+ \quad z_2^+ \quad \dots \quad z_k^+] \quad (2)$$

$$z^- = [z_1^- \quad z_2^- \quad \dots \quad z_k^-] \quad (3)$$

jako modelowych obiektów, tak, że:  $z_j^+ := \max_i \{z_{ij}^+\}$ ,  $z_j^- := \min_i \{z_{ij}^-\}$ ;

- oszacowania odległości każdego badanego województwa od zdefiniowanego wzorca i antywzorca odpowiednio zgodnie ze wzorem:

$$d_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^k (z_{ij} - z_j^+)^2} \quad (4)$$

$$d_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^k (z_{ij} - z_j^-)^2} \quad (5)$$

- wyznaczenia wartości syntetycznego miernika dla każdego województwa zgodnie ze wzorem [Hwang, Yoon 1981]:

$$Q_i = \frac{d_i^-}{d_i^- + d_i^+} \quad (6)$$

gdzie:  $Q_i$  - wartość syntetycznego miernika dla  $i$ -tego województwa.

Im mniejsza jest odległość województwa od wzorca, a tym samym większa od antywzorca, tym wartość miernika syntetycznego ( $Q_i$ ) jest bliższa jeden. Najwyższa wartość syntetycznego miernika wskazuje na rozwiązanie (obiekt) najlepsze w rozpatrywanym problemie porządkowania liniowego.

Otrzymane, w wyżej opisany sposób wartości zmiennej syntetycznej są propozycją miernika opisującego poziom zróżnicowania infrastruktury drogowej w ujęciu przestrzennym.

## WYNIKI BADAŃ

Dzięki zastosowaniu omówionej metody dokonano hierarchizacji województw Polski według wartości  $Q_i$ , jako wartości syntetycznego miernika poziomu infrastruktury drogowej. W obrębie uporządkowanego zbioru przeprowadzono klasyfikację typologiczną województw podobnych pod względem zaproponowanego wskaźnika, w następujący sposób [Kukuła 1993]:

$$\text{I grupa (wysoki poziom): } Q_i \in \left( \frac{1}{3} \left( \min_i Q_i + 2 \max_i Q_i \right), \max_i Q_i \right],$$

$$\text{II grupa (średni poziom): } Q_i \in \left( \frac{1}{3} \left( 2 \min_i Q_i + \max_i Q_i \right), \frac{1}{3} \left( \min_i Q_i + 2 \max_i Q_i \right) \right],$$

$$\text{III grupa (niski poziom): } Q_i \in \left[ \min_i Q_i, \frac{1}{3} \left( 2 \min_i Q_i + \max_i Q_i \right) \right).$$

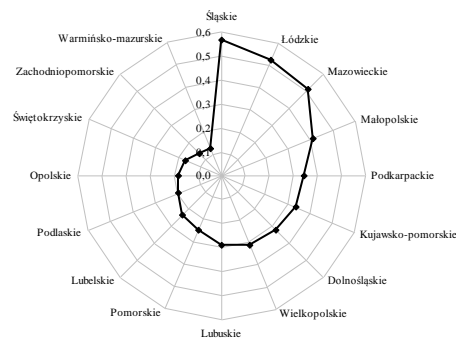
Tabela 3. Ranking województw ze względu na infrastrukturę drogową zestawiony z rankingiem PKB per capita w 2013 roku

Lp.	Województwa	$Q_i$	Grupy	PKB per capita w 2013 roku	Pozycja w rankingu PKB per capita
1	Śląskie	0,565	I	44372	4
2	Łódzkie	0,524		39080	6
3	Mazowieckie	0,513		66765	1
4	Małopolskie	0,410	II	36961	7
5	Podkarpackie	0,342		29333	16
6	Kujawsko-pomorskie	0,336		34095	10
7	Dolnośląskie	0,323		47440	2
8	Wielkopolskie	0,309		44567	3
9	Lubuskie	0,288		34862	9
10	Pomorskie	0,249	III	41045	5
11	Lubelskie	0,232		29479	15
12	Podlaskie	0,194		30055	14
13	Opolskie	0,182		33888	11
14	Świętokrzyskie	0,162		31459	12
15	Zachodniopomorskie	0,130		35334	8
16	Warmińsko-mazurskie	0,123		30065	13

Źródło: obliczenia własne

Z kolei hierarchizacja województw Polski ze względu na wartość  $Q_i$ , jako wartość syntetycznego miernika poziomu infrastruktury drogowej wskazuje, że wskaźnik ten dla województwa najwyżej sklasyfikowanego (Śląskiego) jest ponad czterokrotnie wyższy od tego wskaźnika dla województwa, które zajęło ostatnią lokatę (Warmińsko-mazurskiego). Przeprowadzone badania pozwoliły wyodrębnić trzy poziomy zróżnicowania województw pod względem infrastruktury drogowej, a tym samym wnioskować, że województwa Polski charakteryzują się na ogół średnim lub niskim jego poziomem (Rysunek 3). Wysokim poziomem infrastruktury drogowej charakteryzowały się tylko trzy województwa: Śląskie, Łódzkie i Mazowieckie.

Rysunek 3. Wartości syntetycznego miernika poziomu infrastruktury drogowej w Polsce



Źródło: opracowanie własne

Rysunek 4. Typologia województw Polski pod względem syntetycznego miernika poziomu różnicowania infrastruktury drogowej w 2013 roku



Źródło: opracowanie własne

Województwa z pierwszej grupy zlokalizowane są w centralnej i południowej części kraju i należą do najbardziej zurbanizowanych i uprzemysłowionych w Polsce stąd w pełni uzasadniony wysoki poziom, lecz jeszcze nie wystarczający, rozwoju infrastruktury drogowej. Drugą grupę stanowi sześć województw zlokalizowanych w centrum i na zachodzie Polski oraz województwa Małopolskie i Podkarpackie. Największą grupę (7 województw) stanowią województwa o niskich nakładach inwestycyjnych na drogi, małej liczbie przewozów pasażerskich i małej długości dróg szybkiego ruchu na 100 km<sup>2</sup> powierzchni, które położone są w Polsce północnej i wschodniej.

Zwraca uwagę pozycja województwa Podkarpackiego, które sklasyfikowane zostało w drugiej grupie. Zostało ono zasilone, w ostatnich latach, znacznymi środkami na rozbudowę dróg szybkiego ruchu, co z pewnością wpłynie na mobilność lokalnych przedsiębiorców, jak również rozwinię specjalne strefy ekonomiczne zlokalizowane na terenie tego województwa.

Województwo opolskie, obok świętokrzyskiego, charakteryzuje się najniższymi nakładami inwestycyjnymi na drogi publiczne oraz najmniejszą gęstością dróg gminnych na 100 km<sup>2</sup>.

Przedstawioną strukturę przestrzenną należy uznać za niekorzystną i wymagającą zmian idących w kierunku zwiększenia przede wszystkim długości dróg szybkiego ruchu.

Zaobserwowano również silny związek pomiędzy rozwojem infrastruktury drogowej a dochodami na mieszkańca w poszczególnych województwach. Współczynnik korelacji Spearmana był na poziomie 0,61, co wskazuje na silną zależność między badanymi zjawiskami.

## PODSUMOWANIE

Polska pod względem gęstości infrastruktury drogowej zajmuje przeciętną pozycję wśród krajów Unii Europejskiej. Wbrew ogólnie panującym opiniom, że w Polsce jest mało dróg, nie ich długość stanowi problem. Problemem jest jakość infrastruktury drogowej. Drogi najwyższej w rankingu położonych województw cechują niskie parametry techniczne. Nawierzchnia większości dróg w Polsce znajduje się w coraz gorszym stanie, co nie zapewnia odpowiednich standardów bezpieczeństwa oraz nie spełnia oczekiwań ich użytkowników.

Zajmujące pierwszą pozycję w rankingu województwo Śląskie posiada dobrze rozwiniętą sieć dróg publicznych ale również charakteryzuje się jednym z największych w kraju obciążeniem ruchowym transportu pasażerskiego i towarowego. Rozbudowana sieć drogowa daje województwu śląskiemu znaczącą pozycję w skali kraju, co przyciągnęło do regionu wiele międzynarodowych firm transportowych i wysyłkowych.

Po wielu latach osiągnęliśmy przeciętny europejski poziom długości dróg szybkiego ruchu (powyżej 3000 km), co może skłonić potencjalnych inwestorów do wskazywania Polski jako obszaru przyszłych inwestycji. Najbardziej widoczne jest to na przykładzie województwa podkarpackiego gdzie w ostatnich latach nasiliły się inwestycje w budowę autostrady A4, co jest ogromną szansą dla rozwoju znajdujących się tam stref ekonomicznych.

Dobrze rozwinięta infrastruktura drogowa ma również wpływ na sytuację ekonomiczną mieszkańców. Zaobserwowano silny związek pomiędzy rozwojem infrastruktury drogowej a dochodami na mieszkańca w poszczególnych województwach.

Istniejąca dobrze rozwinięta, gęsta sieć drogowa nie może jednak sprostać potrzebom stale rosnącego ruchu drogowego. Do poprawy sytuacji komunikacyjnej w Polsce niezbędne są więc nakłady finansowe, przeznaczone na utworzenie szybkiego transportu międzyregionalnego i międzymiastowego, skierowane na inwestycje związane z budową autostrad i dróg szybkiego ruchu.

## BIBLIOGRAFIA

- Aschauer D. (2004) Public Capital and Economic Growth: Issues of Quantity, Finance and Efficiency, The Jerome Levy Economics Institute, Working Paper No. 233, April, 1998.
- Calderon C. A., Servén L., The effects of infrastructure development on growth and income distribution, World Bank.
- Chudzik B. (1998) Programowanie rozwoju infrastruktury technicznej V Konferencja naukowa: Infrastruktura techniczna wsi - ku integracji europejskiej, S.C Drukpol, Kraków- Szczecin.
- Ciesielski M., Szudrowicz A. (2001) *Ekonomika transportu*, AE Poznań.
- Esfahani H. S., Ramirez M. T. (2003) Institutions, infrastructure, and economic growth, *Journal of Development Economics*, Vol. 70, Issue 2.
- EU Transport in Figures Statistical Pocketbook 2013 (2014) Brussel.
- Grzywacz W., Burniewicz J. (2002) *Ekonomika Transportu*, WKiŁ, Warszawa.
- Hellwig Z. (1968) Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom ich rozwoju oraz zasoby i strukturę wykwalifikowanych kadr, *Przegląd Statystyczny*, nr 4, 307-327.
- Herrera S., Pang G. (2005) Efficiency of Infrastructure: The Case of Container Ports, World Bank, Policy Research Working Paper.
- Hwang C. L., Yoon K. (1981) Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications, *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems* 186, Springer.
- Kukuła K. (2000) *Metoda unitaryzacji zerowanej*, PWN.
- Rogacki H. (2007) *Geografia społeczno – gospodarcza Polski*, PWN S.A., Warszawa.
- Transport drogowy w Polsce w latach 2010 i 2011, (2013), GUS, Warszawa.
- Załoga E. (2007) Ekonomiczne i społeczne wyzwania współczesnego transportu, *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego*, nr 454, Szczecin.

## SPATIAL DIFFERENTIATION OF ROAD INFRASTRUCTURE IN POLAND

**Abstract:** The aim of the article is to present the spatial differentiation of road infrastructure in Poland. Using methods from the field of multivariate statistical analysis built a ranking of Voivodeship and then grouped them under terms of the similarities road infrastructure. The TOPSIS method (Technique for Order Preference by Similarity Ideal Solution) was used in the research.

**Keywords:** TOPSIS method, multivariate statistical analysis, road infrastructure



## KLASYFIKACJE OBSZARÓW POLSKI Z PUNKTU WIDZENIA WYBRANYCH CECH SPOŁECZNO-DEMOGRAFICZNYCH LUDNOŚCI

**Anna Majdzińska**

Zakład Demografii i Gerontologii Społecznej, Uniwersytet Łódzki  
e-mail: a\_majdzinska@uni.lodz.pl

**Streszczenie:** W opracowaniu przedstawiono próby klasyfikacji obszarów Polski pod względem wybranych cech społeczno-demograficznych. Rozważono w tym względzie strukturę wykształcenia ludności, w obrębie której szczegółowej analizie poddane zostały struktury wieku i płci ludności legitymującej się wykształceniem wyższym. Badanie przeprowadzono na poziomie województw i powiatów dla lat 2002 i 2011, przy wykorzystaniu wybranych metod analizy skupień.

**Słowa kluczowe:** struktura wykształcenia ludności, struktury wieku i płci ludności z wykształceniem wyższym, metody analizy skupień

### WPROWADZENIE

Celem opracowania były próby klasyfikacji obszarów Polski (województw i powiatów) z punktu widzenia wybranych cech społeczno-demograficznych. Uwaga w tym względzie została zwrócona na strukturę wykształcenia ludności<sup>1</sup>, w obrębie której rozważone zostały struktury wieku i płci ludności legitymującej się wykształceniem wyższym. Wyszczególniono właśnie tę kategorię z tego względu, że w ciągu minionych kilkunastu lat odnotowano w Polsce wyraźny wzrost odsetka ludności legitymującej się wykształceniem wyższym<sup>2</sup>, przy spadku

---

<sup>1</sup> W Polsce struktura wykształcenia ludności badana jest dla ludności w wieku 13+ lat.

<sup>2</sup> Wzrost ten wynikał z chęci kontynuowania nauki, ale także był konsekwencją wprowadzenia w polskich uczelniach wyższych bolońskiego systemu nauczania, mającego dwustopniowy charakter. W rezultacie czego, osoby kończące studia licencjackie, podobnie jak i magisterskie, zaliczane są do frakcji osób posiadających wykształcenie wyższe [zob. Ustawa Prawo o szkolnictwie ..., Dz. U. 2005 nr 164 poz. 1365, art. 2 i 167; MNiSW 2015].

udziałów subpopulacji posiadającej niższe poziomy wykształcenia. W związku z tym interesujące wydaje się być zagadnienie stabilności w czasie struktur demograficznych charakteryzujących subpopulację osób legitymujących się wyższym poziomem wykształcenia.

Badanie przeprowadzono na poziomie województw i powiatów w latach 2002 i 2011, przy wykorzystaniu wybranych metod wielowymiarowej analizy porównawczej (Warda i *k*-średnich). Źródło danych wykorzystanych w analizach stanowiły publikacje Głównego Urzędu Statystycznego dotyczące struktury wykształcenia ludności, pochodzące z wyników spisów powszechnych ludności przeprowadzonych w Polsce w latach 2002 i 2011.

## OPIS STRUKTURY LUDNOŚCI POLSKI WEDŁUG POZIOMU WYKSZTAŁCENIA W LATACH 2002 i 2011

Charakteryzując strukturę wykształcenia ludności można zauważyć, że w Polsce w latach 2002-2011 znacznie wzrósł odsetek ludności z wykształceniem wyższym (o 71,7%). W roku 2011 subpopulacja ta stanowiła 17% ogółu populacji w wieku 13 lat i więcej, podczas gdy w 2002 r. jej udział wyniósł 9,9%, przy czym w obu tych latach omawiana frakcja była znacznie wyższa w miastach (zob. Tabela 1). W obu rozpatrywanych latach odnotowano porównywalny odsetek ludności legitymującej się wykształceniem średnim i policealnym, podobnie jak w przypadku wykształcenia zasadniczego zawodowego, zmniejszyła się natomiast frakcja osób odznaczających się wykształceniem co najwyżej gimnazjalnym<sup>3</sup> i bez wykształcenia (odpowiednio o 22,1% i 61,1%).

Tabela 1. Struktura wykształcenia ludności w wieku 13+ lat w Polsce według płci i według miejsca zamieszkania w latach 2002 i 2011 (w %)

Poziom wykształcenia	Ogółem						Miasta		Wieś	
	Ogółem		Mężczyźni		Kobiety		Ogółem		Ogółem	
	2002	2011	2002	2011	2002	2011	2002	2011	2002	2011
OGÓŁEM	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
wyższe	9,9	17,0	9,3	14,8	10,4	19,0	13,2	21,4	4,2	9,9
średnie i policealne	31,5	31,6	27,6	29,1	35,1	33,8	37,3	35,3	21,5	25,5
zasadnicze zawodowe	23,2	21,7	30,1	27,9	16,9	15,9	20,4	18,6	28,0	26,5
podstawowe ukończone i	29,8	23,2	28,0	22,0	31,4	24,4	23,9	18,0	39,7	31,6
podstawowe nieukończone i bez wykształcenia	3,6	1,4	3,0	1,0	4,3	1,7	2,3	0,9	5,9	2,1
nieustalone	2,0	5,2	2,1	5,2	2,0	5,2	2,8	5,7	0,7	4,3

Źródło: GUS [2013], str. 103-105

<sup>3</sup> W 2002 roku ten poziom wykształcenia nie był badany, gdyż pierwsi absolwenci gimnazjów ukończyli szkołę w czerwcu 2002 roku, czyli później niż moment spisowy, tj. 20 maja 2002 r.

Struktura wykształcenia ludności jest wyraźnie zróżnicowana terytorialnie. W 2011 r. najwyższym odsetkiem osób z wykształceniem wyższym legitymowało się mazowieckie (23,6%), pomorskie (17,6%) i małopolskie (17,2%), najniższym zaś opolskie (13,6%), warmińsko-mazurskie (14,0%) i kujawsko-pomorskie (14,1%), z kolei najwyższym udziałem osób posiadających wykształcenie średnie lub policealne charakteryzowały się województwa mazowieckie (33,7%) i łódzkie (33,1%), najniższym zaś opolskie (28,5%). Największa frakcja osób z wykształceniem zasadniczym zawodowym zamieszkiwała województwa wielkopolskie (26,0%) oraz śląskie i kujawsko-pomorskie (25,2%), najniższa zaś podlaskie (16,0%) i mazowieckie (16,7%). Natomiast najwyższa frakcja ludności o wykształceniu co najwyżej gimnazjalnym występowała w warmińsko-mazurskim (29,7%) i podlaskim (29,5%), najniższa zaś w śląskim (21,3%) oraz mazowieckim i dolnośląskim (22,8%).

W roku 2011, podobnie jak w 2002, najwyższym odsetkiem ludności posiadającej wykształcenie wyższe charakteryzowały się przede wszystkim duże miasta, co tłumaczyć można większą podażą uczelni wyższych i ich lepszą dostępnością w porównaniu do obszarów zlokalizowanych na peryferiach województw. Ludność posiadająca wykształcenie co najmniej średnie koncentrowała się raczej w dużych miastach lub na ich obrzeżach, natomiast osoby z niższymi niż wskazane poziomami wykształcenia skupiały się najczęściej na peryferiach województw.

#### CHARAKTERYSTYKA STRUKTUR DEMOGRAFICZNYCH LUDNOŚCI LEGITYMUJĄCEJ SIĘ WYŻSZYM POZIOMEM WYKSZTAŁCENIA W POLSCE W LATACH 2002 i 2011

Wśród osób legitymujących się wykształceniem wyższym, zarówno w 2011, jak i w 2002 r., przeważała frakcja kobiet (zob. Tabela 2), przy czym w roku 2011 różnica ta uległa zwiększeniu (i wyniosła 16,6 pkt. proc.). W badanym okresie udział kobiet wzrósł o 6,4%, odsetek mężczyzn zaś spadł o 7,7% (zob. Tabela 2).

Tabela 2. Struktura płci ludności z wykształceniem wyższym w Polsce w latach 2002 i 2011 (w %), dynamika zmian w tym okresie oraz różnice pomiędzy udziałami kobiet i mężczyzn w obu latach (w pkt. proc.)

Płeć	2002	2011	2002 = 100
Mężczyźni	45,2	41,7	92,3
Kobiety	54,8	58,3	106,4
Ogółem	100,0	100,0	x

Źródło: GUS [2015], opracowanie własne

W 2011 roku, podobnie jak w 2002, wśród ludności z wyższym poziomem wykształcenia najwyższy udział stanowiły osoby z grupy wieku 25-29 oraz 30-34

lata (zob. Tabela 3). Analiza dynamiki zmian świadczy o tym, że w latach 2002-2011 zwiększeniu uległy udziały osób w wieku 20-39 lat (w największym stopniu wzrósł odsetek osób w wieku 30-34 lata – o 45,6%), zmniejszeniu zaś uległy odsetki osób w wieku 40-59 lat. Zmiany te spowodowały odmłodzenie się frakcji osób legitymujących się wyższym poziomem wykształcenia, w rezultacie czego w latach 2002-2011 mediana wieku tej subpopulacji zmniejszyła się o 4,5 roku.

Przedstawione przemiany w strukturze wieku ludności posiadającej wykształcenie wyższe wynikały przede wszystkim ze znacznego napływu do tej kategorii osób z młodszych grup wieku, ale pośrednio były także następstwem ubytku naturalnego ludności w starszych grupach wieku.

Tabela 3. Struktura wieku ludności legitymującej się wykształceniem wyższym w Polsce w latach 2002 i 2011 (w %), dynamika zmian w tym okresie oraz mediana wieku ludności (w latach)

Grupy wieku	2002	2011	2002 = 100
20-24	6,0	6,8	113,5
25-29	18,7	20,7	111,0
30-34	12,4	18,1	145,6
35-39	10,4	12,4	119,0
40-44	10,8	8,1	75,0
45-49	11,0	6,9	62,0
50-54	9,8	6,9	70,9
55-59	6,4	6,2	96,4
60-64	5,1	5,2	103,3
65 i więcej	9,4	8,7	92,4
<b>Ogółem</b>	<b>100,0</b>	<b>100,0</b>	<b>x</b>
mediana wieku	40,9	36,4	89,0

Źródło: GUS [2015], opracowanie własne

#### KLASYFIKACJE WOJEWÓDZTW I POWIATÓW Z PUNKTU WIDZENIA STRUKTURY WIEKU LUDNOŚCI LEGITYMUJĄCEJ SIĘ WYŻSZYM POZIOMEM WYKSZTAŁCENIA W LATACH 2002 i 2011

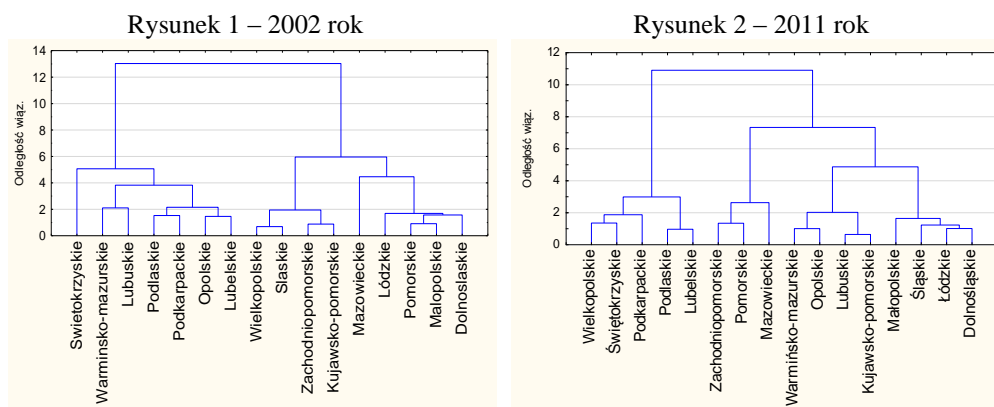
W przypadku struktury wieku ludności legitymującej się wykształceniem wyższym w latach 2002 i 2011 najpierw dokonano prób klasyfikacji województw za pomocą metody Warda z odległością euklidesową jako miarą podobieństwa obiektów, następnie zaś przeprowadzono analizy na poziomie powiatów, stosując w tym przypadku metodę *k*-średnich<sup>4</sup>. W obu przypadkach analizy oparto na procentowych udziałach 5-cioletnich grup wieku ludności.

<sup>4</sup> Metoda Warda oraz metoda *k*-średnich są najczęściej stosowanymi procedurami grupowania. Pierwsza z nich znajduje szczególne zastosowanie w przypadku niezbyt dużego zbioru obiektów, druga zaś w przypadku gdy zbiór ten jest liczny.

Uzyskane za pomocą metody Warda rezultaty hierarchicznego łączenia obiektów dla obu lat zostały przedstawione w postaci drzewka połączeń (zob. Rysunek 1 i 2). Wyniki te różnią się między sobą, co świadczy o zaistniałych w analizowanym okresie zmianach w zakresie podobieństwa województw w badanym względzie. Analiza wykresów przebiegu aglomeracji<sup>5</sup> dla 2002 i 2011 roku wskazała jako najbardziej właściwe podziały na odpowiednio dwa oraz cztery skupienia.

Przedstawione grupowania, ze względu na to, że prowadzone były na dość dużych jednostkach jakimi są województwa, mają raczej poglądowy charakter<sup>6</sup>. W 2011 roku województwami najbardziej podobnymi do siebie z punktu widzenia struktury wieku ludności z wyższym poziomem wykształcenia były m.in.: lubuskie i kujawsko-pomorskie, a także podlaskie i lubelskie (zob. Rysunek 2).

Rysunek 1. i Rysunek 2. Dendrogramy grupowania województw metodą Warda z punktu widzenia struktury wieku ludności z wykształceniem wyższym w latach 2002 i 2011



Źródło: GUS [2015], opracowanie własne

Źródło: GUS [2015], opracowanie własne

<sup>5</sup> Podziału grupy obiektów na skupienia można dokonać w sposób subiektywny, na podstawie wzrokowej analizy dendrytu. Cięcia gałęzi drzewka dokonuje się w miejscu największej różnicy odległości pomiędzy połączeniami [Panek 2009, 120]. Odległość tę można również obliczyć stosując następującą formułę [Panek 2009, 121 za Grabiński]:

$$d_{h-1}^* > \max_h \{d_h / d_{h-1}\} \quad h = 2, 3, \dots, n-1$$

gdzie:  $d_h$  – długość  $h$ -tej gałęzi drzewka,

$d_{h-1}^*$  – wartość krytyczna odległości na wysokości  $h-1$  długości dendrogramu.

Pomocny w tym względzie jest także wykres przebiegu aglomeracji.

W badaniu, opisana formuła wskazała odległości 5,95 oraz 2,99 jako wartości krytyczne.

<sup>6</sup> Uzyskane podziały wydają się być zbyt ogólne i charakteryzują się relatywnie wysokim wewnątrzgrupowym zróżnicowaniem. Schodzenie na niższe poziomy agregacji, tj. dążenie do uzyskania większej liczby skupień, prowadzi do uzyskania kilku jednoelementowych grup. Takie rozwiązanie również nie wydaje się być satysfakcjonujące, gdyż traci się wtedy syntetyczny charakter rezultatów.

Przeprowadzono także grupowanie województw za pomocą metody Warda z punktu widzenia dynamiki zmian w strukturze wieku ludności<sup>7</sup> posiadającej omawianą kategorię wykształcenia w latach 2002-2011. Uzyskane rezultaty pozwoliły wyodrębnić dwie zasadnicze grupy województw, w obrębie których relatywnie wysokim podobieństwem w badanym względzie legitymowały się: warmińsko-mazurskie i podkarpackie, podlaskie i lubelskie, lubuskie i kujawsko-pomorskie, wielkopolskie i łódzkie, a także śląskie i pomorskie. Województwami najbardziej odbiegającymi od pozostałych w zakresie dynamiki omawianych przemian było mazowieckie i świętokrzyskie<sup>8</sup>.

Następnie, przeprowadzono grupowanie powiatów z punktu widzenia struktury wieku ludności legitymującej się wyższym poziomem wykształcenia w latach 2002 i 2011, stosując w tym celu metodę *k*-średnich. W przypadku obu tych lat dokonano kolejno podziałów na 4-10 skupień<sup>9</sup>, określonych w oparciu o wyniki aglomeracji metodą Warda. Uzyskane rezultaty zostały poddane ocenie merytorycznej, przy wykorzystaniu wybranych mierników jakości klasyfikacji<sup>10</sup>.

Spośród przeprowadzonych podziałów za najbardziej odpowiedni w obu latach uznano podział na osiem skupień. Wyodrębnione grupy powiatów zostały następnie uporządkowane niemalejąco według mediany wieku ludności. Uzyskane

---

<sup>7</sup> W oparciu o różnice względne w udziałach poszczególnych grup wieku ludności omawianej kategorii wykształcenia, tj. na podstawie formuły:

$(x_1 - x_0) / x_0$ , gdzie:  $x_0$  i  $x_1$  to odsetki danej grupy wieku odpowiednio w latach 2002 i 2011.

<sup>8</sup> Województwa te cechowały się najwyższą wartością średniej z odległości euklidesowych tych jednostek od pozostałych województw.

<sup>9</sup> Liczba mniejsza niż cztery wydaje się być niewystarczająca, natomiast większa niż dziesięć mogłaby okazać się zbyt liczna.

<sup>10</sup> Poprawny podział na skupienia powinien charakteryzować się możliwie niskim zróżnicowaniem wewnątrzgrupowym (czyli wysoką homogenicznością) oraz znacznym zróżnicowaniem międzygrupowym (wysoką heterogenicznością). Ocenę rezultatów (z punktu widzenia tej samej metody i tego samego zjawiska) przeprowadza się za pomocą odpowiednich miar podobieństwa wewnątrz- i międzygrupowego (częstkowych i sumarycznych) oraz mierników syntetycznych [zob. Grabiński i in. 1989, 150-158; Młodak 2006, 78-81; Nowak 1990, 190-194; Panek 2009, 161-167]. W niniejszym opracowaniu jako miarę homogeniczności wykorzystano średnią odległość obiektów danej grupy od jej środka ciężkości, natomiast jako miarę heterogeniczności zastosowano średnią odległość między środkiem ciężkości danego skupienia a centrami innych skupień. Następnie obliczono ich postacie sumaryczne, tj. średnie arytmetyczne z mierników częstkowych, w oparciu o które wyznaczono ich ilorazy. Dodatkowo, w celu określenia odpowiedniej liczby klas posłużono się miarami opartymi na macierzach wariancji wewnątrzgrupowej i międzygrupowej, tj. obliczono ślady tych macierzy oraz ich iloraz [Grabiński i in. 1989, 155-157]. W oparciu o wartości śladów wspomnianych dwóch macierzy obliczony został także indeks Calińskiego i Harabasza (*C-H*), [Calinski i Harabasz 1974, Parysek 1982, 108].

rezultaty potwierdzają wcześniejszy wniosek o demograficznym odmłodzeniu subpopulacji legitymującej się wyższym poziomem wykształcenia (zob. Tabela 4).

Obszary o najniższej medianie wieku ludności omawianej kategorii wykształcenia w obu latach zlokalizowane były w środkowej i wschodniej części kraju, o najwyższej zaś w dużych i wielkich miastach, a także na obszarach je okalających, a w roku 2011 również w powiatach położonych w północnej części Polski (zob. Rysunek 3 i 4).

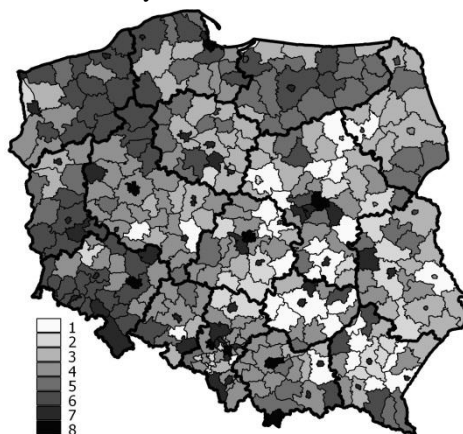
Tabela 4. Udziały poszczególnych grup wieku (w %) w subpopulacji posiadającej wykształcenie wyższe w skupieniach powiatów wyodrębnionych metodą *k*-średnich w latach 2002 i 2011 oraz mediana wieku ludności (w latach)

Grupy wieku	Numer skupienia – 2002 r.								Numer skupienia – 2011 r.							
	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8
20-29	33,5	31,6	27,7	27,9	24,1	24,1	24,2	20,3	37,7	38,5	34,3	29,8	31,3	24,2	26,7	23,1
30-39	26,0	26,9	27,0	24,5	26,0	23,6	22,4	19,6	31,3	27,1	29,5	32,8	27,8	35,2	29,3	28,8
40-49	20,3	20,1	22,7	22,0	23,7	24,7	22,0	21,1	14,0	15,6	15,0	15,3	16,1	17,7	16,3	14,6
50-59	11,6	12,6	13,1	14,9	14,9	16,4	17,1	18,6	9,4	10,4	11,5	11,9	13,4	12,4	14,2	15,0
60+	8,7	8,9	9,5	10,8	11,3	11,2	14,3	20,4	7,5	8,5	9,8	10,3	11,4	10,6	13,4	18,4
Razem	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Me	35,9	36,1	37,6	38,2	39,0	40,7	41,3	45,1	32,5	32,7	33,4	35,2	35,7	36,6	37,0	38,3

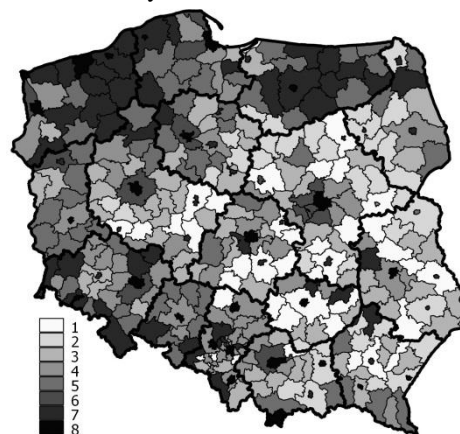
Źródło: GUS [2015], opracowanie własne

Rysunek 3. i Rysunek 4. Skupienia powiatów uzyskane metodą *k*-średnich z punktu widzenia struktury wieku ludności posiadającej wykształcenie wyższe w latach 2002 i 2011

Rysunek 3 – rok 2002



Rysunek 4 – rok 2011



Źródło: GUS [2015], opracowanie własne

Źródło: GUS [2015], opracowanie własne

W celu porównania podobieństwa przeprowadzonych klasyfikacji dokonano zestawienia w tablicy kontyngencji powiatów według ich przynależności do poszczególnych skupień. Z informacji tych wynika, że 138 jednostek (tj. 36,4% ogółu powiatów) w 2011 roku nie zmieniło swojej przynależności do skupienia do którego zostało przyporządkowane w roku 2002 (najwięcej w grupie nr 4), natomiast 115 powiatów (30,3%) zostało sklasyfikowane w grupie starszej, a 126 jednostek (33,2%) w grupie młodszej (biorąc pod uwagę medianę wieku ludności). Potwierdza to wcześniejszy wniosek o demograficznym odmłodzeniu się w rozpatrywanym okresie subpopulacji legitymującej się wyższym poziomem wykształcenia.

Następnie obliczony został wskaźnik zgodności<sup>11</sup>, którego wartość wynosząca 0,36 świadczy o relatywnie niskiej zgodności czasowo-przestrzennej obu klasyfikacji.

#### KLASYFIKACJE WOJEWÓDZTW I POWIATÓW Z PUNKTU WIDZENIA STRUKTURY PŁCI LUDNOŚCI LEGITYMUJĄCEJ SIĘ WYKSZTAŁCENIEM WYŻSZYM W LATACH 2002 i 2011

Następnie, stosując metodę  $k$ -średnich, przeprowadzone zostały próby klasyfikacji powiatów z punktu widzenia struktury płci ludności posiadającej wyższy poziom wykształcenia w latach 2002 i 2011. W tym przypadku także dokonano kolejno podziałów na 4-10 skupień, a uzyskane rezultaty zostały poddane ocenie merytorycznej, przy wykorzystaniu ww. mierników jakości klasyfikacji.

Spośród przeprowadzonych podziałów powiatów za najbardziej odpowiedni w przypadku obu lat uznano podział na siedem skupień. Utworzone grupy następnie zostały uporządkowane niemalejąco według różnicy pomiędzy udziałami kobiet i mężczyzn (w pkt. proc.). Uzyskane rezultaty wskazują na wzrost

<sup>11</sup> Wskaźnik zgodności  $W$  [zob. Nowak 1990, 138] obliczany jest w oparciu o zestawione w macierzy  $Z$  o wymiarach  $p \times q$  wyniki dwóch klasyfikacji (tj. przynależność obiektów do poszczególnych skupień) i ma postać:

$$w = \frac{1}{n_p + n_q} \left( \sum_{p=1}^P z_{p0} + \sum_{q=1}^Q z_{0q} \right)$$

$$\text{gdzie: } z_{p0} = \max_q \{z_{pq}\}, \quad z_{0q} = \max_p \{z_{pq}\}, \quad z_{pq} = \frac{n_{pq}}{\max(n_p, n_q)}$$

$n_{pq}$  - liczba obiektów przyporządkowanych jednocześnie do grup  $G_p$  i  $G_q$ ;

$n_p, n_q$  - to liczby obiektów przyporządkowanych odpowiednio do grup  $G_p$  i  $G_q$ ,

$$n_p + n_q + n_{pq} = N$$

Wskaźnik ten przyjmuje wartości z przedziału  $[1/N; 1]$  – wyższa jego wartość świadczy o większym podobieństwie rezultatów porównywanych klasyfikacji.



dysproporcji pomiędzy udziałami kobiet i mężczyzn w subpopulacji legitymującej się wyższym poziomem wykształcenia (zob. Tabela 5).

Najniższe różnice punktowe pomiędzy płciami w obrębie omawianej kategorii wykształcenia w obu latach (skupienia nr 1 i 2) zaobserwowane zostały w dużych miastach oraz na ich obrzeżach (przy czym, obszary te legitymowały się relatywnie wysokim udziałem osób z wykształceniem wyższym) oraz w zachodniej i południowo-zachodniej części kraju (przy czym, obszary te cechowały się względnie niskim odsetkiem omawianej subpopulacji). Natomiast najwyższymi różnicami punktowymi (skupienia nr 6 i 7) charakteryzowały się powiaty zlokalizowane na obrzeżach województw, w szczególności w środkowej i wschodniej części Polski.

Tabela 5. Udziały kobiet i mężczyzn (w %) w subpopulacji posiadającej wykształcenie wyższe w skupieniach powiatów wyodrębnionych metodą *k*-średnich w latach 2002 i 2011 oraz różnice (w pkt. proc.) pomiędzy tymi udziałami (K-M)

	Numer skupienia – 2002 rok							Numer skupienia – 2011 rok						
	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
Mężczyźni	48,5	45,9	44,0	42,1	40,3	38,4	36,3	44,6	42,3	40,9	39,8	38,7	37,6	35,9
Kobiety	51,5	54,1	56,0	57,9	59,7	61,6	63,7	55,4	57,7	59,1	60,2	61,3	62,4	64,1
Razem	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100

Źródło: GUS [2015], opracowanie własne

Porównując uzyskane klasyfikacje można stwierdzić, że 145 jednostek (tj. 38,3% ogółu powiatów) w 2011 roku nie zmieniło swojej przynależności do skupienia do którego zostało przyporządkowane w roku 2002 (najwięcej w grupie nr 4), natomiast 153 powiatów (40,4%) zostało sklasyfikowane w grupie o wyższym numerze, a 81 jednostek (21,4%) w grupie o niższym numerze (biorąc pod uwagę różnice punktowe w odsetkach frakcji kobiet i mężczyzn). Klasyfikacje te charakteryzują się relatywnie niską zgodnością rezultatów (wskaźnik zgodności wyniósł 0,38).

## PODSUMOWANIE

W Polsce w latach 2002-2011 przemianom uległa struktura wykształcenia ludności. Zmiany te objawiały się przede wszystkim wzrostem udziału ludności legitymującej się wykształceniem wyższym i spadkiem frakcji posiadających niższe poziomy wykształcenia.

Analiza subpopulacji legitymującej się wyższym poziomem wykształcenia z punktu widzenia struktur według płci i wieku ludności wskazała na brak stabilności w czasie tych charakterystyk. W rozpatrywanym okresie odnotowano spadek mediany wieku ludności posiadającej omawianą kategorię wykształcenia, zwiększeniu natomiast uległa dysproporcja pomiędzy udziałami kobiet i mężczyzn w rozpatrywanej subpopulacji. Opisywane przemiany widoczne były także

w przekrojach terytorialnych, o czym świadczą rezultaty przeprowadzonych klasyfikacji województw i powiatów.

## BIBLIOGRAFIA

- Calinski T., Harabasz J. (1974) A dendrite method for cluster analysis, *Communications in Statistics*, Vol. 3, No. 1, pp. 1–27.
- Grabiński T., Grabiński T., Wydymus S., Zeliaś A. (1989) *Metody taksonomii numerycznej w modelowaniu zjawisk społeczno-gospodarczych*, PWN, Warszawa.
- GUS (2015) Bank Danych Lokalnych, Główny Urząd Statystyczny, [http://stat.gov.pl/bdl/app/strona.html?p\\_name=indeks](http://stat.gov.pl/bdl/app/strona.html?p_name=indeks) (dostęp 29.06.2015).
- GUS (2013) *Ludność. Stan i struktura demograficzno-społeczna. Narodowy Spis Powszechny Ludności i Mieszkań 2011*, Główny Urząd Statystyczny, Warszawa.
- Młodak A. (2006) *Analiza taksonomiczna w statystyce regionalnej*, Difin, Warszawa.
- MNiSW (2015) Proces boloński, <http://www.nauka.gov.pl/proces-bolonski/proces-bolonski.html> (dostęp 29.06.2015).
- Nowak E. (1990) *Metody taksonomiczne w klasyfikacji obiektów społeczno-gospodarczych*, PWN, Warszawa.
- Panek T. (2009) *Statystyczne metody wielowymiarowej analizy porównawczej*, SGH, Warszawa.
- Parysek J., J. (1982) *Modele klasyfikacji w geografii*, Seria Geografia, nr 31, Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu, Poznań.
- Ustawa z dn. 27 lipca 2005 r., Prawo o szkolnictwie wyższym, Dz.U. 2005 nr 164 poz. 1365.

## CLASSIFICATION OF POLISH AREAS FROM THE PERSPECTIVE OF CHOSEN SOCIO-DEMOGRAPHIC CHARACTERISTICS

**Abstract:** The paper aims at assessing the similarity between Polish regions in terms of selected socio-demographic characteristics. Focus will be placed on the education structure of the population, within which I will consider the age and sex structure of the population with higher education. The survey will be conducted at the level of voivodeships and poviats in 2002 and 2011, using selected methods of multidimensional comparative analysis (including Ward method and *k*-means method). I will also investigate the dynamics of changes in these structures over a given period. The analysed data will be obtained from the publications of the Central Statistical Office on the structure of education of the population, derived from the results of population censuses, carried out in Poland in 2002 and 2011.

**Keywords:** the education structure of the population, the age and sex structure of the population with higher education, multidimensional comparative analysis

## REVIEWERS COOPERATING WITH THE JOURNAL IN 2015

Jarosław Becker	Joanna Kisielińska	Marian Podstawka
Michał Bernardelli	Marek Kociński	Artur Prędko
Zbigniew Binderman	Krzysztof Kompa	Ewa M. Syczewska
Dariusz Błaszczuk	Grzegorz Koszela	Alexander Prokopenya
Jarosław Bojarski	Jolanta Kotlarska	Marcin Rudź
Agata Boratyńska	Monika Krawiec	Elżbieta Saganowska
Bolesław Borkowski	Justyna Kujawska	Victor Shevchuk
Jadwiga Bożek	Karol Kukuła	Stanisław Stańko
Ryszard Budziński	Tomasz Kuszewski	Jacek Strojny
Mariola Chrzanowska	Joanna Landmesser	Wiesław Szczesny
Hanna Dudek	Jarosław Lira	Emilia Tomczyk
Konrad Furmańczyk	Andrzej Łodziński	Dorota Witkowska
Stanisław Gędek	Piotr Łukasiewicz	Jolanta Wojnar
Urszula Grzybowska	Wanda Marcinkowska-Lewandowska	Jacek Wolak
Mariusz Hamulczuk	Iwona Markowicz	Mirosław Woźniakowski
Beata Jackowska-Zduniak	Jerzy Marzec	Adam Zaremba
Piotr Jałowiecki	Aleksandra Matuszewska-Janica	Jan Zawadzki
Stanisław Jaworski	Iwona Müller-Frączek	Tomasz Ząbkowski
Dorota Juszczak	Joanna Muszyńska	Monika Zielińska-Sitkiewicz
Dariusz Kacprzak	Rafik Nafkha	Wojciech Zieliński
Andrzej Karpio	Zdzisław Odrzygóź	Dorota Żebrowska-
Marek Karwański	Maria Parlińska	Suchodolska
Vasily Dikumar (Dorodnitsyn Computing Center RAS, Moscow, Russia)		
Paolo Gajo (University of Florence, Italy)		
Vasile Glavan (Moldova State University, Chisinau, Moldova)		
Vyacheslav S. Kharchenko (National Aerospace University “KhAI”, Kharkiv, Ukraine)		
Galyna V. Kondratenko (Black Sea State University, Mykolaiv, Ukraine)		
Yuriy Kondratenko (Black Sea State University, Mykolaiv, Ukraine)		
Vassilis Kostoglou (Alexander Technological Educational Institute of Thessaloniki, Greece)		
Yochanan Shachmurov (The City College of The City University of New York, USA)		
Ievgen V. Sidenko (Petro Mohyla Black Sea State University, Mykolaiv, Ukraine)		
Mirbulat B. Sikhov (al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan)		
Nikolas Olenov (Dorodnitsyn Computing Center RAS, Moscow, Russia)		
Alexandr Trunov (Black Sea State University, Mykolaiv, Ukraine)		

Redakcja czasopisma METODY ILOŚCIOWE W BADANIACH EKONOMICZNYCH informuje, że artykuł p. Michała Konopczyńskiego pt. WPLYW PODATKU INFLACYJNEGO NA DOBROBYT W WARUNKACH DOSKONAŁEJ MOBILNOŚCI KAPITAŁU opublikowany w Tomie XV/3 w 2014 r. został wykonany w ramach realizacji projektu sfinansowanego ze środków Narodowego Centrum Nauki przyznanych na podstawie decyzji DEC-2013/09/B/HS4/00458.